Modalità per la somministrazione dell’esame di
Calcolo Matriciale e Ricerca Operativa (CMRO)
Anno Accademico 2021/2022

Esempio Questionario

Versione 1.0 -- gennaio 2022

Nelle pagine successive sono riportati gli screenshot delle tipologie di domande che andranno a comporre il questionario per la valutazione della prova scritta.

L'insieme delle domande che compongono un questionario è teso a sostituire la prova scritta in presenza somministrata gli anni precedenti, anche se in versione più semplice. Questo significa che i testi di esame degli anni precedenti sono esempi validi di quello che lo studente può trovare nel questionario.

Si ricorda di conservare la brutta di ogni esercizio svolto al fine di poterla consultare in caso di orale.

I docenti dell'insegnamento di Calcolo Matriciale e Ricerca Operativa,

Andrea Grosso, Roberto Aringhieri

Modello di PL.

Esempio di modello di PL da svolgere su (in presenza) foglio di bella consegnato dal docente e da restituire oppure (a distanza) su foglio dal quale generare uno scan in formato PDF o direttamente in formato elettronico PDF.

La versione elettronica va consegnata utilizzando il box in basso.

Nella città di Torino si deve organizzare la raccolta giornaliera dei tamponi per il Covid-19. Sono predisposti cinque ambulatori: Molinette, Amedeo di Savoia, Città della Salute, San Giovanni Bosco e Regina Margherita. Sono altresì predisposti tre laboratori di analisi. Nella giornata di oggi i cinque ambulatori M, AS, CS, SGB, RM hanno raccolto rispettivamente $85, 21, 19, 77, 40$ tamponi, che devono essere analizzati. I tre laboratori L_1, L_2, L_3 sono in grado di analizzare al più $100, 90, 52$ tamponi rispettivamente, entro i termini prestabiliti.

Il costo di trasporto di ogni singolo tampone è dato dalla tabella seguente:

	L_1	L_2	L_3
M	12	7	2
AS	3	2	8
CS	10	4	9
SGB	5	11	7
RM	9	1	2

1. Formulare il programma lineare che serva al comune di Torino per garantire l'analisi di tutti i tamponi al minimo costo giornaliero.
2. Supponendo che l'ospedale San Giovanni Bosco SGB disponga di soli due mezzi dedicati al trasporto dei tamponi, modificare il modello affinché i tamponi collezionati nel suo ambulatorio possano essere trasportati al più in due laboratori.

Dimensione massima per i file nuovi: 128MB, numero massimo di allegati: 3

File

Per caricare file, trascinali e rilasciali qui.

Metodo Grafico.

Risolvere il seguente modello di Programmazione Lineare, in due variabili $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$, col metodo grafico; poi rispondere alle domande.

$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max z = & -\frac{1}{2}x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & & \\
\text{soggetto a:} & & & & & \\
& 3x_1 & + & \frac{3}{2}x_2 & \geq & 4 \\
& -2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 3 \\
& x_1 & + & \frac{3}{2}x_2 & \leq & 2
\end{array}
$$

Se esiste una soluzione ottima, a quale dei seguenti punti corrisponde? In caso contrario, dire se il problema risulta illimitato o non ammette soluzione.

- X $x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3}$
- ○ $x_1 = 2, x_2 = 0$
- ○ $x_1 = \frac{8}{9}, x_2 = \frac{5}{7}$
- ○ problema illimitato
- ○ nessuna tra quelle indicate / non ammette soluzione

Quale delle seguenti rappresenta la trasformazione in forma standard del problema?

- [a]

$$
\begin{array}{rrcrcrcrcrcr}
\max z = & -\frac{1}{2}x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & & & & & & & & \\
\text{soggetto a:} & & & & & & & & & & & \\
& -3x_1 & + & \frac{3}{2}x_2 & + & x_3 & & & & & = & 4 \\
& 2x_1 & - & 3x_2 & & & + & x_4 & & & = & 3 \\
& -x_1 & - & \frac{3}{2}x_2 & & & & & + & x_5 & = & 2
\end{array}
$$

- [b]

$$
\begin{array}{rrcrcrcrcrcr}
\max z = & -\frac{1}{2}x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & & & & & & & & \\
\text{soggetto a:} & & & & & & & & & & & \\
& 3x_1 & + & \frac{3}{2}x_2 & - & x_3 & & & & & = & 4 \\
& -2x_1 & + & 3x_2 & & & + & x_4 & & & = & 3 \\
& x_1 & + & \frac{3}{2}x_2 & & & & & + & x_5 & = & 2
\end{array}
$$

- [c]

$$
\begin{array}{rrcrcrcrcrcr}
\max z = & -\frac{1}{2}x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & & & & & & & & \\
\text{soggetto a:} & & & & & & & & & & & \\
& -3x_1 & - & \frac{3}{2}x_2 & - & x_3 & & & & & = & 4 \\
& 2x_1 & - & 3x_2 & & & - & x_4 & & & = & 3 \\
& -x_1 & - & \frac{3}{2}x_2 & & & & & + & x_5 & = & 2
\end{array}
$$

- [d]

$$
\begin{array}{rrcrcrcrcrcr}
\max z = & -\frac{1}{2}x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & & & & & & & & \\
\text{soggetto a:} & & & & & & & & & & & \\
& 3x_1 & + & \frac{3}{2}x_2 & + & x_3 & & & & & = & 4 \\
& 2x_1 & + & 3x_2 & & & + & x_4 & & & = & 3 \\
& x_1 & - & \frac{3}{2}x_2 & & & & & - & x_5 & = & 2
\end{array}
$$

○ a X b ○ c ○ d ○ nessuna tra quelle indicate

Associare a ciascuno dei seguenti punti la corrispondente base del problema in forma standard.

