

Esercizi sugli insiemi

Dimostrare le seguenti proprietà delle operazioni tra insiemi:

- 1) $A \cap B = A \iff A \subseteq B$
- 2) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- 3) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

Altri esercizi:

4) Dato l'insieme $A = \{a, b, c, d\}$, descrivere gli insiemi $\mathcal{P}(A)$ delle parti di A e $A \times A$ prodotto cartesiano di A con sé stesso. Determinare poi $|A|$, $|\mathcal{P}(A)|$, $|A \times A|$.

5) Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, n \in \mathbb{N}\}$ e $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 20\}$, determinare:

$A \cap B$, $(A \cup B) \cap C$, $A \setminus B$, $C \setminus (A \cup B)$.

6) Stabilire se la proprietà seguente è vera. In caso contrario, esibire un controesempio.

$$A \setminus B = A \setminus C \implies B = C.$$

7) Data la seguente famiglia di insiemi: $A_n = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{n+1} < x < \frac{1}{n+1}\}$, $n \in \mathbb{N}$

Determinare: $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ e $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$.

8) Dati gli insiemi $X = \{\text{fiumi d'Italia}\}$, $I = \{\text{regioni d'Italia}\}$ e per ogni regione $i \in I$, $A_i = \{\text{fiumi della regione } i\}$, stabilire se la famiglia $A_i, i \in I$ è un ricoprimento di X . È anche una partizione?

9) Determinare tutte le possibili partizioni dell'insieme $X = \{x, y, z\}$

10) Stabilire se la famiglia di insiemi $A_n = \{x \in \mathbb{R} \mid n < x < n+1\}$, $n \in \mathbb{Z}$ costituisce una partizione di \mathbb{R} .

Ulteriori esercizi sono reperibili sui testi indicati in bibliografia.