



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI BRESCIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Tesi di Laurea

TOUR SCHEDULING E SHIFT ASSIGNMENT: IL
CASO DI UN SUPERMERCATO

Relatrice:

Laureando:
Lublanis Matteo
Matricola n.
736418

Anno Accademico 2024/2025

Indice

Introduzione	2
0.1 Obiettivo	2
0.2 Struttura tesi	2
1 Descrizione del problema	4
1.1 Introduzione	4
1.2 Settimana lavorativa	4
1.3 Tipologia personale, caratteristiche turnazione	4
1.4 Richieste del caporeparto	5
1.5 Skill del personale	5
1.6 Preferenze del personale	6
1.7 Obiettivi finali	6
2 Modello matematico	7
2.1 Orario e copertura	7
2.2 Straordinari	9
2.3 Equità	10
2.4 Stacco turni	11
2.5 Giorni di riposo	12
2.6 Funzione obiettivo	13
2.7 Formulazione	13
A Appendice	17
A.1 Sottosezione dell'appendice	17

Introduzione

Negli ultimi decenni, i problemi di schedulazione del personale sono stati studiati ampiamente. Una delle cause principali dietro questo interesse sta il lato economico: il costo del lavoro rappresenta ad oggi, per molte realtà aziendali, uno degli elementi principali della spesa aziendale e riuscire a minimizzarlo può portare grossi benefici all'azienda.

La prima formulazione di questo problema venne proposta negli anni '50 da George Dantzig e William Edie, ma ad oggi risulta parecchio antiquata, in quanto:

- Non esistevano diverse tipologie di contratto, ma solo full-time.
- Ogni dipendente è interscambiabile, non vengono quindi tenute in considerazione le skill del singolo individuo.
- L'obiettivo consisteva soltanto nel minimizzare il costo del personale, non considerando altri fattori come preferenze o indisposizioni.

Ad oggi, i modelli sono diventati molto più complessi e prevedono obiettivi che possono andare in conflitto tra loro, ad esempio la minimizzazione del costo del personale e le preferenze del personale. Inoltre, sono aumentati gli strumenti risolutivi a disposizione, variando dai metodi esatti fino ad arrivare alle matheuristics: un problema che veniva risolto a mano può venire ora risolto con risultati migliori in maniera automatica, riuscendo a trovare soluzioni non ottime ma comunque buone in tempi polinomiali.

0.1 Obiettivo

Questa tesi si pone come obiettivo quello di risolvere il problema di personnel scheduling per il reparto di cassa di un supermercato, il quale (rimarrà anonimo per privacy) ci ha gentilmente fornito una parte dei dati necessari per descrivere l'istanza del problema. Il fine ultimo è quello di trovare la miglior pianificazione settimanale possibile per suddetto supermercato e poi assegnare i turni ai singoli dipendenti.

0.2 Struttura tesi

Nel Capitolo 1 METTERE STATO DELL'ARTE. Nel Capitolo 2 viene presentato informalmente il problema reale considerato, descrivendone i soggetti coinvolti, le preferenze espresse, ciò che si vuole ottenere, i vincoli giuridici e contrattuali. Nel Capitolo 3 si fornisce la descrizione formale del problema, che verrà tradotta in un vero e proprio modello matematico, specificandone variabili, vincoli e funzioni obiettivo. Nel Capitolo 4 illustra lo strumento utilizzato per l'implementazione del modello matematico (Gurobi), le principali fasi del processo di realizzazione e i risultati dei test sperimentali volti a valutarne l'efficienza e la validità.

RIVEDERE ULTIMA PARTE

Viene infine mostrato il procedimento di assegnamento VEDERE SE CAPITOLO 5.
Negli appendici infine vengono riportati, per ordine:

- Una guida sintetica per l'utilizzo del programma finale, accompagnata da alcuni frammenti di codice commentati.
- Valori dei coefficienti di penalità assegnati ai termini della funzione obiettivo.

