Parallélisme
TP 4

Matteo Besançon

19 décembre 2018

Introduction

Dans ce TP on cherche à modéliser la propagation de chaleur sur une plaque métalique rectangulaire dont deux bords sont soumis à une contrainte de chaleur.

Pour cela nous utilisons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\delta u}{\delta t} = \alpha(\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2})$$

Avec l'équation de Laplace on arrive au dévelopement suivant :

$$u(i,j)^{k+1} = \frac{1}{4}(u(i+1,j)^{(k)} + u(i-1,j)^{(k)} + u(i,j+1)^{(k)} + u(i,j-1)^{(k)})$$

Avec un grand nombre d'itération, il est possible d'aproximer la répartition de chaleur sur la plaque métalique.

Cepedant, suivant le niveau de résolution souhaité (taille de la matrice représentant la plaque), cet façon de faire est très couteuse en puissance de calcule. De ce fait, il devient très intéressant de paralléliser cet algorithme. Pour cela on divise la matrice en sous-matrice afin de répartire les calcules sur plusieurs CPU.

Dans notre cas, nous avons divisé la matrice en bandes comprenant entre une et plusieurs lignes de la matrice. Il nous est donc nécessaire d'avoir une communication entre les différents CPU pour gérer les valeurs nécesaire pour le calcul du bord inférieur et supérieur du sous-domaine.

Méthode

Pour obtenir mes résultats, je me suis basé sur le code que j'ai élaboré au TP2 en y ajoutant des mesures de temps. Ces mesures on été effectuées à plusieurs endroit du code afin d'optenir les temps suivants :

- Temps d'execution total de l'algorithme
- Temps d'execution de la boucle principale (execution du calcul de répartition de chaleur)
- Temps d'écriture de la matrice finale sur le disque

Les mesures ont étés effectuées sur baobab en utilisant 1, 2, 10, 20, 40, 60, 80, 100 et 120 processeurs pour des matrices carrées ayant un bord de 2000, 3000 et 4000. Le nombre d'itération a lui été fixé à 3000 de façon à obtenir des temps d'exécutions compris entre environ 16 et 5900 secondes.

Comme expliqué dans la donnée, il est ensuite possible de calculer α constante représentant le temps de calcule et β représentant le temps de

communication par régression linéaire. Pour cela on se base sur la formule suivante

$$T_{par} = \alpha \frac{N^2}{p} + \beta N$$

où N est la taille de la matrice et p le nombre de processeurs.

Avec les résultats obtenus il est également possible de calculer le speedup (S) représentant le gain de temps de notre algorithme. Il peut peut être calculé comme cela

$$S = \frac{T_{seq}}{T_{par}}$$

Le speedup peut également être calculé avec la loi de Amdahl qui nous permet d'obtenir

$$S = \frac{1}{\gamma + \frac{1-\gamma}{p}}$$

γ étant la partie non-parallélisable d'un algorithme.

Il nous est possible d'aproximer γ à partire de nos résultats. Pour cela, j'ai décidé de procéder de deux façons différentes. La première étant de se baser sur le temps d'exécutions total de notre algorithme et le temps d'exécutions de la boucle principale. Dans ce cas on a la relation suivante

$$\gamma = 1 - \frac{T_{loop}}{T_{tot}}$$

La deuxième façon est de se baser sur le temps d'execution de la boucle principale et le temps d'écriture sur le disque. Da ce cas on a

$$\gamma = 1 - \frac{T_{loop}}{T_{loop} + T_{write}}$$

Résultats

Pour le temps d'exécution on obtien les résultats suivants.

