Dispense essenziali di Fisica 1

Matteo Bitussi
Laurea in Informatica, Unitn

Anno accademico
2019-2020 +
2020-2021 +
2021-2022

Contents

Introduzione

Questa dispensa è pensata per raccogliere le informazioni essenziali necessarie per lo svolgimento degli esercizi durante l'anno e/o per l'esame finale. Per questo motivo non saranno approfondite e non potranno sostituire quelle fornite dal professore.

General

0.0.1 Prodotto tra vettori

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}|sin\theta_{ab}$$

Il vettore risultante ha direzione e verso dati dalla regola della mano destra, col pollice sul primo vettore a e indice sul secondo vettore b.

0.0.2 Proiezione di vettori

Supponiamo di avere un piano inclinato di α gradi, e un oggetto soggetto alla Forza Peso sul piano, essa seguirà la direzione dell'accelerazione di gravità, quindi, per scomporre la forza sul piano e sull'ortogonale del piano usiamo il fatto che gli angoli interni al rettangolo che si viene a creare dal vettore della forza sulle proiezioni di questo vettore sul piano e sull'ortogonale saranno α.

Chapter 1

Cinematica del punto

Parte della fisica che ha a che fare con la descrizione matematica del movimento dei corpi.

1.1 Concetto di movimento e moto

Possiamo descriverlo come la successione di posizioni nel tempo di un punto materiale. La linea rappresentata da questi punti viene chiamata **traiettoria**. Noi vogliamo descrivere matematicamente questo fenomeno. Per definire la posizione dobbiamo introdurre un sistema di riferimento. Chiamiamo **spostamento** in 1-Dimensione la distanza

$$\Delta_x = x_a - x_b$$

tra due coordinate spaziali.
Ad ogni evento fisico, ad esempio la posizione di un punto materiale, possiamo assegnare un tempo. Il "collegamento" tra la matematica dello spazio e la matematica del tempo è connessa dalla fisica.
La rappresentazione del **moto** si effettua mettendo in relazione lo spazio con il tempo.
La **cinematica** avviene quando da x passo a $x(t)$ ossia x in funzione del tempo. Anche:

$$(t, x) \to (t, x(t))$$

ossia la coppia tempo,spazio viene mappata a tempo e spazio in funzione del tempo. Quindi non abbiamo più un campionamento di posizioni, ma abbiamo una funzione del tempo che descrive le posizioni

1.2 Unità di misura e grandezze fisiche

La **misura** è il **rapporto** tra la grandezza che sto considerando e una grandezza di riferimento che chiamo **unità di misura** Il concetto di definizione di unità di misura differisce da quello dell'analisi dimensionale, in quanto le u.d.m. che posso scegliere sono molteplici, a differenza dell'univoca grandezza fisica. Per esempio possiamo dire che:

$$[\Delta x] = [x] = [L]$$

e possiamo dire che

$$u.d.m(\Delta x) = u.d.m.(x) = 1m(cm, mm, km, ..)$$

1.3 Moto rettilineo

1.3.1 Velocità media

La velocità media v_m del punto è il rapporto tra spostamento e tempo:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Essa coincide con la definizione matematica di valor medio di una funzione in un dato intervallo

$$v_m = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

Notiamo che

$$[\Delta x] = [x] = [L]$$

cioè la lunghezza L. e

$$[\Delta t] = [t] = [T]$$

segue quindi

$$[v] = ... = [\frac{L}{T}]$$

Dove le parentesi quadre sono la misura delle dimensioni che in output fornisce la grandezza fisica fondamentale a cui può essere ricondotta la grandezza fisica che abbiamo dato in input.

1.3.2 Velocità istantanea

La velocità istantanea rappresenta la rapidità di variazione temporale della posizione nell'istante t considerato. è data dalla derivata dello spazio rispetto al tempo. Semplicemente vogliamo considerare un piccolo intervallo di misurazione per avere la velocità istantanea. è importante che la funzione della velocità sia derivabile e continua

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

1.3.3 Leggi orarie

è la relazione generale che permette il calcolo dello spazio percorso nel moto rettilineo, qualunque sia il tipo di moto

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)dt$$

x_0 rappresenta la posizione iniziale del punto, occupata nell'istante t_0
Data l'accelerazione $a(t)$ si può ottenere la velocità $v(t)$ cioè vale la relazione

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)dt$$

1.3.4 Moto Rettilineo Uniforme

Il MRU è rettilineo, avviene lungo una retta. Nel MRU la velocità $v = \frac{dx}{dt}$ è costante

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

1.3.5 Accellerazione media

Se tra gli istanti di tempo t_1 e t_2 la velocità varia da v_1 a v_2, si definisce **accellerazione media** del punto, il rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo. Quindi l'accellerazione è la variazione di velocità nelt tempo

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

L'analisi dimensionale dell'accellerazione è

$$[a] = [\frac{\Delta v}{\Delta t}] = [\frac{v}{t}] = [\frac{\frac{L}{T}}{T}] = [\frac{L}{T^2}]$$

e

$$u.d.m.(a) = 1m/s^2$$

cioè un metro su secondo quadro

1.3.6 Accellerazione istantanea

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

1.3.7 Moto rettilineo uniformemente accellerato

Se l'accellerazione di un moto è costante, questo si dice uniformemente accellerato, e la dipenmdenza della velocità dal tempo è lineare.

$$a = const$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

t_0 sarebbe l'istante temporale iniziale del moto. Invece x_0 sarebbe l'origine dell'asse di riferimento (tipo un offset)

1.4 Moto armonico semplice

Il moto armonico si definisce come un oscillazione sinusoidale. Possiamo immaginare il modo di una molla lasciata "rimbalzare" senza ostacoli e attriti. Un punto segue un moto armonico semplice quando la legge oraria è definita dalla relazione

$$x(t) = x_0 + Asin(\omega t + \phi)$$

Dove A, ω, ϕ sono grandezze costanti: A è detta **ampiezza del moto** cioè la ampiezza di massima oscillazione, cioè la distanza tra il punto di partenza e il punto di massima oscillazione, $\omega t + \phi$ **fase del moto**, ϕ **fase iniziale**, ω **pulsazione**. x_0 è il punto di inizio. Il moto descritto è un moto periodico.

Il MAS è quindi un moto vario, dove tutte le grandezze cinematiche che lo descrivono $(x(t), v(t), a(t))$ variano nel tempo. Il periodo T è

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Si definisce **frequenza** ν del moto, il numero di oscillazioni in un secondo. La frequenza è l'inverso del periodo

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Velocità nel MAS

La velocità del punto che si muove con moto armonico si ottiene derivando $x(t)$:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega Acos(\omega t + \phi)$$

Accellerazione nel MAS

Con un ulteriore derivazione si ottiene l'accelerazione del punto:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 Asin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t).$$

Eq. Differenziale del moto armonico

La condizione necessaria e sufficiente perchè un moto sia armonico è data dall'equazione

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$$

1.5 Moti piani

Un vettore è una "freccia" che parte dal punto di applicazione. Il verso del vettore è dato dalla punta della freccia e la direzione dal gambo. Esistiono **grandezze fisiche scalari** o **grandezze fisiche vettoriali**. Le grandezze fisiche vettoriali sono ad esempio la posizione,

$$(\vec{x})$$

Cioè il vettore che indica la posizione di un punto nel piano. Per definire lo **spostamento** non abbiamo più la differenza tra due punti, ma la differenza tra due vettori.

$$\Delta x \to \Delta \vec{x}$$

Da notare che il tempo non è una grandezza vettorizzabile, in quanto è rappresentato da un asse unidimensionale.
La velocità sarà definita come:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

. Stessa cosa per l'Accelerazione

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Nella definizione di problemi in spazi multidimensionali, la differenza di un vettore può essere non solo nell suo modulo (intensità) ma anche nella sua direzione. Ad esempio l'accelerazione puo derivare da uno spostamento del vettore velocità. Le operazioni tra vettori sono la somma (metodo del parallelogramma o del punto-coda), il prodotto per uno scalare (vettore per numero il risultato è un vettore), la differenza tra vettori

1.6 Moto Rettilineo Smorzato Esponenzialmente

Velocità del punto

$$v(t) = v_0 e^{-kt}$$

Legge oraria

$$x(t) = \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$$

1.7 Moto Circolare

1.7.1 Moto Circolare Uniforme

Si dice circolare uniforme perchè la traiettoria è circolare, e uniforme perchè il modulo della velocità $|d\vec{v}|$ è costante. La **velocità angolare istantanea**, che è il rapporto tra la differenza dell'angolo e la differenza di tempo (ossia quanto cambia l'angolo rispetto al tempo), è

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

Nel MCU essa è costante. Le leggi orarie per il MCU sono:

$$x(t) = x_0 + vt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

Il MCU è un moto accellerato con accelerazione costane, **ortogonale alla traiettoria**, l'accelerazione si chiama centripeta

$$a = a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Si tratta in oltre di un **moto periodico** ossia il tempo che ci mette il corpo a fare un giro, con periodo

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

La velocità tangenziale ha Modulo

$$v(t) = R \cdot \omega$$

Essendo un moto periodico possiamo definire la frequenza, che è il numero di giri che si fanno in un secondo, sulla base del periodo:

$$f = \frac{1}{T}$$

Da notare che è possibile stimare l'accelerazione di un corpo nella sua traiettoria interpretandola in un piccolo intorno come un moto circolare uniforme.

