



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI BRESCIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Tesi di Laurea

TITOLO

Relatore:
Chiar.mo Prof. Cognome

Laureando:
Lublanis Matteo
Matricola n.
736418

Anno Accademico 2024/2025

Indice

1	Introduzione	2
1.1	Storia, classificazione	2
	Introduzione	2
1.2	Obiettivo	2
1.3	Struttura tesi	3
2	Descrizione del problema	4
2.1	Descrizione generale	4
2.2	Tipologie di contratto	4
2.3	Struttura dei turni	4
2.4	Vincoli settimanali	4
2.5	Preferenze del personale	5
2.6	Fabbisogno di personale	5
2.7	Obiettivi del modello	5
2.8	Sintesi	5
3	Modello matematico	6
3.0	Formulazione	6
3.1	Indici e parametri	8
3.2	Variabili decisionali	9
3.3	Vincoli	10
A	Appendice	11
A.1	Sottosezione dell'appendice	11

Introduzione

0.1 Storia, classificazione

Negli ultimi decenni, i problemi di schedulazione del personale sono stati studiati ampiamente. Uno delle cause principali dietro questo interesse sta il lato economico: il costo del lavoro rappresenta ad oggi, per molte realtà aziendali, uno degli elementi principali della spesa aziendale e riuscire a minimizzarlo può portare grossi benefici all'azienda.

La prima formulazione di questo problema venne proposta negli anni '50 da George Dantzig e William Edie, ma ad oggi risulta parecchio antiquata, in quanto:

- Non esistevano diverse tipologie di contratto, ma solo full-time.
- Ogni dipendente è interscambiabile, non vengono quindi tenute in considerazione le skill del singolo individuo.
- L'obiettivo consisteva soltanto nel minimizzare il costo del personale, non considerando altri fattori come preferenze o indisposizioni.

Ad oggi, i modelli sono diventati molto più complessi e prevedono obiettivi che possono andare in conflitto tra loro, ad esempio la minimizzazione del costo del personale e le preferenze del personale.

I problemi di schedulazione si differenziano in tre tipi secondo Baker:

- Schedulazione dei turni: si programma un piano giornaliero dei turni; il più semplice comprende turni non sovrapponibili (tipico delle compagnie industriali), ma non è abbastanza per gestire situazioni ove il fabbisogno fluttua in intervalli relativamente piccoli (per esempio, call center).
- Schedulazione dei giorni di riposo: al posto di programmare i giorni di lavoro si programmano i giorni di riposo (sia consecutivi che non); problema ricorrente in, per esempio, negozi e ristoranti, ove la settimana lavorativa dura 7 giorni mentre il lavoratore ne lavora solo 5.
- Schedulazione del tour: unione dei due problemi precedenti; la complessità è principalmente influenzata dalla durata minima dell'intervallo di planning (da 15 minuti fino a 8 ore).

0.2 Obiettivo

Questa tesi si pone come obiettivo quello di risolvere un problema di schedulazione di tour per il roster di cassieri di un supermercato, il quale (rimarrà anonimo per privacy) ci ha gentilmente fornito una parte dei dati necessari per descrivere l'istanza del problema, neanche tutti perché a noi la qualità c'ha rotto il cazzo. Il fine ultimo è quello di trovare

la miglior pianificazione settimanale possibile per il supermercato e poi assegnare i turni ai singoli individui.

Il processo si suddivide su tre passi:

1. Raccolta dei dati.
2. Modellizzazione del problema in modo corretto e dettagliato.
3. Implementazione per trovare la miglior soluzione e verificarne la correttezza.
4. Assegnare i turni e "automatizzare" il processo (RIVEDERE).

0.3 Struttura tesi

Nel capitolo 1 DA DECIDERE SE METTERE STATO DELL'ARTE.

Nel Capitolo 1 viene presentato dettagliatamente il problema reale considerato, nel quale vengono descritti informalmente i dati, i vincoli e le funzioni obiettivo.

Nel Capitolo 2 si fornisce il necessario per la formulazione del modello matematico, in particolare tramite la programmazione lineare intera. Viene poi fornita una descrizione formale dei dati in input e infine si procede alla formulazione effettiva del modello, spiegando nei dettagli variabili e vincoli confrontandolo con scenari simili trovati in letteratura.

