

Mathematical Analyses Code

Matteo Rizzuto¹, Shawn J. Leroux¹, Oswald J. Schmitz², Eric Vander Wal¹, Yolanda F. Wiersma¹, Travis R. Heckford³

¹ Department of Biology, Memorial University of Newfoundland, St. John's, NL, Canada

² School of the Environment, Yale University, New Haven, CT, USA

³ Cariboo Natural Resource Region, British Columbia Ministry of Forests, Williams Lake, BC, Canada

Introduction

This notebook contains all analytical work done on our meta-ecosystem mathematical model to investigate the influence of different types of consumer movement on ecosystem functioning at multiple spatial scales.

Model equilibria

The block below evaluates the full model and looks for equilibrium solutions. The model comprises seven equations : Nutrient - Producers - Consumers for ecosystem 1, Nutrient - Producers - Consumers for ecosystem 2, and the Dispersers' Pool . The model contains the following state variables:

N1, N2 inorganic nutrients
P1, P2 primary producers
C1, C2 consumers
Q dispersers' pool

And these are the parameters in the model :

u1, u2 primary producers uptake rates
h1, h2 primary producers death rates
a1, a2 consumer attack rates
d1, d2 consumer death rates
e1, e2 consumer trophic efficiency
g1 consumer movement rate from ecosystem 1 to Q
m1 consumer movement rate from Q to ecosystem 2
c1 consumer death rate in Q
J1, J2 inorganic nutrient input rates in N1, N2, respectively
l inorganic nutrient leaching rate

NOTE : some of the parameters differ in notation with the R code, e . g . , J1 = l1 in the R code, and J2 = l2

.

```
In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
eqns = {0 == J1 - u1 * N1 * P1 - l * N1 + h1 * P1 + d1 * C1,
  0 == u1 * N1 * P1 - a1 * P1 * C1 - h1 * P1,
  0 == e1 * a1 * P1 * C1 - g1 * C1 - d1 * C1,
  0 == J2 - u2 * N2 * P2 - l * N2 + h2 * P2 + d2 * C2,
  0 == u2 * N2 * P2 - a2 * P2 * C2 - h2 * P2,
  0 == e2 * a2 * P2 * C2 - d2 * C2 + m1 * Q,
  0 == g1 * C1 - m1 * Q - c1 * Q};
FullSimplify[Solve[eqns, {Q, N1, P1, C1, N2, P2, C2}]]
```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left\{ Q \rightarrow 0, N1 \rightarrow \frac{J1}{l}, P1 \rightarrow 0, C1 \rightarrow 0, N2 \rightarrow \frac{d2 h2 - d2 e2 h2 + a2 e2 J2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2}, P2 \rightarrow \frac{d2}{a2 e2}, \right. \right. \\
& C2 \rightarrow \frac{e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2} \left. \right\}, \left\{ Q \rightarrow \frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}, \right. \\
& N1 \rightarrow \frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}, P1 \rightarrow \frac{d1 + g1}{a1 e1}, C1 \rightarrow \frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}, \\
& N2 \rightarrow (-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + \\
& d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + \\
& a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) / \\
& ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), \\
& P2 \rightarrow (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + \\
& d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 + \\
& a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) / \\
& (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + \\
& e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), \\
& C2 \rightarrow \frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2} \left. \right\}, \left\{ Q \rightarrow 0, N1 \rightarrow \frac{J1}{l}, \right. \\
& P1 \rightarrow 0, C1 \rightarrow 0, N2 \rightarrow \frac{J2}{l}, \\
& P2 \rightarrow 0, C2 \rightarrow 0 \left. \right\}, \\
& \left\{ Q \rightarrow \frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}, \right. \\
& N1 \rightarrow \frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}, P1 \rightarrow \frac{d1 + g1}{a1 e1}, \\
& C1 \rightarrow \frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}, N2 \rightarrow \\
& \frac{a1 e1 J2 l (c1 + m1) + (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))}{l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}, \\
& P2 \rightarrow 0, C2 \rightarrow \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)}{d2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} \left. \right\} \left. \right\}
\end{aligned}$$

There is only one equilibrium with all state variable > 0 , therefore with ecological and biological meaning. It is the second from the top. We are going to look for feasibility conditions in the next code block.

```

In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[Reduce[ $\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1} > 0 \&\& \frac{d1 + g1}{a1 e1} > 0 \&\&$ 
 $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1} > 0 \&\& (-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +$ 
 $d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +$ 
 $a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) /$ 
 $((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)) > 0 \&\&$ 
 $(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +$ 
 $d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +$ 
 $a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /$ 
 $(a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +$ 
 $e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) >$ 
 $0 \&\& \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)$ 
 $\frac{}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2} > 0 \&\&$ 
 $\frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} > 0 \&\& J1 > 0 \&\&$ 
 $J2 > 0 \&\& l > 0 \&\& a1 > 0 \&\& a2 > 0 \&\& e1 > 0 \&\&$ 
 $e2 > 0 \&\& d1 > 0 \&\& d2 > 0 \&\& u1 > 0 \&\& u2 > 0 \&\&$ 
 $h1 > 0 \&\& h2 > 0 \&\& g1 > 0 \&\& m1 > 0 \&\& c1 > 0 \&\&]]]$ 

```

Local stability analysis

Here, we run local stability analyses on the model specified above. First, we store each of the seven differential equations in the model in its own object.

```

In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1e = J1 - u1 * N1 * P1 - l * N1 + h1 * P1 + d1 * C1;
P1e = u1 * N1 * P1 - a1 * P1 * C1 - h1 * P1;
C1e = e1 * a1 * P1 * C1 - g1 * C1 - d1 * C1;
N2e = J2 - u2 * N2 * P2 - l * N2 + h2 * P2 + d2 * C2;
P2e = u2 * N2 * P2 - a2 * P2 * C2 - h2 * P2;
C2e = e2 * a2 * P2 * C2 - d2 * C2 + m1 * Q;
Qe = g1 * C1 - m1 * Q - c1 * Q;

```

Let's check that worked as intended .

```

In[*]:= N1e
Out[*]=
C1 d1 + J1 - l N1 + h1 P1 - N1 P1 u1

```

```
In[*]:= P1e
```

```
Out[*]:=
  -a1 C1 P1 - h1 P1 + N1 P1 u1
```

```
In[*]:= C1e
```

```
Out[*]:=
  -C1 d1 - C1 g1 + a1 C1 e1 P1
```

```
In[*]:= N2e
```

```
Out[*]:=
  C2 d2 + J2 - l N2 + h2 P2 - N2 P2 u2
```

```
In[*]:= P2e
```

```
Out[*]:=
  -a2 C2 P2 - h2 P2 + N2 P2 u2
```

```
In[*]:= C2e
```

```
Out[*]:=
  -C2 d2 + a2 C2 e2 P2 + m1 Q
```

```
In[*]:= Qe
```

```
Out[*]:=
  C1 g1 - c1 Q - m1 Q
```

Now, we evaluate the Jacobian Matrix .

```
In[*]:= JacobianMatrix[fns_List, vars_List] := Outer[D, fns, vars];
```

```
JM = JacobianMatrix[{Qe, N1e, P1e, C1e, N2e, P2e, C2e}, {Q, N1, P1, C1, N2, P2, C2}]
```

```
Out[*]:=
  {{-c1 - m1, 0, 0, g1, 0, 0, 0}, {0, -l - P1 u1, h1 - N1 u1, d1, 0, 0, 0},
   {0, P1 u1, -a1 C1 - h1 + N1 u1, -a1 P1, 0, 0, 0},
   {0, 0, a1 C1 e1, -d1 - g1 + a1 e1 P1, 0, 0, 0}, {0, 0, 0, 0, -l - P2 u2, h2 - N2 u2, d2},
   {0, 0, 0, 0, P2 u2, -a2 C2 - h2 + N2 u2, -a2 P2}, {m1, 0, 0, 0, 0, a2 C2 e2, -d2 + a2 e2 P2}}
```

```
In[*]:= TableForm[JM]
```

```
Out[*]//TableForm=
```

-c1 - m1	0	0	g1	0	0
0	-l - P1 u1	h1 - N1 u1	d1	0	0
0	P1 u1	-a1 C1 - h1 + N1 u1	-a1 P1	0	0
0	0	a1 C1 e1	-d1 - g1 + a1 e1 P1	0	0
0	0	0	0	-l - P2 u2	h2 - N2 u2
0	0	0	0	P2 u2	-a2 C2 - h2 +
m1	0	0	0	0	a2 C2 e2

And then let's get expressions for the the eigenvalues .

TableForm[Eigenvalues[JM]

```
Out[*]//TableForm=
-c1 - m1
Root[a1 C1 d1 l + a1 C1 g1 l + d1 h1 l + g1 h1 l - a1 e1 h1 l P1 - d1 l N1 u1 - g1 l N1 u1 + a1 C1 d1 P1 u
Root[a1 C1 d1 l + a1 C1 g1 l + d1 h1 l + g1 h1 l - a1 e1 h1 l P1 - d1 l N1 u1 - g1 l N1 u1 + a1 C1 d1 P1 u
Root[a1 C1 d1 l + a1 C1 g1 l + d1 h1 l + g1 h1 l - a1 e1 h1 l P1 - d1 l N1 u1 - g1 l N1 u1 + a1 C1 d1 P1 u
Root[a2 C2 d2 l + d2 h2 l - a2 e2 h2 l P2 - d2 l N2 u2 + a2 C2 d2 P2 u2 - a2 C2 d2 e2 P2 u2 + a2 e2 l N2
Root[a2 C2 d2 l + d2 h2 l - a2 e2 h2 l P2 - d2 l N2 u2 + a2 C2 d2 P2 u2 - a2 C2 d2 e2 P2 u2 + a2 e2 l N2
Root[a2 C2 d2 l + d2 h2 l - a2 e2 h2 l P2 - d2 l N2 u2 + a2 C2 d2 P2 u2 - a2 C2 d2 e2 P2 u2 + a2 e2 l N2
```

None of these eigenvalues is readily solvable . We will move to R and use the Jacobian above to run numerical local stability analyses .

