

# Dispense essenziali di Fisica 1

Matteo Bitussi  
Laurea in Informatica, Unitn

Anno accademico 2019-2020

# Indice

0.0.1	Prodotto tra vettori . . . . .	4
0.0.2	Proiezione di vettori . . . . .	4
<b>1</b>	<b>Cinematica del punto</b>	<b>5</b>
1.1	Concetto di movimento e moto . . . . .	5
1.2	Unità di misura e grandezze fisiche . . . . .	5
1.3	Moto rettilineo . . . . .	5
1.3.1	Velocità media . . . . .	5
1.3.2	Velocità istantanea . . . . .	6
1.3.3	Leggi orarie . . . . .	6
1.3.4	Moto Rettilineo Uniforme . . . . .	6
1.3.5	Accelerazione media . . . . .	6
1.3.6	Accelerazione istantanea . . . . .	7
1.3.7	Moto rettilineo uniformemente accelerato . . . . .	7
1.4	Moto armonico semplice . . . . .	7
1.5	Moti piani . . . . .	8
1.6	Moto Rettilineo Smorzato Esponenzialmente . . . . .	8
1.7	Moto Circolare . . . . .	8
1.7.1	Moto Circolare Uniforme . . . . .	8
1.7.2	Moto Circolare non Uniforme . . . . .	9
1.7.3	Forza (accelerazione) centripeta . . . . .	9
1.7.4	Forza Centrifuga . . . . .	9
1.8	Moto parabolico . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Sistemi di riferimento</b>	<b>11</b>
2.0.1	Sistema di riferimento Inerziale . . . . .	11
2.0.2	Sistema di riferimento non Inerziale . . . . .	11
2.0.3	Principio di relatività galileiana . . . . .	11
2.0.4	Forze vere e forze apparenti . . . . .	11
2.0.5	Regola della vite . . . . .	11
2.0.6	Teorema delle velocità relative . . . . .	11
2.0.7	Teorema delle accelerazioni relative . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Dinamica del punto</b>	<b>13</b>
3.1	Const . . . . .	13
3.2	Forze fondamentali . . . . .	13
3.3	Punto materiale . . . . .	13
3.4	Sistema isolato . . . . .	13
3.5	Legge di gravitazione universale . . . . .	14
3.6	Massa inerziale e gravitazionale . . . . .	14
3.7	Leggi di Newton . . . . .	14
3.7.1	Prima legge di Newton o Legge di inerzia . . . . .	14
3.7.2	Seconda legge di Newton . . . . .	14
3.7.3	Terza legge di Newton o Legge di Azione Reazione . . . . .	15
3.7.4	Quantità di moto . . . . .	15
3.7.5	Risultante delle forze . . . . .	15
3.7.6	Reazioni vincolari . . . . .	15
3.7.7	Forza Peso . . . . .	15

3.8	Quantità di moto . . . . .	15
3.9	Risultante delle forze . . . . .	16
3.10	Equilibrio statico . . . . .	16
3.11	Reazione vincolare . . . . .	16
3.12	Forza Peso . . . . .	16
3.13	Impulso . . . . .	16
3.13.1	Impulso della forza . . . . .	16
3.13.2	Teorema dell'impulso . . . . .	16
3.14	Lavoro . . . . .	17
3.14.1	Lavoro Totale . . . . .	17
3.14.2	Energia meccanica . . . . .	17
3.15	Potenza . . . . .	17
3.16	Forze conservative . . . . .	18
3.17	Legge della conservazione della quantità di moto . . . . .	18
3.18	Forza elastica . . . . .	18
3.19	Attrito . . . . .	19
3.19.1	Forza di attrito radente . . . . .	19
3.20	Pendolo semplice . . . . .	19
3.21	Energia . . . . .	19
3.21.1	Energia Cinetica . . . . .	19
3.21.2	Energia potenziale . . . . .	20
3.21.3	Energia meccanica . . . . .	20
3.22	Forza apparente . . . . .	20
3.23	Urti . . . . .	21
3.23.1	Urto perfettamente anelastico . . . . .	21
3.23.2	Urto elastico . . . . .	21
3.24	Leggi di Keplero . . . . .	21
3.24.1	Prima . . . . .	21
3.24.2	Seconda . . . . .	21
3.24.3	Terza . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Termodinamica</b> . . . . .	<b>22</b>
4.1	Const . . . . .	22
4.2	Tipi di scambi . . . . .	22
4.3	Equilibrio Termodinamico . . . . .	23
4.4	temperatura . . . . .	23
4.5	Primo principio della Termodinamica . . . . .	23
4.6	Trasformazioni quasi-statiche . . . . .	23
4.7	Trasformazioni cicliche . . . . .	23
4.7.1	Ciclo di Carnot . . . . .	23
4.7.2	Cicli irreversibile . . . . .	23
4.7.3	Trasformazione reversibile . . . . .	24
4.8	Calore specifico . . . . .	24
4.8.1	Capacità termica . . . . .	24
4.8.2	Calore specifico a volume costante . . . . .	24
4.8.3	Calore specifico a pressione costante . . . . .	24
4.9	Cambi di fase . . . . .	25
4.9.1	Calore latente . . . . .	25
4.10	Trasmissione del calore . . . . .	25
4.10.1	Conduzione . . . . .	25
4.10.2	Convezione . . . . .	26
4.10.3	Irraggiamento . . . . .	26
4.10.4	Vaso DEWAR . . . . .	26
4.11	Equazione di stato di Gas Ideali . . . . .	26
4.11.1	Isocora . . . . .	26
4.11.2	Isobara . . . . .	26
4.11.3	Isoterma . . . . .	26
4.11.4	Lavoro nei Gas . . . . .	26

4.11.5	Energia interna nei Gas ideali . . . . .	26
4.11.6	Equazione di stato dei gas non ideali . . . . .	27
4.12	Trasformazioni dei gas ideali . . . . .	27
4.12.1	Trasformazione Isocora . . . . .	27
4.12.2	Trasformazione Isobara . . . . .	27
4.12.3	Trasformazione Isoterma . . . . .	27
4.12.4	Trasformazione Adiabatica . . . . .	27
4.12.5	Trasformazione Generica . . . . .	27
4.13	Trasformazioni cicliche . . . . .	27
4.13.1	Macchine termiche . . . . .	28
4.13.2	Macchine Frigorifere . . . . .	28
4.13.3	Ciclo di Otto . . . . .	28
4.13.4	Ciclo di Carnot Inverso . . . . .	28
4.14	Rendimento . . . . .	28
4.14.1	Macchine Termiche . . . . .	28
4.14.2	Macchine Frigorifere . . . . .	29
4.15	Legge di Avogadro . . . . .	29
4.16	Secondo principio della Termodinamica . . . . .	29
4.16.1	Enunciato kelvin-Planck . . . . .	29
4.16.2	Enunciato di Clausius . . . . .	29
4.17	Teorema di Carnot . . . . .	29
4.18	Teorema di Clausius . . . . .	30
4.19	Entropia . . . . .	30
4.19.1	Variazioni di Entropia per Tr. notevoli di Gas Ideali . . . . .	31
4.19.2	Diagrammi T-S . . . . .	31
4.19.3	Teorema dell'entropia . . . . .	31
<b>5</b>	<b>Elettricità</b> . . . . .	<b>32</b>
5.1	Const . . . . .	32
5.1.1	Campo elettrico in una piana infinita . . . . .	32
5.2	Forza di attrazione tra due cariche puntiformi . . . . .	32
5.3	Principio di sovrapposizione . . . . .	33
5.4	Campo elettrico o elettrostatico . . . . .	33
5.4.1	lavoro di un campo elettrico . . . . .	33
5.4.2	Circuitazione del campo elettrico . . . . .	33
5.4.3	caso Elettrostatico . . . . .	33
5.5	Forza Elettrica . . . . .	34
5.6	Linee di forza . . . . .	34
5.7	Flusso di un campo vettoriale . . . . .	34
5.8	Angolo solido . . . . .	34
5.9	teorema di Gauss . . . . .	34
5.10	Conduttori . . . . .	34
5.10.1	Conduttore in Equilibrio . . . . .	35
5.10.2	Schermo elettrostatico . . . . .	35
5.11	Capacità del conduttore . . . . .	35
5.12	Condensatori . . . . .	35
5.12.1	Capacità di un condensatore . . . . .	36
5.12.2	Energia elettrostatica nel condensatore . . . . .	36
5.12.3	Campo elettrico nel condensatore . . . . .	36
5.12.4	Induzione Completa . . . . .	36
5.12.5	Condensatore piano . . . . .	36
5.12.6	Sistemi di condensatori . . . . .	36
5.12.7	Energia nel condensatore . . . . .	37
5.12.8	Forza tra le armature . . . . .	37
5.12.9	Pressione elettrostatica . . . . .	37
5.13	Conduzione elettrica . . . . .	37
5.13.1	Corrente elettrica . . . . .	38
5.13.2	Principio di conservazione della carica elettrica . . . . .	38

5.13.3	Legge di OHM . . . . .	38
5.13.4	Effetto Joule . . . . .	39
5.13.5	Resistenze in serie . . . . .	39
5.13.6	Resistenze in parallelo . . . . .	39
5.14	Forza Elettro Motrice . . . . .	39
5.15	Interazione elettromagnetica . . . . .	39
5.15.1	Induzione magnetica . . . . .	40
5.15.2	Campo magnetico . . . . .	40
5.16	Forza di Lorentz . . . . .	40
5.17	Forze che agiscono su una carica . . . . .	40
5.18	Forza su un tratto di filo percorso da cariche . . . . .	40
5.19	Principio di equivalenza di Ampere . . . . .	40
5.20	Prima legge elementare di Laplace . . . . .	40
5.21	Legge di Biot-Savart . . . . .	41
5.22	Legge di Ampere . . . . .	41
5.22.1	Equazioni di Maxwell . . . . .	41
5.23	Legge di Faraday-Neumann-Lenz . . . . .	41

## Introduzione

Questa dispensa è pensata per raccogliere le informazioni essenziali necessarie per lo svolgimento degli esercizi durante l'anno e/o per l'esame finale. Per questo motivo non saranno approfondite e non potranno sostituire quelle fornite dal professore.

