Facoltà di Farmacia e Medicina - A.A. 2016-2017
25 Gennaio 2017 – Scritto di Fisica

Corso di Laurea: Laurea Magistrale in CTF

Nome: | **Cognome:**

Matricola: | **Data appello orale:**

Canale | **Docente:**

Riportare sul presente foglio i risultati numerici trovati per ciascun esercizio.

Esercizio 1. Cinematica

Due treni viaggiano tra due stazioni distanti 20 km. Il primo viaggia a velocità costante, v= 30 km/h. Il secondo parte da fermo ventun minuti dopo il primo, e viaggia con accelerazione costante. Qual'è la massima accelerazione che può avere per non scontrarsi col primo treno prima della stazione di arrivo? $a =$ _________

Esercizio 2. Dinamica

Una molla di costante elastica 1000 N/m, compressa di 5 cm ed orientata con un angolo di 45 gradi rispetto all'orizzontale, lancia verso l'alto una pallina di massa pari a 100 g. Calcolare la velocità della pallina, in modulo direzione e verso, quando essa raggiunge una altezza di 0.5 metri* ed il lavoro fatto dalla molla. (Trascurare la variazione di energia potenziale gravitazionale durante la decompressione della molla.)
(*nella versione originale questo dato era sbagliato.) v= ______; L= ______

Esercizio 3. Urti ed Energia

Un blocco di massa 1 kg, posto su un piano orizzontale liscio, è collegato ad una molla, anch'essa orizzontale. Un proiettile di massa 100 g viene sparato orizzontalmente contro il blocco, ad una velocià di 20 m/s, vi resta conficcato, e fa comprimere la molla di 2 cm. Quanto vale la costante elastica della molla? $k =$ _________

Esercizio 4. Fluidi

Un tubo in cui scorre dell'acqua collega un punto A ed un punto B ad una quota 10 metri sopra ad A. Sapendo che il rapporto tra le sezioni del tubo è $S_A/S_B = 3$ e che la differenza di pressione $p_A - p_B = 4$ atm, calcolare la velocità del fluido in A ed in B. v_A= ______; v_B= ______

Esercizio 5. Primo principio termodinamica

Due moli di un gas perfetto compiono il seguente ciclo termodinamico reversibile: espansione isoterma a temperatura $T_1 = 300$ K fino a raddoppiare il volume, trasformazione isobara fino ad una temperatura finale $T_2 = 400$ K, compressione isoterma con dimezzamento del volume, trasformazione isobara fino a temperatura iniziale. Trovare il rapporto p_1/p_2 tra le pressioni nelle due isobare, il lavoro ed il calore (modulo e segno) scambiato nel ciclo. p_1/p_2= ________; L= ________; Q= ________

Esercizio 6. Campo elettrico

Una sfera conduttrice di raggio 1 m ha una carica di 1 nC ed un guscio conduttore ad essa concentrico di raggio interno 3 m e raggio esterno 5 m ha una carica di 2 nC. Calcolare il campo elettrico alle distanze 0.5, 2, 4, 6 m dal centro della sfera. $E(0.5)$= ______; $E(2)$= ______; $E(4)$= ______; $E(6)$= ______

Esercizio 7. Campo magnetico

In uno spettrometro di massa due ioni, uno di deuterio e l'altro di trizio, vengono accelerati da una differenza di potenziale di 3 kV. Entrano poi in una regione dove è presente un campo magetico B di modulo 0.05 T dove compiono una semi-circonferenza andando a colpire un sistema di rilevamento. Determinare il raggio delle due traiettorie. $R_{\rm de}$= ______; $R_{\rm tr}$= ______

Esercizio 8. Ottica

In piedi sul bordo di una piscina profonda 2 metri e piena di acqua ($n = 1.33$) un uomo alto 2 m vede una moneta sul fondo 4 metri avanti a sè. A che distanza dal bordo della piscina si trova realmente la moneta? L = _________

Soluzioni

Esercizio 1

Le leggi orarie dei due treni, indicando con t_0=21 minuti il tempo dopo il quale parte il secondo treno, sono

$$x_1(t) = v_1 \cdot t \qquad x_2(t) = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \text{ per } t > t_0 \tag{1}$$

Il primo impiega 40 minuti ad arrivare alla seconda stazione, e si può vedere che l'accelerazione massima che eviti lo scontro prima della seconda stazione è quella che fa giungere il secondo treno nella seconda stazione nello stesso istante.

$$t = \frac{d}{v_1} \qquad d = \frac{1}{2}a\left(\frac{d}{v_1} - t_0\right)^2 \Rightarrow a = \frac{2d}{\left(\frac{d}{v_1} - t_0\right)^2} = 0.031\ m/s^2 \tag{2}$$