Grandezze angolari

Il movimento lungo la circonferenza si può descrivere sia dalla traiettoria lungo la circonferenza, sia dall'angolo individuato dalle varie posizioni. Quindi invece di parlare di spostamento lungo la circonferenza possiamo parlare di spostamento angolare

$$s \to \alpha$$

$$\Delta s \to \Delta\alpha$$

$$\frac{ds}{dt} = v \to \omega = \frac{d\alpha}{dt}$$

$$[w] = [\frac{d\alpha}{dt}] = [\frac{1}{T}]$$

$$u.d.m.(\omega) = \frac{1rad}{1sec}$$

Il legame tra le grandezze angolari e quelle "normail" è

$$\frac{C}{C_g} = R$$

Ossia, il rapporto tra la circonferenza e l'anglo giro è uguale al raggio

1.7.2 Moto Circolare non Uniforme

La velocità angolare istantanea è

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{a_T}{R}$$

dove a_T è l'accelerazione tangenziale
Le leggi orarie diventano:

$$w(t) = w_0 + \int_{t_0}^{t} \alpha(t)dt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_{t_0}^{t} \omega(t)dt$$

1.7.3 Forza (accelerazione) centripeta

Una forza è centripeta, se è ortogonale alla traiettoria descritta dal corpo su cui è applicata, ovvero se è ortogonale (normale) al vettore velocità. In altre parole, nel moto circolare uniforme la forza(accelerazione) centripeta è quella che fa mantenere il corpo a una certa distanza

$$\overrightarrow{a_n} = -\omega^2 R \cdot \hat{n} = -\frac{v_T^2}{R} \cdot \hat{n}$$

di conseguenza, la Forza

$$\overrightarrow{F_c} = ma_C = -m\frac{v_T^2}{R} \cdot \hat{n}$$

1.7.4 Forza Centrifuga

$$F_{centrif} = -F_{centripeta}$$

1.8 Moto parabolico

L'esempio più semplice è quello del lancio di un oggetto tenendo conto dell'accelerazione di gravità. Abbiamo una velocità iniziale $\overrightarrow{v_0}$, l'angolo di alzo α che è individuato dalla linea dell'orizzonte fino al vettore velocità $\overrightarrow{v_0}$, la gittata è il punto in cui il corpo lanciato ritorna a toccare il suolo (orizzonte).
Si scompone il moto in base agli assi x e y. Abbiamo che sull'asse delle x non agisce accelerazione quindi è un moto rettilineo uniforme (l'ungo quell'asse), l'unica accelerazione che abbiamo è quella nell'asse y. Per l'asse y abbiamo che il moto è uniformemente accellerato (o decelerato) perchè l'unica accelerazione che agisce sul corpo è quella di gravità. Bisogna quindi scomporre la velocità iniziale nelle sue componenti x e y: Ossia

$$v_{0x} = v_0 cos\alpha$$

$$v_{0y} = v_0 sin\alpha$$

Chapter 2

Sistemi di riferimento

2.0.1 Sistema di riferimento Inerziale

è un sistema di riferimento dove vale la prima legge della dinamica, cioè dove un corpo permane nel suo stato di moto (quiete) a meno dell'interazione con forze esterne.
Un esempio è quello delle stelle fisse, ad esempio l'origine nel sole e gli assi verso altre galassie ferme.

2.0.2 Sistema di riferimento non Inerziale

La prima legge di Newton assume la forma

$$\vec{F} = m(\vec{a'} + \vec{a_t} + \vec{a_c})$$

è presente una accellerazione di un corpo anche senza forze esercitate su di esso

2.0.3 Principio di relatività galileiana

Dice che è sempre possibile ottenere uno stato di quiete di un moto cambiano il sistema di riferimento che utilizzo purchè il cambiamento di moto sia esprimibile come velocità.

$$\vec{v_0^i} = \vec{v} \Rightarrow \vec{v'} = \vec{0}$$

2.0.4 Forze vere e forze apparenti

Se ci sono forze apparenti, allora il sistema di riferimento non è Inerziale.
Le **forze vere** sono riconducibili alle interazioni fondamentali.
Le **forze apparenti** sono una conseguenza del sistema di riferimento (relativo) scelto

2.0.5 Regola della vite

Il vettore $\vec{\omega}$ è un vettore che rappresenta la rotazione. La direzione identificata da $\vec{\omega}$ è l'asse di rotazione, il suo modulo sarà ω, il verso è quello di avanzamento della vite.
Usando la **formula di Poisson** possiamo concludere

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A}$$

2.0.6 Teorema delle velocità relative

Avendo due sistemi di rferimento differenti per descrivere il moto di un corpo, supponendo che uno dei due sistemi si muova anch'esso, possiamo ricavare la velocità del moto in base alla rappresentazione col primo sistema e la velocità di trascinamento$\vec{v_{o'}} + \vec{\omega} \times \vec{r'}$ che deriva dal fatto che la misura sul secondo sistema è influenzata dal fatto che esso si muove. La velocità di trascinamento si può anche definire come la velocità relativa tra i due sistemi di riferimento, non centra la velocità del moto.

$$\vec{v} = \vec{v'} + \vec{v_{o'}} + \vec{\omega} \times \vec{r'} = \vec{v'} + \vec{v_t}$$

2.0.7 Teorema delle accelerazioni relative

$$\vec{a} = \vec{a'} + \vec{a_t} + \vec{a_c}$$

dove $\vec{a_t}$ è l'accelerazione di trascinamento tra i due sistemi di riferimento, $\vec{a_c}$ è l'accelerazione di coriolì.

Chapter 3

Dinamica del punto

3.1 Const

- Accelerazione gravitazionale $g = 9,80665\frac{m}{s^2}$

3.2 Forze fondamentali

- Forza gravitazionale, descrive l'interazione tra le masse. Se un oggetto ha massa, subirà questa forza.
- Forza elettromagnetica, deriva dall'unificazione da due forze (elettrica e magnetica).
- Forza forte (o nucleare), responsabile della stabilità dei nuclei. L'interazione tra protoni e neutroni.
- Forza debole, responsabile delle interazioni per cui i nuclei cambiano di natura, responsabile del decadimento dei nuclei.

3.3 Punto materiale

è un'approssimazione di un corpo in un punto. Quindi è un punto in cui si trova tutta la massa del corpo che sto considerando.
Un **sistema di punti materiali** è un sistema che contiene vari punti materiali. Mi pongo il problema di differenziare le
forze esterne dalle **forze interne** al sistema. Concentrandomi sul punto materiale i-esimo, posso scomporre la sua risultante delle forze in

$$\overrightarrow{R_i} = \overrightarrow{R_i^E} + \overrightarrow{R_i^I} = m_i\overrightarrow{a_i}$$

Risultante delle forze esterne + risultante di quelle interne.
Definiamo la risultante delle forze esterne come

$$\overrightarrow{R} = M\frac{d^2\overrightarrow{x_{CM}}}{dt^2}$$

Dove M è la massa totale del sistema, e $\overrightarrow{x_{CM}}$ il centro di massa del sistema

3.4 Sistema isolato

In un sistema isolato, la risultante delle forze esterne è 0

$$\overrightarrow{R^E} = \overrightarrow{0}$$

Quindi

$$M\overrightarrow{a_{CM}} = 0$$

Quindi la velocità del centro di massa è costante.
In un sistema isolato la **quantità di moto** si conserva

$$\vec{P} = M\overrightarrow{a_{CM}} = const$$

Questo si chiama **Principio della conservazione della quantità di moto**, cioè in un sistema isolato la quantità di moto TOTALE si conserva nel tempo

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$$

3.5 Legge di gravitazione universale

Due punti materiali si attraggono con una forza di intensità indirettamente proporzionale al prodotto delle masse dei singoli corpi e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$F = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}\hat{r_{12}}$$

Dove G è la costante di gravitazione universale, e $\hat{r_{12}}$ è il versore che indica la congiungente dei due corpi. è importante dire che la forza in questione è sempre attrattiva, entrambi i corpi hanno questa forza che tende ad attrarli.
è possibile calcolare la massa della terra o l'accelerazione gravitazionale usando la formula sopra

$$g = \gamma\frac{M_T}{R^2}$$

3.6 Massa inerziale e gravitazionale

Massa inerziale per variazione dello stato di moto, l'accelerazione di gravità è una costante, non dipende dal moto del corpo. La massa inerziale è la capacità del corpo ad opporsi a sollecitazioni esterne. La massa gravitazionale è una costante di proporzionalità tra l'accelerazione che è comune a tutti gli oggetti. Se un corpo è soggetto ad una forza gravitazionale, allora possiede una massa gravitazionale.

$$m_i\vec{a} = m_G\vec{g}$$

Posso quindi assumere che le due accelerazioni coincidano

$$\vec{a} = \vec{g}$$

E che la massa inerziale sia uguale a quella gravitazionale

$$m_i = m_g$$

3.7 Leggi di Newton

3.7.1 Prima legge di Newton o Legge di inerzia

La prima legge di Newton (o legge di Inerzia) afferma che un corpo permane nel suo stato di quiete, o di moto rettilineo uniforme a meno che non intervenga una forza esterna a modificarne tale stato.
Un sistema di riferimento si dice **inerziale** se in esso vale la legge di inerzia. L'inerzia di un corpo è la sua capacità ad opporsi a cambiamenti se affetto da forze esterne.

3.7.2 Seconda legge di Newton

Esprime la legge fondamentale della dinamica del punto. Definisce il concetto di forza.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Dove m è una costante, chiamata **massa inerziale**.

$$[F] = [M\frac{L}{T^2}]$$

$$u.d.m.(m) = 1Kg$$

$$u.d.m.(F) = 1Kg\frac{m}{s^2} = 1N$$

Formulazione con la quantità di moto

Possiamo riformulare la seconda legge della dinamica usando la quantità di moto, cioè la forza è proporzionale alla derivata della quantità di moto nel tempo.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

3.7.3 Terza legge di Newton o Legge di Azione Reazione

Anche chiamato principio di azione e reazione delle forze

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$$

3.7.4 Quantità di moto

Si definisce quantità di moto di un punto materiale il vettore

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Che è il prodotto tra massa e velocità

3.7.5 Risultante delle forze

Potremmo avere una situazione dove più forze interagiscono sul nostro corpo, la forza risultante da tutte le forze è la somma di tutte le forze (la somma dei vettori).

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum_i \vec{F}_i$$

Equilibrio statico

Se un corpo è in **equilibrio statico** la sua risultante delle forze $\vec{R} = 0$

3.7.6 Reazioni vincolari

Sono reazioni dell'ambiente circostante.
Prendiamo il caso di una massa appoggiata su di un piano, ferma , allora esiste una forza vincolare

$$\vec{N}$$

normale alla superficie di appoggio, che bilancia la forza peso agente sulla massa.

3.7.7 Forza Peso

La forza peso è proporzionale alla massa e all'acelerazione di gravità.

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

L'**Energia Potenziale** della forza peso per un punto p

$$U(\vec{}) = mg\vec{p}$$

3.8 Quantità di moto

Si definisce quantità di moto di un punto materiale il vettore:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$[\vec{p}] = \frac{m}{s}kg$$

3.9 Risultante delle forze

La risultante delle forze è definita come la somma di tutte le forze applicate su un dato punto

$$\vec{R} = F_1 + F_2 + ... + F_n = \sum_i \vec{F_i}$$

3.10 Equilibrio statico

Se $R = 0$ (e il punto ha inizialmente velocità nulla) esso rimane in stato di quiete: sono realizzate le condizioni di **equilibrio statico** del punto.
Devono quindi essere nulle le componenti della risultante, ovvero:

$$R = 0 \Rightarrow R_x = R_y = R_z = 0$$

3.11 Reazione vincolare

Data la definizione di **equilibrio statico**, se un corpo soggetto all'azione di una forza, o della risultante non nulla di un insieme di forze, rimane fermo, dobbiamo dedurre che l'azione della forza provoca una reazione dell'ambiente circostante, detta **reazione vincolare**, che si esprime tramite una **eguale e contraria** alla forza, o alla risultante delle forze agenti.