## General

### 0.0.1 Prodotto tra vettori

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta_{ab}$$

Il vettore risultante ha direzione e verso dati dalla regola della mano destra, col pollice sul primo vettore a e indice sul secondo vettore b.

### 0.0.2 Proiezione di vettori

Supponiamo di avere un piano inclinato di  $\alpha$  gradi, e un oggetto soggetto alla Forza Peso sul piano, essa seguirà la direzione dell'accelerazione di gravità, quindi, per scomporre la forza sul piano e sull'ortogonale del piano usiamo il fatto che gli angoli interni al rettangolo che si viene a creare dal vettore della forza sulle proiezioni di questo vettore sul piano e sull'ortogonale saranno  $\alpha$ .

# Capitolo 1

## Cinematica del punto

Parte della fisica che ha a che fare con la descrizione matematica del movimento dei corpi.

### 1.1 Concetto di movimento e moto

Possiamo descriverlo come la successione di posizioni nel tempo di un punto materiale. La linea rappresentata da questi punti viene chiamata **traiettoria**. Noi vogliamo descrivere matematicamente questo fenomeno. Per definire la posizione dobbiamo introdurre un sistema di riferimento. Chiamiamo **spostamento** in 1-Dimensione la distanza

$$\Delta x = x_a - x_b$$

tra due coordinate spaziali.

Ad ogni evento fisico, ad esempio la posizione di un punto materiale, possiamo assegnare un tempo. Il "collegamento" tra la matematica dello spazio e la matematica del tempo è connessa dalla fisica.

La rappresentazione del **moto** si effettua mettendo in relazione lo spazio con il tempo.

La **cinematica** avviene quando da  $x$  passo a  $x(t)$  ossia  $x$  in funzione del tempo. Anche:

$$(t, x) \rightarrow (t, x(t))$$

ossia la coppia tempo,spazio viene mappata a tempo e spazio in funzione del tempo. Quindi non abbiamo più un campionamento di posizioni, ma abbiamo una funzione del tempo che descrive le posizioni

### 1.2 Unità di misura e grandezze fisiche

La **misura** è il **rapporto** tra la grandezza che sto considerando e una grandezza di riferimento che chiamo **unità di misura**. Il concetto di definizione di unità di misura differisce da quello dell'analisi dimensionale, in quanto le u.d.m. che posso scegliere sono molteplici, a differenza dell'univoca grandezza fisica. Per esempio possiamo dire che:

$$[\Delta x] = [x] = [L]$$

e possiamo dire che

$$u.d.m.(\Delta x) = u.d.m.(x) = 1m(cm, mm, km, ..)$$

### 1.3 Moto rettilineo

#### 1.3.1 Velocità media

La velocità media  $v_m$  del punto è il rapporto tra spostamento e tempo:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Essa coincide con la definizione matematica di valor medio di una funzione in un dato intervallo

$$v_m = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t v(t) dt$$

Notiamo che

$$[\Delta x] = [x] = [L]$$

cioè la lunghezza  $L$ . e

$$[\Delta t] = [t] = [T]$$

segue quindi

$$[v] = \dots = \left[\frac{L}{T}\right]$$

Dove le parentesi quadre sono la misura delle dimensioni che in output fornisce la grandezza fisica fondamentale a cui può essere ricondotta la grandezza fisica che abbiamo dato in input.

### 1.3.2 Velocità istantanea

La velocità istantanea rappresenta la rapidità di variazione temporale della posizione nell'istante  $t$  considerato. è data dalla derivata dello spazio rispetto al tempo. Semplicemente vogliamo considerare un piccolo intervallo di misurazione per avere la velocità istantanea. è importante che la funzione della velocità sia derivabile e continua

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

### 1.3.3 Leggi orarie

è la relazione generale che permette il calcolo dello spazio percorso nel moto rettilineo, qualunque sia il tipo di moto

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt$$

$x_0$  rappresenta la posizione iniziale del punto, occupata nell'istante  $t_0$

Data l'accelerazione  $a(t)$  si può ottenere la velocità  $v(t)$  cioè vale la relazione

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt$$

### 1.3.4 Moto Rettilineo Uniforme

Il MRU è rettilineo, avviene lungo una retta. Nel MRU la velocità  $v = \frac{dx}{dt}$  è costante

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

### 1.3.5 Accelerazione media

Se tra gli istanti di tempo  $t_1$  e  $t_2$  la velocità varia da  $v_1$  a  $v_2$ , si definisce **accelerazione media** del punto, il rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo. Quindi l'accelerazione è la variazione di velocità nel tempo

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

L'analisi dimensionale dell'accelerazione è

$$[a] = \left[\frac{\Delta v}{\Delta t}\right] = \left[\frac{v}{t}\right] = \left[\frac{\frac{L}{T}}{T}\right] = \left[\frac{L}{T^2}\right]$$

e

$$u.d.m.(a) = 1m/s^2$$

cioè un metro su secondo quadro

### 1.3.6 Accelerazione istantanea

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

### 1.3.7 Moto rettilineo uniformemente accelerato

Se l'accelerazione di un moto è costante, questo si dice uniformemente accelerato, e la dipendenza della velocità dal tempo è lineare.

$$a = \text{const}$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$t_0$  sarebbe l'istante temporale iniziale del moto. Invece  $x_0$  sarebbe l'origine dell'asse di riferimento (tipo un offset)

## 1.4 Moto armonico semplice

Il moto armonico si definisce come un'oscillazione sinusoidale. Possiamo immaginare il modo di una molla lasciata "rimbalzare" senza ostacoli e attriti. Un punto segue un moto armonico semplice quando la legge oraria è definita dalla relazione

$$x(t) = x_0 + A \sin(\omega t + \phi)$$

Dove  $A, \omega, \phi$  sono grandezze costanti:  $A$  è detta **ampiezza del moto** cioè la ampiezza di massima oscillazione, cioè la distanza tra il punto di partenza e il punto di massima oscillazione,  $\omega t + \phi$  **fase del moto**,  $\phi$  **fase iniziale**,  $\omega$  **pulsazione**.  $x_0$  è il punto di inizio. Il moto descritto è un moto periodico.

Il MAS è quindi un moto vario, dove tutte le grandezze cinematiche che lo descrivono ( $x(t), v(t), a(t)$ ) variano nel tempo. Il periodo  $T$  è

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Si definisce **frequenza**  $\nu$  del moto, il numero di oscillazioni in un secondo. La frequenza è l'inverso del periodo

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

### Velocità nel MAS

La velocità del punto che si muove con moto armonico si ottiene derivando  $x(t)$ :

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

### Accelerazione nel MAS

Con un'ulteriore derivazione si ottiene l'accelerazione del punto:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t).$$

### Eq. Differenziale del moto armonico

La condizione necessaria e sufficiente perché un moto sia armonico è data dall'equazione

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$$



## 1.5 Moti piani

Un vettore è una "freccia" che parte dal punto di applicazione. Il verso del vettore è dato dalla punta della freccia e la direzione dal gambo. Esistono **grandezze fisiche scalari** o **grandezze fisiche vettoriali**. Le grandezze fisiche vettoriali sono ad esempio la posizione,

$$(\vec{x})$$

Cioè il vettore che indica la posizione di un punto nel piano. Per definire lo **spostamento** non abbiamo più la differenza tra due punti, ma la differenza tra due vettori.

$$\Delta x \rightarrow \Delta \vec{x}$$

Da notare che il tempo non è una grandezza vettorizzabile, in quanto è rappresentato da un asse unidimensionale.

La velocità sarà definita come:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

. Stessa cosa per l'Accelerazione

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Nella definizione di problemi in spazi multidimensionali, la differenza di un vettore può essere non solo nel suo modulo (intensità) ma anche nella sua direzione. Ad esempio l'accelerazione può derivare da uno spostamento del vettore velocità. Le operazioni tra vettori sono la somma (metodo del parallelogramma o del punto-coda), il prodotto per uno scalare (vettore per numero il risultato è un vettore), la differenza tra vettori

## 1.6 Moto Rettilineo Smorzato Esponenzialmente

Velocità del punto

$$v(t) = v_0 e^{-kt}$$

Legge oraria

$$x(t) = \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$$

## 1.7 Moto Circolare

### 1.7.1 Moto Circolare Uniforme

Si dice circolare uniforme perchè la traiettoria è circolare, e uniforme perchè il modulo della velocità  $|d\vec{v}|$  è costante. La **velocità angolare istantanea**, che è il rapporto tra la differenza dell'angolo e la differenza di tempo (ossia quanto cambia l'angolo rispetto al tempo), è

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

Nel MCU essa è costante. Le leggi orarie per il MCU sono:

$$x(t) = x_0 + vt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

Il MCU è un moto accelerato con accelerazione costante, **ortogonale alla traiettoria**, l'accelerazione si chiama centripeta

$$a = a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Si tratta in oltre di un **moto periodico**, con periodo

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

La velocità tangenziale ha Modulo

$$v(t) = R \cdot \omega$$

Essendo un moto periodico possiamo definire la frequenza sulla base del periodo:

$$f = \frac{1}{T}$$

Da notare che è possibile stimare l'accelerazione di un corpo nella sua traiettoria interpretandola in un piccolo intorno come un moto circolare uniforme.