Nel Capitolo 3 vengono riportati gli strumenti utilizzati per l'implementazione, le fasi implementative e i risultati dei test che provano l'efficienza e la validità del modello. Viene infine mostrato il procedimento di assegnamento.

Negli appendici infine vengono riportati, per ordine:

- Alcuni pezzi di codice e guida per l'utilizzo del programma.
- Valori dei coefficienti di penalità assegnati ai termini della funzione obiettivo.

1 Descrizione del problema

1.1 Descrizione generale

Una delle attività più laboriose per il reparto risorse umane di un supermercato di dimensioni medio-grandi, appartenente ad una catena della GDO, è la pianificazione dei turni: sfruttando i fogli di calcolo, la turnazione di una singola settimana può richiedere fino ad addirittura due giorni interi di lavoro. Si richiede inizialmente di trovare la pianificazione oraria migliore e poi di automatizzare il processo di assegnamento dei dipendenti, andando incontro ad eventuali esigenze aziendali e preferenze del personale.

1.2 Tipologie di contratto

Il personale è suddiviso in tre categorie contrattuali:

- Full time: 40 ore settimanali;
- Part time: 24 ore settimanali;
- Part time weekend: 20 ore settimanali, con disponibilità limitata ai giorni di venerdì, sabato e domenica.

1.3 Struttura dei turni

Il supermercato opera sette giorni su sette, dalle 08:00 alle 20:00, per tutto l'anno.

La giornata lavorativa è suddivisa in slot di 30 minuti. Ogni turno può avere una durata compresa tra 3 e 6 ore.

I lavoratori full time possono coprire uno o due turni giornalieri, mentre i part time possono svolgerne solo uno.

Il tempo massimo di lavoro giornaliero per un singolo dipendente è di 12 ore, anche se nella pratica si tende a non superare le 8 ore.

È inoltre previsto che alcuni cassieri rimangano 30 minuti oltre l'orario di chiusura (20:00) per le attività di pulizia e sistemazione finale.

1.4 Vincoli settimanali

Ogni lavoratore deve rispettare il proprio monte ore contrattuale, evitando di superare il limite massimo settimanale di 48 ore (inclusi eventuali straordinari). Tra due turni consecutivi deve essere garantito un riposo minimo di 11 ore, in conformità con le normative sul lavoro, anche se si preferisce prevedere pause più lunghe per motivi di sicurezza e benessere del personale.

1.5 Preferenze del personale

Oltre ai vincoli contrattuali, il modello tiene conto di alcune preferenze espresse dai dipendenti, che contribuiscono a migliorare la soddisfazione e l'equità complessiva della pianificazione.

In particolare, vengono considerate le seguenti preferenze:

- avere giorni di riposo consecutivi;
- ridurre al minimo gli stacchi tra due turni nello stesso giorno (favorendo turni continuativi);
- disporre del riposo domenicale, ove possibile.

1.6 Fabbisogno di personale

Il numero minimo di cassieri necessari in ciascuno slot orario viene definito dal capoparto, in base ai flussi di clientela e alle esigenze operative del punto vendita.

Il piano orario deve quindi garantire una copertura completa della domanda di personale, evitando contemporaneamente situazioni di sotto- o sovracopertura.

1.7 Obiettivi del modello

La formulazione del piano dei turni mira al raggiungimento di più obiettivi:

- Minimizzare i costi del personale;
- Massimizzare la soddisfazione del personale;
- Garantire equità nella distribuzione dei turni, dei riposi e delle ore lavorate;
- Mantenere flessibilità operativa, in modo da poter gestire eventuali imprevisti (assenze, malattie, permessi, variazioni della domanda).

1.8 Sintesi

In sintesi, il problema affrontato è un problema di ottimizzazione combinatoria tipico del rostering/staff scheduling.

Richiede di assegnare, per un periodo prefissato (una o due settimane, o un mese), un insieme di turni ai lavoratori disponibili, in modo da soddisfare i vincoli di copertura, orario e riposo, cercando contemporaneamente di ottimizzare più criteri di tipo economico e organizzativo.

