

Тема: «Численное интегрирование. Методы прямоугольников, трапеций, Симпсона».

Упражнения.

1. Интеграл, определяющий функцию ошибок $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$, очень просто находится с помощью численных квадратур. Напишите программу, которая печатает таблицу значений функции $erf(x)$ для $x = 0.0, 0.1, 0.2, \dots, 1.9, 2.0$. Сравните ваши значения с известными значениями данной функции.

2. Используя равенство $\pi = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$, найдите с помощью численного интегрирования приближение к числу π .

А) Используйте формулу трапеций и формулу прямоугольников с элементарными отрезками одинаковой длины $h = \frac{1}{n}$, где $n = 8, 32, 128$.

Отметьте, что ошибка примерно приблизительно пропорциональна к h^2 .

Б) Примените сплайн-квадратуры к тем же значениям h . Будет ли ошибка пропорциональна к какой-нибудь степени h ?

3. Опишите эффективный и точный метод вычисления $\int_0^4 f(x) dx$, где

$$f(x) = \begin{cases} e^{x^2}, & 0 \leq x \leq 2, \\ \frac{1}{4 - \sin 16\pi x}, & 2 < x \leq 4. \end{cases}$$