CAPITOLO 1, 3 4 pagine descrizione verbosa del problema affrontato (riprendere capitolo 2). "In una realtà aziendale ho tot persone..." no notazione matematica. Si vuole definire orario lavorativo

Capitolo 2 stato dell'arte

Capitolo 3 descrizione del problema: definizione del problema, formulazione del modello matematico

Capitolo 4: analisi sperimentale, le istanze che ho generato, da piccole fino a robe più grosse.

1 Descrizione del problema

1.1 Introduzione

La formulazione di un piano orario per i propri dipendenti risulta fattibile fin quando la dimensione del personale da gestire rimane contenuta e fin quando non si tengono in considerazione variabili secondarie come preferenze del personale e limiti giuridici.

Consideriamo il problema di turnazione per un roster di cassieri di un ipermercato, appartenente alla grande distribuzione organizzata, affermatosi nella realtà bresciana. Il piano di turnazione viene stilato settimanalmente dal caporeparto delle casse e può richiedere fino a due giorni di lavoro intenso, spesso non riuscendo a trovare una soluzione adeguata al flusso della clientela e alle esigenze del punto vendita.

Si richiede, quindi, di formulare una turnazione standard e poi di risolvere il problema di assegnamento dei dipendenti ai corrispettivi turni, rispettando i vincoli contrattuali e andando incontro a svariate esigenze, in modo tale da non solo ottimizzare i tempi lavorativi necessari alla pianificazione settimanale ma anche riuscire a ottimizzare i costi e la soddisfazione del personale.

1.2 Settimana lavorativa

L'ipermercato opera 7 giorni su 7, con un orario continuato dalle 08:00 fino alle 20:00, ora di chiusura per la clientela. Tralasciando le festività nazionali (Natale, Ferragosto, Festa dei lavoratori, ···), è aperto tutto l'anno.

La giornata lavorativa, per quasi tutti i cassieri, inizia alle 08:00 e finisce mezz'ora dopo la chiusura, ovvero alle 20:30, in modo tale da poter eseguire le attività necessarie, come conteggio dei contanti e pulizie. Alle 07:00 è richiesta invece la spazzatrice per poter pulire le corsie: solo alcuni dipendenti possiedono la formazione necessaria per poter adoperare la spazzatrice, dipendenti ai quali sarà richiesto di iniziare il turno prima rispetto agli altri.

1.3 Tipologia personale, caratteristiche turnazione

Il personale è suddiviso in tre categorie contrattuali:

- Full time: 40 ore settimanali;
- Part time: 24 ore settimanali;
- Part time weekend: 20 ore settimanali, con disponibilità limitata ai giorni di venerdì, sabato e domenica.

Ogni singolo turno può durare dalle 3 alle 6 ore ed è un multiplo di slot da 30 minuti (viene pagata la mezz'ora come unità): ad esempio, potrei assegnare il lavoratore w a 8 slot temporali, dalle 08:00 fino alle 12:00. Non sono previste pause in un turno, ma sono previsti due turni giornalieri per i lavoratori full-time e part-time fine settimana (solo il sabato e la domenica per loro); quindi, ci sarà uno stacco tra due turni giornalieri, che può variare da una singola mezz'ora fino a quattro ore. Un dipendente può lavorare fino a 12 ore al giorno, ma è una situazione estremamente indesiderata: si tende ad assegnare fino ad un massimo di 8 ore al giorno ad ogni singolo dipendente, con piccole variazioni di mezz'ora in positivo o in negativo.

Tra l'ultimo turno del giorno precedente e il primo turno del giorno preso in considerazione, vi deve essere un riposo di almeno 11 ore previsto per legge. Considerando la struttura degli orari, si rispetta tranquillamente il vincolo, però risulta comunque preferibile una pausa tra due turni in giorni consecutivi la più lunga possibile, così da permettere un riposo maggiore al dipendente.

1.4 Richieste del caporeparto

Il caporeparto è il soggetto che predispone il fabbisogno per ogni singolo slot temporale, in modo tale da poter pianificare il personale rispondendo in maniera adeguata al flusso della clientela e alle esigenze del punto vendita. Il caporeparto fornisce una tabella settimanale, di cui ogni singola cella rappresentano il numero di dipendenti richiesto per un certo slot orario: ad esempio, il sabato, essendo il giorno più intenso per l'ipermercato, quindi avrà un fabbisogno molto più elevato rispetto magari ad un giorno infrasettimanale come il martedì o la domenica sera.