Ecosystem function formulae

Here, we calculate expression for all the ecosystem function formulae used in the manuscript and in the R code .

Nutrient Flux

```
In[*]:= (*Ecosystem 1*)
(*Primary producers*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[h1 *  $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ ]
Out[*]=

$$\frac{(d1 + g1) h1}{a1 e1}$$


In[*]:= (*Consumers*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[d1 *  $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ ]
Out[*]=

$$\frac{d1 e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$$

```

In[*]:= (*Total*)

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];

FullSimplify $\left[h1 * \frac{d1 + g1}{a1 e1} + d1 * \frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}\right]$

Out[*]=

$$\frac{(d1 + g1) h1}{a1 e1} + \frac{d1 e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$$

In[*]:= (*Ecosystem 2*)

(*Primary producers*)

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];

FullSimplify[
h2 * ((l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
(d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
(a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))]

Out[*]=

$$\begin{aligned} & (h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + \\ & d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 + \\ & a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) / \\ & (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + \\ & e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) \end{aligned}$$

In[*]:= (*Consumers*)

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];

FullSimplify $\left[d2 * \frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}\right]$

Out[*]=

$$\frac{d2 \left(\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}$$

```
In[*]:= (*Total*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  h2 * ((l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
    (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
    u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
    (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2
      (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) +
    d2 * 
$$\frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}$$

  ]
```

```
Out[*]=
(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
(a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
  e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
d2 
$$\left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)$$

  )
  a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2
```

```
(*Meta-ecosystem*)
```

```
(*Dispersers' pool*)
```

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
$$c1 * \frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$
]
```

```
Out[*]=

$$\frac{c1 e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$

```

```
(*Total*)
```



```

In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
$$h1 * \frac{d1 + g1}{a1 e1} + d1 * \frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1} +$$


$$h2 * ((l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +$$


$$d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +$$


$$a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2$$


$$(d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) +$$


$$d2 * \frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2} -$$


$$c1 * \frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}]$$


```

```

Out[*]= 
$$\frac{(d1 + g1) h1}{a1 e1} + \frac{c1 e1 g1 (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + \frac{d1 e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1} +$$


$$(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +$$


$$d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +$$


$$a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +$$


$$e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)$$


$$\frac{}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}$$


```

Productivity

```

In[*]:= (*Ecosystem 1*)
(*Primary producers*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
$$u1 * \frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1} * \frac{d1 + g1}{a1 e1}$$
]

```

```

Out[*]= 
$$\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$


```

```
In[*]:= (*Consumers*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[e1 * a1 *  $\frac{d1 + g1}{a1 e1} * \frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ ]
```

```
Out[*]=

$$\frac{e1 (d1 + g1) (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$$

```

```
In[*]:= (*Ecosystem 2*)
(*Primary producers*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[u2 * ((-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +
  d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2))) *
  ((l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
  e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))]
```

```
Out[*]=

$$\begin{aligned} &((-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) \\ &\quad u1 + a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) \\ &\quad u2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + \\ &\quad d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 + \\ &\quad a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) / \\ &((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) \\ &\quad (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + \\ &\quad e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) \end{aligned}$$

```

```

In[*]:= (*Consumers*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  e2 * a2 * (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
    d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
    e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) *
  
$$\frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}$$

]
Out[*]=
(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
  (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2))

```

Partial derivatives of ecosystem functions and processes

Here, we derive partial derivatives for the influence of parameters related to the consumer, a_i , d_i , m , c , g , and to the environment (e.g., l_i) on both the equilibrium equations of the state variables for the single feasible equilibrium (i.e., where all state variables are > 0) and the key ecosystem processes of nutrient cycling and trophic compartment productivity. We will use these partial derivatives in the .Rmd file in this same repository to produce quantitative assessment of the influence of the parameters listed above.

State variables partial derivatives

Consumer attack rate in the donor ecosystem 1, a_1

```

(*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[
$$\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}, a1];
FullSimplify[N1Eqn]
Out[*]=

$$\frac{e1 (d1 (-1 + e1) - g1) (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$$$

```

```
(*P1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P1Eqn = D[ $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ , a1];
FullSimplify[P1Eqn]
```

Out[]=

$$-\frac{d1 + g1}{a1^2 e1}$$

```
(*C1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C1Eqn = D[ $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , a1];
FullSimplify[C1Eqn]
```

Out[]=

$$\frac{e1^2 l (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
(*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +
  d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), a1];
FullSimplify[N2Eqn]
```

Out[]=

$$\frac{a2 e1^2 g1 l m1 (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*P2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P2Eqn = D[(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), a1];
FullSimplify[P2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{(e1^2 g1 l m1 (c1 + m1) (h1 l - J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2))}{(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2)}$$

```
(*C2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C2Eqn = D[
$$\frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, a1];
FullSimplify[C2Eqn]$$

```

Out[*]=

$$\frac{e1^2 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*Q*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
QEqn = D[
$$\frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}, a1];
FullSimplify[QEqn]$$

```

Out[*]=

$$\frac{e1^2 g1 l (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

Consumer attack rate in the recipient ecosystem 2, a_2

```
(*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[ $\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , a2];
FullSimplify[N1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*P1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P1Eqn = D[ $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ , a2];
FullSimplify[P1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*C1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C1Eqn = D[ $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , a2];
FullSimplify[C1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[ $(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +$   

 $d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +$   

 $a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) /$   

 $((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2))$ , a2];
FullSimplify[N2Eqn]
```

Out[*]=

```
(d2 (-1 + e2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1)
    J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)2)
```

```
(*P2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P2Eqn = D[(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), a2];
FullSimplify[P2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{(-d2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + d2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) + (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)}{(a^2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)}$$

```
(*C2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C2Eqn = D[
$$\frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, a2];
FullSimplify[C2Eqn]$$

```

Out[*]=

$$\frac{(e2 l (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))}{((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2)}$$

Consumer death rate in the donor ecosystem 1, d_1

```
(*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[
$$\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}, d1];
FullSimplify[N1Eqn]$$

```

Out[*]=

$$-\frac{a1 (-1 + e1) e1 (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
(*P1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P1Eqn = D[ $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ , d1];
FullSimplify[P1Eqn]
```

Out[]=

$$\frac{1}{a1 e1}$$

```
(*C1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C1Eqn = D[ $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , d1];
FullSimplify[C1Eqn]
```

Out[]=

$$\frac{(-1 + e1) e1 u1 (-h1 l + J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
(*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +
  d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), d1];
FullSimplify[N2Eqn]
```

Out[]=

$$\frac{a2 (-1 + e1) e1 g1 m1 u1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$


```
(*P2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P2Eqn = D[(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), d1];
FullSimplify[P2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{((-1 + e1) e1 g1 m1 (c1 + m1) u1 (-h1 l + J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2))}{(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2)}$$

```
(*C2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C2Eqn = D[
$$\frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, d1];
FullSimplify[C2Eqn]$$

```

Out[*]=

$$\frac{(-1 + e1) e1 g1 m1 u1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*Q*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
QEeqn = D[
$$\frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}, d1];
FullSimplify[QEeqn]$$

```

Out[*]=

$$\frac{(-1 + e1) e1 g1 u1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

Consumer death rate in the recipient ecosystem 2, d_2

```
(*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[ $\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , d2];
FullSimplify[N1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*P1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P1Eqn = D[ $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ , d2];
FullSimplify[P1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*C1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C1Eqn = D[ $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , d2];
FullSimplify[C1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +
  d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), d2];
FullSimplify[N2Eqn]
```

Out[*]=

```
(a2 (-1 + e2)
  (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1)
    J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)2)
```

```
(*P2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P2Eqn = D[(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), d2];
FullSimplify[P2Eqn]
```

Out[*]=

```
(h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
  (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
  e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)
```

```
(*C2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C2Eqn = D[
$$\frac{\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, d2];
FullSimplify[C2Eqn]$$

```

Out[*]=

```
((-1 + e2) u2
  (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1)
  J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)2)
```

Consumer movement rate out of the donor ecosystem 1, g_1

```
(*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[
$$\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}, g1];
FullSimplify[N1Eqn]$$

```

Out[*]=

```

$$\frac{a1 e1 (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```

```
(*P1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P1Eqn = D[ $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ , g1];
FullSimplify[P1Eqn]
```

Out[]=

$$\frac{1}{a1 e1}$$

```
(*C1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C1Eqn = D[ $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , g1];
FullSimplify[C1Eqn]
```

Out[]=

$$\frac{e1 u1 (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
(*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +
  d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), g1];
FullSimplify[N2Eqn]
```

Out[]=

$$-\frac{a2 e1 m1 (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*P2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P2Eqn = D[(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), g1];
FullSimplify[P2Eqn]
```

Out[*]=

$$- \left((e1 m1 (c1 + m1) (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2)) / (a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2 \right)$$

```
(*C2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C2Eqn = D[
$$\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)$$
, g1];
FullSimplify[C2Eqn]
```

Out[*]=

$$- \frac{e1 m1 (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*Q*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
QEqn = D[
$$\frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$
, g1];
FullSimplify[QEqn]
```