### Grandezze angolari

Il movimento lungo la circonferenza si può descrivere sia dalla traiettoria lungo la circonferenza, sia dall'angolo individuato dalle varie posizioni. Quindi invece di parlare di spostamento lungo la circonferenza possiamo parlare di spostamento angolare

$$s \rightarrow \alpha$$

$$\Delta s \rightarrow \Delta \alpha$$

$$\frac{ds}{dt} = v \rightarrow \omega = \frac{d\alpha}{dt}$$

$$[w] = \left[\frac{d\alpha}{dt}\right] = \left[\frac{1}{T}\right]$$

$$u.d.m.(\omega) = \frac{1rad}{1sec}$$

Il legame tra le grandezze angolari e quelle "normail" è

$$\frac{C}{C_g} = R$$

Ossia, il rapporto tra la circonferenza e l'angolo giro è uguale al raggio

### 1.7.2 Moto Circolare non Uniforme

La velocità angolare istantanea è

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{a_T}{R}$$

dove  $a_T$  è l'accelerazione tangenziale

Le leggi orarie diventano:

$$w(t) = w_0 + \int_{t_0}^t \alpha(t) dt$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(t) dt$$

### 1.7.3 Forza (accelerazione) centripeta

Una forza è centripeta, se è ortogonale alla traiettoria descritta dal corpo su cui è applicata, ovvero se è ortogonale (normale) al vettore velocità

$$\vec{a}_n = -\omega^2 R \cdot \hat{n} = -\frac{v_T^2}{R} \cdot \hat{n}$$

di conseguenza, la Forza

$$\vec{F}_c = m a_C = -m \frac{v_T^2}{R} \cdot \hat{n}$$

### 1.7.4 Forza Centrifuga

$$F_{centrif} = -F_{centripeta}$$

## 1.8 Moto parabolico

L'esempio più semplice è quello del lancio di un oggetto tenendo conto dell'accelerazione di gravità. Abbiamo una velocità iniziale  $\vec{v}_0$ , l'angolo di alzo  $\alpha$  che è individuato dalla linea dell'orizzonte fino al vettore velocità  $\vec{v}_0$ , la gittata è il punto in cui il corpo lanciato ritorna a toccare il suolo (orizzonte).

Si scompone il moto in base agli assi  $x$  e  $y$ . Abbiamo che sull'asse delle  $x$  non agisce accelerazione quindi è un moto rettilineo uniforme (l'ungo quell'asse), l'unica accelerazione che abbiamo è quella nell'asse  $y$ . Per l'asse  $y$  abbiamo che il moto è uniformemente accelerato (o decelerato) perchè l'unica accelerazione che agisce sul corpo è quella di gravità. Bisogna quindi scomporre la velocità iniziale nelle sue componenti  $x$  e  $y$ : Ossia

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

## Capitolo 2

# Sistemi di riferimento

### 2.0.1 Sistema di riferimento Inerziale

è un sistema di riferimento dove vale la prima legge della dinamica, cioè dove un corpo permane nel suo stato di moto (quiete) a meno dell'interazione con forze esterne.

Un esempio è quello delle stelle fisse, ad esempio l'origine nel sole e gli assi verso altre galassie ferme.

### 2.0.2 Sistema di riferimento non Inerziale

La prima legge di Newton assume la forma

$$\vec{F} = m(a' + \vec{a}_t + \vec{a}_c)$$

è presente una accelerazione di un corpo anche senza forze esercitate su di esso

### 2.0.3 Principio di relatività galileiana

Dice che è sempre possibile ottenere uno stato di quiete di un moto cambiando il sistema di riferimento che utilizzo purchè il cambiamento di moto sia esprimibile come velocità.

$$\vec{v}_0^i = \vec{v} \Rightarrow v' = \vec{0}$$

### 2.0.4 Forze vere e forze apparenti

Se ci sono forze apparenti, allora il sistema di riferimento non è Inerziale.

Le **forze vere** sono riconducibili alle interazioni fondamentali.

Le **forze apparenti** sono una conseguenza del sistema di riferimento (relativo) scelto

### 2.0.5 Regola della vite

Il vettore  $\vec{\omega}$  è un vettore che rappresenta la rotazione. La direzione identificata da  $\vec{\omega}$  è l'asse di rotazione, il suo modulo sarà  $\omega$ , il verso è quello di avanzamento della vite.

Usando la **formula di Poisson** possiamo concludere

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A}$$

### 2.0.6 Teorema delle velocità relative

Avendo due sistemi di riferimento differenti per descrivere il moto di un corpo, supponendo che uno dei due sistemi si muova anch'esso, possiamo ricavare la velocità del moto in base alla rappresentazione col primo sistema e la velocità di trascinamento  $v_{o'} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$  che deriva dal fatto che la misura sul secondo sistema è influenzata dal fatto che esso si muove. La velocità di trascinamento si può anche definire come la velocità relativa tra i due sistemi di riferimento, non centra la velocità del moto.

$$\vec{v} = \vec{v}' + v_{o'} + \vec{\omega} \times \vec{r}' = \vec{v}' + \vec{v}_t$$

### 2.0.7 Teorema delle accelerazioni relative

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

dove  $\vec{a}_t$  è l'accelerazione di trascinamento tra i due sistemi di riferimento,  $\vec{a}_c$  è l'accelerazione di coriolis.

## Capitolo 3

# Dinamica del punto

### 3.1 Const

- Accelerazione gravitazionale  $g = 9,80665 \frac{m}{s^2}$

### 3.2 Forze fondamentali

- Forza gravitazionale, descrive l'interazione tra le masse. Se un oggetto ha massa, subirà questa forza.
- Forza elettromagnetica, deriva dall'unificazione da due forze (elettrica e magnetica).
- Forza forte (o nucleare), responsabile della stabilità dei nuclei. L'interazione tra protoni e neutroni.
- Forza debole, responsabile delle interazioni per cui i nuclei cambiano di natura, responsabile del decadimento dei nuclei.

### 3.3 Punto materiale

è un'approssimazione di un corpo in un punto. Quindi è un punto in cui si trova tutta la massa del corpo che sto considerando.

Un **sistema di punti materiali** è un sistema che contiene vari punti materiali. Mi pongo il problema di differenziare le

**forze esterne** dalle **forze interne** al sistema. Concentrandomi sul punto materiale  $i$ -esimo, posso scomporre la sua risultante delle forze in

$$\vec{R}_i = \vec{R}_i^E + \vec{R}_i^I = m_i \vec{a}_i$$

Risultante delle forze esterne + risultante di quelle interne.

Definiamo la risultante delle forze esterne come

$$\vec{R} = M \frac{d^2 x_{CM}}{dt^2}$$

Dove  $M$  è la massa totale del sistema, e  $x_{CM}$  il centro di massa del sistema

### 3.4 Sistema isolato

In un sistema isolato, la risultante delle forze esterne è 0

$$\vec{R}^E = \vec{0}$$

Quindi

$$M a_{CM} = 0$$

Quindi la velocità del centro di massa è costante.  
In un sistema isolato la **quantità di moto** si conserva

$$\vec{P} = Ma_{CM} = \text{const}$$

Questo si chiama **Principio della conservazione della quantità di moto**, cioè in un sistema isolato la quantità di moto TOTALE si conserva nel tempo

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$$

### 3.5 Legge di gravitazione universale

Due punti materiali si attraggono con una forza di intensità indirettamente proporzionale al prodotto delle masse dei singoli corpi e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza:

$$F = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} r_{12}$$

Dove  $G$  è la costante di gravitazione universale, e  $r_{12}$  è il versore che indica la congiungente dei due corpi. È importante dire che la forza in questione è sempre attrattiva, entrambi i corpi hanno questa forza che tende ad attrarli.

È possibile calcolare la massa della terra o l'accelerazione gravitazionale usando la formula sopra

$$g = \gamma \frac{M_T}{R^2}$$

### 3.6 Massa inerziale e gravitazionale

Massa inerziale per variazione dello stato di moto, l'accelerazione di gravità è una costante, non dipende dal moto del corpo. La massa inerziale è la capacità del corpo ad opporsi a sollecitazioni esterne. La massa gravitazionale è una costante di proporzionalità tra l'accelerazione che è comune a tutti gli oggetti. Se un corpo è soggetto ad una forza gravitazionale, allora possiede una massa gravitazionale.

$$m_i \vec{a} = m_g \vec{g}$$

Posso quindi assumere che le due accelerazioni coincidano

$$\vec{a} = \vec{g}$$

E che la massa inerziale sia uguale a quella gravitazionale

$$m_i = m_g$$

### 3.7 Leggi di Newton

#### 3.7.1 Prima legge di Newton o Legge di inerzia

La prima legge di Newton (o legge di Inerzia) afferma che un corpo permane nel suo stato di quiete, o di moto rettilineo uniforme a meno che non intervenga una forza esterna a modificarne tale stato.

Un sistema di riferimento si dice **inerziale** se in esso vale la legge di inerzia. L'inerzia di un corpo è la sua capacità ad opporsi a cambiamenti se affetto da forze esterne.

#### 3.7.2 Seconda legge di Newton

Esprime la legge fondamentale della dinamica del punto. Definisce il concetto di forza.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Dove  $m$  è una costante, chiamata **massa inerziale**.

$$[F] = [M \frac{L}{T^2}]$$

$$u.d.m.(m) = 1Kg$$

$$u.d.m.(F) = 1Kg \frac{m}{s^2} = 1N$$

### Formulazione con la quantità di moto

Possiamo riformulare la seconda legge della dinamica usando la quantità di moto, cioè la forza è proporzionale alla derivata della quantità di moto nel tempo.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

### 3.7.3 Terza legge di Newton o Legge di Azione Reazione

Anche chiamato principio di azione e reazione delle forze

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$$

### 3.7.4 Quantità di moto

Si definisce quantità di moto di un punto materiale il vettore

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Che è il prodotto tra massa e velocità

### 3.7.5 Risultante delle forze

Potremmo avere una situazione dove più forze interagiscono sul nostro corpo, la forza risultante da tutte le forze è la somma di tutte le forze (la somma dei vettori).

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_i \vec{F}_i$$

### Equilibrio statico

Se un corpo è in **equilibrio statico** la sua risultante delle forze  $\vec{R} = 0$

### 3.7.6 Reazioni vincolari

Sono reazioni dell'ambiente circostante.

Prendiamo il caso di una massa appoggiata su di un piano, ferma, allora esiste una forza vincolare

$$\vec{N}$$

normale alla superficie di appoggio, che bilancia la forza peso agente sulla massa.

