

試験問題および解答紙

福岡大学

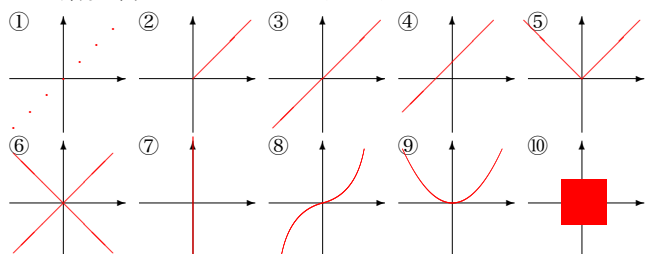
科目名. 社会数理のための数学実習 II

クラス (SM)

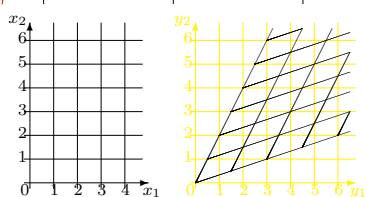
担当者. 松浦 望

[1] 次の各問いに答えよ. 解答欄は下にある.

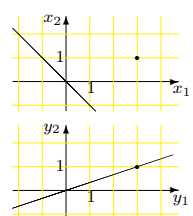
(1) 以下の図のそれぞれについて, 赤色で示された図形を S とする. S が \mathbb{R}^2 の部分空間となっているものをすべて選べ.



(2) 右の図は線形写像 $y = Ax$ の移り方を示したものである. すなわち左側の黒い格子が, この線形写像によって, 右側の黒い格子に移っている. 行列 A を求めよ.



(3) 右の図は線形写像 $y = Ax$ の移り方を示したものである. ただし上図の直線が核を表し, 下図の直線が像を表している. また上図の黒点は下図の黒点に移る. 行列 A を求めよ.



ヒント: まず, 点 ${}^t(1,0)$ の移り先と点 ${}^t(0,1)$ の移り先がともに直線 $y_1 - 3y_2 = 0$ 上にあることから, A の形がだいたい決まってしまう.

(4) n 次元のベクトル x を m 次元のベクトル y に移す線形写像がある. この線形写像の核が \mathbb{R}^n の k 次元部分空間のとき, 像は \mathbb{R}^m の何次元の部分空間か.

1	2	3	4
---	---	---	---

[2] 方程式 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ について次の問いに答えよ.

(1) この方程式が解を持つためには, 定数 a, b はどのような条件を満たさなければならないか. 絵と文章によって丁寧に説明せよ (ヒント: 像).

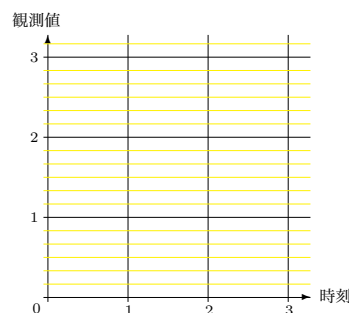
(2) 定数 a, b が問 (1) で求めた条件を満たすとき, 解 x を求めよ. 絵と文章によって丁寧に説明すること (ヒント: 核).

[3] ある観測によって次の表に示すデータを得た. 時刻のベクトルを x , 観測値のベクトルを d , 平均化された状態を表すベクトルを 1 とする:

時刻	観測値
1	2
2	2
3	3

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad 1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(1) このデータを平面上にプロットせよ.



(2) 1 と x が張る \mathbb{R}^3 の 2 次元部分空間を S とする. 原点, $1, x, d, S$ を絵に描け (点 d は部分空間 S からみ出ていることに注意).

(3) 点 d にいちばん近い S の点を y とする. y の位置を図示せよ (問 (2) の図に描き加えよ).

(4) 点 y は S に属するから, 実数 a, b を用いて $y = ax + b1$ と表せる. 点 ax と点 $b1$ の位置を図示せよ (問 (2) の図に描き加えよ).

(5) 実数 a, b の値を求めよ. 数式だけでなく文章も書いて解答の流れを説明すること.

(6) y は d を近似しているベクトルである. すなわち y の各成分は, 観測値の近似値を与えている. 近似直線を描け (問 (1) の図に描き加えよ).

科目	クラス	担当者	平成 24 年 11 月 21 日 3 時限	氏 名	評 点
社会数理のための数学実習 II	SM	松浦 望	学部・学科 学籍番号		