

# Progettazione di un MPC per il controllo della temperatura di un appartamento con tre stanze

Il controllo della temperatura di una casa è normalmente affidato a controllori semplici, quali per esempio controllori on-off o controllori PID. Nonostante ciò, data l'usuale natura multivariabile del problema (normalmente ogni stanza è riscaldata da un termosifone o un attuatore simile) e le possibili non-linearità della dinamica della temperatura, anche il controllo della temperatura di una casa può trarre beneficio dall'utilizzo di un controllore MPC.

## 1 Descrizione del problema

Si controlli la temperatura di una casa composta da tre stanze. In particolare, si ipotizzi che la casa non condivida alcun muro esterno con altre abitazioni, che i flussi d'aria tra le stanze della casa siano trascurabili e che il riscaldamento della casa sia affidato a tre termosifoni, uno per ogni stanza. La casa in oggetto è rappresentata in figura 1.

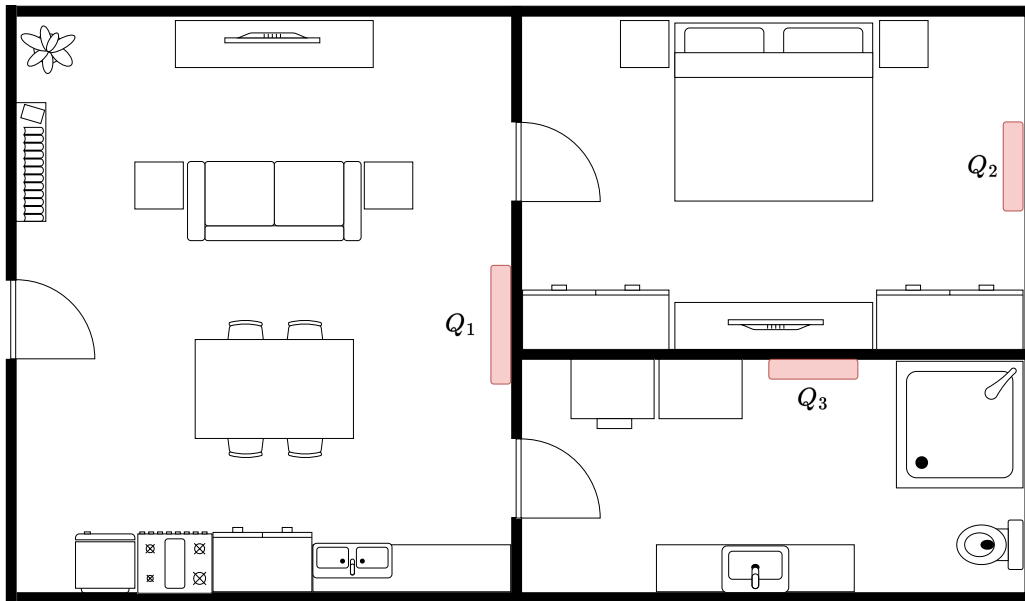


Figure 1: Planimetria della casa

La dinamica della temperatura all'interno della casa è definita dalle equazioni

$$\begin{aligned}
C_1 \dot{T}_1(t) &= Q_1(t) - k_{1,2}(t)(T_1(t) - T_2(t)) - k_{1,3}(t)(T_1(t) - T_3(t)) - k_{\text{ext}}(T_1(t) - T_{\text{ext}}) \\
C_2 \dot{T}_2(t) &= Q_2(t) + k_{1,2}(t)(T_1(t) - T_2(t)) - k_{2,3}(t)(T_2(t) - T_3(t)) - k_{\text{ext}}(T_2(t) - T_{\text{ext}}) \\
C_3 \dot{T}_3(t) &= Q_3(t) + k_{1,3}(t)(T_1(t) - T_3(t)) + k_{2,3}(t)(T_2(t) - T_3(t)) - k_{\text{ext}}(T_3(t) - T_{\text{ext}}) \\
\dot{Q}_1(t) &= (Q_{1,r}(t) - Q_1(t))/\tau_1 \\
\dot{Q}_2(t) &= (Q_{2,r}(t) - Q_2(t))/\tau_2 \\
\dot{Q}_3(t) &= (Q_{3,r}(t) - Q_3(t))/\tau_3
\end{aligned}$$

dove:

- $T_i$  [K] è la temperatura della i-esima stanza;
- $T_{\text{ext}} = 278$  [K] è la temperatura esterna, ipotizzata costante.
- $C_i$  [J/s] è la capacità termica della i-esima stanza;
- $k_{i,j}$  [W/K] è un parametro che regola lo scambio di calore tra l'i-esima e la j-esima stanza;
- $k_{\text{ext}}$  [W/K] è un parametro che regola lo scambio di calore tra le stanze della casa e l'esterno;
- $Q_i$  [W] è la potenza termica dell'i-esimo termosifone;
- $Q_{i,r}$  [W] è la potenza termica di riferimento dell'i-esimo termosifone;
- $\tau_i$  [s] è la costante di tempo dell'i-esimo termosifone.

I parametri  $k_{i,j}$  non sono costanti, bensì dipendono dalla temperatura delle stanze secondo la legge

$$k_{i,j}(t) = \bar{k}_{i,j} + \frac{4}{1 + e^{-0.5\|T_i(t) - T_j(t)\|_2}}.$$

I valori dei parametri presenti nelle precedenti equazioni sono riportati nella seguente tabella:

Parametro	Valore	Unità
$C_1$	6300	J/s
$C_2$	4600	J/s
$C_3$	4200	J/s
$\bar{k}_1$	16	W/K
$\bar{k}_2$	18	W/K
$\bar{k}_3$	19	W/K
$k_{\text{ext}}$	9	W/K
$\tau_1$	580	s
$\tau_2$	520	s
$\tau_3$	540	s

La potenza erogata dai tre termosifoni è non-negativa e mai superiore ai 150W, mentre la temperatura all'interno delle tre stanze non deve mai scendere al di sotto dei 282.5K.

Gli ingressi controllati del sistema sono le potenze di riferimento dei tre termosifoni,  $Q_{i,r}$ ,  $i \in \{1, 2, 3\}$ .

## 2 Obiettivi

L'obiettivo del lavoro è progettare un controllore MPC in grado di portare il sistema dalla condizione iniziale  $(T_1, T_2, T_3, Q_1, Q_2, Q_3) = (284, 285, 284, 0, 10, 0)$  all'equilibrio  $(289, 289, 289, 100, 100, 100)$ , rispettando sempre i vincoli, e simulare il funzionamento del sistema in anello chiuso.

Si confrontino le prestazioni del controllore progettato al variare di:

- ingredienti terminali (vincolo terminale di uguaglianza vs costo terminale e vincolo terminale di disuguaglianza);
- $Q$  ed  $R$  del costo quadratico;
- orizzonte di predizione;
- tempo di campionamento  $t_s \geq 1s$ .