### 3.7.7 Forza Peso

La forza peso è proporzionale alla massa e all'accelerazione di gravità.

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

L'**Energia Potenziale** della forza peso per un punto  $p$

$$U(\vec{r}) = mg\vec{p}$$

## 3.8 Quantità di moto

Si definisce quantità di moto di un punto materiale il vettore:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$[\vec{p}] = \frac{m}{s} kg$$



### 3.9 Risultante delle forze

La risultante delle forze è definita come la somma di tutte le forze applicate su un dato punto

$$\vec{R} = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum_i \vec{F}_i$$

### 3.10 Equilibrio statico

Se  $R = 0$  (e il punto ha inizialmente velocità nulla) esso rimane in stato di quiete: sono realizzate le condizioni di **equilibrio statico** del punto.

Devono quindi essere nulle le componenti della risultante, ovvero:

$$R = 0 \Rightarrow R_x = R_y = R_z = 0$$

### 3.11 Reazione vincolare

Data la definizione di **equilibrio statico**, se un corpo soggetto all'azione di una forza, o della risultante non nulla di un insieme di forze, rimane fermo, dobbiamo dedurre che l'azione della forza provoca una reazione dell'ambiente circostante, detta **reazione vincolare**, che si esprime tramite una **eguale e contraria** alla forza, o alla risultante delle forze agenti.

### 3.12 Forza Peso

$$P = mg$$

### 3.13 Impulso

#### 3.13.1 Impulso della forza

Si definisce impulso  $\vec{J}$  l'integrale della forza nel tempo, cioè l'impulso è la variazione della quantità di moto nel tempo.

$$\vec{J} = \frac{|\vec{p}_f - \vec{p}_i|}{\Delta t}$$

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{F} dt$$

$$[J] = Ns$$

Può anche essere scritto come differenza di quantità di moto:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 = \int_{t_0}^t \vec{F} dt$$

#### 3.13.2 Teorema dell'impulso

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{F} dt \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$

Se la massa  $m$  è costante:

$$\vec{J} = \Delta\vec{p} = m\Delta v$$

Se la forza  $F$  è costante:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot t = \Delta p$$

### 3.14 Lavoro

Il lavoro è pari all'integrale da  $a$  a  $b$  delle forze totali agenti sul corpo scalare lo spostamento  $d\vec{s}$

$$W = \int_a^b \vec{F}_{tot} \cdot d\vec{s}$$

Anche definito come:

$$W_{TOT} = E_{Kf} - E_{Ki}$$

cioè il lavoro dal punto  $i$  iniziale, al punto  $f$  finale è definito come la differenza dell'energia cinetica nel punto  $f$  meno quella nel punto  $i$ . Vale solo se il lavoro è **totale**, cioè se comprende tutte le forze agenti nel sistema

Il lavoro si dice **motore** se la forza per cui lo calcolo partecipa all'accelerazione nel verso della velocità

Il lavoro si dice **resistente** se la forza per cui lo calcolo partecipa alla decelerazione nel verso opposto della velocità abbiamo

Il calcolo del lavoro è basato sul prodotto scalare

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta_{ab}$$

$$[W] = [F \cdot L] = [M \frac{L}{T^2} \cdot L] = [M \cdot \frac{L^2}{T^2}] = [E]$$

$$u.d.m.(W) = 1Kg \frac{m^2}{s^2} = 1J$$

#### 3.14.1 Lavoro Totale

$$W_{TOT} = \sum_K W_K = \sum_K \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

#### 3.14.2 Energia meccanica

$$W = \Delta E_K + \Delta E_P = \Delta E_m$$

Nel caso di forze conservative, l'energia meccanica è Costante, quindi

$$E = E_K + U$$

$$E_{ki} + U_i = E_{kf} + U_f$$

### 3.15 Potenza

Mette in relazione il lavoro e il tempo durante il quale questo viene erogato

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

è il lavoro per l'unità di tempo, anche la potenza istantanea

$$u.d.m.[p] = 1 \frac{J}{s} = 1W$$

Dove  $1W$  significa 1 Watt

La potenza media, invece:

$$\bar{p} = \frac{W}{\Delta t} =$$

### 3.16 Forze conservative

Esistono delle forze, per cui il lavoro per andare dal punto iniziale a quello finale **non dipende dal percorso fatto**. Queste forze si dicono conservative. Quindi, indipendentemente dal percorso potrò calcolare il lavoro. Come

$$W_{i \rightarrow f} = \int_{p_i}^{p_f} \vec{F} \cdot d\vec{s} = U(p_f) - U(p_i)$$

Una forza  $\vec{F}$  è conservativa, se il lavoro compiuto lungo un percorso chiuso è nullo (cioè se torno da dove sono partito), indipendentemente dal percorso scelto

$$W_{chius} = 0 \quad \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

Una forza si dice conservativa se si può scrivere come derivata di un'altra funzione di energia potenziale (?)

$$F = -\frac{dU}{dx} \quad (\vec{F} = -\frac{d\vec{U}}{dx})$$

**Corollario**

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

non dipende dal percorso scelto

### 3.17 Legge della conservazione della quantità di moto

Stabilisce che la quantità di moto di un sistema isolato è costante nel tempo (si conserva)

$$p = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_i v_i$$

oppure

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

### 3.18 Forza elastica

È la forza esercitata da una molla che si oppone ad una forza esterna. La forza elastica è proporzionale a quanto comprimo o allungo la molla  $\Delta \vec{l}$ . Quindi la forza elastica è

$$\vec{F}_{el} = -K(\vec{l} - \vec{l}_0) = -K\Delta \vec{l}$$

$K$  è la costante elastica.

$$[K] = \left[\frac{F}{L}\right], \quad u.d.m.(K) = 1 \frac{N}{m}$$

Possiamo supporre un corpo attaccato ad una molla appoggiato su di un piano, ignorando gli attriti fissiamo il sistema di riferimento sulla posizione del corpo con la molla a riposo. Quindi possiamo scrivere l'equazione del moto come:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

Dove  $\omega^2$  nel nostro caso è uguale a

$$\omega^2 = \frac{K}{m}$$

che derivando risulta

$$v(t) = +A\omega \cos(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

Abbiamo anche che il **lavoro della forza elastica** sarà

$$\int_i^f \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r} = -\frac{1}{2}K(x_f^2 - x_i^2)$$

L'**Energia potenziale** della forza elastica in un certo punto  $P$  è

$$U_{el}(\vec{P}) = \frac{1}{2}Kx^2$$

## 3.19 Attrito

### 3.19.1 Forza di attrito radente

E uguale a:

$$F_a = \mu_s \cdot N$$

Dove  $\mu_s$  è il **coefficiente di attrito statico**, e  $N$  è la normale del corpo sul piano.  $N$  si può anche esprimere come la componente ortogonale al piano della risultante delle forze che agiscono sul punto materiale che stiamo analizzando.

Si ha una situazione di quiete quando la forza applicata  $F$  è:

$$F \leq \mu_s N$$

e una condizione di moto quando

$$F > \mu_s N$$

Il **lavoro della forza di attrito** è sempre negativo,

$$W = \int \vec{F}_a \cdot d\vec{r}$$

**Coefficiente di attrito dinamico** Una volta "battuto" l'attrito statico, il moto continua ad essere rallentato dall'attrito radente, ma con un coefficiente di attrito diverso chiamato dinamico

$$\mu_d$$

## 3.20 Pendolo semplice

Supponiamo un pendolo che continui in moto perpetuo perchè privo di attriti. Le forze che agiscono sulla massa  $m$  attaccata al filo sono la massa stessa del peso e la tensione del filo. Il sistema di riferimento è basato sulla tangente alla traiettoria in concomitanza del punto e perpendicolare a questa tangente. Avremmo quindi la forza peso decomposta in base agli assi. Abbiamo anche che lungo la tangente per definire la velocità con cui il corpo si muove posso usare la formula del moto circolare, avendo lunghezza (raggio) del pendolo costante

$$v = \omega R$$

$$-|F_{p\text{parall}}| = -mg \sin \theta = ma_T = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d(l\omega)}{dt} = ml \frac{d^2\Theta}{dt^2}$$

Semplificando le masse e spostando le cose

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \Theta = 0$$

Come per la molla abbiamo che possiamo scrivere

$$\frac{g}{l} = \omega^2$$

## 3.21 Energia

### 3.21.1 Energia Cinetica

è definita come

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$
$$dW = d[\frac{1}{2}mv^2]$$

l'energia cinetica è sempre positiva, dipende solo dalla velocità dell'oggetto (e quindi dal sistema di riferimento che stiamo usando)

$$u.d.m.[E_K] = 1J = 1N \cdot M = 1Kg \frac{m^2}{s^2}$$

Se tengo in considerazione tutte le forze che determinano il mio movimento, e ho che vale la seconda legge della dinamica, allora il lavoro della risultante di queste forze è uguale alla differenza tra lo stato finale e quello iniziale di una certa quantità, che chiamo energia cinetica.