3.12 Forza Peso

$$P = mg$$

3.13 Impulso

3.13.1 Impulso della forza

Si definisce impulso $\vec{J}$ l'integrale della forza nel tempo, cioè l'impulso è la variazione della quantità di moto nel tempo.

$$\vec{J} = \frac{|\vec{p_f} - \vec{p_i}}{\Delta t}$$

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{F} dt$$

$$[J] = Ns$$

Può anche essere scritto come differenza di quantità di moto:

$$\vec{P} = \vec{p_1} - \vec{p_0} = \int_{t_0}^t \vec{F} dt$$

3.13.2 Teorema dell'impulso

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{F} dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p_0} = \Delta \vec{p}$$

La forza F deve essere la somma delle forze che agiscono sul corpo Se la massa m è costante:

$$\vec{J} = \Delta \vec{p} = m \Delta v$$

Se la forza F è costante:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot t = \Delta p$$

3.14 Lavoro

Il lavoro è pari all'integrale da a a b delle forze totali agenti sul corpo scalare lo spostamento ds

$$W = \int_a^b \overrightarrow{F_{tot}} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Anche definito come:

$$W_{TOT} = E_{Kf} - E_{Ki}$$

cioè il lavoro dal punto i iniziale, al punto f finale è definito come la differenza dell'energia cinetica nel punto f meno quella nel punto i. Vale solo se il lavoro è **totale**, cioè se comprende tutte le forze agenti nel sistema
Il lavoro si dice **motore** se la forza per cui lo calcolo partecipa all'accelerazione nel verso della velocità
Il lavoro si dice **resistente** se la forza per cui lo calcolo partecipa alla decelerazione nel verso opposto della velocità abbiamo
Il calcolo del lavoro è basato sul prodotto scalare

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \times cos\theta_{ab}$$

$$[W] = [F \cdot L] = [M\frac{L}{T^2} \cdot L] = [M \cdot \frac{L^2}{T^2}] = [E]$$

$$udm(W) = 1Kg\frac{m^2}{s^2} = 1J$$

3.14.1 Lavoro Totale

$$W_{TOT} = \sum_K W_K = \sum_K \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

3.14.2 Energia meccanica

$$W = \Delta E_K + \Delta E_P = \Delta E_m$$

Nel caso di forze conservative, l'energia meccanica è Costante, quindi

$$E = E_K + U$$

$$E_{k_i} + U_i = E_{k_f} + U_f$$

3.15 Potenza

Mette in relazione il lavoro e il tempo durante il quale questo viene erogato

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

è il lavoro per l'unità di tempo, anche la potenza istantanea

$$u.d.m.[p] = 1\frac{J}{s} = 1W$$

Dove $1W$ significa 1 Watt
La potenza media, invece:

$$\overline{p} = \frac{W}{\Delta t} =$$

3.16 Forze conservative

Esstono delle forze, per cui il lavoro per andare dal punto iniziale a quello finale **non dipende dal percorso fatto**. Queste forze si dicono conservative
Quindi, indipendentemente dal percorso scelto potrò calcolare il lavoro Come

$$W_{i\to f} = \int_{p_i}^{p_f} \vec{F} \cdot d\vec{s} = U(p_f) - U(p_i)$$

Una forza $\vec{F}$ è conservativa se il lavoro compiuto lungo un percorso chiuso è nullo, (cioè se torno da dove sono partito), indipendentemente dal percorso scelto

$$W_{chius} = 0 \qquad \oint \vec{F} \cdot \vec{ds} = 0$$

Una forza si dice conservativa se si può scrivere come derivata di un altra funzione di energia potenziale (?)

$$F = -\frac{dU}{dx} (\vec{F} = \frac{-\vec{d}U}{dx})$$

Corollario

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F} \cdot \vec{ds}$$

non dipende dal percorso scelto

3.17 Legge della conservazione della quantità di moto

Stabilisce che la quantità di moto totale di un sistema isolato è costante nel tempo (si conserva)

$$p = m_1 v_1 + m2_v 2... + m_i v_i$$

oppure

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

oppure

$$\Delta \vec{P_{TOT}} = 0$$

Un sistema è isolato se la risultante delle forze esterne che agiscono sul sistema è 0. Con forza esterna si intende una qualsiasi forza che non è prodotta dai corpi nel sistema.

3.18 Forza elastica

é la forza esercitata da una molla che si oppone ad una forza esterna. La forza elastica è proporzionale a quanto comprimo o allungo la molla $\Delta \vec{l}$ Quindi la forza elastica è

$$\vec{F_{el}} = -K(\vec{l} - \vec{l_0}) = -K\Delta \vec{l}$$

K è la costante elastica.

$$[K] = [\frac{F}{L}], \quad u.d.m.(K) = 1\frac{N}{m}$$

Possiamo supporre un corpo attaccato ad una molla appoggiato su di un piano, ignorando gli attriti fissiamo il sistema di riferimento sulla posizione del corpo con la molla a riposo. Quindi possiamo scrivere l'equazione del moto come:

$$x(t) = Asin(\omega t + \phi)$$

Dove w^2 nel nostro caso è uguale a

$$w^2 = \frac{K}{m}$$

che derivando risulta

$$v(t) = +A\omega cos(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -A\omega^2 sin(\omega t + \phi)$$

Abbiamo anche che il **lavoro della forza elastica** sarà

$$\int_i^f \overrightarrow{F_e l} \cdot d\overrightarrow{r} = -\frac{1}{2}K(x_f^2 - x_i^2)$$

L'**Energia potenziale** della forza elastica in un certo punto P è

$$U_{el}(\overrightarrow{P}) = \frac{1}{2}Kx^2$$

3.19 Attrito

3.19.1 Forza di attrito radente

E uguale a:

$$F_a = \mu_s \cdot N$$

Dove μ_s è il **coefficiente di attrito statico**, e N è la normale del corpo sul piano. N si può anche esprimere come la componente ortogonale al piano della risultante delle forze che agiscono sul punto materiale che stiamo analizzando.
Si ha una situazione di quiete quando la forza applicata F è:

$$F \leq \mu_s N$$

e una condizione di moto quando

$$F > \mu_s N$$

Il **lavoro della forza di attrito** è sempre negativo,

$$W = \int \overrightarrow{F_a s} \cdot d\overrightarrow{r}$$

Coefficiente di attrito dinamico Una volta "battuto" l'attrito statico, il moto continua ad essere rallentato dall'attrito radente, ma con un coefficiente di attrito diverso chiamato dinamico

$$\mu_d$$

3.20 Pendolo semplice

Supponiamo un pendolo che continui in moto perpetuo perchè privo di attriti. Le forze che agiscono sulla massa m attaccata al filo sono la massa stessa del peso e la tensione del filo. Il sistema di riferimento è basato sulla tangente alla traiettoria in concomitanza del punto e perpendicolare a questa tangente. Avremmo quindi la forza peso decomposta in base agli assi. Abbiamo anche che lungo la tangente per definire la velocità con cui il corpo si muove posso usare la formula del moto circolare, avendo lunghezza (raggio) del pendolo costante

$$v = \omega R$$

$$-|F_p parall| = -mgsin\theta = ma_T = m\frac{dv}{dt} = m\frac{d(l\omega)}{dt} = ml\frac{d^2\Theta}{dt^2}$$

Semplificando le masse e spostando le cose

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g}{l}sin\Theta = 0$$

Come per la molla abbiamo che possiamo scrivere

$$\frac{g}{l} = \omega^2$$

3.21 Energia

3.21.1 Energia Cinetica

è definita come

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$dW = d[\frac{1}{2}mv^2]$$

l'energia cinetica è sempre positiva, dipende solo dalla velocità dell'oggetto (e quindi dal sistema di riferimento che stiamo usando)

$$u.d.m.[E_K] = 1J = 1N \cdot M = 1Kg\frac{m^2}{s^2}$$

Se tengo in considerazione tutte le forze che determinano il mio movimento, e ho che vale la seconda legge della dinamica, allora il lavoro della risultante di queste forze è uguale alla differenza tra lo stato finale e quello iniziale di una certa quantità, che chiamo energia cinetica.

3.21.2 Energia potenziale

l'energia potenziale di un oggetto è l'energia che esso possiede a causa della sua posizione. **Se e solo se la forza è conservativa**, si può sempre definire una funzione della posizione che si chiama energia potenziale. Possiamo, quindi, scrivere il lavoro come

$$W_{AB} = -(U_B - U_A)$$

Definizione

$$U(\overrightarrow{x_P}) = -\int_o^P \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Lavoro e energia potenziale

$$W_{a\to b} = -\Delta U$$

Energia potenziale (spiegazione2)

Nel caso il campo di forze sia conservativo, il lavoro non dipende dal percorso scelto, ma solo dagli estremi del cammino. Il differenziale dW è un diff. perfetto, quindi si ha:

$$W = \oint_a^b F \cdot dx = -[U(a) - U(b)] = -\Delta U$$

Nel caso più semplice, in cui il moto si svolge in una sola direzione:

$$F(x) = -\frac{d}{dx}U(x)$$

- E.p. Elastica $= U(x) = \frac{1}{2}K(x - x_0)^2$

3.21.3 Energia meccanica

è la somma di energia cinetica ed energia potenziale attinenti dallo stesso sistema.
Per **forze conservative** è sempre la stessa durante l'evoluzione del moto

$$E_m = E_K + E_P$$

Si definisce **Conservazione dell'energia meccanica**

$$\Delta U = \Delta E_k$$

Cioè la differenza dell'energia potenziale finale meno iniziale deve essere uguale alla differenza dell'engergia cinetica finale meno l'iniziale

Lavoro di forze non conservative Per forze non conservative

$$W_{n.c.} = \Delta E_K + \Delta E_P = \Delta E_m$$

3.22 Forza apparente

In meccanica classica, un'interazione apparente, detta anche interazione fittizia o inerziale, è una forza, o un momento, che, anche se non vi viene applicata direttamente, agisce su un corpo al pari delle forze e dei momenti reali, o effettivi

3.23 Urti

Un urto è l'interazione d inamica tra due masse, vengono in contatto tra di loro e modificano il loro stato di moto. L'urto trasferisce quantità di moto da una massa all'altra. Quello che succede nell'urto viene semplificato, supponendo che il tempo in cui accade è molto minore del tempo del moto delle masse. L'urto generico è descritto come

$$\overrightarrow{P_i} = \overrightarrow{P_f}$$

$$\overrightarrow{P_{1i}} + \overrightarrow{P_{2i}} = \overrightarrow{P_{1f}} + \overrightarrow{P_{2f}}$$

QUindi

$$m_1\overrightarrow{v_{1i}} + m_2\overrightarrow{v_{2i}} = m_1\overrightarrow{v_{1f}} + m2\overrightarrow{v_{2f}}$$

3.23.1 Urto perfettamente anelastico

Due oggetti (masse)m_1, m_2 si scontrano, e ne risulta un unica particella m_3
Dalla conservazione della quantità di moto abbiamo

$$\overrightarrow{P_i} = \overrightarrow{P_f}$$

e quindi

$$\overrightarrow{P_{1,i}} + \overrightarrow{P_{2,i}} = \overrightarrow{P_{3,f}}$$