Il fabbisogno è un numero indicativo di quante persone siano necessarie in quel momento; non è un limite obbligatorio, quindi possono esserci situazioni di sotto o sovra copertura, pur essendo comunque non ideali dal punto di vista del caporeparto. Il caporeparto vuole riuscire a coprire il fabbisogno richiesto, limitando il più possibile il monte ore lavorato totale, così da limitare le spese del personale. Ad un lavoratore si possono assegnare fino ad un massimo di 48 ore settimanali (ore previste da contratto più straordinari), ma si vuole rimanere il più possibile vicini ai monte ore previsti da contratto per ogni lavoratore.

Infine, il caporeparto vuole assicurarsi di riuscire a rispondere a situazioni critiche, in quanto il disagio arrecato da imprevisti potrebbe danneggiare l'immagine dell'ipermercato.

1.5 Skill del personale

Skill particolari individuate durante la descrizione del problema sono:

- Cassa-Reparto: alcuni cassieri possono essere assegnati sia nel reparto scatolame che alle casse, differenziandoli così dai puri cassieri, che una volta assegnati allo slot temporale dovranno per forza stare in cassa.
- Formazione spazzatrice: alcuni dipendenti possiedono la formazione necessaria per adoperare la spazzatrice; tali dipendenti possono iniziare a lavorare prima delle 08:00 per poter così pulire l'ipermercato entro l'apertura.

1.6 Preferenze del personale

Oltre ai vincoli contrattuali, si vuole tenere conto di alcune preferenze espresse dai dipendenti, che contribuiscono a migliorare la soddisfazione e l'equità complessiva della pianificazione.

In particolare, vengono considerate le seguenti preferenze:

- che vi sia equità nella distribuzione del carico lavorativo;
- avere giorni di riposo consecutivi;
- ridurre al minimo gli stacchi tra due turni nello stesso giorno (favorendo turni continuativi);
- disporre del riposo domenicale, ove possibile.

1.7 Obiettivi finali

La formulazione del piano dei turni mira al raggiungimento di più obiettivi:

- Minimizzare i costi del personale;
- Massimizzare la soddisfazione del personale;
- Mantenere flessibilità operativa, in modo da poter gestire eventuali imprevisti (assenze, malattie, permessi, variazioni della domanda).

In sintesi, il problema affrontato è un problema di ottimizzazione combinatoria tipico del rostering/staff scheduling.

Richiede di assegnare, per un periodo prefissato (una o due settimane, un mese o addirittura un anno), un insieme di turni ai lavoratori disponibili, in modo da soddisfare i vincoli di copertura, orario e riposo, cercando contemporaneamente di ottimizzare più criteri di tipo economico e organizzativo.

2 Modello matematico

2.1 Orario e copertura

Introduciamo gli insiemi:

$$\begin{aligned} W &= FT \cup PT \cup PTW \\ FT &= \{w_1, \dots, w_n\} \\ PT &= \{w_1, \dots, w_p\} \\ PTW &= \{w_1, \dots, w_k\} \\ FT \cap PT \cap PTW &= \emptyset \end{aligned}$$

ove FT , PT e PTW rappresentano rispettivamente gli insiemi dei lavoratori full-time, part-time e part-time fine settimana. Un lavoratore può appartenere ad una sola categoria, quindi un lavoratore non può essere sia full-time che part-time per esempio. L'insieme W rappresenta l'unione dei tre insiemi. Appartenere ad un insieme, equivale a condividere lo stesso monte orario e paga oraria con gli altri elementi dell'insieme, quindi di nessun lavoratore possiede un costo aggiuntivo rispetto ad altri. Inoltre, per questo problema considereremo il caso per cui tutti i lavoratori abbiano lo stesso tipo e livello contrattuale (rivedere con prof).