### 3.21.2 Energia potenziale

l'energia potenziale di un oggetto è l'energia che esso possiede a causa della sua posizione. Se la forza è conservativa, si può sempre definire una funzione della posizione che si chiama energia potenziale. Possiamo, quindi, scrivere il lavoro come

$$W_{AB} = -(U_B - U_A)$$

**Definizione**

$$U(x_P) = - \int_o^P \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

**Lavoro e energia potenziale**

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U$$

**Energia potenziale (spiegazione2)**

Nel caso il campo di forze sia conservativo, il lavoro non dipende dal percorso scelto, ma solo dagli estremi del cammino. Il differenziale  $dW$  è un diff. perfetto, quindi si ha:

$$W = \oint_a^b F \cdot dx = -[U(a) - U(b)] = -\Delta U$$

Nel caso più semplice, in cui il moto si svolge in una sola direzione:

$$F(x) = -\frac{d}{dx}U(x)$$

- E.p. Elastica =  $U(x) = \frac{1}{2}K(x - x_0)^2$

### 3.21.3 Energia meccanica

è la somma di energia cinetica ed energia potenziale attinenti dallo stesso sistema. Per **forze conservative** è sempre la stessa durante l'evoluzione del moto

$$E_m = E_K + E_P$$

Si definisce **Conservazione dell'energia meccanica**

$$\Delta U = \Delta E_k$$

Cioè la differenza dell'energia potenziale finale meno iniziale deve essere uguale alla differenza dell'energia cinetica finale meno l'iniziale

**Lavoro di forze non conservative** Per forze non conservative

$$W_{n.c.} = \Delta E_K + \Delta E_P = \Delta E_m$$

## 3.22 Forza apparente

In meccanica classica, un'interazione apparente, detta anche interazione fittizia o inerziale, è una forza, o un momento, che, anche se non vi viene applicata direttamente, agisce su un corpo al pari delle forze e dei momenti reali, o effettivi

## 3.23 Urti

Un urto è l'interazione dinamica tra due masse, vengono in contatto tra di loro e modificano il loro stato di moto. L'urto trasferisce quantità di moto da una massa all'altra. Quello che succede nell'urto viene semplificato, supponendo che il tempo in cui accade è molto minore del tempo del moto delle masse. L'urto generico è descritto come

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

$$\vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f}$$

Quindi

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

### 3.23.1 Urto perfettamente anelastico

Due oggetti (masse)  $m_1, m_2$  si scontrano, e ne risulta un'unica particella  $m_3$ . Dalla conservazione della quantità di moto abbiamo

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

e quindi

$$\vec{P}_{1,i} + \vec{P}_{2,i} = \vec{P}_{3,f}$$

### 3.23.2 Urto elastico

Nell'urto elastico vale

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f$$

Ma vale anche

$$E_{ki} = E_{kf}$$

## 3.24 Leggi di Keplero

### 3.24.1 Prima

Dice che i moti dei pianeti avvengono su orbite ellittiche, in cui il sole occupa il fuoco dell'ellisse

### 3.24.2 Seconda

Dice che le orbite avvengono in modo che la velocità areolare sia Costante, la velocità areolare è l'area spazzata dall'orbita nel tempo  $dt$ , individuata con un "triangolo".

$$\frac{dA}{dt} = \text{const}$$

### 3.24.3 Terza

Il rapporto tra il quadrato del periodo dell'orbita del pianeta e il cubo del semiasse maggiore dell'ellisse è costante.

$$\frac{T^2}{a^3} = K$$

## Capitolo 4

# Termodinamica

Il **tempo** non riveste un ruolo importante come in meccanica. La durata delle trasformazioni non è essenziale alla descrizione

### 4.1 Const

- $T_0 = 273,16 K$  Punto triplo  $H_2O$
- $t(^{\circ}C) = T(K) - 273,16$
- $t(^{\circ}F) = \frac{9}{5}t(^{\circ}C) + 32$
- $R = 8,314 \frac{J}{K \cdot mol}$
- $1 m^3 = 1000 l$
- $1 atm = 101325 Pa = 1,013 \cdot 10^{-5}$
- Gas monoatomico:  $\frac{3}{2}R$
- Gas diatomico:  $\frac{5}{2}R$
- Gas poliatomico  $3R$

Tipi di grandezze:

- Grandezze **estensive**, sono grandezze che dipendono dall'estensione del sistema termodinamico (per esempio volume o massa)
- Grandezze **intensive** non dipendono dall'estensione del sistema termodinamico (ad esempio pressione, temperatura e densità)

### 4.2 Tipi di scambi

Ci possono essere diversi tipi di scambi tra un sistema termodinamico e l'ambiente. Lo scambio può essere definito come

- Aperto, se c'è sia scambio di materia che di energia (per esempio una pentola d'acqua che bolle senza coperchio)
- Chiuso, se non c'è scambio di materia ma c'è di energia (per esempio pentola d'acqua che bolle con coperchio)
- Isolato, se non scambia né materia né energia (per esempio contenitore isolato che contiene acqua)
- Impossibile scambiare materia senza energia.

### 4.3 Equilibrio Termodinamico

Quando sussiste un equilibrio **meccanico**, un equilibrio **chimico** (no reazione chimica) e un equilibrio **termico** (no differenza di temperatura) all'interno di un sistema termodinamico. Da notare che questo deve valere per ogni "parte" del mio sistema che prendo in considerazione.

### 4.4 temperatura

Definita dalla media dell'energia cinetica dei componenti interni. La temperatura definisce varie esperienze nel mondo: espansione/contrazione liquidi e gas, variazione resistenza elettrica, ... è definita su una scala avente come zero il punto triplo dell'acqua

$$T_0 = 273,16K = 0C$$

La temperatura è misurata col **termometro**, il quale trasforma i cambiamenti di temperatura in cambiamenti di spazio

$$\Delta T \rightarrow \Delta x$$

### 4.5 Primo principio della Termodinamica

$$\Delta U = Q - W$$

Dove,  $\Delta U$  è la variazione di energia interna al sistema,  $Q$  è il calore ( $> 0$  assorbito,  $< 0$  ceduto), e  $W$  è il lavoro, ( $> 0$  è compiuto,  $< 0$  è "ricevuto"). Il lavoro  $W$  e il calore  $Q$  dipendono dal percorso,  $\Delta U$  no.

### 4.6 Trasformazioni quasi-statiche

Sono passaggi da uno stato d'equilibrio, a un altro stato di equilibrio tramite uno stato di equilibrio.

### 4.7 Trasformazioni cicliche

#### 4.7.1 Ciclo di Carnot

è un ciclo reversibile, la macchina è costituita da un gas **ideale**, la trasformazione può essere

- espansione isoterma reversibile
- espansione adiabatica reversibile
- compressione isoterma reversibile
- compressione adiabatica reversibile

Può essere rappresentato con solo due sorgenti. Si ha che per il rendimento in un ciclo di Carnot si ha

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Il risultato è vero anche per sistemi diversi dai gas ideali

Vale inoltre

$$T_1 < T_2 \Rightarrow \eta < 1$$

e anche  $Q_c$  calore assorbito,  $Q_a$  calore ceduto,

$$|Q_c| = Q_1 < Q_2 = Q_a$$

#### 4.7.2 Cicli irreversibile

Ciclo è irreversibile quando almeno un tratto del ciclo è irreversibile



### 4.7.3 Trasformazione reversibile

Se è possibile riportare allo stato iniziale sia il sistema, che l'ambiente esterno.

- Trasformazione quasi-statica
- Non ci sono dissipazioni

## 4.8 Calore specifico

$$Q = cm(T_f - T_i)$$

Segue,  $c$  è il calore specifico del corpo

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}$$

Più precisamente, lungo il percorso  $\gamma$

$$c_\gamma = \frac{1}{m} \left[ \frac{dQ}{dT} \right]_\gamma$$

$$udm[c] = \frac{J}{kg \cdot K}$$

è una grandezza **intensiva** (dipende dalla massa)

Dove  $c$  è una costante che dipende dal materiale,  $m$  è la massa del materiale, e  $T_f - T_i$  la differenza di temperatura

#### nota

Il calore specifico di un corpo è utile solo se  $dT \neq 0$

#### nota 2

$$Q = \int_a^b dQ = \int_a^b mc_\gamma[T]dT$$

### 4.8.1 Capacità termica

$$Q = C(T_f - T_i)$$

Dove  $C = mc_\gamma$ , quindi

$$C_\lambda = \left[ \frac{dQ}{dT} \right]_\gamma$$

è una grandezza **estensiva**.

### 4.8.2 Calore specifico a volume costante

- Per i gas **monoatomici** (ideali):  $c_V = \frac{3}{2}R$  dove 3 sono i gradi di libertà della molecola
- (alcuni) gas **biatomici** (ideali):  $c_V = \frac{5}{2}R$

### 4.8.3 Calore specifico a pressione costante

$$c_p = R + c_V$$

## 4.9 Cambi di fase

Gli stati di aggregazione della materia Sono

- Solido: ha volume e forma propri
- Liquido: ha volume proprio, ma non ha forma propria
- Gassoso: non ha volume proprio e neanche forma propria

I passaggi sono:

- solido  $\rightarrow$  liquido = liquefazione
- liquido  $\rightarrow$  solido = solidificazione
- liquido  $\rightarrow$  gassoso = evaporazione
- gassoso  $\rightarrow$  liquido = condensazione
- solido  $\rightleftharpoons$  gassoso = sublimazione

### Punto triplo

Chiamiamo punto triplo per una data sostanza, il punto di intersezione delle tre linee di cambio di fase, dove le tre fasi possono coesistere.

### Punto critico

è un punto che demarca la fine della linea di separazione delle fasi liquide e gassose, oltre questo punto non è più possibile distinguere la fase liquida da quella gassosa.

#### 4.9.1 Calore latente

Nel cambio di fase fusione e evaporazione

$$Q = \lambda m$$

dove  $\lambda$  è il calore latente.

