試験問題および解答紙

福岡大学

科目名. 微分積分 III クラス（ SM ） 担当者. 松浦 望

以下のすべての問いに解答せよ。ただし解答には文章による説明を適宜加えること。数式を羅列しただけの答案は採点の対象としない。

$\boxed{1}$ (1) 連立不等式 $0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 1$ によって表される (x, y) 平面内の領域を D とするとき、重積分

$$\iint_D \left(\frac{x}{2} + y + 1\right) dx\,dy$$

はどのような立体の体積を表すか。その立体を図示せよ。 (20 点)

(2) この重積分の値を求めよ。 (15 点)

$\boxed{2}$ 不等式 $x^2 + y^2 \leq 1$ によって表される (x, y) 平面内の領域を D とするとき、重積分

$$\iint_D \frac{1}{1 + x^2 + y^2}\, dx\,dy$$

の値を求めよ。 (25 点)

科目名	クラス	担当者	平成 27 年 1 月 22 日 2 時限	氏名	評点
微分積分 III	SM	松浦 望	学部・学科 学籍番号		

試験問題および解答紙

福岡大学

科目名. 微分積分 III　クラス（ SM ）　担当者. 松浦 望

$\boxed{3}$ 次の問題のどちらか一方に解答せよ。選択したほうに丸印を付すこと。 （20 点）

問題 A： 球面 $x^2+y^2+z^2=1$ と柱 $(x-1/2)^2+y^2 \leq 1/4$ の共通部分の面積を求めよ。

問題 B： (x,y) 平面内の曲線 $\left(x^2+y^2\right)^3=4x^2y^2$ を γ とする。曲線 γ によって囲まれる領域の面積を求めよ。ヒント：曲線 γ を極座標で表示せよ。

$\boxed{4}$ (1) 平面 $\mathbb{R}^2$ 上のふたつのベクトル場 $F(x,y)=(x,y)$ および $G(x,y)=(x-y,x+y)$ について、もしポテンシャルを持つならばそれを求め、持たないならばその理由を述べよ。 （10 点）

(2) (x,y) 平面内の単純閉曲線を γ とし、γ によって囲まれる領域を D とする。このとき、領域 D 上のベクトル場 F に対して

$$\int_\gamma F = \iint_D \operatorname{rot} F\, dx\, dy$$

が成りたつ。ただし左辺の線積分は、積分路 γ を左回りにまわるものとする。これをグリーンの定理という。領域 D の面積が線積分

$$\frac{1}{2}\int_\gamma (-y\, dx + x\, dy)$$

で計算できることを、グリーンの定理を利用して示せ。 （10 点）

ヒント：領域 D の面積は $\iint_D dx\, dy$ で与えられる。

科目名	クラス	担当者	平成 27 年 1 月 22 日 2 時限	氏名	評点
微分積分 III	SM	松浦 望	学部・学科 学籍番号		