Il fabbisogno settimanale è quasi costante nel corso dell'anno, le variazioni principali si notano in prossimità delle festività come Natale o Pasqua, periodi nei quali si nota un incremento del fabbisogno in risposta all'aumento della clientela. In situazioni di festività, si possono tollerare di più situazioni di eccesso di personale. Il supermercato ci ha fornito il fabbisogno standard non relativo a periodi festivi.

Si specificano:

$$\begin{aligned} D &= \{lun, \dots, dom\} = \{1, \dots, 7\} \text{ l'insieme dei giorni.} \\ f_{d,k} &\text{ il fabbisogno per lo slot } k \text{ del giorno } d. \\ K_d &\text{ l'insieme degli slot del giorno } d. \end{aligned}$$

La giornata di lavoro inizia alle 08:00 e finisce alle 20:30, è quindi suddivisa in 25 slot temporali da 30 minuti ciascuno. L'orario è continuato ed è identico per tutti e sette i giorni della settimana, dunque vi sarà da definire un totale di 175 fabbisogni, ognuno per il singolo slot k della giornata d .

Definiamo ora:

$$S = \{s_1, \dots, s_l\} \text{ l'insieme dei turni } s$$

I turni s sono caratterizzati da:

- $day(s)$: il giorno d del turno s .
- $start(s)$: lo slot di inizio del turno s .

- L_s : durata ($\in [6, 7, \dots, 12]$) del turno s .
- $A_{s,k}$: copertura dello slot k dal turno s (1 se coperto, 0 altrimenti).

Il problema così individuato rimanda al problema del *Set Covering*, ove bisogna trovare la più piccola sotto-collezione di set tale per cui l'unione dei suoi elementi sia equivalente all'insieme universo:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{s \in S} x_s \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{s: e \in s} x_s \geq 1, \forall e \in U \\ & x_s \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

con la differenza che in questo caso la somma di set (turni) deve essere maggiore o uguale al fabbisogno specificato per lo slot considerato.

Per definire se un lavoratore lavora o meno un certo turno, usiamo una variabile decisionale $x_{w,s}$, la quale varrà 1 nel caso in cui al lavoratore w sia assegnato il turno s , 0 altrimenti. Unendola alla matrice di copertura $A_{s,k}$ possiamo così dire se un lavoratore w , prendendosi in carico il turno s , copre o meno lo slot k .

I lavoratori si differenziano per il monte orario minimo in base alla tipologia di contratto:

$$C_w \in \{20, 24, 48\}$$

Una volta introdotto il necessario per l'orario e la copertura, possiamo iniziare a definire i vincoli:

$$\sum_{w \in W} \sum_{s \in S: day(s)=d} A_{s,k} x_{w,s} \geq f_{d,k} \quad \forall d, k \quad (1)$$

$$C_w \leq \sum_{w \in W, s} 0.5 * L_s x_{w,s} \leq 48 \quad \text{monte ore} \quad (2)$$

Come già accennato prima parlando del *SetCovering*, la copertura del fabbisogno si specifica mediante il primo vincolo. Questo vincolo ci assicura che almeno $f_{d,k}$ lavoratori siano presenti nello slot temporale k del giorno d . Con questo vincolo non è ammissibile una situazione di difetto di personale, ma è ammissibile un eccesso di personale, seppure più avanti verrà penalizzata. Si potrebbe introdurre una situazione di difetto modificando il valore di $f_{d,k}$ o cambiando il peso del vincolo.

Ogni lavoratore deve lavorare almeno il monte orario minimo definito da contratto, ma può raggiungere le 48 ore facendo straordinari. Anche questa situazione verrà in seguito penalizzata.

Gli ultimi vincoli riguardano il numero di turni giornalieri, che ricordiamo sono:

Part time weekend: 20 ore settimanali, con disponibilità limitata ai giorni di venerdì, sabato e domenica.

...

I lavoratori full time possono coprire uno o due turni giornalieri, mentre i part time possono svolgerne solo uno.

Il tempo massimo di lavoro giornaliero per un singolo dipendente è di 12 ore, anche se nella pratica si tende a non superare le 8 ore.