Out[*]=

$$- \frac{e1 (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

Consumer movement rate into the recipient ecosystem 2, m_1

```
(*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[ $\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , m1];
FullSimplify[N1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*P1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P1Eqn = D[ $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ , m1];
FullSimplify[P1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*C1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C1Eqn = D[ $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , m1];
FullSimplify[C1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[ $(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +$   

 $d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +$   

 $a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) /$   

 $((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2))$ , m1];
FullSimplify[N2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{a2 c1 e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*P2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P2Eqn = D[(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), m1];
FullSimplify[P2Eqn]
```

Out[*]=

$$- \left((c1 e1 g1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) \right. \\ \left. (h1 l - J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2) \right) / \\ \left(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) \right. \\ \left. J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2^2 \right)$$

```
(*C2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C2Eqn = D[
$$\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)$$
, m1];
FullSimplify[C2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{c1 e1 g1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*Q*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
QEqn = D[
$$\frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$
, m1];
FullSimplify[QEqn]
```

Out[*]=

$$\frac{e1 g1 (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$

Consumer death rate in the dispersers' pool, c_1

```
(*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[ $\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , c1];
FullSimplify[N1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*P1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P1Eqn = D[ $\frac{d1 + g1}{a1 e1}$ , c1];
FullSimplify[P1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*C1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C1Eqn = D[ $\frac{e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , c1];
FullSimplify[C1Eqn]
```

Out[*]=

0

```
(*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[ $(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +$   

 $d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +$   

 $a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) /$   

 $((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2))$ , c1];
FullSimplify[N2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{a2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$


```
(*P2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
P2Eqn = D[(l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) +
  d2 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) /
  (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), c1];
FullSimplify[P2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{(e1 g1 m1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (h1 l - J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2))}{(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2)}$$

```
(*C2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
C2Eqn = D[
$$\frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2)$$
, c1];
FullSimplify[C2Eqn]
```

Out[*]=

$$\frac{e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1) u2}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
(*Q*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
QEqn = D[
$$\frac{e1 g1 (-h1 l + J1 u1)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$
, c1];
FullSimplify[QEqn]
```

Out[*]=

$$\frac{e1 g1 (h1 l - J1 u1)}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$$

Inorganic input into ecosystem 1, I_1

```
In[*]:= (*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[ $\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , J1];
FullSimplify[N1Eqn]
```

```
Out[*]=
```

$$\frac{a1 e1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$$

```
In[*]:= (*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +
  d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), J1];
FullSimplify[N2Eqn]
```

```
Out[*]=
```

$$\frac{a2 e1 g1 m1 u1}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

Inorganic input into ecosystem 2, I_2

```
In[*]:= (*N1*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N1Eqn = D[ $\frac{(d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , J2];
FullSimplify[N1Eqn]
```

```
Out[*]=
```

0

```

In[ ]:= (*N2*)
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
N2Eqn = D[(-a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) +
  d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
  a2 (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))) /
  ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), J2];
FullSimplify[N2Eqn]

Out[ ]:=

$$\frac{a_2 e_2}{a_2 e_2 l - d_2 (-1 + e_2) u_2}$$


```

Ecosystem function partial derivatives

Nutrient flux

Ecosystem 1

Primary producers

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[(d1 + g1) h1 / (a1 e1), a1]]

Out[ ]:=

$$-\frac{(d_1 + g_1) h_1}{a_1^2 e_1}$$


ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[(d1 + g1) h1 / (a1 e1), g1]]

Out[ ]:=

$$\frac{h_1}{a_1 e_1}$$


ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[(d1 + g1) h1 / (a1 e1), d1]]

Out[ ]:=

$$\frac{h_1}{a_1 e_1}$$


```

Consumers

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
```

```
FullSimplify[D[ $\frac{d1 e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , a1]]
```

Out[*]=

$$\frac{d1 e1^2 l (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
```

```
FullSimplify[D[ $\frac{d1 e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , g1]]
```

Out[*]=

$$\frac{d1 e1 u1 (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
```

```
FullSimplify[D[ $\frac{d1 e1 (-h1 l + J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , d1]]
```

Out[*]=

$$-\frac{e1 (a1 e1 l + g1 u1) (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

Total Ecosystem 1

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
```

```
FullSimplify[D[ $\frac{-((d1 (-1 + e1) - g1) (d1 + g1) h1 u1) + a1 e1 ((d1 - d1 e1 + g1) h1 l + d1 e1 J1 u1)}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , a1]]
```

Out[*]=

$$\frac{(2 a1 e1 (d1 (-1 + e1) - g1) (d1 + g1) h1 l u1 - (d1 + g1) (d1 - d1 e1 + g1)^2 h1 u1^2 + a1^2 e1^2 l (d1 (-1 + e1) h1 l - g1 h1 l - d1 e1 J1 u1))}{(a1^2 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2)}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[
$$\frac{-((d1(-1+e1)-g1)(d1+g1)h1u1)+a1e1((d1-d1e1+g1)h1l+d1e1J1u1)}{a1e1(a1e1l+(d1-d1e1+g1)u1)}, d1]]]$$

```

Out[8]=

$$\frac{((d1-d1e1+g1)^2h1u1^2+a1^2e1^2l(h1(l-e1l)+e1J1u1)+a1e1u1(-2d1(-1+e1)h1l-(-2+e1)g1h1l+e1g1J1u1))}{(a1e1(a1e1l+(d1-d1e1+g1)u1)^2)}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[
$$\frac{-((d1(-1+e1)-g1)(d1+g1)h1u1)+a1e1((d1-d1e1+g1)h1l+d1e1J1u1)}{a1e1(a1e1l+(d1-d1e1+g1)u1)}, g1]]]$$

```

Out[9]=

$$\frac{a1^2e1^2h1l^2+(d1-d1e1+g1)^2h1u1^2-a1e1u1(d1(-2+e1)h1l-2g1h1l+d1e1J1u1)}{a1e1(a1e1l+(d1-d1e1+g1)u1)^2}$$

Ecosystem 2

Primary producers

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(h2(l(-d2(d1(-1+e1)-g1)h2(c1+m1)u1+a2e1g1m1(-h1l+J1u1))+d2
    (d1e1J2(c1+m1)u1-(d1+g1)J2(c1+m1)u1+e1g1m1(h1l-J1u1))
    u2+a1d2e1l(c1+m1)(h2l-J2u2)))/
    (a2e2h2l(c1+m1)(a1e1l+(d1-d1e1+g1)u1)-a2(a1e1e2J2l(c1+m1)+e2
    (d1+g1)J2(c1+m1)u1-e1(d1e2J2(c1+m1)u1+g1m1(h1l-J1u1)))u2), a1]]]
```

Out[10]=

$$\frac{(e1^2g1h2lm1(c1+m1)(h1l-J1u1)(a2e2l-d2(-1+e2)u2)(h2l-J2u2))}{(a2(e2h2l(c1+m1)(a1e1l+(d1-d1e1+g1)u1)-(a1e1e2J2l(c1+m1)+e2(d1+g1)J2(c1+m1)u1-e1(d1e2J2(c1+m1)u1+g1m1(h1l-J1u1)))u2)^2)}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
    (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
    u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), a2]]

```

Out[*]=

```

(d2 h2 (-h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
  (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) /
(a2^2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
  e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
    (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
    u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), d1]]

```

Out[*]=

```

((-1 + e1) e1 g1 h2 m1 (c1 + m1) u1 (-h1 l + J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2)) /
(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
  e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2)

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
    (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
    u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), d2]]

```

Out[*]=

```

(h2 (h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
  (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) /
(a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
  e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
    (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
    u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), g1]]

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
 & - \left((e1 h2 m1 (c1 + m1) (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) \right. \\
 & \quad \left. (h1 l - J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2) \right) / \\
 & \quad \left(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) \right. \\
 & \quad \left. J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2^2 \right)
 \end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
    (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
    u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), m1]]

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
 & - \left((c1 e1 g1 h2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) \right. \\
 & \quad \left. (h1 l - J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2) \right) / \\
 & \quad \left(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) \right. \\
 & \quad \left. J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2^2 \right)
 \end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(h2 (l (-d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) + d2
    (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))
    u2 + a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2), c1]]

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
 & (e1 g1 h2 m1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) \\
 & \quad (h1 l - J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2) \right) / \\
 & \quad \left(a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + \right. \\
 & \quad \left. e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2^2 \right)
 \end{aligned}$$

Consumers

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, a1]]$$

```

Out[8]=

$$\frac{d2 e1^2 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, a2]]$$

```

Out[9]=

$$\frac{(d2 e2 l (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) / ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2)}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, d1]]$$

```

Out[10]=

$$\frac{d2 (-1 + e1) e1 g1 m1 u1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, d2]]$$

```

Out[11]=

$$\frac{(a2 e2 l (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) / ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2)}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, g1]]$$

```

Out[12]=

$$-\frac{d2 e1 m1 (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1) u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$


```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, m1]]$$

```

Out[8]=

$$\frac{c1 d2 e1 g1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{d2 \left( \frac{e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1) u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1)} + e2 (-h2 l + J2 u2) \right)}{a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2}, c1]]$$

```

Out[9]=

$$\frac{d2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1) u2}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

Total Ecosystem 2

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2^2 e1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 l^2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
    ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
    a1^2 d2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2 (-1 + e2) h2 u2 +
    a2 e2 ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) +
    a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1^2 ((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1
    (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2) +
    c1 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    2 e2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2)) +
    a1 e1 l (c1 + m1) (a2^2 e1 e2 g1 h2 l^2 m1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2) h2 u2
    (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 -
    2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
    a2 d2 (-2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1 (-2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
    2 e2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2^2)))] /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), a1]]