Per l'acqua

$$\lambda_{fusione}^{H_2O} = 3,3 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg} \quad @273,16K$$

$$\lambda_{fusione}^{H_2O} = 22,6 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg} \quad @373,16K$$

## 4.10 Trasmissione del calore

I modi di trasmissione del calore sono

- conduzione
- convezione
- irraggiamento

### 4.10.1 Conduzione

$$dQ = -K \frac{dT}{dZ} ds dt$$

dove  $K$  esprime la conducibilità del materiale

$$udm[K] = \frac{J}{m \cdot s K}$$

### 4.10.2 Convezione

Il calore si trasmette mediante lo spostamento delle parti calde del sistema (esempio: acqua)

### 4.10.3 Irraggiamento

Un sistema emette e assorbe onde elettromagnetiche, la legge che lega l'energia che viene emessa tramite onde elettromagnetiche e la temperatura del corpo è la legge di Stefan-Boltzmann

#### Legge di Stefan-Boltzmann

Dice che

$$\epsilon = \sigma e T^4$$
$$udm[\epsilon] = [\frac{E}{L^2 T}]$$

Dove  $\epsilon$  è il potere emissivo del corpo,  $e$  l'emissività del corpo (la capacità di un corpo di emettere onde) e  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{J}{m^2 s K^4}$$

#### nota

è improprio considerare l'irraggiamento uno scambio di calore

### 4.10.4 Vaso DEWAR

Ottimo recipiente isolante

## 4.11 Equazione di stato di Gas Ideali

$$pV = nRT$$

### 4.11.1 Isocora

Definita da Gay-Lussac, il volume  $V$  è costante,

$$p = p_0(1 + \beta t)$$

### 4.11.2 Isobara

Definita da Gay-Lussac, la pressione  $p$  è costante,

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

### 4.11.3 Isoterma

Definita da Boyle, la temperatura  $t$  è costante,

$$p_i V_i = p_f V_f = cost$$

### 4.11.4 Lavoro nei Gas

$$W = \int_i^f p(V) dV$$

### 4.11.5 Energia interna nei Gas ideali

Sperimentalmente, per un gas ideale,

$$U = U(T)$$

#### 4.11.6 Equazione di stato dei gas non ideali

Van der Waals

$$f(p, V, T) = 0$$

### 4.12 Trasformazioni dei gas ideali

Per gas ideali vale sempre

$$dU = nc_V dT$$

	Isocora $\Delta V = 0$	Isobara $\Delta p = 0$	Isoterma $\Delta T = 0$	Adiabatica -
$\Delta U$	$nc_V \Delta T$	$nc_V \Delta T$	$nc_V \Delta T = 0$	$nc_V \Delta T$
$Q$	$nc_V \Delta T$	$nc_p \Delta T$	$nRT \ln(\frac{v_f}{v_i})$	0
$W$	0	$nR \Delta T$ $p_B(\Delta V)$	$nRT \ln(\frac{v_f}{v_i})$	$-nc_V \Delta T$

#### 4.12.1 Trasformazione Isocora

Siccome il volume  $V$  è costante, il lavoro  $W = 0$ , quindi

$$dU = dQ$$

$$dQ = nc_V dT = dU$$

Dove  $c_v$  è il calore specifico a volume costante

#### 4.12.2 Trasformazione Isobara

$$dU = dQ - dW$$

$$nc_V dT = nc_p dT - nR dT \Rightarrow c_p - c_V = R$$

che è la relazione di Mayer. dove  $c_p$  è il calore specifico a pressione costante

#### 4.12.3 Trasformazione Isoterma

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q - W = 0$$

Quindi

$$Q = W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

#### 4.12.4 Trasformazione Adiabatica

$$pV^\gamma = \text{cost}$$

con  $\gamma$  che varia in base al tipo di gas

#### 4.12.5 Trasformazione Generica

$$dQ = nc_V dT + dW$$

### 4.13 Trasformazioni cicliche

Lo stato iniziale  $A$  coincide con lo stato finale  $B$

$$\Delta U = \int_A^B dU = \oint dU = U_B - U_A = 0$$

$$Q = \int_A^B dQ = \oint_{A \rightarrow B} dQ = Q$$

$$W = \int_A^B dW = \oint dW = W$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$$

$$Q = Q_C + Q_A, \quad Q_C < 0, \quad Q_A > 0$$

Dove  $Q_C$  è il calore ceduto,  $Q_A$  quello assorbito.

Stessa cosa per il lavoro,

$$W = W_F + W_S, \quad W_F > 0 \quad W_S < 0$$

Dove  $W_F$  è il lavoro fatto, e  $W_S$  quello subito

#### 4.13.1 Macchine termiche

il lavoro  $W$  compiuto è  $> 0$ ,

$$W > 0 \Rightarrow Q > 0$$

#### 4.13.2 Macchine Frigorifere

$$W < 0 \Rightarrow Q < 0$$

#### 4.13.3 Ciclo di Otto

Tipico del motore a scoppio. è caratterizzato da

- espansione isobara
- compressione adiabatica
- accensione/combustione
- decompressione
- scarico

Il rendimento è pari a

$$\eta = 1 - \frac{|T_a - T_d|}{T_c - T_b}$$

#### 4.13.4 Ciclo di Carnot Inverso

Verso di percorrenza inverso del Ciclo di Carnot, il lavoro è negativo

Rendimento

$$\xi = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

### 4.14 Rendimento

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

#### 4.14.1 Macchine Termiche

Rendimento sempre compreso tra

$$0 \leq \eta < 1$$

e quindi

$$0 \leq W < Q_A$$

e quindi

$$0 < |Q_C| < Q_A$$

#### 4.14.2 Macchine Frigorifere

L'efficienza, o **Coefficiente di prestazione**

$$\xi = \frac{Q_A}{|W_S|}$$

#### 4.15 Legge di Avogadro

Volumi uguali, di gas diversi, alla stessa pressione e temperatura, contengono lo stesso numero di molecole  $N$

$$N = \frac{1}{K_B} \frac{pV}{T}$$

Il numero di **moli**  $n$  è definito come

$$n = \frac{N}{N_A}$$

Cioè si prende il numero di molecole  $N$ , e lo si divide per il numero di avogadro  $N_A$ ,

$$n = 1 \quad \Rightarrow \quad N = N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$$

La legge di Avogadro espressa con le moli risulta

$$n = \frac{1}{R} \frac{pV}{T}$$

Dove  $K_B$  è la costante di *Boltzman*,

$$K_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

$$R = K_B N_A = 8,314 \frac{J}{K \cdot mol}$$

#### 4.16 Secondo principio della Termodinamica

Il calore non fluisce **mai** spontaneamente da un corpo ad uno più caldo. Mette dei limiti alle possibili trasformazioni di calore in lavoro

##### 4.16.1 Enunciato kelvin-Planck

è **impossibile** realizzare un processo il cui unico risultato sia la trasformazione di calore in lavoro

##### 4.16.2 Enunciato di Clausius

è **impossibile** realizzare un processo il cui unico risultato sia il passaggio di calore da un corpo a uno a temperatura maggiore

#### 4.17 Teorema di Carnot

Due macchine termiche, che lavorano a contatto con due sorgenti,  $T_1$  e  $T_2 > T_1$ , una macchina **generica**  $x$  estrae il calore  $Q_2$  dalla sorgente  $T_2$ , restituisce il calore  $Q_1$  a  $T_1$ , e produce del lavoro  $W$ .

L'altra macchina  $r$  è reversibile, ed estrae calore  $Q'_2$  da  $T_2$ , restituisce calore  $Q'_1$  a  $T_1$ , il lavoro che essa compie è  $W$

Allora,

$$\eta_{x(T_1, T_2)} \leq \eta_{r(T_1, T_2)}$$

Cioè il rendimento di una macchina termica qualsiasi che lavori tra la temperatura  $T_1$  e  $T_2$  è  $\leq$  del rendimento di una macchina reversibile qualsiasi che lavori tra le medesime temperature.

### Altra formazione

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

### Corollario

Tutte le macchine reversibili, che lavorano tra le stesse temperature hanno lo stesso rendimento

$$\eta_{R_1(T_1, T_2)} = \eta_{R_2(T_1, T_2)}$$

### Osservazioni

Il rendimento massimo coincide con quello della macchina reversibile

$$\eta_{MAX(T_1, T_2)} = \eta_{R(T_1, T_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

## 4.18 Teorema di Clausius

Estende il Teorema di Carnot alle trasformazioni generiche

$$\sum_{j=1}^N \frac{Q_j}{T_j} \leq 0$$

Tutti gli scambi di calore con le  $N$  sorgenti con cui il sistema è in contatto sommati, devono essere  $\leq 0$ .  $= 0$  se il ciclo (la macchina) è reversibile

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

## 4.19 Entropia

Data una trasformazione ciclica da  $A$  a  $B$  nel tratto 1 e da  $B$  a  $A$  nel tratto 2, se il ciclo è reversibile si ha

$$\oint \frac{dQ}{T} = \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_1 + \int_B^A \left(\frac{dQ}{T}\right)_2 = 0$$

ma, visto che il ciclo è reversibile vale anche

$$\int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_1 - \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_2 = 0$$

Quindi non dipende dal percorso scelto. Abbiamo quindi questa funzione, che si chiama *entropia*

$$\int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev} = S(B) - S(A)$$

La variazione di entropia è una funzione di stato:

$$\Delta S_{A \rightarrow B} = \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev. qualsiasi}$$

### nota 1

Dati un sistema 1 e un sistema 2, il sistema 3 è  $= sys1 \cup sys2$ , l'entropia

$$S_3 = S_1 + S_2$$

### nota 2

L'entropia è una grandezza estensiva

### nota 3

Per il calcolo, occorre scegliere la reversibile più conveniente

#### 4.19.1 Variazioni di Entropia per Tr. notevoli di Gas Ideali

##### Isoterma

$$v_i \rightarrow v_f$$
$$dQ = \frac{nRT}{V} dV \Rightarrow dS = \frac{dQ}{T} = nR \frac{dV}{V}$$
$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

##### Isocora

$$dS = nC_v \frac{dT}{T}$$
$$\Delta S = \int_i^f dS = nC_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

##### Isobara

$$dS = nc_p \frac{dT}{T}$$
$$\Delta S = \int_i^f dS = nc_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

##### Adiabatica

$$\Delta S = 0$$

##### Cambi di fase

$$dS = \frac{\lambda}{T} dm$$
$$\Delta S = \frac{\lambda m}{T}$$

#### 4.19.2 Diagrammi T-S

$T$  e  $S$  sono variabili termo dinamiche, quanto lo sono  $p$  e  $v$

#### 4.19.3 Teorema dell'entropia

Se il sistema è isolato

$$dQ = 0 \Rightarrow \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_X = 0$$

Segue che

$$S_B \geq S_A$$
$$\Delta S \geq 0$$

e l' = vale solo se la trasf. è reversibile



# Capitolo 5

## Elettricità

### 5.1 Const

- Costante magnetica  $K_m = 10^{-7} T \cdot m = \frac{\mu_0}{4\pi}$
- Costante  $K = 8,99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
- Costante dielettrica del vuoto  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} [= \frac{C^2}{J \cdot m}]$
- $1nC = 1 \cdot 10^{-9}C$