Si descrivono quindi:

$$\sum_{w \in FT, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 2, \quad \forall d \quad (3)$$

$$\sum_{w \in PT, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 1, \quad \forall d \quad (4)$$

$$x_{w \in PTW, s} = 1, \quad day(s) = 5 \wedge start(s) = 16:30 \quad (5)$$

$$x_{w \in PTW, s} = 0, \quad day(s) < 5 \quad (6)$$

$$\sum_{w \in PTW, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 2, \quad d > 5 \quad (7)$$

I primi due rappresentano i vincoli per i lavoratori full-time e part-time, mentre gli ultimi tre sono i vincoli per i part-time fine settimana. Per richiesta del datore, i lavoratori part-time fine settimana lavorano il turno della chiusura del venerdì, mentre il sabato e la domenica vengono trattati come i lavoratori full-time.

Si può infine introdurre la funzione obiettivo per questa parte:

$$f_1 = \sum_{w \in W} \sum_{s \in S} L_s x_{w,s} \quad (8)$$

ovvero la somma totale delle ore lavorate dall'intero roster dei cassieri, che andrà minimizzata come da richiesta.

2.2 Straordinari

Gli straordinari vengono di molto penalizzati in quanto prevedono una retribuzione aggiuntiva, aumentando notevolmente il costo finale per il supermercato. Introduciamo quindi:

$$O_w \in \mathbb{N}$$

che rappresenta le ore straordinarie assegnate al lavoratore w . Questo valore è maggiore o uguale a 0 e si preferirebbe che valesse 0 per tutti i lavoratori del roster. Non vale 0 nel caso in cui:

$$O_w \geq \sum_{s \in S: day(s)=d} A_{s,k} x_{w,s} - C_w \quad \forall w \in W \quad (9)$$

ovvero al lavoratore w vengono assegnate più ore di quelle previste dal contratto. La somma di questi valori va minimizzata:

$$f_2 = \sum_{w \in W} O_w \quad (10)$$

Si potrebbe cambiare il peso di questo obiettivo nella funzione finale per così riadattarsi. Risulta particolarmente nei periodi festivi, quando la situazione diventa imprevedibile per malattie impreviste e flusso della clientela.

2.3 Equità

I problemi riguardanti l'equità sono:

- Carico orario settimanale uguale per tutti i lavoratori dello stesso tipo.
- Carico orario giornaliero uguale per tutti i lavoratori dello stesso tipo, ad esempio scatta una situazione di inequità nel momento in cui un lavoratore part-time lavori 6 ore un giorno mentre un altro ne lavora part-time solo 3.
- Nel caso dei lavoratori full-time e dei part-time, la gestione delle domeniche libere rientra nel principio di equità.

Per il primo punto, introduciamo la variabile:

$$H_w = \sum_{w \in T, s} 0.5 * L_s x_{w,s} \quad (11)$$

che rappresenta le ore totali assegnate al lavoratore w .

Introduciamo altre due variabili:

$$d_w^+ \geq 0, \quad d_w^- \leq 0 \quad \forall w \in W \quad (12)$$

$$d_w^+, d_w^- \in \mathbb{R} \quad (13)$$

che rappresentano rispettivamente le ore straordinarie oppure quelle mancanti per raggiungere il monte orario previsto da contratto. Vale quindi:

$$d_w^+ \geq H_w - C_w \quad (14)$$

$$d_w^- \leq H_w - C_w \quad (15)$$

ove, se le ore assegnate sono di più rispetto a quelle previste, il valore di d_w^+ sarà uguale al surplus orario, mentre varrà il contrario per d_w^- nel caso in cui venissero assegnate meno ore al dipendente. L'obiettivo è quello di avere uno stesso quantitativo orario per tutti i lavoratori dello stesso tipo, quindi si minimizza:

$$f_3 = \sum_{T \in W} \sum_{w \in T} \alpha_1 d_w^+ + \beta_1 d_w^- \quad (16)$$

cioè la somma delle deviazioni dal valore previsto da contratto per ogni tipo. Vale $\alpha \geq 0$, $\beta \leq 0$ e in base a quale situazione sia preferibile (di eccesso o di difetto) posso decidere tra $\alpha \geq |\beta|$ oppure $\alpha < |\beta|$. Nel nostro caso consideriamo $\alpha > |\beta|$, in quanto una situazione di surplus è sfavorita per scelta del supermercato.