```

Out[]=

$$\begin{aligned}
& (e_1^2 g_1 l m_1 (h_1 l - J_1 u_1) \\
& \quad (a_2^2 e_2^2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 h_2 l^2 (c_1 + m_1)^2 u_1^2 (h_2 l - J_2 u_2) + d_2^2 (-1 + e_2)^2 \\
& \quad (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 h_2 (c_1 + m_1)^2 u_1^2 u_2^2 (h_2 l - J_2 u_2) + a_1^2 e_1^2 l^2 (c_1 + m_1)^2 (h_2 l - J_2 u_2) \\
& \quad (a_2^2 e_2^2 h_2 l^2 + d_2^2 (-1 + e_2)^2 h_2 u_2^2 - a_2 d_2 e_2 u_2 ((-2 + e_2) h_2 l + e_2 J_2 u_2)) - \\
& \quad 2 a_1 e_1 l (c_1 + m_1) (h_2 l - J_2 u_2) (a_2^2 e_2^2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l^2 (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad d_2^2 (-1 + e_2)^2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 (c_1 + m_1) u_1 u_2^2 + \\
& \quad a_2 d_2 e_2 u_2 (-((-2 + e_2) (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1) + (e_2 (d_1 + g_1) J_2 \\
& \quad (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (d_1 e_2 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2)) + \\
& \quad a_2 d_2 u_2 (-c_1^2 e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 u_1^2 (h_2 l - J_2 u_2) ((-2 + e_2) h_2 l + e_2 J_2 u_2) - \\
& \quad 2 c_1 e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) m_1 u_1 (h_2 l - J_2 u_2) ((-2 + e_2) (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l u_1 + \\
& \quad (e_1 g_1 h_1 l - (e_1 g_1 J_1 + e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2) u_1) u_2) + \\
& \quad m_1^2 (-((-2 + e_2) e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 h_2^2 l^2 u_1^2) - 2 e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) \\
& \quad h_2 l u_1 (e_1 g_1 h_1 l - (e_1 g_1 J_1 + (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2) u_1) u_2 + \\
& \quad (-e_1 g_1 h_1 l + e_1 g_1 J_1 u_1 + e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2 u_1)^2 u_2^2))) / \\
& (a_2 (c_1 + m_1) (a_1 e_1 l + (d_1 - d_1 e_1 + g_1) u_1)^2 (a_2 e_2 l - d_2 (-1 + e_2) u_2) \\
& (e_2 h_2 l (c_1 + m_1) (a_1 e_1 l + (d_1 - d_1 e_1 + g_1) u_1) - (a_1 e_1 e_2 J_2 l (c_1 + m_1) + \\
& e_2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (d_1 e_2 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2)^2)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2^2 e1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 l^2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
    ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
    a1^2 d2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2 (-1 + e2) h2 u2 +
    a2 e2 ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) +
    a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1^2 ((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1
    (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2) +
    c1 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    2 e2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2)) +
    a1 e1 l (c1 + m1) (a2^2 e1 e2 g1 h2 l^2 m1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2) h2 u2
    (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 -
    2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
    a2 d2 (-2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1 (-2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
    2 e2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2^2)))] /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), a2]]

```

Out[8]=

$$\begin{aligned}
& \left(d2 \left(2 a2 d2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) \right. \right. \\
& \quad h2 l (c1 + m1) u1 u2 \left((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad \left. \left((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \right) - \\
& \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2^2 \left((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) \right. \\
& \quad \left. u1 + \left((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \right) + \\
& \quad a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) \left(2 a2 d2 (-1 + e2) e2 h2 l u2 - \right. \\
& \quad \left. d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2^2 + a2^2 e2^2 l \left((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2 \right) \right) + \\
& \quad a2^2 e2 l \left(c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) \left((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2 \right) + \right. \\
& \quad m1^2 \left((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l \right. \\
& \quad \left. u1 (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 + \right. \\
& \quad \left. (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2 \right) + \\
& \quad c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 \left(2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 + \right. \\
& \quad h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 + \\
& \quad \left. 2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2 \right) \left. \right) - \\
& \quad a1 e1 l (c1 + m1) \left(d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2^2 (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad \left(2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - 2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 \right) + \\
& \quad 2 a2 d2 (-1 + e2) e2 h2 l u2 \left(2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad \left(2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (2 d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \right) + \\
& \quad a2^2 e2^2 l \left(2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad h2 l (-2 d1 e1 (-1 + 2 e2) J2 (c1 + m1) u1 + 2 (-1 + 2 e2) (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + \\
& \quad e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) u2 + 2 J2 (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - \\
& \quad e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2^2 \left. \right) \left. \right) / \\
& \quad \left(a2^2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2 \right. \\
& \quad \left(e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - \right. \\
& \quad \left(a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - \right. \\
& \quad \left. e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2^2 e1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 l^2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
    ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
    a1^2 d2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2 (-1 + e2) h2 u2 +
    a2 e2 ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) +
    a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1^2 ((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1
    (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2) +
    c1 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    2 e2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2)) +
    a1 e1 l (c1 + m1) (a2^2 e1 e2 g1 h2 l^2 m1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2) h2 u2
    (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 -
    2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
    a2 d2 (-2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1 (-2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
    2 e2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2^2)))] /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), d1]]

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
& - \left(\left((-1 + e1) e1 g1 m1 u1 (h1 l - J1 u1) \right. \right. \\
& \quad \left(a2^2 e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 l^2 (c1 + m1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) + \right. \\
& \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 (c1 + m1)^2 u1^2 u2^2 (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) \\
& \quad \left. \left(a2^2 e2^2 h2 l^2 + d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2^2 - a2 d2 e2 u2 ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) \right) - \right. \\
& \quad 2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) \left(a2^2 e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l^2 (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2^2 + \\
& \quad a2 d2 e2 u2 (-((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (e2 (d1 + g1) J2 \\
& \quad (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) \left. \right) + \\
& \quad a2 d2 u2 \left(-c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) - \right. \\
& \quad 2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) \\
& \quad h2 l u1 + (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) + \\
& \quad m1^2 \left(-((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2) - 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) \right. \\
& \quad h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 + \\
& \quad \left. \left. \left. (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2 \right) \right) \right) \right) / \\
& \left(a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) \right. \\
& \quad \left. (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) \right. \\
& \quad \left. J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2 \right)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2^2 e1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 l^2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
    ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
    a1^2 d2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2 (-1 + e2) h2 u2 +
    a2 e2 ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) +
    a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1^2 ((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1
    (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2) +
    c1 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    2 e2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2)) +
    a1 e1 l (c1 + m1) (a2^2 e1 e2 g1 h2 l^2 m1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2) h2 u2
    (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 -
    2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
    a2 d2 (-2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1 (-2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
    2 e2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2^2)))] /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))], d2]]

```


Out[*]=

$$\begin{aligned}
& (-2 a_2 d_2 (-1 + e_2) e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) \\
& \quad h_2 l (c_1 + m_1) u_1 u_2 ((d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad ((d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (d_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2) + \\
& \quad d_2^2 (-1 + e_2)^2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 (c_1 + m_1) u_1 u_2^2 ((d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad ((d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (d_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2) - \\
& \quad a_1^2 e_1^2 l^2 (c_1 + m_1)^2 (h_2 l - J_2 u_2) (2 a_2 d_2 (-1 + e_2) e_2 h_2 l u_2 - \\
& \quad d_2^2 (-1 + e_2)^2 h_2 u_2^2 + a_2^2 e_2^2 l ((-1 + e_2) h_2 l - e_2 J_2 u_2)) - \\
& \quad a_2^2 e_2 l (c_1^2 e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 u_1^2 (h_2 l - J_2 u_2) ((-1 + e_2) h_2 l - e_2 J_2 u_2) + \\
& \quad m_1^2 ((-1 + e_2) e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 h_2^2 l^2 u_1^2 - e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l \\
& \quad u_1 (e_1 g_1 h_1 l - e_1 g_1 J_1 u_1 - (-1 + 2 e_2) (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2 u_1) u_2 + \\
& \quad (-e_1 g_1 h_1 l + e_1 g_1 J_1 u_1 + e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2 u_1)^2 u_2^2) + \\
& \quad c_1 e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) m_1 u_1 (2 (-1 + e_2) (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2^2 l^2 u_1 + \\
& \quad h_2 l (-e_1 g_1 h_1 l + e_1 g_1 J_1 u_1 + 2 (-1 + 2 e_2) (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2 u_1) u_2 + \\
& \quad 2 J_2 (e_1 g_1 h_1 l - (e_1 g_1 J_1 + e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2) u_1) u_2^2) + \\
& \quad a_1 e_1 l (c_1 + m_1) (d_2^2 (-1 + e_2)^2 h_2 u_2^2 (-2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad (2 d_1 e_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 - 2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + e_1 g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1)) u_2) + \\
& \quad 2 a_2 d_2 (-1 + e_2) e_2 h_2 l u_2 (2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad (2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (2 d_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2) + \\
& \quad a_2^2 e_2^2 l (2 (-1 + e_2) (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2^2 l^2 (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad h_2 l (-2 d_1 e_1 (-1 + 2 e_2) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + 2 (-1 + 2 e_2) (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad e_1 g_1 m_1 (-h_1 l + J_1 u_1)) u_2 + 2 J_2 (d_1 e_1 e_2 J_2 (c_1 + m_1) u_1 - \\
& \quad e_2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + e_1 g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1)) u_2^2) \Big) \Big) / \\
& (a_2 (c_1 + m_1) (a_1 e_1 l + (d_1 - d_1 e_1 + g_1) u_1) (a_2 e_2 l - d_2 (-1 + e_2) u_2)^2 \\
& (e_2 h_2 l (c_1 + m_1) (a_1 e_1 l + (d_1 - d_1 e_1 + g_1) u_1) - \\
& (a_1 e_1 e_2 J_2 l (c_1 + m_1) + e_2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - \\
& e_1 (d_1 e_2 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2))
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2^2 e1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 l^2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
    ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
    a1^2 d2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2 (-1 + e2) h2 u2 +
    a2 e2 ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) +
    a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1^2 ((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1
    (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2) +
    c1 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    2 e2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2)) +
    a1 e1 l (c1 + m1) (a2^2 e1 e2 g1 h2 l^2 m1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2) h2 u2
    (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 -
    2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
    a2 d2 (-2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1 (-2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
    2 e2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2^2)))] /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), g1]]

