

Esercizi sull'induzione

Dimostrare le seguenti affermazioni tramite il principio d'induzione.

$$1) \forall n \in \mathbb{N} \quad \sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1.$$

$$2) \forall n \in \mathbb{N} \quad n^3 - n \text{ è divisibile per } 3.$$

$$3) \forall n \in \mathbb{N}, n > 0 \quad n! < n^n.$$

$$4) \forall n \in \mathbb{N} \quad \sum_{k=0}^n (2k+1) = (n+1)^2.$$

$$5) \forall n \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}, x > -1 \quad (1+x)^n \geq 1+nx \quad (\text{disuguaglianza di Bernoulli})$$