Altro problema è la durata dei turni. Sono permessi turni da 3 fino a 6 ore, ma una durata eccessiva dei turni non è ben vista dal personale e potrebbe portare a situazioni di squilibrio in cui alcuni dipendenti lavorano un solo turno da 6 ore al giorno mentre altri ne lavorano due da 3/4 ore ciascuno. Per questione di praticità, possiamo imporre un'unica preferenza per l'intero personale verso il turno da 4 ore. Introduciamo quindi:

$$dur_s^+ \geq 0, \quad dur_s^- \leq 0 \quad \forall s \in S \quad (17)$$

$$dur_s^+, dur_s^- \in \mathbb{R} \quad (18)$$

che indicano la durata di tutti i turni s attivi, aggiungiamo anche:

$$dur_s^+ \geq 0.5 * L_s x_{w,s} - 4.0 \quad (19)$$

$$dur_s^- \leq 0.5 * L_s x_{w,s} - 4.0 \quad (20)$$

e, infine, da minimizzare:

$$f_4 = \sum_{s \in S} \alpha_2 dur_s^+ + \beta_2 dur_s^- \quad (21)$$

Ogni dipendente potrebbe esprimere la propria preferenza e si potrebbe risolvere il problema andando a cambiare i parametri appena visti. Come prima, $\alpha \geq 0$, $\beta \leq 0$ e $\alpha > |\beta|$, in quanto un turno che superi le 4 ore risulta molto più pesante rispetto ad un turno di 3 ore.

2.4 Stacco turni

I dipendenti hanno richiesto uno stacco tra due turni giornalieri il più breve possibile. Questo permetterebbe di ridurre al minimo il tempo trascorso sul luogo di lavoro e aumentare la soddisfazione del personale. Il problema si pone solo nel caso in cui il lavoratore faccia due turni in un giorno:

$$split_{w,d} \geq \sum_{s:day(s)=d} x_{w,s} - 1 \quad (22)$$

$$split_{w,d} \in \{0, 1\} \quad (23)$$

è una variabile decisionale, che ci dice se il lavoratore w è assegnato a due turni s_1 e s_2 nello stesso giorno d .

I turni s , per come sono descritti [2.1], permettono il calcolo dello slot di fine turno:

$$end(s) = start(s) + L(s) \quad (24)$$

e da questo posso trovare il valore dello stacco:

$$stacco_{w,d} \geq split_{w,d} \cdot (start(s_2) - end(s_1)), \quad \forall w \in W \quad (25)$$

che viene considerato solo nel caso in cui effettivamente il lavoratore abbia due turni lo stesso giorno. Devono valere di conseguenza anche:

$$\begin{aligned} x_{w,s_1} &= x_{w,s_2} = 1, \\ day(s_1) &= day(s_2), \\ start(s_2) &> end(s_1). \end{aligned}$$

Bisogna infine minimizzare:

$$f_5 = \sum_{d \in D} \sum_{w \in W} stacco_{w,d} \quad (26)$$

ovvero gli stacchi di tutti i lavoratori.

2.5 Giorni di riposo

Si considera giorno di riposo un qualsiasi giorno della settimana nel quale il lavoratore non è stato assegnato a nessun turno:

$$r_{w,d} \geq 1 - \sum_{s \in S_d} x_{w,s}, \quad \forall w \in W \setminus PTW, \forall d \in D \quad (27)$$

Durante la settimana, il lavoratore deve avere almeno un giorno di riposo e per evitare un sovraccarico di ore giornaliere può arrivare ad un massimo di due giorni di riposo settimanali:

$$1 \leq \sum_{d \in D} r_{w,d} \leq 2 \quad (28)$$

Solo i full-time e i part-time possono avere fino a due giorni di riposo a settimana. Per i part-time fine settimana il problema non si pone, in quanto durante la settimana non gli si può assegnare turni.

