

Un altro esercizio

Quale funzione sui numeri naturali è definita dalle seguenti clausole ricorsive?

$$\begin{array}{lcl} f(0) & = & 0 \\ f(n + 1) & = & (n+1) + f(n) \end{array}$$

Un altro esercizio

Quale funzione sui numeri naturali è definita dalle seguenti clausole ricorsive?

$$\begin{aligned}f(0) &= 0 \\ f(n+1) &= (n+1) + f(n)\end{aligned}$$

Risposta: $f(0) = 0$, $f(1) = 1 = 1 + 0$, $f(2) = 2 + f(1) = 2 + 1 + 0$, $f(3) = 3 + 2 + 1 + 0, \dots$

In generale,

$$\text{per ogni } n: f(n) = 0 + 1 + 2 + \dots + n$$

Induzione su n .

Base: $f(0) = 0$

Passo induttivo:

per ogni n ($f(n) = 0 + 1 + 2 + \dots + n \rightarrow f(n+1) = 0 + 1 + 2 + \dots + n + n+1$).

L'idea è che la sommatoria dei numeri naturali da 0 a $n+1$ è la sommatoria dei numeri naturali da 0 a n , sommata a $n+1$.