L'energia cinetica totale non si conserva

3.23.2 Urto elastico

Nell'urto elastico vale

$$\overrightarrow{P_i} = \overrightarrow{P_f}$$

Ma vale Anche

$$E_{ki} = E_{kf}$$

ossia l'energia cinetica totale si conserva, per energia cinetica totale intendiamo la somma di tutte le energie cinetiche dei corpi nel sistema.

$$\Delta k_i = 0$$

3.24 Leggi di Keplero

3.24.1 Prima

Dice che i moti dei pianeti avvengono su orbite ellittiche, in cui il sole occupa il fuoco dell'ellisse

3.24.2 Seconda

Dice che le orbite avvengono in modo che la velocità areolare sia Costante, la velocità areolare è l'area spazzata dall'orbita nel tempo dt, individuata con un "triangolo".

$$\frac{dA}{dt} = const$$

3.24.3 Terza

Il rapporto tra il quadrato del periodo dell'orbita del pianeta e il cubo del semiasse maggiore dell'ellisse è costante.

$$\frac{T^2}{a^3} = K$$

Chapter 4

Termodinamica

Il **tempo** non riveste un ruolo importante come in meccanica. La durata delle trasformazione non è essenziale alla descrizione

4.1 Const

- $T_0 = 273,16K$ Punto triplo H_2O
- $t(°C) = T(K) - 273,16$
- $t(°F) = \frac{9}{5}t(°C) + 32$
- $R = 8,314\frac{J}{K \cdot mol}$
- $1m^3 = 1000l$
- $1atm = 101325Pa = 1,013 \cdot 10^{-5}$
- Gas monoatomico: $\frac{3}{2}R$
- Gas biatomico: $\frac{5}{2}R$
- Gas poliatomico $3R$

  Tipi di grandezze:

  - Grandezze **estensive**, sono grandezze che dipendono dall'estensione del sistema termodinamico (per esempio volume o massa)
  - Grandezze **intensive** non dipendono dall'estnesione del sistema termodinamico (ad esempio pressione, temperatura e densità)

4.2 Tipi di scambi

Ci possono essere diversi tipi di scambi tra un sistema termodinamico e l'ambiente. Lo scambio può essere definito come

- Aperto, se c'è sia scambio di materia che di energia (per esempio una pentola d'acqua che bolle senza coperchio)
- Chiuso, se non c'è scambio di materia ma c'è di energia (per esempio pentola d'acqua che bolle con coperchio)
- Isolato, se non scambia ne materia ne energia (per esempio contenitore esolato che contiene acqua)
- Impossibile scambiare materia senza energia.

4.3 Principio zero della termodinamica: Equilibrio Termodinamico

Quando sussiste un equilibrio **meccanico**, un equilibrio **chimico** (no reazione chimica) e un equilibrio **termico** (no differenza di temperatura) all'interno di un sistema termodinamico.
Da notare che questo deve valere per ogni "parte" del mio sistema che prendo in considerazione.

4.3.1 Principio zero della termodinamica

se ho un sistema T_A che è in equilibrio termico col sistema T_B..

$$T_A = T_B$$

e

$$T_B = T_C$$

allora

$$T_A = T_C$$

4.4 temperatura

Definita dalla media dell'energia cinetica dei componenti interni. è una misura dell'energia delle molecole. La temperatura definisce varie esperienze nel mondo: espansione/contrazione liquidi e gas, variazione resistenza elettrica, ...
è definita su una scala assoluta avente come zero il punto triplo dell'acqua

$$T_0 = 273,16K = 0 \circ C$$

La temperatura in Kelvin si basa su una scala assoluta, non è negativa. Lo

$$0$$

equivale ad avere le molecole ferme. Quindi si può dire che la temperatura in gradi centigradi

$$t(\circ C) = T(K) - 273,16$$

E in gradi farenhait

$$t(\circ F) = \frac{9}{5}t(\circ C) + 32$$

La temperatura è misurata col **termometro**, il quale trasforma i cambiamenti di temperatura in cambiamenti di spazio

$$\Delta T \rightarrow \Delta x$$

4.5 Contatto termico

Avendo dei corpi a contatto tra di loro, se essi hanno temperatura inziale diversa tra di loro, per un tempo Δt atteso troveremo i corpi con temperatura uguale, indipendentemente dal tipo di contatto.
Tipi di Contatto

- Parete diatermica: Ottimo contatto tra i corpi, il calore si scambia facilmente
- Pareti adiabatiche (isolate): non c'è scambio di calore (in un tempo limite)

4.6 Legge di Joule

Qualunque tipo di lavoro venga effettuato in un sistema, questo risulterà in un aumento di temperatura del sistema

4.7 Primo principio della Termodinamica

$$\Delta U = Q - W$$

Dove, ΔU è la variazione di energia interna al sistema, Q è il calore (> 0 assorbito/ricevuto, < 0 ceduto), e W è il lavoro, (> 0 è compiuto, < 0 è "ricevuto".
Il lavoro W e il calore Q dipendono dal percorso, ΔU no.
é anche vero che

$$\Delta U$$

dipende da

$$\Delta T$$

4.8 Trasformazioni termodinamiche

una trasformazione è il passaggio di un sistema termodinamico da uno stato ad un altro. In genere durante una trasformazione il sistema termodinamico non è in equilibrio

4.8.1 Trasformazioni quasi-statiche

Sono passaggi da uno stado d'equilibrio ad un altro stato di equilibrio tramite uno stato di equilibrio. Posso immaginare che le cose siano fatte con una calma e dolcezza tale da non perturbare l'ambiente e da rappresentare la transizione in infiniti stati di equilibrio.
Se una trasformazione è quasi-statica (e non ci sono dissipazioni) allora è una trasformazione reversibile.

4.8.2 Trasformazione reversibile

Una trasformazione è reversibile se è possibile riportare allo stato iniziale sia il sistema sia l'ambiente esterno.
Gli esempi per cui una trasformazione sia irreversibile sono: gli attriti che disperdono calore.
Una macchina con trasformazioni reversibili è sempre meglio di una macchina con trasformazioni irreversibili

4.9 Trasformazioni cicliche

4.9.1 Ciclo di Carnot

è un ciclo reversibile, la macchina è costituita da un gas **ideale**, la trasformazione può essere

- espansione isoterma reversibile
- espansione adiabatica reversibile
- compressione isoterma reversibile
- compressione adiabatica reversibile

Può essere rappresentato con solo due sorgenti. Si ha che per il rendimento in un ciclo di Carnot si ha

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Il risultato è vero anche per sistemi diversi dai gas ideali
Vale inoltre

$$T_1 < T_2 \Rightarrow \eta < 1$$

e anche Q_c calore assorbito, Q_a calore ceduto,

$$|Q_c| = Q_1 < Q_2 = Q_a$$

4.9.2 Cicli irreversibile

Ciclo è irreversibile quando almeno un tratto del ciclo è irreversibile

4.9.3 Trasformazione reversibile

Se è possibile riportare allo stato iniziale sia il sistema, che l'ambiente esterno.

- Trasformazione quasi-statica
- Non cisono dissipazioni

4.10 Calore

Il calore è qualcosa che determina un cambiamento di temperatura.

$$\Delta T = \gamma Q$$

Il calore è anche proporzionale all'energia interna del sistema

$$\Delta U = Q$$

Abbiamo anche che il calore è equivalente al lavoro che ho applicato al Sistema

$$Q = -W = \Delta U_{int}$$

4.10.1 Calore specifico

$$Q = cm(T_f - T_i)$$

Segue, c è il calore specifico del corpo, cioè una costante di proporzionalità.

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}$$

Più precisamente, calcolato lungo il percorso γ della trasformazione

$$c_\gamma = \frac{1}{m}[\frac{dQ}{dT}]_\gamma$$

$$[c] = [\frac{1}{m}\frac{E}{T}]$$

$$udm[c] = \frac{J}{kg \cdot K}$$

è una grandezza **intensiva** (dipende dalla massa)
Dove c è una costante che dipende dal materiale, m è la massa del materiale, e $T_f - T_i$ la differenza di temperatura

nota

Il calore specifico di un corpo è utile solo se $dT \neq 0$

nota 2

$$Q = \int_a^b dQ = \int_a^b mc_\gamma[T]dT$$

4.10.2 Capacità termica

Misura di quanto velocemente varia la temperatura di un corpo che riceve o cede del calore.

$$Q = C(T_f - T_i)$$

Dove $C = mc_\gamma$, è la capacità termica (se è bassa la temperatura varia in fretta) quindi

$$C_\lambda = [\frac{dQ}{dT}]_\gamma$$

è una grandezza **estensiva**.

4.10.3 Calore specifico a volume costante

- Per i gas **monoatomici** (ideali): $c_V = \frac{3}{2}R$ dove 3 sono i gradi di libertà della molecola
- (alcuni) gas **biatomici** (ideali): $c_V = \frac{5}{2}R$

4.10.4 Calore specifico a pressione costante

$$c_p = R + c_V$$

4.11 Cambi di fase

Gli stati di aggregazione della materia Sono

- **Solido**: ha volume e forma propri
- **Liquido**: ha volume proprio, ma non ha forma propria
- **Gassoso** : non ha volume proprio e neanche forma propria

I passaggi sono:

- solido $\rightarrow$ liquido = liquefazione
- liquido $\rightarrow$ solido = solidificazione
- liquido $\rightarrow$ gassoso = evaporazione
- gassoso $\rightarrow$ liquido = condensazione
- solido $\iff$ gassoso = sublimazione

Punto triplo

Chiamiamo punto triplo per una data sostanza, il punto di intersezione delle tre linee di cambio di fase, dove le tre fasi possono coesistere.

Punto critico

è un punto che demarca la fine della linea di separazione delle fasi liquide e gassose, oltre questo punto non è più possibile distinguere la fase liquida da quella gassosa.

