

自然現象を理解するためにはよく微分方程式によるモデル化と解析が行われます。一方で、人間の行為や生物の成長などのミクロ過程に還元しにくい社会現象は、差分方程式（漸化式）によって記述されます。このように、微分方程式と差分方程式はそれぞれ利用される場面が異なりますが、差分方程式が極限で微分方程式になることを踏まえると、微分方程式よりも差分方程式のほうがより広い範囲の現象を捉えることができます、とも言えそうです。しかも差分方程式はコンピュータによって簡単に数値解が求められるという利点があります。この授業では、差分と差分方程式について基礎的なことを学んだのち、それらが実際の現象に応用される様子を見ます。授業内容は次の通りです。

まず差分の基礎事項から始めます。差分は極限で微分になるものです。したがって差分は極限操作で失われてしまう情報をすべて保持しており、このことは差分の世界が豊かであることを示唆しています。ただし豊かであることは同時に複雑であるとも意味しています。この授業では、複雑さの沼に飲み込まれないよう注意しながら、実験的にいくつかの関数を差分化することから始めます。とくに三角関数の差分化について議論することが目標です。次に差分方程式の解法について学びます。二階線形差分方程式の解法を習得することが目標です。以上が授業前半の内容です。

授業後半の話題は、微分方程式の差分化です。物理学などに登場するいくつかの典型的な例について、その微分方程式をどのような差分化するか考えてみましょう。たとえば単振動やオイラーのコマ、ロトカ・ヴォルテラ方程式などを取り上げて議論します。余裕があればコンピュータを用いた数値実験なども実習してみましょう。最後にこれまでに学んだことを総合して、曲線の運動を差分化することに取り組みます。差分の世界は豊かなので、答えはひとつとは限りません。いい答えが複数見つかることもあります。正しい答えがたくさんありうる、という数学をいままで経験したことがありますか？ もしなければどうぞこの授業を受けてみてください。

- - - 到達目標 - - -

連続（微分方程式）と離散（差分方程式）のそれぞれの特徴を理解し、両者の違いを意識して離散モデルの基礎事項を習得すること。

- - - 授業時間外の学習(予習・復習) - - -

テキストを指定していないので復習が中心になります。この授業で学ぶのは離散的な数学ですが、理論の背後には連続的な数学があります。とくに同時に開講されている「物理学入門Ⅰ」と「物理学入門Ⅱ」で学ぶような関数とその微分、および微分方程式が大切ですので、これら二科目をよく勉強することがこの授業の予習にもなります。

- - - 成績評価基準および方法 - - -

定期試験（7割）と授業中に行う小テスト（3割）で評価します。

指定しません。

- - - 授業計画 - - -

- 1 差分いろいろ
- 2 差分商
- 3 データ補間
- 4 線形常差分方程式の解法
- 5 冪乗関数と指数関数の差分化
- 6 三角関数の差分化
- 7 微分方程式の差分化 (1)
- 8 微分方程式の差分化 (2)
- 9 微分方程式の差分化 (3)
- 1 0 数値実験
- 1 1 曲線の差分化
- 1 2 曲線の運動の差分化 (1)
- 1 3 曲線の運動の差分化 (2)
- 1 4 曲線の運動の差分化 (3)
- 1 5 まとめ