	Matrix size		
CPU nb	**2000**	**3000**	**4000**
1	1493.28	3353.38	5828.97
2	720.996	1631.92	2669.38
10	130.063	302.791	602.044
20	74.2869	173.232	304.306
40	39.5911	92.0058	162.637
60	29.4361	63.2842	112.878
80	22.4701	49.5435	89.8998
100	19.0033	41.6588	73.7928
120	16.6479	36.5544	60.3538

TABLE 1 – Temps d'exécution total de l'algoritme [s]

	Matrix size		
CPU nb	**2000**	**3000**	**4000**
1	1490.55	3347.53	5818.64
2	718.364	1625.79	2661.95
10	127.692	297.738	593.096
20	71.806	167.581	295.432
40	36.8802	86.253	152.95
60	26.413	57.1772	103.96
80	19.5576	43.697	80.3897
100	16.0662	35.3686	64.2113
120	13.6203	30.541	51.3374

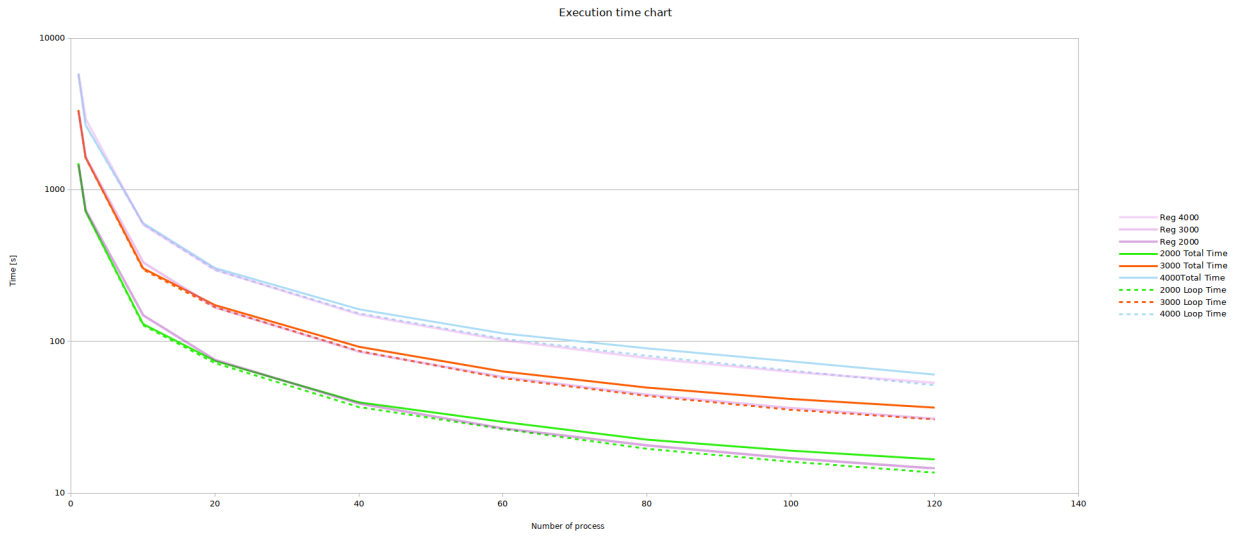
TABLE 2 – Temps d'exécution de la boucle principale [s]

	Matrix size		
CPU nb	**2000**	**3000**	**4000**
1	2.41715	5.14431	9.02354
2	2.46384	5.74968	6.70621
10	2.30698	4.91582	8.65097
20	2.41974	5.5249	8.65585
40	2.59763	5.38511	9.30727
60	2.64123	5.67702	8.64367
80	2.63721	5.57048	9.03595
100	2.61988	5.86432	9.04519
120	2.64166	5.54288	8.64299

TABLE 3 – Temps d'écriture sur le disque [s]