4.11.1 Calore latente

Nel cambio di fase fusione e evaporazione

$$Q = \lambda m$$

dove λ è il calore latente, il calore necessario per fare cambiare fase al corpo. è proporzionale alla massa
Il calore fornito all'acqua per scaldarla è assorbito facendone salire la temperatura fino ai $100C$, tempo al quale l'acqua userà il calore per cambiare dalla fase liquida a gassosa invece di aumentare ancora di temperatura. Praticamente il calore serve a rompere i legami delle molecole. Questo è il calore latente Per l'acqua

$$\lambda_{fusione}^{H_2O} = 3,3 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg} \quad @273,16K$$

$$\lambda_{fusione}^{H_2O} = 22,6 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg} \quad @373,16K$$

4.12 Trasmissione del calore

I modi di trasmissione del calore sono

- conduzione
- convezione
- irraggiamento

4.12.1 Conduzione

Fenomeno per cui parti contigue di un corpo scambiano calore per contatto. Differenza di temperatura su unità di lunghezza (differenze infinitesimali di lunghezza) proporzionale alla superficie ds e al tempo dt

$$dQ = -K\frac{dT}{dZ}dsdt$$

dove K esprime la conducibilità del materiale

$$udm[K] = \frac{J}{m \cdot sK}$$

4.12.2 Convezione

Il calore si trasmette mediante lo spostamento delle parti calde del sistema (esempio: acqua)

4.12.3 Irraggiamento

Un sistema emette e assorbe onde elettromagnetiche, la legge che lega l'energia che viene emessa tramite onde elettromagnetiche e la temperatura del corpo è la legge di Stefan-Boltzmann.
La **costante solare** è una costante di quanta energia irradiata arriva dal sole, è

$$c = 1,36\frac{J}{m^2 s} = 1,36\frac{W}{m^2}$$

Legge di Stefan-Boltzmann

Dice che il potere emissivo ϵ di un corpo che si trova ad una certa temperatura T. Con potere emissivo intendiamo quanta energia passa per un dato tempo in una data superficie. e è l'emissività del corpo tra $[0, 1]$

$$\epsilon = \sigma e T^4$$
$$udm[\epsilon] = [\frac{E}{L^2 T}]$$

Dove ϵ è il potere emissivo del corpo, e l'emissività del corpo (la capacità di un corpo di emettere onde) e σ è la costante di Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\frac{J}{m^2 sK^4}$$

nota

è improprio considerare l'irraggiamento uno scambio di calore

4.12.4 Vaso DEWAR

Ottimo recipiente isolante

4.13 Equazione di stato di Gas Ideali (perfetti)

Usata per rappresentare i gas

$$pV = nRT$$

I gas ideali sono una buona approssimazione dei gas a bassa pressione. Sono gas che non sono densi, per evitare il più possibile il calcolo delle collisioni tra molecole.

4.13.1 Pressione

è la forza esercitata dal gas sul suo contenitore.

$$p = \frac{F_{perp}}{S}$$

$$[p] = [\frac{F}{L^2}]$$

La pressione è una media delle forze che sono impresse sul contenitore dalle particelle che si muovono. Dato che la massa del gas è molto minore di quella del suo contenitore, l'effetto degli urti sulle pareti non fanno muovere il contenitore.

4.13.2 Equazione di Gay-Lussac (isocora)

Se tengo a volume costante il gas, misuro la pressione a seconda della temperatura che si trova il gas, ottengo una retta.

$$p = P_0(1 + \beta t)$$

Cioè la pressione è uguale alla pressione a temperatura zero per uno più la tangente dell'angolo che la retta forma con l'origine. β dipende dal gas
Possiamo riformularla come

$$p = p_0 \beta T$$

4.13.3 Isobara

Definita da Gay-Lussac, la pressione p è costante,

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

α dipende dal gas Posso riformularla come

$$V = V_0 \alpha T$$

4.13.4 Isoterma

Definita da Boyle, la temperatura t è costante,

$$p_i V_i = p_f V_f = cost$$

Posso riformularla Come

$$pV = \gamma$$

4.13.5 Temperatura di zero

Tutti i grafici delle trasformazioni sopra convergono nello stesso punto del grafico, a $t_0 = -273,16 \circ C$. Se prendo questo punto come origine del mio sistema di riferimento delle temperatura, avrò la scala delle temperature **assolute**, dove:

$$0K = -273,16 \circ C$$

4.13.6 Lavoro nei Gas

Il lavoro di un gas è pari alla pressione del gas per la variazione infinitesima di volume del gas stesso.

$$dW = pdV$$

La pressione, però, cambierà durante la trasformazione, quindi sarà in funzione del volume.

$$W = \int_i^f p(V)dV$$

4.13.7 Energia interna nei Gas ideali

Sperimentalmente, per un gas ideale, la temperatura interna di un gas ideale dipende solo dalla temperatura.

$$U = U(T)$$

Osservato dall'esperimenti di espansione libera di Joule.

4.13.8 Equazione di stato dei gas non ideali

Van der Wals

$$f(p, V, T) = 0$$

4.14 Teoria cinetica dei gas

Assumiamo che il gas sia composto da molecole di dimensione trascurabile di massa m che si muovono di velocità casuale. Queste urtano le pareti del contenitore, e la massa M della parete è molto maggiore $M >> m$ di quella delle molecole, quindi l'angolo di incidenza è anche uguale all'angolo di uscita. Gli urti risultano quindi elastici, e quindi:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 2m\overrightarrow{v_X}$$

La forza esercitata sulla parete è uguale a

$$\vec{F_x} = \frac{m\overrightarrow{V_x}v_x}{L_x}$$

Dove L_x è la lunghezza del contenitore, cioè teniamo contor del tempo (lunghezza/velocità) in cui una particella percorre tutto il lato. Questa è la forza per una singola molecola, ma noi vogliamo la forza che tutte le molecole applicano alla superficie:

$$F_x^{TOT} = \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{v_{x,i}^2}{L_x}$$

quello che otteniamo è:

$$\frac{m}{L_x}\sum_{i=1}^{N} v_{x,i}^2 = \frac{m}{L_x} N \frac{\sum_{i=1}^{N} v_{x,i}^2}{N} = \frac{m}{L_x} N < v_x^2 >$$

cioè otterremo la velocità quadratica media, e quindi, calcolando per tutte e 3 le dimensioni del contenitore:

$$p = N\frac{m < \overrightarrow{v^2}}{3V}$$

$$pV = \frac{2}{3} N < E_K >$$

La Temperatura non è che l'energia cinetica media del mio gas ideale Concludiamo che

$$U = l\frac{K_B T}{2} N$$

Cioè l'energia interna dipende dal numero dei gradi di libertà l del gas

4.15 Trasformazioni dei gas ideali

Per gas ideali vale sempre

$$dU = nc_V dT$$

Perchè l'energia interna dipende solo dalla variazione di temperatura, QUindi

$$\Delta U = f(T_B) - f(T_A)$$

Nota bene che il calore specifico per i gas è il calore specifico molare.
Per i **gas monoatomici (ideali)**

$$c_V = \frac{3}{2}R$$

Per i **gas BIATOMICI (ideali)**

$$c_V = \frac{5}{2}R$$

Abbiamo anche la **relazione di Mayer** per i gas ideali:

$$c_p - c_v = R$$

	Isocora $\Delta V = 0$	Isobara $\Delta p = 0$	Isoterma $\Delta T = 0$	Adiabatica -
ΔU	$nc_V\Delta T$	$nc_V\Delta T$	$nc_V\Delta T = 0$	$nc_V\Delta T$
Q	$nc_V\Delta T$	$nc_p\Delta T$	$nRTln(\frac{v_f}{v_i})$	0
W	0	$nR\Delta T \quad p_B(\Delta V)$	$nRTln(\frac{v_f}{v_i})$	$-nc_V\Delta T$

4.15.1 Trasformazione Isocora

Siccome il volume V è costante, il lavoro $W = 0$, quindi

$$dU = dQ$$

$$dQ = nc_v dT = dU$$

Dove c_v è il calore specifico a volume costante

4.15.2 Trasformazione Isobara

$$dU = dQ - dW$$

$$nc_V dT = nc_p dT - nRdT \Rightarrow \quad c_p - c_V = R$$

che è la relazione di Mayer. dove c c_p è il calore specifico a pressione costante

4.15.3 Trasformazione Isoterma

$$\Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad Q - W = 0$$

Quindi

$$Q = W = nRTln(\frac{V_f}{V_i})$$

4.15.4 Trasformazione Adiabatica

$$pV^\gamma = cost$$

con λ che varia in base al tipo di gas

4.15.5 Trasformazione Generica

$$dQ = nc_V dT + dW$$

4.16 Trasformazioni cicliche

Lo stato iniziale A coincide con lo stato finale B

$$\Delta U = \int_A^B dU = \oint dU = U_B - U_A = 0$$

$$Q = \int_A^B dQ = \oint_{A\to B} dQ = Q$$

$$W = \int_A^B dW = \oint dW = W$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$$

$$Q = Q_C + Q_A, \quad Q_C < 0, \quad Q_A > 0$$

Dove Q_C è il calore ceduto, Q_A quello assorbito.
Stessa cosa per il lavoro,

$$W = W_F + W_S, \quad W_F > 0 \quad W_S < 0$$

Dove W_F è il lavoro fatto, e W_S quello subito

4.16.1 Macchine termiche

Una macchina termica è un sistema con un gas che fa trasformazioni cicliche. il lavoro W compiuto è > 0,

$$W > 0 \quad \Rightarrow \quad Q > 0$$

4.16.2 Macchien Frigorifere

$$W < 0 \quad \Rightarrow \quad Q < 0$$

4.16.3 Ciclo di Carnot

Composto da trasformazioni reversibili e coinvolge gas ideali.

- Espansione isoterma reversibile, volume aumenta, temp Costante
- Espansione adiabatica reversibile
- Compressione isoterma reversibile
- Compressione adiabatica reversibile

Il lavoro totale della macchina è la somma dei lavori di tutte le trasformazioni, Cioè

$$W = nRT_2 ln(\frac{V_B}{V_A}) + nRT_1 ln(\frac{V_D}{V_C})$$

Il calore assorbito è

$$Q_A = nRT_2 ln(\frac{V_B}{V_A})$$

Il rendimento per il ciclo di carnot è pari a

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Teorema di Carnot

non è possibile realizzare una macchina termica che abbia rendimento maggiore della macchina di Carnot.