Conduttori: materiali che non si elettrizzano

Isolanti: si elettrizzano, gli isolanti che possono essere:

- Vetri e affini (carica +)
- Plastiche (carica -)

Dove  $\epsilon_0$  è la **costante dielettrica del vuoto**

#### La carica elementare

è  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}C$

- la carica  $q$  dell'**elettrone** è  $-e$ , la sua massa  $m_{el} = 0,91 \cdot 10^{-30}kg$
- la carica  $q$  del **protone** è  $+e$ , la sua massa  $m_{pr} = 1,67 \cdot 10^{-27}Kg$
- la carica  $q$  del **neutrone** è 0, la sua massa è circa uguale a quella del protone

#### 5.1.1 Campo elettrico in una piana infinita

Il campomagnetico  $\vec{E}$  di una piana infinita è sempre perpendicolare alla piana, e vale

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Dove  $\sigma$  è la densità di carica

### 5.2 Forza di attrazione tra due cariche puntiformi

Date due cariche  $q_1$  e  $q_2$  la forza che  $q_1$  applica a  $q_2$  è pari a

$$F_{1 \rightarrow 2} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$r_{12}$  è la distanza tra i due oggetti. La forza agisce sempre lungo la congiungente delle due cariche.

$$u.d.m[q] = [I \cdot T] = 1C(culomb)$$

## 5.3 Principio di sovrapposizione

Date  $n$  cariche, che interagiscono su una carica, l'effetto totale sulla carica di prova, è dato dalla sovrapposizione degli effetti delle singole cariche

## 5.4 Campo elettrico o elettrostatico

Il campo elettrico è il rapporto fra la forza che muove la carica e la carica stessa

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{KQ}{r^2} \hat{r}$$

Dove  $\vec{E}$  è il campo elettrico,  $\vec{F}$  è la forza subita dalla carica, e  $q_0$  la carica

Il campo elettrico è **uscente** se la carica che lo genera  $Q$  è  $> 0$

Il campo elettrico è **entrante** se la carica che lo genera è  $Q < 0$

$$u.d.m.[E] = [\frac{1N}{C}]$$

- Campo elettrostatico: è generato da altre cariche elettriche ferme
- Elettromotore

### 5.4.1 lavoro di un campo elettrico

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_a^b q\vec{E} \cdot d\vec{s} = q \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

### 5.4.2 Circuitazione del campo elettrico

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = f.e.m.$$

dove  $f.e.m$  è la forza **elettromotrice**, cioè è uguale alla forza che sta portando la carica dal punto a al punto b (stesso)

### 5.4.3 caso Elettrostatico

$$W_{AB} = -\Delta U_{AB}$$

$$U_A = \frac{KQ}{r_A} + const$$

Dove  $U_{AB}$  è l'energia potenziale elettrostatica. Le forze, almeno per la singola carica sono forze conservative e quindi, vale per la carica puntiforme: La circuitazione del campo elettrostatico è  $= 0$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

che è equivalente alla conservatività del campo elettrostatico.

Si introduce il **potenziale**  $\Delta V$ , definito come la differenza di energia potenziale diviso la carica

$$\Delta U \longrightarrow \Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

Il potenziale elettrostatico si definisce come:

$$V_A = \frac{KQ}{r_A} + const'$$

Dove  $const'$  è una costante arbitraria

## 5.5 Forza Elettrica

Se una carica  $q$  è in movimento, c'è una forza non nulla che la muove, questa forza può essere

- Determinata da altre cariche elettriche, in questo caso si chiama **forza elettrostatica**

## 5.6 Linee di forza

Dato un campo vettoriale  $\vec{v}$ , può essere rappresentato graficamente tramite le linee di forza. In ogni punto le linee di forza hanno una tangente, che coincide con la direzione del vettore  $\vec{v}$  nel punto  $P$

- $\text{direzione}(\vec{v}_P) = \text{tangente alle linee di forza nel punto } P$
- $\text{Verso}(\vec{v}_P) = \text{verso di percorrenza delle linee nel punto } P$
- $\text{Modulo}(\vec{v}_P)$  si rappresenta con la densità delle linee

## 5.7 Flusso di un campo vettoriale

Data una grandezza vettoriale  $\vec{v}$ , definiamo come flusso della grandezza vettoriale in questione, attraverso una superficie infinitesima  $d\Sigma$

Il flusso  $d\Phi$  è

$$d\Phi = \vec{v} \cdot \hat{n} d\Sigma$$

dove  $\hat{n}$  è il vettore normale alla superficie.

Più in generale per una superficie non infinitesima, si ha la somma di tante superfici infinitesime

$$\Phi = \int_{\Sigma} d\Phi = \int_{\Sigma} \vec{v} \cdot \hat{n} d\Sigma$$

## 5.8 Angolo solido

Area della calotta sferica, normalizzata al quadrato del raggio della sfera, l'angolo solido è

$$\omega = \frac{S}{R^2}$$

dove  $S$  è la superficie "di taglio" sempre ortogonale

## 5.9 teorema di Gauss

Nel caso in cui le cariche siano **interne**: Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma delle cariche interne a tale superficie diviso  $\epsilon_0$

$$\Phi_{\Sigma} = \oint \vec{E} \cdot \hat{n} d\epsilon = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

**Nel caso di cariche esterne** Si ha che il flusso è nullo

$$d\Phi_{d\omega} = 0$$

Per il flusso tramite la superficie  $\omega$

## 5.10 Conduttori

I conduttori si definiscono tali, perchè al loro interno contengono cariche libere. Una carica si definisce libera, quando, sotto l'azione di un campo elettromagnetico esterno essa si muove più o meno liberamente

- Soluzioni elettrolitiche
- gas ionizzati
- metalli

### 5.10.1 Conduttore in Equilibrio

Un conduttore si dice in equilibrio quando tutte le cariche al suo interno sono in equilibrio  
Cioè  $\forall$  carica  $q_i$

$$\vec{v}_i = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_i = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_i = \vec{0}$$

Definizione "media". Il campo elettrico è nullo (perchè le cariche non si muovono)

#### Primo corollario

Per un conduttore in equilibrio vale  $q_{intern} = 0$ . Se c'è una carica, si distribuisce sulla superficie del conduttore

#### Secondo corollario

Dati due punti  $A, B$  all'interno del conduttore, la differenza di potenziale tra  $A$  e  $B$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$\forall A, B$  interni al conduttore,  $A = B$ . Cioè tutti i punti di un conduttore in equilibrio sono allo stesso potenziale

#### terzo corollario

$\vec{E} \neq \vec{0}$  solo appena fuori dalla superficie

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\sigma(\vec{r})}{\epsilon_0} \hat{n}$$

QUindi, il campo elettrico appena fuori dalla superficie di un conduttore, in una posizione  $r$  è uguale alla densità di carica nella data posizione  $r$  diviso  $\epsilon_0$ , e diretto normalmente alla superficie

### 5.10.2 Schermo elettrostatico

Immaginando un conduttore cavo

Una perturbazione esterna che redistribuisce  $q_{EF}$  non sarà percepibile all'interno del conduttore e quindi su tutti i conduttori interni.

Ogni perturbazione interna non sarà misurabile all'esterno

## 5.11 Capacità del conduttore

è il rapporto tra la carica  $q$  depositata tra la superficie del conduttore, e il potenziale  $V$  in cui il conduttore va, per effetto di questa carica. descrive la capacità di un conduttore di ospitare le cariche e di portarsi ad un certo potenziale

$$\mathbb{C} = \frac{q}{V}$$

$$u.d.m. [\mathbb{C}] = \frac{1C}{V} = 1F$$

dove  $F$  è il Farad

## 5.12 Condensatori

Quando due conduttori sono in induzione completa, si chiamano condensatore ( $R_1$  e  $R_2$  sono i raggi del condensatore sferico)

$$\Delta V = Kq \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

### 5.12.1 Capacità di un condensatore

$$C = \frac{q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Se le superfici delle armature sono abbastanza vicine, la capacità è

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{h}$$

Dove  $S$  è la superficie,  $h$  è pari a  $R_2 = R_1 + h$  con  $h \ll R_1$

### 5.12.2 Energia elettrostatica nel condensatore

$$\Delta U = W_{TOT} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C\Delta V^2 = \frac{1}{2}Q\Delta V$$

### 5.12.3 Campo elettrico nel condensatore

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

dove  $\sigma$  è la densità superficiale di carica

### 5.12.4 Induzione Completa

Quando, tutte le linee di campo elettrico nascono da un conduttore e muoiono nell'altro conduttore. Cioè non esiste una linea di campo elettrico che parte da un conduttore che non vada a finire nell'altro.

### 5.12.5 Condensatore piano

Due armature piane, parallele, con carica  $+q$  e  $-q$ . Il campo elettrico è pari a  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . La somma dei vettori dei due campi elettrici è pari a 0 all'esterno delle due armature, mentre all'interno è pari a  $E$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{h}$$

#### Effetti di bordo

Al limite delle armature ci sono delle linee che saranno curvate, trascurate per la debole intensità.

