

この授業では界面現象の数理モデルについて学びます。界面とは境界面のことでたとえば、光と影、水と油、白と黒、陸と海、など質の異なる二つのものの間にできる境界のことを指します。そしてその境界の形状が時間の経過とともに徐々に変形していくような現象のことを一般に界面現象と呼びます。具体例を挙げましょう。水道の蛇口から垂れ落ちる水滴の形を考えます。水滴が回転対称性を有していると思えば、水滴の変形運動は平面曲線の変形問題として定式化することができ、力の釣り合いから、曲線の形状が決定されます。この授業では、このように界面が平面曲線とみなせるような現象について、それを数理的に解析することを目標に、以下の内容を学びます。

まず平面曲線とその曲率について基礎知識を学びます。一変数関数の微分や積分、および行列の基本事項がわかっていれば直ぐに理解できる内容です。次に、界面現象を数学的に記述するための準備として、曲線の時間発展を考察します。このとき二変数関数の知識が必要となりますが、これは同時に開講される「微分積分II」や「社会数理のための数学実習III」で習います。ここまでが序盤の内容です。中盤ではいろいろな例を挙げながら勾配流の概念を中心に学びます。終盤がいわばこの授業のメインであり、界面現象を数値計算するための考え方を学びます。とくに数値計算のための離散モデルの立てかたを詳しく議論しましょう。すなわち曲線をどのように折れ線で近似するか、また曲率や接ベクトルなどの基本的な対象はどのように離散化したらよいか、について論じます。離散の世界では正解がただひとつ、ということはありません。コンピュータで数値シミュレーションを行いながら、納得のいく離散モデルを構築していきます。そのような試行錯誤を繰り返すなかで離散の世界の面白さかわかれは 儲け物なのですか、さて、とうなることやら。

- - - 到達目標 - - -

界面現象の数理モデルとして微分方程式が有効であることを理解すること。また、連続（微分方程式）と離散（差分方程式）のそれぞれの特徴を理解し、両者の違いを意識して離散モデルの基礎事項を習得すること。

- - - 授業時間外の学習(予習・復習) - - -

予習はいりません。ただし授業中にたくさん計算をします。早いです。とくに行列の掛け算と合成関数の微分について（どちらも一年生のとき習いました）早く正確な計算ができるよう練習しておいてください。また毎回の授業後にはノートを見返して、わからないところをなくす習慣をつけましょう。

- - - 成績評価基準および方法 - - -

定期試験の成績のみで評価します。

指定しません。

- - - 参考書 - - -

矢崎成俊「界面現象と曲線の微積分」共立出版 ISBN 978-4-320-11005-2

- - - 履修上の留意点 - - -

この授業で学ぶ界面現象は、同時に開講される「微分積分II及び演習」や「微分方程式」、また後期に開講される「応用微分積分入門」とも密接に関係した内容です。さらに界面現象の数値シミュレーションを行うときには、前期開講の「数式処理実習」で習得できる技術も使います。これら関連科目を履修しておくことを勧めます。

- - - 授業計画 - - -

- 1 界面現象いろいろ
- 2 平面曲線 (1)
- 3 平面曲線 (2)
- 4 平面曲線の時間発展 (1)
- 5 平面曲線の時間発展 (2)
- 6 曲率流
- 7 勾配流
- 8 平面折線 (1)
- 9 平面折線 (2)
- 10 平面折線の時間発展 (1)
- 11 平面折線の時間発展 (2)
- 12 数値実験 (1)
- 13 数値実験 (2)
- 14 数値実験 (3)
- 15 まとめ