4.16.4 Ciclo di Otto

Tipico del motore a scoppio. è caratterizzato da

- espansione isobara
- compressione adiabatica
- accensione/combustione
- (Espansione) adiabatica, compio lavoro
- decompressione (apro valvola)
- scarico, gas esce

Il rendimento è pari a

$$\eta = 1 - \frac{|T_a - T_d|}{T_c - T_b}$$

4.16.5 Ciclo di Carnot Inverso

Verso di percorrenza inverso del Ciclo di Carnot, il lavoro è negativo
Rendimento

$$\xi = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

4.17 Rendimento

SI definisce come il lavoro che la macchina compie diviso il calore che assorbe

$$\eta = \frac{W}{Q_A} \quad = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

il rendimento è sempre

$$0 \leq \eta < 1$$

4.17.1 Macchine Termiche

Rendimento sempre compreso tra

$$0 \leq \eta < 1$$

e quindi

$$0 \leq W < Q_A$$

e quindi

$$0 < |Q_C| < Q_A$$

4.17.2 Macchine Frigorifere

L'efficienza, o **Coefficiente di prestazione**

$$\xi = \frac{Q_A}{|W_S|}$$

4.18 Legge di Avogadro

Volumi uguali, di gas diversi, alla stessa pressione e temperatura, contengono lo stesso numero di molecole N.
Il numero di componenti del gas è proporzionale al prodotto pressione per volume diviso la temperatura per una costante.

$$N = \frac{1}{K_B}\frac{pV}{T}$$

Il numero di **moli** n è definito come il numero totale di molecole N diviso il numero di avogadro

$$n = \frac{N}{N_A}$$

Cioè si prende il numero di molecole N, e lo si divide per il numero di avogadro N_A,

$$n = 1 \quad \Rightarrow \quad N = N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$$

La legge di Avogadro espressa con le moli risulta

$$n = \frac{1}{R}\frac{pV}{T}$$

Dove K_B è la costante di *Boltzman*,

$$K_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\frac{J}{K}$$

$$R = K_B N_A = 8,314\frac{J}{K \cdot mol}$$

4.19 Secondo principio della Termodinamica

Il calore non fluisce **mai** spontaneamente da un corpo ad uno più caldo. Mette dei limiti alle possibili trasformazioni di calore in lavoro

4.19.1 Enunciato Kelvin-Planck

è **impossibile** realizzare un processo il cui unico risultato sia la trasformazione di calore in lavoro, cioè il calore ceduto sarà sempre diverso da 0

4.19.2 Enunciato di Clausius

è **impossibile** realizzare un processo il cui unico risultato sia il passaggio di calore da un corpo a uno a temperatura maggiore

4.20 Teorema di Carnot

Due macchine termiche, che lavorano a contatto con due sorgenti, T_1 e $T_2 > T_1$, una macchia **generica** x estrae il calore Q_2 dalla sorgente T_2, restituisce il calore Q_1 a T_1, e produce del lavoro W.
L'altra macchina r è reversibile, ed estrae calore Q'_2 da T_2, restituisce calore Q'_1 a T_1 , il lavoro che essa compie è W
Allora,

$$\eta_{x(T_1,T_2)} \leq \eta_{r(T_1,t_2)}$$

Cioè il rendimento di una macchina termica qualsiasi che lavori tra la temperatura T_1 e T_2 è $\leq$ del rendimento di una macchina reversibile qualsiasi che lavori tra le medesime temperature.

Altra formazione

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Corollario

Tutte le macchine reversibili, che lavorano tra le stesse temperature hanno lo stesso rendimento

$$\eta_{R_1(T_1,T_2)} = \eta_{R_2(T_1,T_2)}$$

Per calcolarlo usiamo la reversibile di carnot.

Osservazioni

Il rendimento massimo coincide con quello della macchina reversibile

$$\eta_{MAX(T_1,T_2)} = \eta_{R(T_1,T_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Per le trasformazioni reversibili

$$\frac{|Q_C|}{T_1} = \frac{|Q_A|}{T_2}$$

4.21 Teorema di Clausius

Estende il Teorema di Carnot alle trasformazioni generiche, praticamente spezzetto il ciclo in tanti piccoli trattini, e calcolo i calori scambiati in ogni trattino.

$$\sum_{j=1}^{N} \frac{Q_j}{T_j} \leq 0$$

Tutti gli scambi di calore con le N sorgenti con cui il sistema è in contatto sommati, devono essere ≤ 0. è $= 0$ se il ciclo (la macchina) è reversibile Posso trasformare la sommatoria in integragle facendo puntare $N \to \infty$

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

Questo integrale si chiama integrale di clausius

4.22 Entropia

L'entropia è una misura del disordine di un sistema. La probabilità che l'entropia si riduca spontaneamente nei sistemi reali è quasi 0. Data una trasformazione ciclica da A a B nel tratto 1 e da B a A nel tratto 2, se il ciclo è reversibile si ha

$$\oint \frac{dQ}{T} = \int_A^B (\frac{dQ}{T})_1 + \int_B^A (\frac{dQ}{T})_2 = 0$$

ma, visto che il ciclo è reversibile vale anche

$$\int_A^B (\frac{dQ}{T})_1 - \int_A^B (\frac{dQ}{T})_2 = 0$$

Quindi non dipende dal percorso scelto. Abbiamo quindi questa funzione, che si chiama **entropia**

$$\int_A^B (\frac{dQ}{T})_{rev} = S(B) - S(A)$$

La **variazione di entropia** nel percorso da A a B per una trasformazione qualsiasi è una funzione di stato, l'integrale è calcolato su una **reversibile** qualsiasi:

$$\Delta S_{A\to B} = \int_A^B (\frac{dQ}{T})_{rev.qualsiasi}$$

L'entropia si può distinguere in quella:

- Del sistema S_S per esempio il gas

- Dell'ambiente S_A per esempio il contenitore del gas
- Dell'universo S_U per esempio gas e contenitore

$$S_U = S_S + S_A$$

Ogni trasformazione fa variare l'entropia in questo modo:

$$\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_A$$

L'unico caso per cui, in una trasformazione, la variazione di energia dell'universo ΔS_U è 0 è se la trasformazione è **reversibile**. Nel caso in cui la trasformazione fosse irreversibile, abbiamo ΔS_U sempre > 0
In un ciclo abbiamo che la variazione di entropia del sistema $\Delta S_S = 0$

nota 1

Dati un sistema 1 e un sistema 2, il sistema 3 è $= sys1 \cup sys2$, l'entropia

$$S_3 = S_1 + S_2$$

nota 2

L'entropia è una grandezza estensiva

nota 3

Per il calcolo, occorre scegliere la reversibile più conveniente

4.22.1 Variazioni di Entropia per Tr. notevoli di Gas Ideali

Isoterma

$$v_i \to v_f$$

$$dQ = \frac{nRT}{V} dV \Rightarrow dS = \frac{dQ}{T} = nR\frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = nRln(\frac{V_f}{V_i})$$

Isocora

$$dS = nC_v \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = \int_i^f dS = nC_v ln(\frac{T_f}{T_i})$$

Isobara

$$dS = nc_p \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = \int_i^f dS = nc_p ln(\frac{T_f}{T_i})$$

Adiabatica

$$\Delta S = 0$$

Cambi di fase

$$dS = \frac{\lambda}{T} dm$$

$$\Delta S = \frac{\lambda m}{T}$$

4.22.2 Diagrammi T-S

T e S sono variabili termo dinamiche, quanto lo sono p e v

4.22.3 Teorema dell'entropia

Se il sistema è isolato e quindi non scambia calore con l'esterno,

$$dQ = 0 \quad \Rightarrow \quad \int_A^B (\frac{dQ}{T})_{(X)} = 0$$

Segue che per la trasformazione,

$$S_B \geq S_A$$

$$\Delta S \geq 0$$

e l'= vale solo se la trasf. è reversibile

4.22.4 Energia inutilizzata

Energia inutilizzata è la variazione di entropia dell'universo rispetto all'evento che osservo per la temperatura a cui avviene

$$E = T_0 \Delta S_u$$

Chapter 5

Elettricità

5.1 Const

- Costante magnetica $K_m = 10^{-7} T \cdot m = \frac{\mu_0}{4\pi}$
- Costante $K = 8,99 \cdot 10^9 \quad \frac{N \cdot m^2}{C^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
- Costante dielettrica del vuoto $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} [= \frac{C^2}{J \cdot m}]$
- $1nC = 1 \cdot 10^{-9} C$

Conduttori: materiali che non si elettrizzano
Isolanti: si elettrizzano, gli isolanti che possono essere:

- Vetri e affini (carica +)
- Plastiche (carica $-$)

Dove ϵ_0 è la **costante dielettrica del vuoto**

La carica elementare

è $e = 1,602 \cdot 10^{-19} C$

- la carica q dell'**elettrone** è $-e$, la sua massa $m_{el} = 0,91 \cdot 10^{-30} kg$
- la carica q del **protone** è $+e$, la sua massa $m_{pr} = 1,67 \cdot 10^{-27} Kg$
- la carica q del **neutrone** è 0, la sua massa è circa uguale a quella del protone

5.1.1 Campo elettrico in una piana infinita

Il campomagnetico $\vec{E}$ di una piana infinita è sempre prerpendicolare alla piana, e vale

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Dove σ è la densità di carica

5.2 Introduzione

Abbiamo due tipi di materiali:

- conduttori
- isolanti: Vetri e affini (+) che si respingono tra di loro, plastiche (-) si respingono tra di loro. Plastica e vetro si attraggono

5.3 Forza di attrazione tra due cariche puntiformi (forza di culomb)

Date due cariche q_1 e q_2 la forza che q_1 applica a q_2 è pari a

$$F_{1\to 2} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

r_{12} è la distanza tra i due oggetti. La forza agisce sempre lungo la congiungente delle due cariche.

$$u.d.m[q] = [I \cdot T] = 1C(culomb)$$

Cioè corrente elettrica per tempo

5.4 Principio di sovrapposizione

Date n cariche, che interagiscono su una carica, l'effetto totale sulla carica di prova, è dato dalla sovrapposizione degli effetti delle singole cariche. Cioè si sommano i vettori delle forze applicate su una forza.

5.5 Campo elettrico o elettrostatico (generato da carica puntiforme)

Il campo elettrico è il rapporto fra la forza che muove la carica e la carica stessa. è anche definito come il rapporto tra la forza ricevuta sulla carica di prova e la carica della carica di prova.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{KQ}{r^2}\hat{r}$$

Dove $\vec{E}$ è il campo elettrico, $\vec{F}$ è la forza subita dalla carica, e q_0 la carica. Da notare che al secondo uguale è stata applicata la legge di Culomb, in questo modo la carica di prova va ad annullarsi.
Il campo elettrico è **uscente** se la carica che lo genera Q è > 0
Il campo elettrico è **entrante** se la carica che lo genera è $Q < 0$

$$u.d.m.[E] = [\frac{1N}{C}]$$

- Campo elettrostatico: è generato da altre cariche elettriche ferme
- Elettromotore

5.5.1 lavoro di un campo elettrico

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_a^b q\vec{E} \cdot d\vec{s} = q\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Il lavoro nel campo elettrico dipende dal percorso.

5.5.2 Campo elettrico di un filo di lunghezza indefinita

La quantità di carica per unità di lunghezza $\lambda = \frac{dq}{dl}$ definisce la densità di carica, se ha valore positivo, il campo è uscente dal filo. Il campo elettrico in un punto distante dal filo r sarà

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r\epsilon_0}$$

5.5.3 Campo elettrico in una piana di carica infinita

La densità superficiale di carica si indica con $\sigma = \frac{dq}{d\Sigma}$ Il campo elettrico di un punto distante dal piano è pari a

$$E(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

In una piana di carica infinita l'intensità del campo elettrico non dipende dalla distanza

5.5.4 Attraversamento di uno stato di carica

Per un circuito su una piana infinita la circuitazione ci dice che è uguale a 0.

