

Esercizi di calcolo combinatorio

Manipolazione di formule.

1) Semplificare le espressioni: $\frac{8! - 6!}{(5!)^2}$, $\frac{36! \cdot 13!}{16! \cdot 34!}$.

2) Verificare le identità: $\binom{7}{3} = \binom{6}{2} + \binom{6}{3}$, $\binom{6}{3} = \sum_{k=0}^3 \binom{5-k}{2}$

Dimostrare che valgono le seguenti identità (per gli $n, k \in \mathbb{N}$ per cui hanno senso) :

3) $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$ (Stiefel)

4) $\binom{n-1}{k-1} \binom{n}{k+1} \binom{n+1}{k} = \binom{n-1}{k} \binom{n}{k-1} \binom{n+1}{k+1}$ (visualizzare sul triangolo di Pascal-Tartaglia)

5) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$

6) Calcolare il coefficiente del termine in $x^{18}y^3$ nello sviluppo di $(x-2y)^{21}$.

Problemi di conteggio.

- 7) In quanti modi diversi 6 persone possono occupare 6 sedie? E 5 sedie? E 4 sedie?
- 8) Quanti sono gli anagrammi di DISCRETA? Quanti iniziano per D?
- 9) Quanti sono gli anagrammi di ZUZZURELLONE?
- 10) Quante sono le possibili targhe automobilistiche italiane (2 lettere - 3 numeri - 2 lettere)?
- 11) Quante coppie di doppio misto si possono formare scegliendo tra 7 tennisti maschi e 5 tenniste femmine? In quanti modi un allenatore può formare una squadra di 5 coppie miste scegliendo tra gli stessi atleti?
- 12) Quanti numeri di 5 cifre contengono esattamente due zeri?
- 13) In quanti modi, lanciando tre dadi, si ottiene come esito 1, 2, 3 (in qualsiasi ordine)?
- 14) Quante sono le funzioni suriettive da $I_4 = \{1, 2, 3, 4\}$ ad $I_3 = \{1, 2, 3\}$?
[Suggerimento: utilizzare il principio di inclusione-esclusione]
- 15) In quanti modi si possono distribuire 20 palline uguali in 5 scatole diverse?

Ulteriori esercizi sono reperibili sui testi indicati in bibliografia.