2 Modello matematico

2.0 Formulazione

Funzione obiettivo

$$\min \lambda_1 \sum_{w \in T} \sum_{s \in S} L_s x_{w,s} + \lambda_2 \sum_{w \in T} diff_w + \lambda_3 \sum_{w \in T} O_w + \lambda_4 \sum_{d \in D} \sum_{w \in T} stacco_{w,d} + \lambda_5 \sum_{w \in T} \sum_{d \in D} c_{w,d} \quad (1)$$

Vincoli orario e copertura

$$\text{s.t.} \quad \sum_{w \in T} \sum_{s \in S: day(s)=d} A_{s,k} x_{w,s} \geq d_{d,k} \quad \forall d, k \quad (2)$$

$$C_{p,t} \leq \sum_{w \in T, s} 0.5 * L_s x_{w,s} \leq 48 \quad \text{monte ore} \quad (3)$$

$$\sum_{w \in PT, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 1, \quad \forall d \quad (4)$$

$$\sum_{w \in FT, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 2, \quad \forall d \quad (5)$$

$$x_{w \in PTW, s} = 1, \quad day(s) = 5 \wedge start(s) = 16:30 \quad (6)$$

$$x_{w \in PTW, s} = 0, \quad day(s) < 5 \quad (7)$$

$$\sum_{w \in PTW, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 2, \quad d > 5 \quad (8)$$

Vincoli straordinari

$$O_w \geq \sum_{w \in T} \sum_{s \in S: day(s)=d} A_{s,k} x_{w,s} - C_{p,t} \quad \text{straordinari} \quad (9)$$

Vincoli stacco turni (da rivedere)

$$split_{w,d} \geq \sum_{s: day(s)=d} x_{w,s} - 1 \quad \text{se lavoratore fa due turni in giorno d} \quad (10)$$

$$stacco_{w,d} \geq split_{w,d} \cdot (start(s_2) - end(s_1)) \quad \begin{array}{l} \text{per } x_{w,s_1} = x_{w,s_2} = 1, \\ \text{con } day(s_1) = day(s_2), \\ \text{e } start(s_2) > end(s_1). \end{array} \quad (11)$$

Vincoli riposo

$$r_{w,d} \geq 1 - \sum_{s \in S_d} x_{w,s} \quad (12)$$

$$1 \leq \sum_{d \in D} r_{w,d} \leq 2 \quad \text{almeno un giorno di riposo} \quad (13)$$

$$c_{w,d} \leq r_{w,d} \quad \text{per riposo continuato} \quad (14)$$

$$c_{w,d} \leq r_{w,d+1} \quad (15)$$

$$c_{w,d} \leq r_{w,d} + r_{w,d+1} - 1 \quad (16)$$

$$(17)$$

Vincoli per l'equità

$$H_w = \sum_{w \in T, s} L_s x_{w,s} \quad \text{ore lavorate da lavoratore w} \quad (18)$$

$$Hmedia_t = \frac{1}{|W_t|} * \sum_{w \in W_t} H_w \quad \text{ore medie lavorate da tipo t} \quad (19)$$

$$diff_w \geq H_w - Hmedia_t \quad \text{deviazione assoluta} \quad (20)$$

$$diff_w \geq Hmedia_t - H_w \quad \text{deviazione assoluta} \quad (21)$$

$$(22)$$

Vincoli di non negatività

$$O_w \geq 0 \quad \text{ore straordinari lavoratore w} \quad (23)$$

$$stacco_{w,d} \geq 0 \quad \text{stacco giorno d lavoratore w} \quad (24)$$

$$d_{d,k} \geq 1 \quad (25)$$

$$diff_w \geq 0 \quad (26)$$

Variabili

$x_{w,s} \in \{0, 1\},$	$\forall w \in T, s \in S$
$T = \{FT, PT, PTW\}$	insieme dei lavoratori
$D = \{1, ..., 7\}$	insieme dei giorni
K_d	insieme slot temporali del giorno d
S	insieme dei turni ammissibili s
$d_{d,k} \in \mathbb{N}$	fabbisogno slot k giorno d
$A_{s,k} \in \{0, 1\}$	copertura turno s per slot k
$L_s \in [6, 7, ..., 12]$	durata turno s
$C_{p,t} \in \{20, 24, 48\}$	ore contrattuali lavoratore tipo t
$stacco_{w,d} \in \mathbb{R}$	stacco tra due turni nello stesso giorno lavoratore w
$split_{w,d} \in \{0, 1\}$	lavoratore w fa due turni giorno d
$O_w \in \mathbb{N}$	ore straordinarie lavoratore w
$r_{w,d} \in \{0, 1\}$	riposo per lavoratore w giorno d
$H_w \in \mathbb{N}$	ore programmate lavoratore w
H_{media_t}	ore medie lavoratori tipo t
$diff_w \in \mathbb{R}$	deviazione assoluta ore programmate da ideali
$diff_w \in \mathbb{R}$	deviazione assoluta ore programmate da ideali
$c_{w,d} \in \{0, 1\}$	riposo continuato di due giorni
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5 \in \mathbb{R}$	pesi obiettivi