Si introduce una nuova variabile binaria per indicare il riposo continuato per i lavoratori full-time:

$$c_{w,d} \leq r_{w,d} \quad (29)$$

$$c_{w,d} \leq r_{w,d+1} \quad (30)$$

$$c_{w,d} \leq r_{w,d} + r_{w,d+1} - 1 \quad (31)$$

$$c_{w,d} \in \{0, 1\}, \forall w \in W \setminus PTW, \forall d \in D \quad (32)$$

che vale 1 solo nel caso in cui il lavoratore w ha due giorni di riposo consecutivi d e $d + 1$ durante la settimana. Si vuole massimizzare questa quantità per preferenza del personale:

$$f_6 = \sum_{w \in FT} \sum_{d \in D} c_{w,d} \quad (33)$$

2.6 Funzione obiettivo

$$\min \sum_{i=1}^6 \lambda_i f_i \quad \lambda_i \in \mathbb{R} \quad (34)$$

I λ_i rappresentano i pesi che noi diamo ai vari obiettivi: più λ_i è elevato, più l'obiettivo relativo incide nella funzione obiettivo generale, ottenendo di fatto più importanza nella ricerca dell'ottimo.

2.7 Formulazione

Funzione obiettivo

$$\min \sum_{i=1}^6 \lambda_i f_i \quad \lambda_i \in \mathbb{R}$$

Vincoli, variabili orario e copertura

$f_1 = \sum_{w \in W} \sum_{s \in S} L_s x_{w,s}$	
$\sum_{w \in W} \sum_{s \in S: day(s)=d} A_{s,k} x_{w,s} \geq f_{d,k}$	$\forall d, k$
$C_w \leq \sum_{w \in W, s} 0.5 * L_s x_{w,s} \leq 48$	monte ore
$\sum_{w \in FT, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 2,$	$\forall d$
$\sum_{w \in PT, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 1,$	$\forall d$
$x_{w \in PTW, s} = 1,$	$day(s) = 5 \wedge start(s) = 16:30$
$x_{w \in PTW, s} = 0,$	$day(s) < 5$
$\sum_{w \in PTW, s: day(s)=d} x_{w,s} \leq 2,$	$d > 5$
$x_{w,s} \in \{0, 1\},$	$\forall w \in T, s \in S$
$W = FT \cup PT \cup PTW$	insieme dei lavoratori
$FT \cap PT \cap PTW = \emptyset$	
$D = \{1, \dots, 7\}$	insieme dei giorni
K_d	insieme slot temporali del giorno d
$S = \{s_1, \dots, s_l\}$	insieme dei turni ammissibili s
$d_{d,k} \in \mathbb{N}$	fabbisogno slot k giorno d
$A_{s,k} \in \{0, 1\}$	copertura turno s per slot k
$L_s \in [6, 7, \dots, 12]$	durata turno s
$C_w \in \{20, 24, 48\}$	ore contrattuali lavoratore w

Vincoli, variabili straordinari

$f_2 = \sum_{w \in W} O_w$	
$O_w \geq \sum_{s \in S: day(s)=d} A_{s,k} x_{w,s} - C_w$	$\forall w \in W$
$O_w \in \mathbb{N}$	ore di straordinari lavoratore w

Vincoli, variabili equità

$$\begin{aligned}
f_3 &= \sum_{T \in W} \sum_{w \in T} \alpha_1 d_w^+ + \beta_1 d_w^- \\
f_4 &= \sum_{s \in S} \alpha_2 dur_s^+ + \beta_2 dur_s^- \\
d_w^+ &\geq 0, d_w^- \leq 0 & \forall w \in W \\
d_w^+ &\geq H_w - C_w \\
d_w^- &\leq H_w - C_w \\
dur_s^+ &\geq 0, dur_s^- \leq 0 & \forall s \in S \\
dur_s^+ &\geq 0.5 * L_s x_{w,s} - 4.0 \\
dur_s^- &\leq 0.5 * L_s x_{w,s} - 4.0 \\
H_w &= \sum_{w \in T, s} 0.5 * L_s x_{w,s} & \text{ore assegnate a lavoratore w} \\
d_w^+, d_w^-, dur_s^+, dur_s^- &\in \mathbb{R} \\
\alpha_1, \alpha_2 &\in \mathbb{R}^+ \\
\beta_1, \beta_2 &\in \mathbb{R}^-
\end{aligned}$$