$(x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = 0)$ $x_1\ x_4\ x_3$

$(x_1 = \frac{2}{7}, x_2 = \frac{6}{7})$ non ammissibile

$(x_1 = 2, x_2 = 0)$ $x_1\ x_3\ x_4$

$(x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3})$ $x_1\ x_2\ x_4$

$(x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = \frac{1}{2})$ non ammissibile

Simplesso.

Considerare il seguente modello di Programmazione Lineare, con variabili $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$, in forma standard.

$$\begin{array}{rrrrrrl}
\max z = & \frac{1}{2}x_1 & + \ 2x_2 & & & & \\
\text{soggetto a:} & & & & & & \\
& 2x_1 & & + \ x_3 & & & = 5 \\
& & + \ \frac{3}{2}x_2 & & - \ x_4 & & = 1 \\
& -\frac{1}{2}x_1 & + \ \frac{3}{2}x_2 & & & - \ x_5 & = 3
\end{array}$$

Quale delle seguenti rappresenta la riformulazione del problema nella base (x_2, x_3, x_4)?

- [a]

$$\begin{array}{rl}
\max z = & -\frac{4}{3} + \frac{1}{2}x_1 + \frac{9}{5}x_5 \\
\text{soggetto a:} & \\
x_2 = & 8 + \frac{9}{4}x_1 + 2x_5 \\
x_3 = & 6 + \frac{1}{4}x_1 + \frac{2}{3}x_5 \\
x_4 = & \frac{5}{6} - 4x_1 - \frac{1}{5}x_5
\end{array}$$

- [b]

$$\begin{array}{rl}
\max z = & -6 + \frac{5}{7}x_1 - x_5 \\
\text{soggetto a:} & \\
x_2 = & 0 + \frac{1}{5}x_1 - \frac{8}{9}x_5 \\
x_3 = & 0 + \frac{1}{2}x_1 + 2x_5 \\
x_4 = & 8 - 7x_1 + \frac{2}{3}x_5
\end{array}$$

- [c]

$$\begin{array}{rl}
\max z = & 4 + \frac{7}{6}x_1 + \frac{4}{3}x_5 \\
\text{soggetto a:} & \\
x_2 = & 2 + \frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_5 \\
x_3 = & 5 - 2x_1 \\
x_4 = & 2 + \frac{1}{2}x_1 + x_5
\end{array}$$

- [d]

$$\begin{array}{rl}
\max z = & 1 - \frac{4}{3}x_1 - \frac{8}{9}x_5 \\
\text{soggetto a:} & \\
x_2 = & \frac{8}{3} - \frac{4}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_5 \\
x_3 = & \frac{4}{7} + \frac{7}{4}x_1 + \frac{5}{9}x_5 \\
x_4 = & 0 + x_1 + \frac{2}{3}x_5
\end{array}$$

○ a ○ b ○ c ○ d ○ nessuna tra quelle indicate

Considerando la riformulazione al punto precedente, si risponda alle seguenti domande dopo aver eseguito una singola iterazione dell'algoritmo del simplesso come visto a lezione.

Quale valore assume la funzione obiettivo?

○ $z = -1$ ○ $z = -\frac{9}{7}$ ○ $z = 2$ ○ $z = \frac{3}{4}$ ○ $z = +\infty$ ○ nessuna tra quelle indicate

Quale valore assumono invece le variabili in base?

- ○ $(x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{8}, x_3 = \frac{4}{7})$
- ○ $(x_1 = \frac{7}{8}, x_2 = \frac{4}{9}, x_3 = \frac{4}{5})$
- ○ $(x_2 = 1, x_4 = 2, x_5 = \frac{8}{9})$
- ○ $(x_1 = \frac{1}{2}, x_3 = \frac{5}{4}, x_4 = \frac{9}{2})$
- ○ problema illimitato
- ○ nessuna tra quelle indicate

Al termine dell'iterazione del simplesso, l'algoritmo...

- ○ ...ha eseguito un cambio di base, facendo uscire di base x_3 e facendo entrare x_1.
- ○ ...ha eseguito un cambio di base, facendo uscire di base x_4 e facendo entrare x_1.
- ○ ...ha eseguito un cambio di base, facendo uscire di base x_2 e facendo entrare x_5.
- ○ ...termina, verificando la condizione di base ottima.
- ○ ...termina, verificando la condizione di base illimitata.

Chiedo

Gauss Jordan.

$x_3 = -10$

Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari con il metodo di Gauss-Jordan.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 & & & = & 2 \\ & -x_2 & - & 2x_3 & = & 5 \\ x_1 & + & x_2 & + & \frac{3}{2}x_3 & = & 4 \end{cases}$$

$x_1 = 4$

$+3/2 x_3 - 2x_3 = 3$

$x_2 = -3/2 x_3$

$x_2 = 15$

Indicare la risposta corretta. Il sistema:

- ammette infinite soluzioni
- ammette una soluzione unica
- non ammette soluzione

Tra le soluzione indicate, individuare quella **corretta**.

- $x_1 = -\frac{1}{2}$
- $x_1 = -\frac{2}{5}$
- $x_1 = -\frac{1}{3}$
- nessuna tra quelle indicate / non ammette soluzione

Tra le soluzione indicate, individuare quella **corretta**.

- $x_3 = -\frac{1}{2}$
- $x_3 = \frac{5}{4}$
- $x_3 = -\frac{5}{4}$
- nessuna tra quelle indicate / non ammette soluzione

Sol $x = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ 15 \end{pmatrix}$