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
& - \left((e1 m1 (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1) \right. \\
& \quad (a2^2 e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 l^2 (c1 + m1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 (c1 + m1)^2 u1^2 u2^2 (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) \\
& \quad (a2^2 e2^2 h2 l^2 + d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2^2 - a2 d2 e2 u2 ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2)) - \\
& \quad 2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (a2^2 e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l^2 (c1 + m1) u1 + \\
& \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2^2 + \\
& \quad a2 d2 e2 u2 (-((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (e2 (d1 + g1) J2 \\
& \quad (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) + \\
& \quad a2 d2 u2 (-c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) - \\
& \quad 2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) \\
& \quad h2 l u1 + (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) + \\
& \quad m1^2 (-((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2) - 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) \\
& \quad h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 + \\
& \quad (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2)) \Big) \Big) / \\
& \left(a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) \right. \\
& \quad (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) \\
& \quad J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2 \Big)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2^2 e1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 l^2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
    ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
    a1^2 d2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2 (-1 + e2) h2 u2 +
    a2 e2 ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) +
    a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1^2 ((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1
    (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2) +
    c1 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 +
    2 e2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2)) +
    a1 e1 l (c1 + m1) (a2^2 e1 e2 g1 h2 l^2 m1 (h1 l - J1 u1) + d2^2 (-1 + e2) h2 u2
    (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 -
    2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
    a2 d2 (-2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2) ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) +
    m1 (-2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 +
    h2 l (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
    2 e2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2^2)))] /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), m1]]

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
& - \left((c1 e1 g1 (h1 l - J1 u1) (a2^2 e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 l^2 (c1 + m1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) + \right. \\
& \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 (c1 + m1)^2 u1^2 u2^2 (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) \\
& \quad \left. (a2^2 e2^2 h2 l^2 + d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2^2 - a2 d2 e2 u2 ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2)) - \right. \\
& \quad 2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (a2^2 e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l^2 (c1 + m1) u1 + \\
& \quad \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2^2 + \\
& \quad \quad a2 d2 e2 u2 (-((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1) + (e2 (d1 + g1) J2 \\
& \quad \quad \quad (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) \left. \right) + \\
& \quad a2 d2 u2 (-c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) - \\
& \quad \quad 2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) \\
& \quad \quad \quad h2 l u1 + (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) + \\
& \quad \quad m1^2 \left(-((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2) - 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) \right. \\
& \quad \quad \quad h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 + \\
& \quad \quad \quad \left. (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2 \right) \left. \right) \left. \right) / \\
& \left(a2 (c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) \right. \\
& \quad (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - \\
& \quad \quad (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - \\
& \quad \quad \quad e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2^2 \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

Meta-ecosystem

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{(d1 + g1) h1}{a1 e1} + \frac{c1 e1 g1 h1 l}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{c1 e1 g1 J1 u1}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{d2 e1 g1 h1 l m1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e1 g1 J1 m1 u1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e2 h2 l}{-a2 e2 l + d2 (-1 + e2) u2} + \frac{d2 e2 J2 u2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2} - (e1 g1 h1 h2 l^2 m1) / (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (e1 g1 h2 J1 l m1 u1) / (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (c1 d2 g1 h2^2 l u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 g1 h2^2 l m1 u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 e1 g1 h1 h2 l m1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (c1 d2 g1 h2 J2 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 e1 g1 h2 J1 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 g1 h2 J2 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d1 (d2 (-1 + e1) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1^2 (h2 l - J2 u2) - a1 e1 l (c1 + m1) (d2 (-1 + e1) h2 u1 + a2 e1 e2 (h1 l - J1 u1)) (h2 l - J2 u2) + a2 e1 (h1 l - J1 u1) (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))) / (a2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), a1]]]$$

```

Out[]=

