Préparation examens outils formels

Matteo Besançon

17 janvier 2018

1 Formalisme RdP

1. Définition formelle de la structure des RdP (syntaxe)

P Places (Rond)

T Transitions (Rectangle)

Jeton (point noir)

Un réseau R est un quadruplet R

$$R = (P, T, Entree, Sortie)$$

Pour $p \in P$ et $t \in T$ si :

— $k = Entree(p, t) > 0$ p est une place d'entrée de t et t est une place de sortie de p

— $k = Sortie(p, t) > 0$ p est une place de sortie de t et t est une place d'entrée de p

On a les représentations matricielles suivantes :

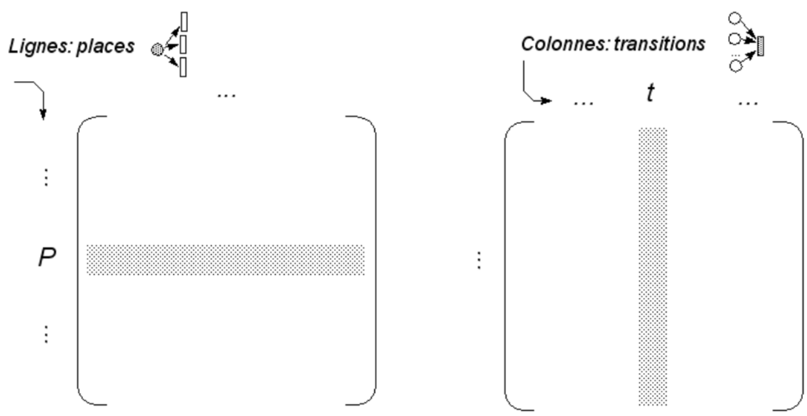

Figure 1 – Matrice d'entrée et de sortie

Par exemple avec le RdP suivant :

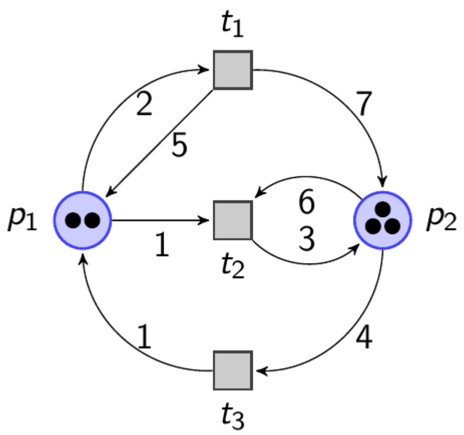

FIGURE 2 – RdP d'exemple

On a donc les matrices suivantes :

$$Entree = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 \end{bmatrix} \; Sortie = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

L'état d'un RdP est appelé un marquage $M : P \to \mathbb{N}$ souvent le marquage initial est noté M_0

Pour la figure 2 on a la matrice de marquage :

$$M = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

2. Définition formelle des règles de franchissabilité des transitions (sémantique)

Y a un jeton et paf plus de jeton !!

3. Utilisation de l'algèbre linéaire pour définir la franchissabilité des transitions

Une transition t est franchissable (tirable) si :

$$\forall p \in P, \;\; M(p) \geq Entree(p, t)$$

par exemple pour la figure 2 t_1 est tirable et t_3 ne l'est pas.

Après avoir tiré la transition t on a :

$$\forall p \in P, \;\; M'(p) = M(p) - Entree(p, t) + Sortie(p, t)$$

On a la notation $M \xrightarrow{t} M'$
On note C la matrice d'incidence du réseau définie par

$$\forall p \in P,\ \forall t \in t,\ C(p,t) = Sortie(p,t) - Entree(p,t)$$

donc

$$M' = M + C(\ldots, t)$$

Si on reprends l'expemple de la figure 2

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 7 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

Et donc si on tire t_1

$$M' = M + C(\ldots, t_1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 7 & -3 & -4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

4. Propriétés des séquences de franchissements, vecteur caractéristique et équation fondamentale