Esercizio 2

Dal momento che nella decompressione della molla è detto di trascurare la variazione di energia potenziale gravitazionale, la conservazione dell'energia ci dice che il lavoro compiuto dalla molla positivo e pari all'opposto della variazione di energia potenziale elastica della molla

$$L = -\Delta U = U_i - U_f = \frac{1}{2}k\Delta x^2 = 1.25\ J \tag{3}$$

In molti avranno (forse) calcolato il modulo della velocità ad 1 metro di altezza (v_1) tramite la conservazione di energia tra l'istante iniziale, in cui l'energia è solo quella potenziale della molla, e l'istante finale in cui la pallina ha energia potenziale gravitazionale e cinetica

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh \qquad v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}\Delta x^2 - 2gh} = 2.52\ m/s \tag{4}$$

ma questa soluzione non è corretta poichè il modulo di questa velocità è minore della componente v_{0x} della velocità quando la pallina si stacca dalla molla, che in un moto parabolico di un grave, non viene modificato poichè l'accelerazione è puramente verticale. Calcolando la velocità della pallina quando questa si stacca dalla molla (v_0) ed imponendo che da lì in poi si abbia un moto parabolico

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}\Delta x = 5\ m/s \qquad v_{0x} = v_0\cos(\pi/4) = v_0\sin(\pi/4) = v_{0y} = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

Si ha dunque che invertendo la legge oraria lungo y ed inserendola nell'espressione della velocità lungo y, si ha

$$y(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \frac{v_0}{g\sqrt{2}} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{2g^2} - \frac{2y}{g}} \tag{6}$$

$$v_y(y) = \frac{v_0}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g\sqrt{2}} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{2g^2} - \frac{2y}{g}}\right) = \frac{v_0}{2\sqrt{2}} \mp \frac{g}{2}\sqrt{\frac{v_0^2}{2g^2} - \frac{2y}{g}} \tag{7}$$

che ha significato fisico solo se l'argomento della radice è positivo, ovvero se

$$y < \frac{v_0^2}{4g} = 0,64\ m \tag{8}$$

che indica l'altezza massima raggiunta in questo caso, che essendo < 1 ci dice che la pallina non arriverà mai alla quota di 1 metro.

Esercizio 3

Conservando la quantità di moto nell'urto completamente anelastico ricaviamo la velocità con cui si muovono blocco e proiettile dopo l'urto

$$mv_0 = (m + M)v' \Rightarrow v' = \frac{m}{m + M}v_0 = 1.82\ m/s \tag{9}$$

e bilanciando quindi l'energia cinetica del sistema di due corpi con quella potenziale elastica raggiunta quando blocco e proiettile si arrestano

$$\frac{1}{2}(m + M)v'^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \Rightarrow k = \frac{(m + M)v'^2}{\Delta x^2} = 9109\ N/m \tag{10}$$

Esercizio 4

Usiamo il teorema di Bernoulli:

$$p_A + \rho g z_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \rho g z_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

$$\frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2) = p_A - p_B + \rho g(z_A - z_B)$$

assieme alla legge di conservazione della portata $v_A S_A = v_B S_B$ ed otteniamo:

$$v_A^2(\frac{S_A^2}{S_B^2} - 1) = 2\frac{(p_A - p_B)}{\rho} + 2g(z_A - z_B)$$

da cui si ottiene $v_A = 8.8$ m/s e $v_B = 26.3$ m/s.

Esercizio 5

Chiamiamo il punto di partenza A, con volume V_A e pressione $p_A = p_2$ e temperatura $T_A = T_1 = 300$ K. La prima trasformazione isoterma porta il gas nello stato B con volume $V_B = 2V_A$ e pressione $p_B = p_1$. Si ha quindi $p_2 V_A = p_1 V_B \Rightarrow p_1/p_2 = V_A/V_B = 1/2$.

Nella prima isoterma

$$Q_{AB} = L_{AB} = nRT_1 \ln(V_B/V_A) = nRT_1 \ln 2.$$

La prima isobara porta il sistema da B a C, con volume V_C, pressione $p_C = p_1$ e temperatura $T_C = T_2$. Usando l'equazione di stato dei gas perfetti, il lavoro fatto in questa trasformazione è:

$$L_{BC} = p_1(V_C - V_B) = nR(T_2 - T_1).$$

La seconda isoterma porta il sistema da C a D, con volume $V_D = V_C/2$, $T_D = T_2$, e $p_D = p_C V_C/V_D = 2p_C = 2p_1 = p_2$. In questa isoterma

$$Q_{CD} = L_{CD} = nRT_2 \ln(V_D/V_C) = -nRT_2 \ln 2.$$

La seconda isobara porta il sistema da D a A. Usando l'equazione di stato dei gas perfetti, il lavoro fatto in questa trasformazione è:

$$L_{DA} = p_2(V_A - V_D) = nR(T_1 - T_2).$$

Il lavoro totale prodotto nel ciclo è quindi

$$L_{\text{ciclo}} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA} = nR(T_1 - T_2)\ln 2 = -1153J$$

e, per il primo principio della termodinamica è uguale al calore totale scambiato $Q_{\text{ciclo}} = L_{\text{ciclo}}$.