On compile les données dans le graph suivant

FIGURE 1 – Temps d'exécution avec droites de régression



Les mesures effectuées nous on permis de calculer les valeurs suivantes pour α et β

$$\alpha = 0.000363318027893$$

$$\beta = 0.001163137873659$$

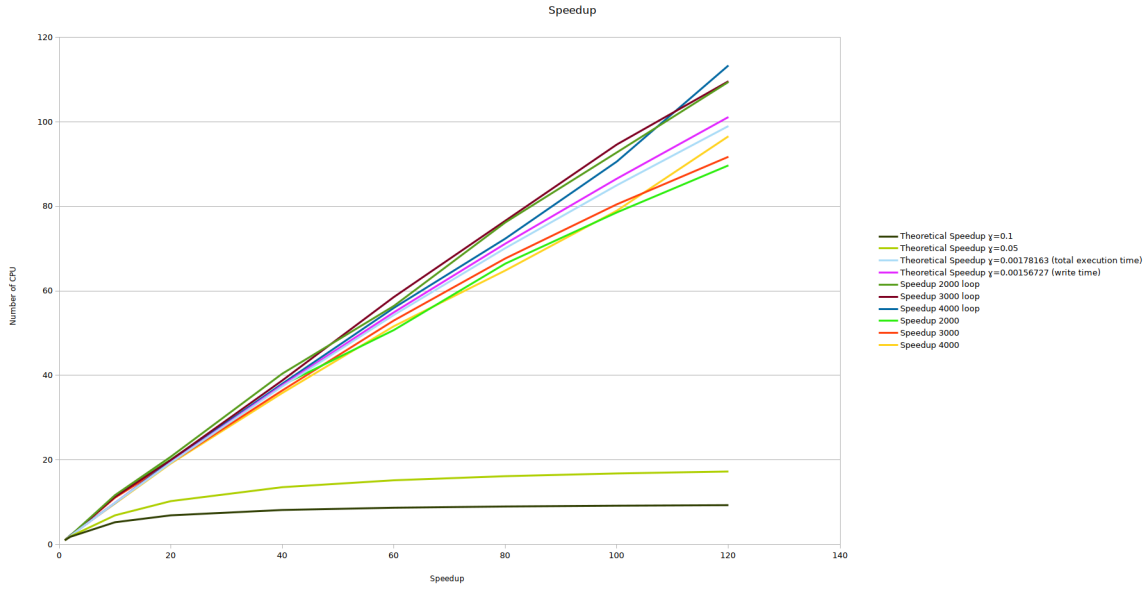
Pour ce qui est du speedup, nous avons calculé les γ suivants

$$\gamma = 1 - \frac{T_{loop}}{T_{tot}} = 0.001781627184593$$

$$\gamma = 1 - \frac{T_{loop}}{T_{loop} + T_{write}} = 0.001567270604976$$

On a donc le graph de speedup suivant

FIGURE 2 – Speedup effectif et théorique du programme



Conclusion

On peut voir dans les résultats obtenus que le Speedup obtenu par cet algorithme est très important. Il est donc très intéressant de paralléliser l'execution de ce progamme dans un souci de performance.

On voit que les résults obtenus somblent cohérents car le speedup obtenu pour la boucle principale plus grand que celui de l'algorithme entier. En effet, en concidérent l'algoritme dans son ensemble, les parties d'organisation des cpu, de communication et d'écriture sur le disque sont des parties non-parallélisable.

On voit également que le speedup de la boucle principale est proche du speedup optimal (partie non-parallélisable nul). On peut donc en déduire que, lorsque la communication inter CPU est gérée de façon efficace, la perte d'efficacité est moindre.

Pour finir, on peut voire que la partie non parallélisable estimée à l'aide des deux méthodes décrites précédement est relativement fiable. On obtient un speedup théorique légèrement supérieur à celui mesuré sur la totalité de l'algorithme et inférieur à celui de la boucle principale. Le fait que ce speedup théorique est légèrement plus élevé que celui obtenu dans la réalité peut être expoliqué simplement par le fait que nous avons uniquement pris en compte le temps d'écriture sur le disque ainsi que la temps de communication intern à la boucle pricipal, sans tenir compte de la comunication et la mise en place initial. En effet cette partie étant non-parallélisable, elle diminue le speedup effectif de l'algoritme.