```

(2 a1 a2 e1 (d1 (-1 + e1) - g1) (d1 + g1) h1 l (c1 + m1)
  u1 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +

```

$$\begin{aligned}
& (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) \\
& (2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \\
& (2 e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (2 d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - \\
& a2 (d1 + g1) (d1 - d1 e1 + g1)^2 h1 (c1 + m1) u1^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) \\
& (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l m1 u1 + m1 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + \\
& e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 + c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2))^2 + \\
& a1^4 e1^4 l^3 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2^2 e1 (-1 + e2)^2 g1 h2 m1 (h1 l - J1 u1) u2^2 + \\
& a2^2 e2^2 l (d1 e2 m1 ((-1 + e1) h1 l - e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& c1 e2 ((d1 (-1 + e1) - (1 + e1) g1) h1 l + e1 (-d1 + g1) J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& g1 l m1 (e1 h1 h2 l - e2 h1 h2 l - e1 h2 J1 u1 + e2 h1 J2 u2)) + \\
& a2 d2 e2 u2 (-d1 (-1 + e2) e2 m1 ((-1 + e1) h1 l - e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) - c1 (-1 + e2) \\
& e2 ((d1 (-1 + e1) - (1 + e1) g1) h1 l + e1 (-d1 + g1) J1 u1) (h2 l - J2 u2) + g1 m1 \\
& ((-1 + e2) e2 h1 l (h2 l - J2 u2) - e1 (h1 l - J1 u1) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2))) - \\
& 2 a1^3 e1^3 l^2 (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (d2^2 e1 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) \\
& g1 h2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) u2^2 + a2^2 e2^2 l \\
& (-c1^2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 ((-d1 (-2 + e1) + (2 + e1) g1) h1 l + e1 (d1 - g1) J1 u1) \\
& (h2 l - J2 u2) + m1^2 (d1^2 (-1 + e1) e2 u1 ((-2 + e1) h1 l - e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& d1 g1 (h2 l u1 ((e1 (-1 + e1 - 3 e2) + 4 e2) h1 l + e1 (1 - e1 + e2) J1 u1) - \\
& ((-1 + e1) e1 h1^2 l^2 + h1 (4 e2 J2 + e1 (J1 - 2 e1 J1 - 3 e2 J2)) l u1 + \\
& e1 J1 (e1 J1 + e2 J2) u1^2) u2) + \\
& g1^2 l (e1 (h1 l - J1 u1) (-h2 u1 + h1 u2) + 2 e2 h1 u1 (h2 l - J2 u2))) + \\
& c1 m1 (-2 d1^2 (-1 + e1) e2 u1 (-((-2 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + d1 \\
& g1 (h2 l u1 (-((e1 + e1^2 (-1 + e2) - 8 e2 + 5 e1 e2) h1 l) + e1 (1 + e1 (-1 + e2) + \\
& e2) J1 u1) - ((-1 + e1) e1 h1^2 l^2 + h1 (8 e2 J2 + e1 (J1 - 2 e1 J1 - \\
& (5 + e1) e2 J2)) l u1 + e1 J1 (e1 J1 + (1 + e1) e2 J2) u1^2) u2) + \\
& g1^2 (e1^2 (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 4 e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + e1 (h1 l - J1 u1) \\
& ((-1 + e2) h2 l u1 + (h1 l - e2 J2 u1) u2))) - \\
& a2 d2 e2 u2 (-c1^2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 \\
& ((-d1 (-2 + e1) + (2 + e1) g1) h1 l + e1 (d1 - g1) J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& m1^2 (d1^2 (-1 + e1) (-1 + e2) e2 u1 ((-2 + e1) h1 l - e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& d1 g1 (h2 l u1 ((e1^2 (-2 + e2) + 4 (-1 + e2) e2 + e1 (2 + (2 - 3 e2) e2)) h1 l + \\
& e1 (-2 - e1 (-2 + e2) + e2^2) J1 u1) + (-((-1 + e1) e1 (-1 + e2) h1^2 l^2) + \\
& h1 (e1 (-1 + 2 e1) (-1 + e2) J1 + e2 ((-2 + e1)^2 + (-4 + 3 e1) e2) J2) \\
& l u1 - e1 J1 (e1 (-1 + e2) J1 + e2 (-2 + e1 + e2) J2) u1^2) u2) + \\
& g1^2 (e1^2 (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 2 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + e1 \\
& (h1 l - J1 u1) (-((-2 + e2) h2 l u1) + (-1 + e2) h1 l u2 - e2 J2 u1 u2))) + \\
& c1 m1 (-2 d1^2 (-1 + e1) (-1 + e2) e2 u1 (-((-2 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) \\
& (h2 l - J2 u2) + d1 g1 (h2 l u1 (8 (-1 + e2) e2 h1 l + e1 (2 + (4 - 5 e2) e2) h1 l + \\
& e1 (-2 + e2^2) J1 u1 - e1^2 (2 + (-2 + e2) e2) (h1 l - J1 u1)) + \\
& (-((-1 + e1) e1 (-1 + e2) h1^2 l^2) + h1 (e1 (-1 + 2 e1) (-1 + e2) J1 + \\
& e2 (8 - 8 e2 + e1 (-6 + (5 + e1) e2)) J2) l u1 - e1 J1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (e1 (-1 + e2) J1 + e2 (-2 + e2 + e1 e2) J2) u1^2) u2) + g1^2 (e1^2 (-1 + e2) \\
& (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 4 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + e1 (h1 l - J1 u1) \\
& ((2 + (-2 + e2) e2) h2 l u1 + ((-1 + e2) h1 l - e2^2 J2 u1) u2))) + \\
a1^2 e1^2 l (d2^2 e1 (-1 + e2)^2 g1 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 m1 (c1 + m1)^2 u1^2 \\
& (h1 l - J1 u1) u2^2 \\
& (h2 l - J2 u2) + a2^2 e2 l \\
& (c1^3 e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 ((d1 (-6 + e1) - (6 + e1) g1) h1 l + e1 (-d1 + g1) J1 u1) \\
& (h2 l - J2 u2)^2 + c1^2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (-3 d1^2 (-1 + e1) e2 u1 (-((-6 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& d1 g1 (h2 l u1 ((36 e2 + e1 (-1 + e1 - 19 e2 - 2 e1 e2)) h1 l + \\
& e1 (1 + e2 + e1 (-1 + 2 e2)) J1 u1) - (2 (-3 + e1) e1 h1^2 l^2 + \\
& h1 (2 (3 - 2 e1) e1 J1 + (36 - e1 (19 + 2 e1)) e2 J2) l u1 + \\
& e1 J1 (e2 J2 + 2 e1 (J1 + e2 J2)) u1^2) u2) + \\
& g1^2 (2 e1^2 (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 18 e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + e1 \\
& (h1 l - J1 u1) ((-1 + 2 e2) h2 l u1 + 6 h1 l u2 - 2 e2 J2 u1 u2))) + \\
c1 m1^2 (-3 d1^3 (-1 + e1)^2 e2^2 u1^2 (-((-6 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2)^2 + \\
& d1^2 (-1 + e1) e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 (-((-54 e2 + e1 (2 + e1 (-2 + e2) + \\
& 23 e2)) h1 l) + e1 (2 + e1 (-2 + e2) + 5 e2) J1 u1) - \\
& (4 (-3 + e1) e1 h1^2 l^2 - h1 (4 e1 (-3 + 2 e1) J1 + (-54 + e1 (23 + e1)) \\
& e2 J2) l u1 + e1 J1 (4 e1 J1 + (5 + e1) e2 J2) u1^2) u2) + \\
& g1^3 (-e1^3 (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 - 18 e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 - e1^2 \\
& (h1 l - J1 u1)^2 u2 (2 e2 h2 l u1 + h1 l u2 - 2 e2 J2 u1 u2) + e1 e2 u1 \\
& (-h1 l + J1 u1) (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l u1 + (12 h1 l - e2 J2 u1) u2)) + \\
d1 g1^2 (-54 e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + e1^3 (h1 l - J1 u1)^2 u2 \\
& (2 e2 h2 l u1 + h1 l u2 - J1 u1 u2 - 2 e2 J2 u1 u2) - e1 e2 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (24 h1^2 l^2 u2 - h1 l u1 ((4 + 37 e2) h2 l + 24 J1 u2 - 37 e2 J2 u2) + \\
& J1 u1^2 ((4 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) + e1^2 (h1 l - J1 u1) \\
& (h1 l (-h1 l + J1 u1) u2^2 + 2 e2^2 u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 - \\
& 2 e2 u1 (h2 l - J2 u2) (2 h2 l u1 - 7 h1 l u2 + J1 u1 u2))) + \\
m1^3 (d1^3 (-1 + e1)^2 e2^2 u1^2 ((-6 + e1) h1 l - e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2)^2 + \\
& d1^2 (-1 + e1) e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 ((e1 (-1 + e1 - 8 e2) + 18 e2) h1 l + \\
& e1 (1 - e1 + 2 e2) J1 u1) - 2 ((-3 + e1) e1 h1^2 l^2 + h1 ((3 - 2 e1) e1 J1 + \\
& 9 e2 J2 - 4 e1 e2 J2) l u1 + e1 J1 (e1 J1 + e2 J2) u1^2) u2) + \\
& g1^3 l (-e1^2 h1 (h1 l - J1 u1)^2 u2^2 - e1 e2 u1 (-h1 l + J1 u1) \\
& (h2 u1 - 6 h1 u2) (h2 l - J2 u2) - 6 e2^2 h1 u1^2 (h2 l - J2 u2)^2) + d1 g1^2 \\