Vincoli, variabili stacco turni

$$\begin{aligned}
f_5 &= \sum_{d \in D} \sum_{w \in W} stacco_{w,d} \\
split_{w,d} &\geq \sum_{s: day(s)=d} x_{w,s} - 1 \\
end(s) &= start(s) + L(s) \\
stacco_{w,d} &\geq split_{w,d} \cdot (start(s_2) - end(s_1)), \quad \forall w \in W \\
x_{w,s_1} = x_{w,s_2} &= 1 \\
day(s_1) &= day(s_2) \\
start(s_2) &> end(s_1) \\
split_{w,d} &\in \{0, 1\}
\end{aligned}$$

Vincoli, variabili riposo

$$\begin{aligned}f_6 &= \sum_{w \in FT} \sum_{d \in D} c_{w,d} \\r_{w,d} &\geq 1 - \sum_{s \in S_d} x_{w,s}, \quad \forall w \in W \setminus PTW, \forall d \in D \\1 &\leq \sum_{d \in D} r_{w,d} \leq 2 \\c_{w,d} &\leq r_{w,d} \\c_{w,d} &\leq r_{w,d+1} \\c_{w,d} &\leq r_{w,d} + r_{w,d+1} - 1 \\c_{w,d} &\in \{0, 1\}, \forall w \in W \setminus PTW, \forall d \in D \\r_{w,d} &\in \mathbb{N}\end{aligned}$$

A Appendice

A.1 Sottosezione dell'appendice

Inserisci il contenuto dell'appendice

Riferimenti bibliografici

- [1] Emanuel Melachrinoudis e Michael Olafsson. «A scheduling system for supermarket cashiers». In: *Computers and Industrial Engineering* 23.1 (1992), pp. 121–124. ISSN: 0360-8352. DOI: [https://doi.org/10.1016/0360-8352\(92\)90078-X](https://doi.org/10.1016/0360-8352(92)90078-X). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/036083529290078X>.
- [2] Michael J. Brusco e Larry W. Jacobs. «Cost analysis of alternative formulations for personnel scheduling in continuously operating organizations». In: *European Journal of Operational Research* 86.2 (1995), pp. 249–261. ISSN: 0377-2217. DOI: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00063-I](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00063-I). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037722179400063I>.
- [3] Hesham K Alfares. «Survey, categorization, and comparison of recent tour scheduling literature». In: *Annals of Operations Research* 127.1 (2004), pp. 145–175.
- [4] Andreas T Ernst et al. «An annotated bibliography of personnel scheduling and rostering». In: *Annals of Operations Research* 127.1 (2004), pp. 21–144.
- [5] Jorne Van den Bergh et al. «Personnel scheduling: A literature review». In: *European Journal of Operational Research* 226.3 (2013), pp. 367–385. ISSN: 0377-2217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.11.029>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221712008776>.
- [6] Serena Cortopassi. *Modello di Ottimizzazione per la Schedulazione del Personale Infermieristico di una Residenza Assistita*. Tesi di laurea triennale in Matematica. 2014. URL: <https://etd.adm.unipi.it/t/etd-04172014-181428/>.
- [7] Dingding Lin et al. «Scheduling workforce for retail stores with employee preferences». In: *2015 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics (SOLI)*. 2015, pp. 37–42. DOI: [10.1109/SOLI.2015.7367407](https://doi.org/10.1109/SOLI.2015.7367407).
- [8] Michael Mac-Vicar et al. «Real-time recovering strategies on personnel scheduling in the retail industry». In: *Computers and Industrial Engineering* 113 (2017), pp. 589–601. ISSN: 0360-8352. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.09.045>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835217304618>.

Ringraziamenti

Grazie.