Quando attraverso una distribuzione superficiale di carica, il campo subisce una discontinuità nella componente normale alla superficie stessa. La discontinuità è proporzione nella distribuzione superficiale di carica nel punto dove sto guardando

$$E_{1n} - E_{2n} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \hat{n}$$

5.5.5 Circuitazione del campo elettrico

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = f.e.m.$$

dove $f.e.m$ è la forza **elettromotrice**, cioè è uguale alla forza che sta portando la carica dal punto a al punto b (stesso). Nella circuitazione, si crea un percorso chiuso. Possiamo definire la $f.e.m.$ come il lavoro lungo il circuito del campo elettrico.
Nella circuitazione per forze conservative è uguale a zero

5.5.6 caso Elettrostatico

Abbiamo due cariche ferme Q e q a distanza r

$$W_{AB} = -\Delta U_{AB} = -q\Delta V_{AB}$$

questo vale per le forze conservative

$$U_A = \frac{KQ}{r_A} + const$$

Dove U_{AB} è l'energia potenziale elettrostatica. Le forze, almeno per la singola carica sono forze conservative e quindi, vale per la carica puntiforme: La circuitazione del campo elettrostatico è $= 0$. L'energia potenziale della carica dipende dalla sua posizione.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

che è equivalente alla conservatività del campo elettrostatico.
Si introduce **il potenziale** ΔV, definito come la differenza di energia potenziale diviso la carica di prova

$$\Delta U \longrightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

Il potenziale elettrostatico (tra due cariche puntiformi) si definisce come:

$$V_A = \frac{KQ}{r_A} + const'$$

Dove $const'$ è una costante arbitraria.
Possiamo anche ricavare il campo elettrico dal potenziale:

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Potenziale elettico o Elettrostatico

$$[V] = [\frac{U}{q}]$$

$$u.d.m.[V] = \frac{1J}{1C} = 1V$$

Potenziale elettrico sfera conduttrice carica

Il potenziale elettrico di una sfera conduttrice carica è pari al potenziale di una carica puntiforme fuori dalla sfera, all'interno il potenziale ha valore costante, il valore della superficie.

Potenziale elettrico piastra uniformemente carica

Il potenziale a distanza r dalla piastra è pari a

$$V = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0 \cdot r + const'}$$

Dove σ è la densità superficiale di carica.
Se le piastre sono due, in base al segno delle cariche che sono depositate sulla superficie si distinguono vari casi, il più comune è quello dove le due piastre sono cariche con segni opposti, e quindi il potenziale fuori dalle piastre è 0, all'interno è il doppio.

5.5.7 Potenziale del filo uniformemente carico

$$V = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \lambda ln(r)$$

dove λ è la densità lineare di carica.

5.6 Forza Elettrica

Se una carica q è in movimento, cè una forza non nulla che la muove, questa forza può essere

- Determinata da altre cariche elettriche, in questo caso si chiama **forza elettrostatica**

$$\vec{F}_{el} = q\vec{E}$$

5.7 Linee di forza

Dato un campo vettoriale $\vec{v}$, può essere rappresentato graficamente tramite le linee di forza. In ogni punto le linee di forza hanno una tangente, che coincide con la direzione del vettore $\vec{v}$ nel punto P La linea di campo (o di forza) è definita come la congiungente dei punti di applicazione di tutti i vettori che si incontrano seguendo la direzione tangente ai vettori nei punti di applicazione stessi.

- direzione($\vec{v_P}$) = tangente alle linee di forza nel punto P
- Verso($\vec{v_P}$) = verso di percorrenza delle linee nel punto P
- Modulo($\vec{v_P}$) si rappresenta con la densità delle linee

5.8 Flusso di un campo vettoriale

Data una grandezza vettoriale $\vec{v}$, definiamo come flusso della grandezza vettoriale in questione, attraverso una superficie infinitesima $d\Sigma$
Il flusso $d\Phi$ è

$$d\Phi = \vec{v} \cdot \hat{n} d\Sigma$$

dove $\hat{n}$ è il vettore normale alla superficie.
Più in generale per una superficie non infinitesima, si ha la somma di tante superfici infinitesime

$$\Phi = \int_\Sigma d\Phi = \int_\Sigma \vec{v} \cdot \hat{n} d\Sigma$$

5.9 Angolo solido

Nell'angolo piano (2D) abbiamo l'angolo dello "spicchio" che è α che è uguale a

$$\alpha = \frac{a}{R}$$

Dove a è la calotta dello spicchio, e R il raggio
per l'angolo solido (3D) L'angolo solido è l'area di taglio della calotta, cioè

$$\omega = \frac{S_{ORT}}{R^2}$$

dove S è la superficie "di taglio" sempre ortogonale al centro.
Noi rappresentiamo le superfici con un versore $\hat{n}$

5.10 teorema di Gauss

Nel caso in cui le cariche siano **interne:** Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma delle cariche interne a tale superficie diviso ϵ_0

$$\Phi_\Sigma = \oint \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

Nel caso di cariche esterne Si ha che il flusso è nullo

$$d\Phi_{d\omega} = 0$$

Per il flusso tramite la superficie ω

Nel caso di più cariche interne Il campo elettrico totale, è la somma di tutti i campi elettrici genreati da ogni carica

$$E_{TOT} = E_1 + E_2 + ...$$

Il flusso totale è pari alla somma di tutte le cariche interne diviso ϵ_0

$$\Phi_\Sigma = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

5.11 Conduttori

I conduttori si definiscono tali, perchè al loro interno contengono cariche libere. Una carica si definisce libera, quando, sotto l'azione di un campo elettromagnetico esterno essa si muove più o meno liberamente

- Soluzioni elettrolitiche
- gas ionizzati
- metalli

5.11.1 Conduttore in Equilibrio elettrostatico

Un conduttore si dice in equilibrio quando tutte le cariche al suo interno sono ferme
Cioè $\forall$ carica q_i

$$\vec{v_i} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F_i} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E_i} = \vec{0}$$

Definizione "media". Il campo elettrico è nullo (perchè le cariche non si muovono)

Primo corollario

In conduttore in equilibrio, le cariche interne sono pari a 0. Se deposito una carica su un conduttore in equilibrio, le cariche si distribuiranno solo sulla superficie Per un conduttore in equilibrio vale $q_{intern} = 0$. Se c'è una carica, si distribuisce sulla superficie del conduttore, questa è una cosa che osserviamo da tutti i conduttori.

Secondo corollario

Dati due punti A, B all'interno del conduttore, la differenza di potenziale tra A e B

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$\forall A, B$ interni al conduttore, $A = B$. Cioè tutti i punti di un conduttore in equilibrio sono allo stesso potenziale

terzo corollario

$\vec{E} \neq \vec{0}$ solo appena fuori dalla superficie

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\sigma(\vec{r})}{\epsilon_0}\hat{n}$$

QUindi, il campo elettrico appena fuori dalla superficie di un conduttore, in una posizione r è uguale alla densità di carica nella data posizione r diviso ϵ_0, e diretto normalmente alla superficie

5.11.2 Schermo elettrostatico

Immaginando un conduttore cavo
Una perturbazione esterna che redistribuisce q_{EF} non sarà percepibile all'interno del conduttore e quindi su tutti i conduttori interni.
Ogni perturbazione interna non sarà misurabile all'esterno

5.12 Distribuzione di carica indotta (induzione)

La distribuzione della carica di un conduttore è influenzata da un campo elettrico esterno, questo fenomeno si chiama induzione.

5.13 Capacità del conduttore

è il rapporto tra la carica q depositata tra la superficie del conduttore, e il potenziale V in cui il conduttore va, per effetto di questa carica. In altre parole, la capacità è la quantità di cariche che un conduttore può ospitare. descrive la capacità di un conduttore di ospitare le cariche e di portarsi ad un certo potenziale

$$\mathbb{C} = \frac{q}{V}$$

$$u.d.m.[\mathbb{C}] = \frac{1C}{V} = 1F$$

dove F è il Farad

5.14 Condensatori

Quando due conduttori sono ininduzione completa, si chiamano condensatore (R_1 e R_2 sono i raggi del condensatore sferico). Conduzione completa significa che tutte le linee di campo generate da un conduttore sono intercettate dall'altro

$$\Delta V = Kq(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

5.14.1 Capacità di un condensatore

$$C = \frac{q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Se le superfici delle armature sono abbastanza vicine, la capacità è

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{h}$$

Dove S è la superficie, h è pari a $R_2 = R_1 + h$ con $h << R_1$

5.14.2 Energia elettrostatica nel condensatore

$$\Delta U = W_{TOT} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C\Delta V^2 = \frac{1}{2}Q\Delta V$$

5.14.3 Campo elettrico nel condensatore

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

dove σ è la densità superficiale di carica

5.14.4 Induzione Completa

Quando, tutte le linee di campo elettrico nascono da un conduttore e muoiono nell'altro conduttore. Cioè non esiste una linea di campo elettrico che parte da un conduttore che non vada a finire nell'altro.

5.14.5 Condensatore piano

Pensiamo una piana infinita con densità di carica positiva, sappiamo che il campo elettrico in questo caso non dipende dalla distanza, quindi $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. Abbiamo un'altra piana infinita con densità di carica $-q$, in modulo il campo elettrico sarà uguale. L'effetto combinato dei campi sulle due piane risulterà in campo nullo all'esterno delle piane, e tra le due piane abbiamo il campo E.
Nel caso reale abbiamo due piani così vicini per cui possiamo approssimarli infiniti, con campo uniforme.
Due armature piane, parallele, con carica $+q$ e $-q$. Il campo elettrico è pari a $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ La somma dei vettori dei due campi elettrici è pari a 0 all'esterno delle due armature, mentre all'interno è pari a E. La capacità del condensatore piano è pari a:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{h}$$

Dove h è la distanza tra le armature e S la loro superficie.
Abbiamo quindi che la capacità dipende solo dalla geometria e distanza dei conduttori.

Effetti di bordo

Al limite delle armature ci sono delle linee che saranno curvate, trascurate per la debole intensità.