& (e1^3 (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 - 18 e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 - e1 e2 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (12 h1^2 l^2 u2 - h1 l u1 ((2 + 13 e2) h2 l + 12 J1 u2 - 13 e2 J2 u2) + J1 u1^2 \\
& ((2 + e2) h2 l - e2 J2 u2)) + e1^2 (h1 l - J1 u1) (h1 l (-h1 l + J1 u1) u2^2 - \\
& 2 e2 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 - 4 h1 l u2 + J1 u1 u2))) + \\
a2 d2 u2 (c1^3 (-1 + e2) e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 ((-d1 (-6 + e1) + (6 + e1) g1) h1 l +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e1 (d1 - g1) J1 u1 (h2 l - J2 u2)^2 + \\
& c1^2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (3 d1^2 (-1 + e1) (-1 + e2) e2 u1 (-((-6 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& g1^2 (-2 e1^2 (-1 + e2) (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 18 (-1 + e2) \\
& e2 h1 l u1 (-h2 l + J2 u2) - e1 (h1 l - J1 u1) \\
& ((2 + e2 (-3 + 2 e2)) h2 l u1 + (6 (-1 + e2) h1 l + (1 - 2 e2) e2 J2 u1) u2)) + \\
& d1 g1 (e1 h2 l u1 ((-2 + e2 (-18 + 19 e2)) h1 l - (-2 + e2^2) J1 u1) + e1 \\
& (-6 (-1 + e2) h1^2 l^2 + h1 (6 (-1 + e2) J1 + (20 - 19 e2) e2 J2) l u1 + \\
& (-2 + e2) e2 J1 J2 u1^2) u2 - 36 (-1 + e2) e2 h1 l u1 \\
& (h2 l - J2 u2) + e1^2 (h1 l - J1 u1) ((2 + e2 (-3 + 2 e2)) h2 l u1 + \\
& (2 (-1 + e2) h1 l + 2 J1 u1 + e2 (-2 J1 + J2 - 2 e2 J2) u1) u2)) + \\
& c1 m1^2 (3 d1^3 (-1 + e1)^2 (-1 + e2) e2^2 u1^2 (-((-6 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) \\
& (h2 l - J2 u2)^2 + d1^2 (-1 + e1) e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (e1 h2 l u1 ((-4 + e2 (-21 + 23 e2)) h1 l + (4 + (3 - 5 e2) e2) J1 u1) + e1 \\
& (-12 (-1 + e2) h1^2 l^2 + h1 (12 (-1 + e2) J1 + (25 - 23 e2) e2 J2) l u1 + \\
& e2 (-7 + 5 e2) J1 J2 u1^2) u2 + 54 (-1 + e2) e2 h1 l u1 \\
& (-h2 l + J2 u2) + e1^2 (h1 l - J1 u1) ((4 + (-3 + e2) e2) h2 l u1 + \\
& (4 (-1 + e2) h1 l + 4 J1 u1 - e2 (4 J1 + J2 + e2 J2) u1) u2)) + \\
& g1^3 (e1^3 (-1 + e2) (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 + 18 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 \\
& (h2 l - J2 u2)^2 + e1 e2 u1 (h1 l - J1 u1) (h2 l - J2 u2) \\
& ((4 + (-3 + e2) e2) h2 l u1 + (12 (-1 + e2) h1 l - e2 (1 + e2) J2 u1) u2) + e1^2 \\
& (h1 l - J1 u1)^2 u2 (-h1 l u2 + e2 h1 l u2 + 2 e2^2 u1 (h2 l - J2 u2))) + \\
& d1 g1^2 (54 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 - e1^3 (h1 l - J1 u1)^2 \\
& u2 (2 e2^2 h2 l u1 + ((-1 + e2) h1 l + J1 u1 - e2 (J1 + 2 e2 J2) u1) u2) + e1^2 \\
& (h1 l - J1 u1) (-2 e2 (4 + (-3 + e2) e2) h2^2 l^2 u1^2 + 2 e2 h2 l u1 \\
& ((8 - 7 e2) h1 l + (-2 + e2) J1 u1 + 2 (2 + (-1 + e2) e2) J2 u1) u2 + \\
& ((-1 + e2) h1^2 l^2 + h1 (J1 - e2 J1 + 2 e2 (-8 + 7 e2) J2) l u1 - \\
& 2 e2 J2 ((-2 + e2) J1 + e2 (1 + e2) J2) u1^2) u2^2) + e1 e2 u1 \\
& (h2 l - J2 u2) (24 (-1 + e2) h1^2 l^2 u2 + J1 u1^2 ((-8 + e2 (3 + e2)) h2 l - \\
& (-5 + e2) e2 J2 u2) + h1 l u1 ((8 + (33 - 37 e2) e2) h2 l + \\
& (-24 (-1 + e2) J1 + e2 (-41 + 37 e2) J2) u2))) + \\
& m1^3 (d1^3 (-1 + e1)^2 (-1 + e2) e2^2 u1^2 (-((-6 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) \\
& (h2 l - J2 u2)^2 + d1^2 (-1 + e1) e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (h2 l u1 (-((e1^2 (-2 + e2) + 18 (-1 + e2) e2 + e1 (2 + (7 - 8 e2) e2)) h1 l) + \\
& e1 (2 + e1 (-2 + e2) + e2 - 2 e2^2) J1 u1) + (2 (-3 + e1) e1 (-1 + e2) h1^2 l^2 - \\
& h1 (2 e1 (-3 + 2 e1) (-1 + e2) J1 + e2 (-18 (-1 + e2) + e1 (-9 + e1 + 8 e2)) \\
& J2) l u1 + e1 J1 (2 e1 (-1 + e2) J1 + e2 (-3 + e1 + 2 e2) J2) u1^2) u2) + \\
& d1 g1^2 (18 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 - e1^3 (h1 l - J1 u1)^2 \\
& u2 (2 e2 h2 l u1 + ((-1 + e2) h1 l + J1 u1 - e2 (J1 + 2 J2) u1) u2) + e1^2 \\
& (h1 l - J1 u1) (2 (-2 + e2) e2 h2^2 l^2 u1^2 + 2 e2 h2 l u1 ((5 - 4 e2) h1 l +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-2 + e2) J1 u1 + 2 J2 u1) u2 + \left((-1 + e2) h1^2 l^2 + h1 (J1 - e2 J1 + 2 e2 \right. \\
& \quad \left. (-5 + 4 e2) J2) l u1 - 2 e2 J2 ((-2 + e2) J1 + e2 J2) u1^2) u2^2 \right) + \\
& e1 e2 u1 (h2 l - J2 u2) \left(12 (-1 + e2) h1^2 l^2 u2 + J1 u1^2 \left((-4 + e2 + e2^2) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. h2 l - (-3 + e2) e2 J2 u2 \right) + h1 l u1 \left((4 + (11 - 13 e2) e2) h2 l + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. (-12 (-1 + e2) J1 + e2 (-15 + 13 e2) J2) u2 \right) \right) \right) + \\
& g1^3 \left(e1^3 (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 + 6 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + \right. \\
& \quad e1 e2 u1 (-h1 l + J1 u1) (h2 l - J2 u2) \\
& \quad \left((-2 + e2) h2 l u1 - 6 (-1 + e2) h1 l u2 + e2 J2 u1 u2) + e1^2 \right. \\
& \quad \left. (h1 l - J1 u1)^2 u2 (-h1 l u2 + e2 (2 h2 l u1 + h1 l u2 - 2 J2 u1 u2)) \right) \right) \right) / \\
& (a1^2 a2 e1 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 \\
& \quad (a2 \\
& \quad \quad e2 \\
& \quad \quad l - \\
& \quad \quad d2 \\
& \quad \quad (-1 + \\
& \quad \quad \quad e2) u2) \\
& (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - \\
& \quad (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - \\
& \quad \quad e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2)^2)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1+g1) h1}{a1 e1} +$ 

$$\frac{c1 e1 g1 h1 l}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1)} - \frac{c1 e1 g1 J1 u1}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1)} -$$


$$\frac{d2 e1 g1 h1 l m1 u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1+e2) u2)} +$$


$$\frac{d2 e1 g1 J1 m1 u1 u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1+e2) u2)} +$$


$$\frac{d2 e2 h2 l}{-a2 e2 l + d2 (-1+e2) u2} + \frac{d2 e2 J2 u2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2} - (e1 g1 h1 h2 l^2 m1) /$$


$$(e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) -$$


$$(e1 g1 h2 J1 l m1 u1) / (-e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) +$$


$$(a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (c1 d2 g1 h2^2 l u1) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d2 g1 h2^2 l m1 u1) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d2 e1 g1 h1 h2 l m1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (c1 d2 g1 h2 J2 u1 u2) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) -$$


$$(d2 e1 g1 h2 J1 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 g1 h2 J2 m1 u1 u2) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(a1 d2 e1 h2 l (c1+m1) (h2 l - J2 u2)) / (a2 e2 h2 l (c1+m1)$$


$$(a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d1 (d2 (-1+e1) (d1 (-1+e1) - g1) h2 (c1+m1) u1^2 (h2 l - J2 u2) -$$


$$a1 e1 l (c1+m1) (d2 (-1+e1) h2 u1 + a2 e1 e2 (h1 l - J1 u1)) (h2 l - J2 u2) +$$


$$a2 e1 (h1 l - J1 u1) (e2 (d1 (-1+e1) - g1) h2 l (c1+m1) u1 + (e2 (d1+g1) J2$$


$$(c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) /$$


$$(a2 (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) (e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$(a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), a2]]$$


