Tecnica delle Costruzioni
Prof.: Fontanari Vigilio

Matteo Dalle Vedove

Anno Accademico 2020-2021
29 aprile 2021

Indice

Parte I

Meccanica dei solidi

Capitolo 1

Tensori

Capitolo 2

Solidi di Cauchy e analisi di tensione

La **meccanica dei solidi**, il cui primo sviluppo fu dovuto a Cauchy, supera l'approccio particellare della **materia** che viene invece considerata come un **solido continuo**. In particolare ogni volume elementare viene scomposto in volumi elementari infinitesimi caratterizzati dalle stesse proprietà del materiale.

> **Nota:** Un volume elementare, per poter pensare che abbia una distribuzione di proprietà uniforme, prevede che esso sia composto da milioni di atomi; tuttavia questo insieme, dal punto di vista macroscopico, è molto piccolo (e dunque infinitesimo).

2.1 Azioni di volume e di superficie

Per effettuare la descrizione di un solido nella meccanica dei solidi è dunque necessario capire come è possibile rappresentare le azioni che agiscono sullo stesso.

> **Concetto 2.1:** Si definiscono le **azioni di volume** tutte quelle che azioni che sono dovute al volume degli elementi infinitesimi (come per esempio la forza peso), mentre sono **azioni di superficie** quelle che si manifestano sul contorno del sistema di analisi (come per esempio la pressione di un fluido).
>
> Definita l' **azione di volume intensiva** $\boldsymbol{q}_v$ che agisce sul corpo, il contributo di azione infinitesima associato ad ogni volume elementare è dunque calcolato come
>
> $$d\boldsymbol{F}_v = \boldsymbol{q}_v \, dV \tag{2.1}$$
>
> Analogamente nota l' **azione di superficie intensiva** $\boldsymbol{p}$ che si espleta su una superficie Ω, la forza dovuta all'elemento infinitesimo può essere calcolata come
>
> $$d\boldsymbol{F}_\Omega = \boldsymbol{p} \cdot d\Omega \tag{2.2}$$

2.2 Solidi di Cauchy

A questo punto è lecito cercare di capire quale sia l'effetto delle azioni intensive $\boldsymbol{q}_v$ e $\boldsymbol{p}$. Per iniziare ad analizzare questi effetti, si consideri un piano del corpo di versore normale $\hat{\boldsymbol{n}}$ passante per un generico punto A di area Ω. Rispetto alla superficie tagliata a livello locale si determinano delle azioni di reazione $\boldsymbol{R}$ e di momento $\boldsymbol{M}$; per il principio di azione reazione sulla superficie opposta Ω^- (di versore $-\hat{\boldsymbol{n}}$) si dovranno dunque istituire delle reazioni $\boldsymbol{R}^- = -\boldsymbol{R}$ e $\boldsymbol{M}^- = -\boldsymbol{M}$.

L'idea è dunque quella di rendere tali relazioni sulle reazioni interne indipendenti dalla superficie effettuando i rapporti $\boldsymbol{R}/\Omega$ e $\boldsymbol{M}/\Omega$, ponendo il limite della superficie al valore infinitesimo.

Concetto 2.2: Si definiscono i **solidi di Cauchy** tutti quei solidi il cui limite dell'azione interna riferita all'area tende ad un vettore univoco detto **vettore di tensione** $\boldsymbol{t}$, misurato in *Pascal*, calcolato come

$$\boldsymbol{t} = \lim_{\Omega \to 0} \frac{\boldsymbol{R}}{\Omega} \qquad \left[\frac{N}{m^2}\right] = [Pa] \tag{2.3}$$

mentre deve essere nullo il limite rispetto al momento:

$$\lim_{\Omega \to 0} \frac{\boldsymbol{M}}{\Omega} = 0$$

Nota: Esistono dei solidi, detti **polari** o ***di Cosserat*** (che non vengono studiati in questo corso) per cui

$$\lim_{\Omega \to 0} \frac{\boldsymbol{M}}{\Omega} = \boldsymbol{\mu} \neq \boldsymbol{0}$$

E' possibile osservare che il vettore della tensione $\boldsymbol{t}$ dipende:

- dalla posizione A rispetto alla quale si effettua il taglio del volume, rappresentato dal vettore posizione $\boldsymbol{r}_A$. In questo caso essendo la tensione dipendente dalla posizione, allora a livello matematico essa è definita tramite un **campo vettoriale**;
- dalla direzione $\boldsymbol{n}$ del versore della sezione rispetto alla quale si effettua il limite.

Potendo esprimere il vettore tensione come $\boldsymbol{t} = \boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}_A, \hat{\boldsymbol{n}})$ e per via del principio di azione-reazione sulle due facce della superficie di taglio è possibile osservare che

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}_A, -\hat{\boldsymbol{n}}) = -\boldsymbol{t}(\boldsymbol{r}_A, \hat{\boldsymbol{n}})$$

Il vettore della tensione $\boldsymbol{t}$ viene calcolato partendo da un versore $\hat{\boldsymbol{n}}$ predeterminato, tuttavia a livello reale è possibile determinare infiniti valori di tensione associate alle infinite direzioni che può assumere $\hat{\boldsymbol{n}}$.

Capitolo 3

Analisi di deformazione

Capitolo 4

Problema generale della meccanica dei solidi

Capitolo 5

Materiale elastico

Capitolo 6

Limiti del modello lineare elastico e crisi del componente

Parte II

Analisi di elementi monodimensionali

Capitolo 7

La trave

Capitolo 8

Modello di Saint Venant