

ある道路の片側に駐車可能な区間があるとします。そこへ自動車が好き勝手につぎつぎと駐車していくとき、その駐車スペースは何台の車が駐車したところで満車になるでしょうか。この「自動車が好き勝手に駐車していく」過程が、およそどんなふうに進捗するのか、実験（シミュレーション）してみます。用意するものは乱数表と方眼紙です。乱数表を読み、その数値を駐車位置に読み替えて、方眼紙に記入します。手作業でこの試行を何度も繰り返すのは大変ですが、それでも実際に車を使って実験するよりは簡単です。どんな答えが出るでしょうか。

自然現象や社会現象を数理モデルによって解析しようとする際に、現象のもつランダムな側面や偶然性を積極的に考慮し、偶然性の時間的変化や空間的変化に一定の法則を見出して、それを解析の拠り所にすることがあります。このとき使われる数理モデルが確率過程と呼ばれるものです。

本講義ではまず、上に述べたような身近な話題をとりあげながら確率的な考え方に馴染み、シミュレーションによって確率論の理解を深めていくことから始めます。その後いろいろな場面における渋滞現象を題材にとり、そこで確率過程がどのように要請され、それに基づく解析がいかに実行されるかを説明します。アリの並進運動モデルとバスの運行システムモデルは、異なる自然現象・社会現象を記述したもののですが、渋滞現象という見地に立ち、フェロモンの存在のある/なしを待っている乗客のいない/いると読み替えることで、数学的に完全に等価なモデルとなっていることが分かります。このように一見異なる現象が、数理モデルを通して統一的に理解できるような場合があります。もしかしたら、バスの団子運転解消のアイデアがアリの行列行進ダイナミクスのアイデアから生まれる(?) かもしれません。

講義後半では視点を変えて、いくつかの物理現象を題材に、決定論的な数理モデルについて学びます。物理現象においても、たとえばバネの振動（力学）と発振回路（電磁気学）のように、分野の異なる現象が数学的には等価値となっている場合があります。とくに現象が線形な微分方程式で記述されるような場合は、現象のみならず解法まで共通していることが多いのですが、このことは、線形であるかぎり結局は同類の問題であってあまり多様性が生じない、ということを示唆しています。実世界のバラエティに富んだ現象は非線形性によってもたらされるもののなのです。講義後半の目標はその非線形物理学を、カオス・ソリトン・パターンという3つのキーワードを通して概観することです。

- - - 到達目標 - - -

確率過程が数理モデルの道具として有効であることを理解し、その解析手法を習得すること。線形性と非線形性のちがいを理解し、興味深い具体例のいくつかに馴染むこと。

- - - 授業時間外の学習(予習・復習) - - -

テキストを指定していないので復習が中心になります。毎回それぞれのトピックに関して、シミュレーションを通して理解を重ねていきます。実際のプログラミングについては、データ処理実習（たぶん確率過程のシミュレーションをするはずです）と数式処理実習（たぶん決定論的なシミュレーションをするはずです）で学んだ内容を思い出してください。

- - - 成績評価基準および方法 - - -

定期試験の成績で評価します。

指定しません。

- - - 参考書 - - -

森口繁一「応用数学夜話」ちくま学芸文庫 ISBN 978-4-480-09406-3
十河清「非線形物理学」裳華房 ISBN 978-4-7853-2234-2
Tomoeda, et al., An information-based traffic control in a public conveyance system: reduced clustering and enhanced efficiency, Physica A, 384 (2007) pp. 600--612.

- - - 授業計画 - - -

- 1 確率過程 (1)
- 2 確率過程 (2)
- 3 待ち行列
- 4 セルオートマトン
- 5 アリの行列とバスの団子運転 (1)
- 6 アリの行列とバスの団子運転 (2)
- 7 線形と非線形
- 8 カオス (1)
- 9 カオス (2)
- 1 0 ソリトン (1)
- 1 1 ソリトン (2)
- 1 2 ソリトン (3)
- 1 3 パターン形成 (1)
- 1 4 パターン形成 (2)
- 1 5 まとめ