### 5.12.6 Sistemi di condensatori

Dati due condensatori,  $C_1$  e  $C_2$  collegati a una differenza di potenziale  $\Delta V$ ,

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$C_1 = \frac{q_1}{\Delta V_1}$$

$$C_2 = \frac{q_2}{\Delta V_2}$$

#### In serie

Il condensatore "risultante" sarà

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

#### In parallelo

$$C = C_1 + C_2$$

### 5.12.7 Energia nel condensatore

L'energia elettrostatica all'interno del condensatore è

$$\Delta U_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \tau$$

Dove  $\tau$  è il volume tra le due armature

La densità volumica di energia è

$$u = \frac{\Delta U_{el}}{\tau} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

### 5.12.8 Forza tra le armature

La forza tra le due armature del condensatore è definita come

$$F = -\frac{dU}{dS}$$

$$F = -\frac{d}{dS} \left[ \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \tau \right]$$

### 5.12.9 Pressione elettrostatica

Indipendente dal fatto che il condensatore sia isolato o connesso a un generatore, non dipende dalla geometria del condensatore è un'equazione valida in "generale", **coincide con la definizione di densità elettrostatica associata al campo elettrico**

$$\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (= u)$$

#### Condensatore isolato

La pressione elettrostatica tra due armature di un condensatore coincide con la densità volumica di energia

$$P_{el} = \frac{F}{S} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

#### Condensatore e generatore

$$d(\Delta U_{el}) = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{\Delta V}{h} \right)^2 S dh$$

$$d(\Delta U_{gen}) = \epsilon_0 \left( \frac{\Delta V}{h} \right)^2 S dh$$

e quindi, la variazione totale sarà

$$d(\Delta U) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{\Delta V}{h} \right)^2 S dh$$

$$F = \frac{-d(\Delta U)}{dh} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{\Delta V}{h} \right)^2 S$$

$$P = \frac{F}{S} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

## 5.13 Conduzione elettrica

Per esempio, il rame  $Cu$  ha 1 elettrone "libero" per atomo. Calcoliamo quanti elettroni sono liberi per unità di volume

$$n = \frac{N_A \rho}{A} = 8,49 \cdot 10^{28} \frac{e^-}{m^3}$$

Elettroni a metro cubo. la velocità media degli elettroni (per un volume abbastanza grande) è

$$\vec{v}_m = \vec{0}$$

Se il conduttore è sottoposto ad un campo elettrico esterno, la velocità media degli elettroni passa a quella di "drift":

$$\vec{v}_m = \vec{0} \longrightarrow \vec{v}_m = \vec{v}_d$$

Vettore densità di corrente elettrica, pari alla densità di cariche libere, per velocità di drift (o deriva), - la stessa cosa per le cariche negative

$$\vec{J}_e = n_+ e v_{d+} \vec{v}_+ - n_- e v_{d-} \vec{v}_-$$

### 5.13.1 Corrente elettrica

Si definisce come l'integrale verso la sezione del vostro filo

$$i = \int_S n e \vec{v} \cdot \hat{n} dS = \frac{dq}{dt}$$

$$u.d.m[i] = \frac{1C}{1s} = 1A$$

### 5.13.2 Principio di conservazione della carica elettrica

Data una superficie chiusa, la carica totale che passa attraverso questa superficie, è uguale alla variazione delle cariche nella superficie nel tempo. (tanta corrente entri nel volume tanta ne esce)

$$i_{tot} = \oint \vec{J} \cdot \hat{n} dS = -\frac{dq_{int}}{dt}$$

### 5.13.3 Legge di OHM

La velocità di deriva, è proporzionale al campo elettrico

$$\vec{v}_d = \alpha \vec{E}$$

Anche scritta

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$

La costante  $\rho$  si chiama resistività, è una costante intensiva, e dipende dal materiale che stiamo utilizzando. La resistività cresce in proporzione alla temperatura

$$\rho(t) = \rho_{20}(1 + \alpha \Delta t)$$

Dove  $\rho_{20}$  è la resistività misurata a 20 gradi celsius

Cioè la legge di OHM lega il campo elettrico alla corrente tramite la costante di resistività  $\rho$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}$$

$$i = \frac{ES}{\rho} = Eh \frac{S}{\rho h} = \Delta V \frac{1}{R}$$

$R$  Si chiama resistenza elettrica,

$$R = \rho \frac{h}{S}$$

Dove  $h$  è la lunghezza, e  $S$  la sezione

La legge di OHM per i conduttori metallici sarà quindi

$$i = \frac{\Delta V}{R}$$

$$u.d.m[R] = \frac{1V}{1A} = 1\Omega$$

### 5.13.4 Effetto Joule

La potenza,  $P$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq\Delta V}{dt} = \Delta V \cdot i$$

Per circuiti dove vale la legge di OHM Si ha

$$P = RI^2$$

### 5.13.5 Resistenze in serie

Consideriamo  $R_1$  e  $R_2$  in serie, la corrente  $i$  che le attraversa è la stessa, quindi

$$iR_1 = \Delta V_1$$

$$iR_2 = \Delta V_2$$

Dove  $\Delta V_1$  è la differenza di potenziale ai capi di  $R_1$ , stessa cosa per  $\Delta V_2$

Quindi,

$$iR^* = \Delta V \Rightarrow R^* = R_1 + R_2$$

### 5.13.6 Resistenze in parallelo

Consideriamo  $R_1$  e  $R_2$  in parallelo, la corrente  $i$  si divide nei due capi in  $i_1$  e  $i_2$ . In questo caso,  $\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$  quindi

$$i_1 R_1 = \Delta V$$

$$i_2 R_2 = \Delta V$$

Quindi,

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

## 5.14 Forza Elettro Motrice

$$f.e.m. = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = R_T i \Rightarrow i \neq 0 \iff f.e.m. \neq 0$$

$R_T$  resistenza totale circuito

Deve quindi esistere una resistenza interna al generatore tale che

$$f.e.m. = R_T i = (R_{load} + r)i$$

$$V_A - V_B = f.e.m. - ri$$

Dove  $R_{load}$  è la resistenza del "circuito" senza il generatore, e  $r$  è la resistenza del generatore

## 5.15 Interazione elettromagnetica

Magnetite  $FeO \cdot Fe_2O_3$ . I **poli magnetici** sono le estremità di un oggetto (in magnetite)

Esistono due tipi di "carica" magnetica: positive e negative.

Ciascun magnete contiene sempre due poli opposti

La magnetizzazione: si possono produrre magneti artificiali (calamite) tramite contatto coi magneti naturali.

Il geomagnetismo: lasciato libero di muoversi, si orienta lungo direzioni secondo il meridiano terrestre locale. il polo che punta verso il nord è chiamato polo nord con carica positiva. il polo sud viceversa.

$$F = K_m \frac{q_{m1} q_{m2}}{r^2}$$

Magnete spezzato: se spezziamo un magnete, non ottengo due oggetti con cariche opposte, ma ottengo due nuovi magneti. Questo fenomeno è valido per qualsiasi scala. Non esiste il monopolio magnetico

Le correnti generano campi elettromagnetici



### 5.15.1 Induzione magnetica

$\vec{B}$  è l'induzione magnetica  $udm[B] = 1T$  (un Tesla)

### 5.15.2 Campo magnetico

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} d\Sigma = 0$$

Campo magnetico solenoidale. (solenoidale quando il flusso del campo attraverso una qualsiasi superficie chiusa è uguale a 0)

## 5.16 Forza di Lorentz

è la forza che sperimenta una carica  $q$ , in moto con velocità  $\vec{v}$ , quando essa entra in una regione con campo magnetico  $\vec{B}$

$$\begin{aligned}\vec{F}_L &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ |\vec{F}| &= F_L = qvB \sin\theta_{vB} \\ [B] &= \left[\frac{F}{qL}\right] = \left[\frac{F \cdot L}{I \cdot L^2}\right] = \left[\frac{E}{I \cdot L^2}\right]\end{aligned}$$

## 5.17 Forze che agiscono su una carica

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

## 5.18 Forza su un tratto di filo percorso da cariche

$$d\vec{F} = -edN\vec{v}_d \times \vec{B}$$

dove  $dN$  è il numero di elettroni.  $dN = nd\tau$  che è la densità volumica

La riedizione della forza di Lorentz, invece che per una carica puntiforme per un tratto di filo infinitesimo

$$d\vec{F} = id\vec{S} \times \vec{B}$$

+++ che è anche chiamata seconda legge elementare di Laplace

## 5.19 Principio di equivalenza di Ampere

Principio che pone l'equivalenza tra spire attraversate da corrente e magneti:

$$\vec{m} = i\Sigma\hat{n}$$

è il momento magnetico della spira. Permette di pensare alla spira come ad un bipolo magnetico. Versione infinitesimale, che è anche il principio di equivalenza di ampere:

$$d\vec{m} = id\Sigma\hat{n}$$

## 5.20 Prima legge elementare di Laplace

Le correnti possono generare campi magnetici. Si ha  $id\vec{s}$  un tratto lungo un filo, mi interessa sapere qual'è il campo magnetico esercitato dal piccolo segmento  $id\vec{s}$  nel punto  $P$  generico. Si ha anche la congiungente  $\hat{u}_r = \hat{r}$  dal punto di sorgente del campo magnetico al punto  $P$ .

$$d\vec{B} = K_m \frac{id\vec{s} \times \hat{u}_r}{r^2}$$

**Nota** La prima legge elementare di Laplace è uno strumento matematico, non ha senso fisico: è impossibile misurare il contributo di  $id\vec{s}$  senza misurare il contributo di tutto il "circuito" in quanto la corrente non si può spezzare in più parti.

### Forma generale con conduttore filiforme

$$\vec{B}(P) = \oint_C d\vec{B} = \oint_C \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{s} \times \hat{u}_r}{r^2}$$

Dove  $C$  è il filo

### Forma generale con conduttore non filiforme

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J} \frac{\hat{u}_\tau \times \hat{u}_r}{r^2} d\tau$$

## 5.21 Legge di Biot-Savart

Il campo magnetico  $\vec{B}$  generato a distanza  $R$ , da un filo indefinito percorso dalla corrente  $i$  è

$$\vec{B}(R) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \hat{\theta}$$

Dove  $\hat{\theta}$  è il versore del campo magnetico

## 5.22 Legge di Ampere

$$\tau_C(\vec{B}) = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_C$$

Dove  $i_C$  sono le correnti concatenate (interne) al circuito

### 5.22.1 Equazioni di Maxwell

Per campi elettrici e magnetici statici (che non variano nel tempo)

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_C$$

## 5.23 Legge di Faraday-Neumann-Lenz

Ogni variazione del flusso nel tempo genera una f.e.m.

$$f.e.m. = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

$$i = - \frac{f.e.m.}{R}$$

L62 L 143