Esercizio 6

Il campo elettrico all'interno di un conduttore all'equilibrio elettrostatico è nullo, di conseguenza $E(0.5\text{m}) = E(4\text{m}) = 0$. Il campo a distanza 2 m dal centro della sfera si ottiene applicando il teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio $r = 2$ m concentrica alla sfera conduttrice. Si ottiene quindi

$$E(r = 2\text{m}) = \frac{q_{\text{sfera}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{9\ 10^9\ 10^{-9}}{4}\frac{V}{m} = 2.25\frac{V}{m}$$

Analogamente, il campo a distanza 6 m dal centro della sfera si ottiene applicando il teorema di Gauss ad una superficie sferica di raggio $r = 6$ m concentrica alla sfera e al guscio. La carica totale all'interno di tale superficie è adesso $q_{\text{tot}} = q_{\text{sfera}} + q_{\text{guscio}} = 3$ nC. Per $r = 6$ m si ottiene quindi:

$$E(r = 6\text{m}) = \frac{q_{\text{tot}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{9\ 10^9\ 3\ 10^{-9}}{36}\frac{V}{m} = 0.75\frac{V}{m}.$$

Esercizio 7

Entrambi gli ioni hanno carica elettrica e e massa $m_{\text{de}} = 2m_{\text{p}}$ e $m_{\text{tr}} = 3m_{\text{p}}$, dove $m_{\text{p}} = 1.67\ 10^{-27}$ kg è la massa del protone. Accelerati dalla differenza di potenziale $\Delta V = 3$ kV, acquisiscono un energia cinetica:

$$\frac{1}{2}m_{\text{de}}v_{\text{de}}^2 = e\ \Delta V \qquad \text{e} \qquad \frac{1}{2}m_{\text{tr}}v_{\text{tr}}^2 = e\ \Delta V$$

e quindi

$$v_{\text{de}} = \sqrt{\frac{2\ e\ \Delta V}{m_{\text{de}}}} = 5.4\ 10^5\text{m/s} \qquad \text{e} \qquad v_{\text{tr}} = \sqrt{\frac{2\ e\ \Delta V}{m_{\text{tr}}}} = 4.4\ 10^5\text{m/s}$$

Entrati nella regione dove è presente il campo magnetico, gli ioni sono soggetti alla forza di Lorentz e descrivono una traiettoria semi circolare fino arrivare al sistema di rilevamento. Il raggio delle due traiettorie si ottiene uguagliando la forza di Lorentz a quella centripeta:

$$ev_{\rm de}B = m_{\rm de}\frac{v_{\rm de}^2}{R_{\rm de}} \quad \text{e} \quad ev_{\rm tr}B = m_{\rm tr}\frac{v_{\rm tr}^2}{R_{\rm tr}} \quad \Rightarrow \quad R_{\rm de} = \frac{m_{\rm de}v_{\rm de}}{eB} = 22 \text{ cm} \quad \text{e} \quad R_{\rm tr} = \frac{m_{\rm tr}v_{\rm tr}}{eB} = 27 \text{ cm}$$

Esercizio 8

Costruendo il triangolo formato dal bordo della vasca, il fondo di essa, e la retta congiungente la testa dell'uomo con la moneta vediamo che esso è rettangolo, isoscele, con i due cateti lunghi entrambi 4 m quindi l'angolo di incidenza dello sguardo (θ_1) è pari a $\pi/4$. Applicando la legge di Snell si ricava l'angolo del raggio luminoso rifratto in acqua

$$1 \cdot \sin(\pi/4) = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{\sin(\pi/4)}{n_2} = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot n_2} \Rightarrow \theta_2 = \arcsin(\frac{1}{\sqrt{2}\cdot n_2}) = 32 \text{ gradi} \tag{11}$$

La distanza reale della moneta dal bordo della piscina si ricava geometricamente sommando alla distanza dal bordo della piscina del punto in cui la congiungente la testa dell'uomo e l'immagine della moneta incontra l'acqua al contributo dato dalla proiezione del raggio rifratto sul fondo della piscina

$$x = 2\ m + 2\ m \cdot \tan(32 \text{ gradi}) = 3.24\ m \tag{12}$$