2.1 Indici e parametri

Indichiamo con T l'insieme dei lavoratori suddivisi in tipi, così definito:

$$T = \{FT, PT, PTW\}$$

$$FT = \{w_1, ...w_n\} \text{ e stesso per gli altri}$$

ove FT sta per lavoratore full-time, PT per lavoratore part-time e PTW per lavoratore part-time fine settimana. Si considera un caso nel quale ogni lavoratore w possiede lo

stesso tipo e livello di contratto, cioè si differenziano solo per il monte orario da lavorare. Il fabbisogno viene espresso settimanalmente e in periodi non festivi è abbastanza regolare e può venir quindi riutilizzato, si definiscono:

$$\begin{aligned} D &= \{lun...dom\} \text{ l'insieme dei giorni.} \\ K_d &\text{ l'insieme degli slot del giorno } d. \\ d_{d,k} &\text{ il fabbisogno per lo slot } k \text{ del giorno } d. \end{aligned}$$

La giornata di lavoro inizia alle 08:00 e finisce alle 20:30, è quindi costituita da un totale di 25 slot temporali.

L'obiettivo è trovare quali sono i turni migliori per rispondere alle necessità definite dal datore di lavoro, definiamo quindi l'insieme S , l'insieme dei turni possibili s , ove s è definito da:

- $day(s)$: il giorno d del turno s .
- $start(s)$: lo slot di inizio del turno s .
- L_s : durata del turno s .
- $A_{s,k}$: copertura dello slot k dal turno s (1 se coperto, 0 altrimenti).

Nella definizione dei turni, bisogna specificare anche i vincoli relativi a:

- durata minima e massima (3-6 ore).
- vincoli di turno per giornata per i PT.
- i PTW possono lavorare solo il fine settimana.

2.2 Variabili decisionali

Definiamo $x_{w,s} \in \{0,1\}$, variabile binaria che vale 1 se il lavoratore w è assegnato al turno s , 0 altrimenti.

Da questa, possiamo determinare il totale delle ore lavorate:

$$\begin{aligned} H_{tot} &= \sum_{t \in T} H_t \\ H_t &= \sum_{s \in S} x_{w,s} \end{aligned}$$

Queste saranno poi utili per l'obiettivo di fairness del problema.

2.3 Vincoli

$$\sum_{w \in T} \sum_{s \in S: \text{day}(s)=d} A_{s,k} * x_{w,s} \geq d_{d,k} \quad (27)$$

Vincolo di copertura.

$$x_{w,s} = 0 \quad (28)$$

Vincolo di non compatibilità.

$$\sum_{w \in PT, s: \text{day}(s)=d} x_{w,s} \leq 1 \quad (29)$$

Vincolo di singolo turno per giorno per lavoratore part time.

$$x_{w,s} \in \{0, 1\}, \forall s \in S, t \in T \quad (30)$$

Vincolo di non negatività e integrità.

A Appendice

A.1 Sottosezione dell'appendice

Inserisci il contenuto dell'appendice

Riferimenti bibliografici

- [1] George B Dantzig. «A comment on Edie’s “Traffic delays at toll booths”». In: *Journal of the Operations Research Society of America* 2.3 (1954), pp. 339–341.
- [2] Leslie C Edie. «Traffic delays at toll booths». In: *Journal of the operations research society of America* 2.2 (1954), pp. 107–138.
- [3] Jorne Van den Bergh et al. «Personnel scheduling: A literature review». In: *European Journal of Operational Research* 226.3 (2013), pp. 367–385. ISSN: 0377-2217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.11.029>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221712008776>.

Ringraziamenti

Grazie.