5.14.6 Sistemi di condensatori

Dati due condensatori, C_1 e C_2 collegati a una differenza di potenziale ΔV,

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$C_1 = \frac{q_1}{\Delta V_1}$$

$$C_2 = \frac{q_2}{\Delta V_2}$$

In serie

Il condensatore "risultante" sarà

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

In parallelo

$$C = C_1 + C_2$$

5.14.7 Energia nel condensatore

L'energia elettrostatica all'interno del condensatore è

$$\Delta U_{el} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tau$$

Dove τ è il volume tra le due armature
La densità volumica di energia è

$$u = \frac{\Delta U_{el}}{h} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

5.14.8 Forza tra le armature

La forza tra le due armature del condensatore è definita come la variazione di energia potenziale sullo spazio (per forze conservative)

$$F = -\frac{dU}{dS}$$

$$F = -\frac{d}{dS}[\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tau]$$

5.14.9 Pressione elettrostatica

Indipendente dal fatto che il condensatore sia isolato o connesso a un generatore, non dipende dalla geometria del condensatore è un equazione valida in "generale", **coincide con la definizione di densità elettrostatica associata al campo elettrico**

$$\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 (= u)$$

Condensatore isolato

La pressione elettrostatica tra due armature di un condensatore coincide con la densità volumica di energia

$$P_{el} = -\frac{F}{S} = -\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Condensatore e generatore

$$d(\Delta U_{el}) = -\frac{1}{2}\epsilon_0 (\frac{\Delta V}{h})^2 S dh$$

$$d(\Delta U_{gen}) = \epsilon_0 (\frac{\Delta V}{h})^2 S dh$$

e quindi, la variazione totale sarà

$$d(\Delta U) = \frac{1}{2}\epsilon_0 (\frac{\Delta V}{h})^2 S dh$$

$$F = \frac{-d(\Delta U)}{dh} = -\frac{1}{2}\epsilon_0 (\frac{\Delta V}{h})^2 S$$

$$P = \frac{F}{S} = -\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

5.15 Conduzione elettrica

Per esempio, il rame Cu ha 1 elettrone "libero" per atomo. Calcoliamo quanti elettroni sono liberi per unità di volume

$$n = \frac{N_A \rho}{A} = 8,49 \cdot 10^{28} \frac{e^-}{m^3}$$

Dove N_A è il numero di avogadro, ρ è la densità del materiale, A è il numero di massa(?). Elettroni a metro cubo. la velocità media degli elettroni (per un volume abbastanza grande) è

$$\overrightarrow{v_m} = \overrightarrow{0}$$

Se il conduttore è sottoposto ad un campo elettrico esterno, la velocità media degli elettroni passa a quella di "drift":

$$\overrightarrow{v_m} = \overrightarrow{0} \longrightarrow \overrightarrow{v_m} = \overrightarrow{v_d}$$

Vettore densità di corrente elettrica, pari alla densità di cariche libere, per velocità di drift media (o deriva), - la stessa cosa per le cariche negative

$$\overrightarrow{J_e} = n_+ e\overrightarrow{v_{d+}} - n_- e\overrightarrow{v_{d-}}$$

Voglio assumere che la corrente sia data da cariche positive che si muovono in un certo senso, quindi prendo le negative con segno -

5.15.1 Corrente elettrica

Si definisce come l'integrale verso la sezione del vostro filo

$$i = \int_S \overrightarrow{J_e} \cdot \hat{n} dS = \int_S ne\overrightarrow{v} \cdot \hat{n} dS = \frac{dq}{dt}$$

La corrente elettrica è una quantità scalare, è il flusso della densità di corrente attraverso una superficie

$$u.d.m[i] = \frac{1C}{1s} = 1A$$

5.15.2 Principio di conservazione della carica elettrica

Data una superficie chiusa, la carica totale che passa attraverso questa superficie, è uguale alla variazione delle cariche nella superficie nel tempo. (tanta corrente entri nel volume tanta ne esce)

$$i_{tot} = \oint \overrightarrow{J} \cdot \hat{n} dS = -\frac{dq_{int}}{dt}$$

Variazione di carica interna = 0

Se la corrente totale è zero,

$$\frac{dq_{int}}{dt} = 0$$

Significa che nel mio conduttore, la corrente entrante è uguale a quella uscente

Variazione di carica interna ¿ 0

$$\frac{dq_{int}}{dt} > 0$$

In questo caso ci sono delle sorgenti o pozzi di carica che generano questa corrente.

5.15.3 Legge di OHM

La velocità di deriva, cioè la velocità con cui si muovono gli elettroni in un conduttore è proporzionale al campo elettrico

$$\overrightarrow{v_d} = \alpha\overrightarrow{E}$$

Anche scritta

$$\overrightarrow{J} = \frac{1}{\rho}\overrightarrow{E}$$

La costante ρ si chiama resistività, è una costante intensiva, e dipende dal materiale che stiamo utilizzando. La resistività cresce in proporzione alla temperatura

$$\rho(t) = \rho 20(1 + \alpha\Delta t)$$

Dove $\rho 20$ è la resistività misurata a 20 gradi celsius
Cioè la legge di OHM lega il campo elettrico alla corrente tramite la costante di resistività ρ

$$\overrightarrow{E} = \rho \cdot \overrightarrow{J}$$

$$i = \frac{ES}{\rho} = Eh\frac{S}{\rho h} = \Delta V\frac{1}{R} = \Delta V\frac{S}{\rho h}$$

R Si chiama resistenza elettrica, h è la lunghezza che sto considerando del mio conduttore, S la sua superficie, Il campo elettrico per la lunghezza Eh diventa ΔV.

$$R = \rho\frac{h}{S}$$

Dove h è la lunghezza, e S la sezione

La legge di OHM per i conduttori metallici sarà quindi

$$i = \frac{\Delta V}{R}$$

$$u.d.m[R] = \frac{1V}{1A} = 1\Omega$$

5.15.4 Effetto Joule

è una legge che ci dice che la corrente passante per un resistore genera del calore seguendo questa formula:

$$Q = R \cdot i^2 \cdot \Delta t$$

La potenza, P

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq\Delta V}{dt} = \Delta V \cdot i = \frac{\Delta V^2}{R} = R * i^2$$

5.15.5 Resistenze in serie

Consideriamo R_1 e R_2 in serie, la corrente i che le attraversa è la stessa, quindi

$$iR_1 = \Delta V_1$$

$$iR_2 = \Delta V_2$$

Dove ΔV_1 è la differenza di potenziale ai capi di R_1, stessa cosa per ΔV_2

Quindi,

$$iR^* = \Delta V \Rightarrow R^* = R_1 + R_2$$

5.15.6 Resistenze in parallelo

Consideriamo R_1 e R_2 in parallelo, la corrente i si divide nei due capi in i_1 e i_2. In questo caso, $\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$ quindi

$$i_1R_1 = \Delta V$$

$$i_2R_2 = \Delta V$$

Quindi,

$$\frac{1}{R*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

5.16 Forza Elettro Motrice

La differenza di potenziale creata da un generatore si chiama f.e.m.

$$f.e.m. = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = R_T i \Rightarrow i \neq 0 \iff f.e.m. \neq 0$$

R_T resistenza totale circuito

Deve quindi esistere una resistenza interna al generatore tale che

$$f.e.m. = R_T i = (R_{load} + r)i$$

$$V_A - V_B = f.e.m. - ri$$

Dove R_{load} è la resistenza del "circuito" senza il generatore, e r è la resistenza del generatore

5.17 Interazione elettromagnetica

Magnetite $F_eO \cdot Fe_2O_3$. I **poli magnetici** sono le estremità di un oggetto (in magnetite)
Esistono due tipi di "carica" magnetica: positive e negative.
Ciascun magnete contiene sempre due poli opposti
La magnetizzazione: si possono produrre magneti artificiali (calamite) tramite contatto coi magneti naturali.
Il geomagnetismo: lasciato libero di muoversi, si orienta lungo direzioni secondo il meridiano terrestre locale. il polo che punta verso il nord è chiamato polo nord con carica positiva. il polo sud viceversa.

$$F = K_m \frac{q_{m1} q_{m2}}{r^2}$$

Magnete spezzato: se spezziamo un magnete, non ottengo due oggetti con cariche opposte, ma ottengo due nuovi magneti. Questo fenomeno è valido per qualsiasi scala. Non esiste il monopolo magnetico
Le correnti generano campi elettromagnetici

5.17.1 Induzione magnetica

$\vec{B}$ è l'induzione magnetica $udm[B] = 1T$ (un Tesla)

5.17.2 Campo magnetico

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} d\Sigma = 0$$

Campo magnetico solenoidale. (solenoidale quando il flusso del campo attraverso una qualsiasi superficie chiusa è uguale a 0)

5.18 Forza di Lorentz

è la forza che sperimenta una carica q, in moto con velocità $\vec{v}$, quando essa entra in una regione con campo magnetico $\vec{B}$

$$\overrightarrow{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}| = F_L = qvBsin\theta_{vB}$$

$$[B] = [\frac{F}{Q\frac{L}{T}}] = [\frac{F \cdot L}{I \cdot L^2}] = [\frac{E}{I \cdot L^2}]$$

5.19 Forze che agiscono su una carica

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

5.20 Forza su un tratto di filo percorso da cariche

$$dF = -edN\overrightarrow{v_d} \times \vec{B}$$

dove dN è il numero di elettroni. $dN = nd\tau$ che è la densità volumica
La riedizione della forza di Lorentz, invece che per una carica puntiforme per un tratto di filo infinitesimo

$$d\vec{F} = id\vec{S} \times \vec{B}$$

+++ che è anche chiamata seconda legge elementare di Laplace

5.21 Principio di equivalenza di Ampere

Principio che pone l'equivalenza tra spire attraversate da corrente e magneti:

$$\vec{m} = i\Sigma\hat{n}$$

è il momento magnetico della spira. Permette di pensare alla spira come ad un bipolo magnetico. Versione infinitesimale, che è anche il principio di equivalenza di ampere:

$$d\vec{m} = id\Sigma\hat{n}$$

5.22 Prima legge elementare di Laplace

Le correnti possono generare campi magnetici. Si ha $id\vec{s}$ un tratto lungo un filo, mi interessa sapere qual'è il campo magnetico esercitato dal piccolo segmento $id\vec{s}$ nel punto P generico. Si ha anche la congiungente $\hat{u}_r = \hat{r}$ dal punto di sorgente del campo magnetico al punto P.

$$d\vec{B} = K_m \frac{id\vec{s} \times \hat{u}_r}{r^2}$$

Nota La prima legge elementare di Laplace è uno strumento matematico, non ha senso fisico: è impossibile misurare il contributo di $id\vec{s}$ senza misurare il contributo di tutto il "circuito" in quanto la corrente non si può spezzare in più parti.

Forma generale con conduttore filiforme

$$\vec{B}(P) = \oint_C d\vec{B} = \oint_C \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \hat{u}_r}{r^2}$$

Dove C è il filo

Forma generale con conduttore non filiforme

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J} \frac{\hat{u_\tau} \times \hat{u_r}}{r^2} d\tau$$

5.23 Legge di Biot-Savart

Il campo magnetico $\vec{B}$ generato a distanza R, da un filo indefinito percorso dalla corrente i è

$$\vec{B}(R) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\hat{\theta}$$

Dove $\hat{\theta}$ è il versore del campo magnetico

5.24 Legge di Ampere

$$\tau_C(\vec{B}) = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_C$$

Dove i_C sono le correnti concatenate (interne) al circuito

5.24.1 Equazioni di Maxwell

Per campi elettrici e magnetici statici (che non variano nel tempo)

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_C$$

5.25 Legge di Faraday-Neumann-Lenz

Ogni variazione del flusso nel tempo genera una f.e.m.

$$f.e.m = \quad -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$i = -\frac{f.e.m.}{R}$$