```

Out[8]=

$$\begin{aligned}
& \left(d2 \left(2 a2 d2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) \right. \right. \\
& \quad h2 l (c1 + m1) u1 u2 \left((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad \left. \left((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \right) - \\
& \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2^2 \left((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) \right. \\
& \quad \left. u1 + \left((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \right) + \\
& \quad a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) \left(2 a2 d2 (-1 + e2) e2 h2 l u2 - \right. \\
& \quad \left. d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2^2 + a2^2 e2^2 l \left((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2 \right) \right) + \\
& \quad a2^2 e2 l \left(c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) \left((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2 \right) + \right. \\
& \quad m1^2 \left((-1 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 - e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l \right. \\
& \quad \left. u1 (e1 g1 h1 l - e1 g1 J1 u1 - (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 + \right. \\
& \quad \left. (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2 \right) + \\
& \quad c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 \left(2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 u1 + \right. \\
& \quad h2 l (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + 2 (-1 + 2 e2) (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 + \\
& \quad \left. 2 J2 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2^2 \right) \left. \right) - \\
& \quad a1 e1 l (c1 + m1) \left(d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2^2 (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad \left(2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - 2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 \right) + \\
& \quad 2 a2 d2 (-1 + e2) e2 h2 l u2 \left(2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad \left(2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (2 d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \right) + \\
& \quad a2^2 e2^2 l \left(2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2^2 l^2 (c1 + m1) u1 + \right. \\
& \quad h2 l (-2 d1 e1 (-1 + 2 e2) J2 (c1 + m1) u1 + 2 (-1 + 2 e2) (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + \\
& \quad e1 g1 m1 (-h1 l + J1 u1)) u2 + 2 J2 (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - \\
& \quad e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2^2 \left. \right) \left. \right) / \\
& \quad \left(a2^2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2 \right. \\
& \quad \left(e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - \right. \\
& \quad \left(a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - \right. \\
& \quad \left. e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) \right) u2 \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{(d1 + g1) h1}{a1 e1} + \frac{c1 e1 g1 h1 l}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{c1 e1 g1 J1 u1}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{d2 e1 g1 h1 l m1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e1 g1 J1 m1 u1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e2 h2 l}{-a2 e2 l + d2 (-1 + e2) u2} + \frac{d2 e2 J2 u2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2} - (e1 g1 h1 h2 l^2 m1) / (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (e1 g1 h2 J1 l m1 u1) / (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (c1 d2 g1 h2^2 l u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 g1 h2^2 l m1 u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 e1 g1 h1 h2 l m1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (c1 d2 g1 h2 J2 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 e1 g1 h2 J1 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 g1 h2 J2 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d1 (d2 (-1 + e1) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1^2 (h2 l - J2 u2) - a1 e1 l (c1 + m1) (d2 (-1 + e1) h2 u1 + a2 e1 e2 (h1 l - J1 u1)) (h2 l - J2 u2) + a2 e1 (h1 l - J1 u1) (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))) / (a2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), d1]]$$

```

Out[] =

$$\left(-a1^4 a2 e1^4 e2^2 l^3 (c1 + m1)^3 ((-1 + e1) h1 l - e1 J1 u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (h2 l - J2 u2)^2 + a2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h1 (c1 + m1) u1^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) \right)$$

$$\begin{aligned}
& (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l m1 u1 + m1 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + \\
& \quad e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 + c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2))^2 + \\
& a1^3 e1^3 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (d2^2 (-1 + e1) e1 (-1 + e2)^2 g1 h2 m1 u1 \\
& \quad (-h1 l + J1 u1) u2^2 + a2^2 e2^2 l (c1 e2 u1 ((-2 + e1)^2 g1 h1 l - (-4 + e1) e1 g1 J1 u1 + \\
& \quad 2 d1 (-1 + e1) ((-2 + e1) h1 l - e1 J1 u1)) (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad m1 (-2 d1 (-1 + e1) e2 u1 (-((-2 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + g1 \\
& \quad (4 e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) - e1^2 (h1 l - J1 u1) (h2 l u1 + 2 h1 l u2 - 2 J1 u1 u2) + \\
& \quad e1 (h1 l - J1 u1) (h2 l u1 - 3 e2 h2 l u1 + 2 h1 l u2 + 3 e2 J2 u1 u2))) + \\
& a2 d2 e2 u2 (c1 (-1 + e2) e2 u1 (-(-2 + e1)^2 g1 h1 l + (-4 + e1) e1 g1 J1 u1 - \\
& \quad 2 d1 (-1 + e1) ((-2 + e1) h1 l - e1 J1 u1)) (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad m1 (2 d1 (-1 + e1) (-1 + e2) e2 u1 (-((-2 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad g1 (-4 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) - e1 (h1 l - J1 u1) \\
& \quad ((-2 + (4 - 3 e2) e2) h2 l u1 + 2 (-1 + e2) h1 l u2 + \\
& \quad e2 (-2 + 3 e2) J2 u1 u2) + e1^2 (h1 l - J1 u1) ((-2 + e2) h2 l u1 + \\
& \quad (2 (-1 + e2) h1 l + 2 J1 u1 + e2 (-2 J1 + J2) u1) u2))) - \\
& a1^2 e1^2 l (c1 + m1) (2 d2^2 (-1 + e1) e1 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 m1 \\
& \quad (c1 + m1) u1^2 (-h1 l + J1 u1) u2^2 (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad a2 d2 u2 (-c1^2 (-1 + e2) e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1^2 ((6 + e1 (-5 + 2 e1)) g1 h1 l + \\
& \quad (5 - 2 e1) e1 g1 J1 u1 + d1 (-1 + e1) ((-6 + e1) h1 l - e1 J1 u1)) \\
& \quad (h2 l - J2 u2)^2 + 2 c1 e2 m1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& \quad (d1^2 (-1 + e1)^2 (-1 + e2) e2 u1 (-((-6 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad d1 (-1 + e1) g1 (-12 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) - e1 (h1 l - J1 u1) \\
& \quad ((-2 + (6 - 5 e2) e2) h2 l u1 + 3 (-1 + e2) h1 l u2 + e2 (-4 + 5 e2) J2 u1 u2) + \\
& \quad e1^2 (h1 l - J1 u1) (-((2 + (-2 + e2) e2) h2 l u1) + \\
& \quad (-1 + e2) h1 l u2 + (J1 - e2 J1 + e2^2 J2) u1 u2))) + \\
& \quad g1^2 (e1^3 (-1 + e2) (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 6 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + \\
& \quad e1 (h1 l - J1 u1) ((-2 + (5 - 4 e2) e2) h2 l u1 + 3 (-1 + e2) h1 l u2 + e2 \\
& \quad (-3 + 4 e2) J2 u1 u2) - e1^2 (h1 l - J1 u1) (-((2 + (-2 + e2) e2) h2 l u1) + \\
& \quad (3 (-1 + e2) h1 l + 3 J1 u1 + e2 (-3 J1 + e2 J2) u1) u2))) + \\
& m1^2 (d1^2 (-1 + e1)^2 (-1 + e2) e2^2 u1^2 (-((-6 + e1) h1 l) + e1 J1 u1) \\
& \quad (h2 l - J2 u2)^2 + 2 d1 (-1 + e1) e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) (-6 (-1 + e2) e2 h1 \\
& \quad l u1 (h2 l - J2 u2) - e1 (h1 l - J1 u1) ((-2 + (3 - 2 e2) e2) h2 l u1 + \\
& \quad 3 (-1 + e2) h1 l u2 + e2 (-1 + 2 e2) J2 u1 u2) + e1^2 (h1 l - J1 u1) \\
& \quad ((-2 + e2) h2 l u1 + (-1 + e2) h1 l u2 + (J1 - e2 J1 + e2 J2) u1 u2)) + \\
& \quad g1^2 (6 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 - e1^3 (h1 l - J1 u1)^2 u2 \\
& \quad (-2 e2 h2 l u1 + (-1 + e2) h1 l u2 + (J1 - e2 J1 + 2 e2 J2) u1 u2) + e1 \\
& \quad e2 u1 (-h1 l + J1 u1) (h2 l - J2 u2) ((4 + e2 (-5 + 3 e2)) h2 l u1 + \\
& \quad (-6 (-1 + e2) h1 l + (1 - 3 e2) e2 J2 u1) u2) + e1^2 (h1 l - J1 u1) \\
& \quad (-2 (-2 + e2) e2 h2^2 l^2 u1^2 - 2 e2 h2 l u1 ((-1 + 2 e2) h1 l + (J1 - 2 e2 J1 + \\
& \quad 2 J2) u1) u2 + ((-1 + e2) h1^2 l^2 + h1 (J1 - e2 J1 + 2 e2 (-1 + 2 e2) \\
& \quad J2) l u1 + 2 e2 J2 (J1 - 2 e2 J1 + e2 J2) u1^2) u2^2))) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a^2 e^2 l \left(c_1^2 e^2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) u_1^2 ((6 + e_1 (-5 + 2 e_1)) g_1 h_1 l + \right. \\
& \quad (5 - 2 e_1) e_1 g_1 J_1 u_1 + d_1 (-1 + e_1) ((-6 + e_1) h_1 l - e_1 J_1 u_1)) (h_2 l - J_2 u_2)^2 - \\
& \quad 2 c_1 e^2 m_1 u_1 (h_2 l - J_2 u_2) (d_1^2 (-1 + e_1)^2 e^2 u_1 (-((-6 + e_1) h_1 l) + e_1 J_1 u_1) \\
& \quad (h_2 l - J_2 u_2) + g_1^2 (e_1^3 (h_1 l - J_1 u_1)^2 u_2 + 6 e_2 h_1 l u_1 (h_2 l - J_2 u_2) + e_1 \\
& \quad (h_1 l - J_1 u_1) (h_2 l u_1 - 4 e_2 h_2 l u_1 + 3 h_1 l u_2 + 4 e_2 J_2 u_1 u_2) - e_1^2 \\
& \quad (h_1 l - J_1 u_1) (-((-1 + e_2) h_2 l u_1) + (3 h_1 l - 3 J_1 u_1 + e_2 J_2 u_1) u_2)) + \\
& \quad d_1 (-1 + e_1) g_1 (12 e^2 h_1 l u_1 (-h_2 l + J_2 u_2) - e_1 (h_1 l - J_1 u_1) \\
& \quad (h_2 l u_1 - 5 e_2 h_2 l u_1 + 3 h_1 l u_2 + 5 e_2 J_2 u_1 u_2) + e_1^2 (h_1 l - J_1 u_1) \\
& \quad (-((-1 + e_2) h_2 l u_1) + (h_1 l - J_1 u_1 + e_2 J_2 u_1) u_2)) \left. \right) + \\
& m_1^2 (d_1^2 (-1 + e_1)^2 e^2 u_1^2 ((-6 + e_1) h_1 l - e_1 J_1 u_1) (h_2 l - J_2 u_2)^2 - \\
& \quad 2 d_1 (-1 + e_1) e^2 g_1 u_1 (h_2 l - J_2 u_2) \\
& \quad (h_2 l u_1 (((-1 + e_1) e_1 + 2 (-3 + e_1) e_2) h_1 l - e_1 (-1 + e_1 + 2 e_2) J_1 u_1) + \\
& \quad ((-3 + e_1) h_1 l - e_1 J_1 u_1) (e_1 h_1 l - e_1 J_1 u_1 - 2 e_2 J_2 u_1) u_2) + \\
& \quad g_1^2 (e_1^3 (h_1 l - J_1 u_1)^3 u_2^2 - 6 e^2 h_1 l u_1^2 (h_2 l - J_2 u_2)^2 - e_1 e^2 u_1 \\
& \quad (h_1 l - J_1 u_1) (h_2 l - J_2 u_2) ((2 - 3 e_2) h_2 l u_1 + 3 (2 h_1 l + e_2 J_2 u_1) u_2) + \\
& \quad e_1^2 (h_1 l - J_1 u_1) (h_1 l (-h_1 l + J_1 u_1) u_2^2 + \\
& \quad 2 e_2 u_1 (h_2 l - J_2 u_2) (h_2 l u_1 + 2 h_1 l u_2 - 2 J_1 u_1 u_2)) \left. \right) \left. \right) + \\
& a_1 e_1 u_1 (-d_2^2 (-1 + e_1) e_1 (-1 + e_2)^2 g_1 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 \\
& \quad h_2 \\
& \quad m_1 \\
& \quad (c_1 + m_1)^2 \\
& \quad u_1^2 \\
& \quad (h_1 l - J_1 u_1) \\
& \quad u_2^2 \\
& \quad (h_2 l - J_2 u_2) + a^2 \\
& \quad e_2 \\
& \quad l \\
& \quad (-c_1^3 e^2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 u_1^2 \\
& \quad (4 d_1 (-1 + e_1) h_1 l - (4 + (-2 + e_1) e_1) g_1 h_1 l + (-2 + e_1) e_1 g_1 J_1 u_1) \\
& \quad (h_2 l - J_2 u_2)^2 - c_1^2 e^2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) m_1 u_1 (h_2 l - J_2 u_2) \\
& \quad (12 d_1^2 (-1 + e_1)^2 e^2 h_1 l u_1 (h_2 l - J_2 u_2) + d_1 (-1 + e_1) g_1 (24 e^2 h_1 l u_1 \\
& \quad (-h_2 l + J_2 u_2) + e_1^2 u_1 (-h_1 l + J_1 u_1) ((-1 + 2 e_2) h_2 l - 2 e_2 J_2 u_2) - e_1 \\
& \quad (h_1 l - J_1 u_1) (h_2 l u_1 - 5 e_2 h_2 l u_1 + 6 h_1 l u_2 + 5 e_2 J_2 u_1 u_2)) + \\
& \quad g_1^2 (2 e_1^3 (h_1 l - J_1 u_1)^2 u_2 + 12 e^2 h_1 l u_1 (h_2 l - J_2 u_2) - e_1^2 \\
& \quad (h_1 l - J_1 u_1) ((1 - 2 e_2) h_2 l u_1 + 2 (2 h_1 l - 2 J_1 u_1 + e_2 J_2 u_1) u_2) + e_1 \\
& \quad (h_1 l - J_1 u_1) ((1 - 5 e_2) h_2 l u_1 + (6 h_1 l + 5 e_2 J_2 u_1) u_2)) \left. \right) + \\
& c_1 m_1^2 (-12 d_1^3 (-1 + e_1)^3 e^2 h_1 l u_1^2 (h_2 l - J_2 u_2)^2 + \\
& \quad d_1^2 (-1 + e_1)^2 e^2 g_1 u_1 (h_2 l - J_2 u_2) \\
& \quad (36 e^2 h_1 l u_1 (h_2 l - J_2 u_2) + e_1^2 u_1 (h_1 l - J_1 u_1) ((-2 + e_2) h_2 l - e_2 J_2 u_2) + \\
& \quad 2 e_1 (h_1 l - J_1 u_1) (h_2 l u_1 - 2 e_2 h_2 l u_1 + 6 h_1 l u_2 + 2 e_2 J_2 u_1 u_2)) + \\
& \quad g_1^3 (e_1^4 (h_1 l - J_1 u_1)^3 u_2^2 + 12 e^2 h_1 l u_1^2 (h_2 l - J_2 u_2)^2 + 2 e_1 e^2 u_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (h1 \, l - J1 \, u1) (h2 \, l - J2 \, u2) ((1 - 2 \, e2) h2 \, l \, u1 + 2 (3 \, h1 \, l + e2 \, J2 \, u1) u2) + 2 \\
& e1^3 (h1 \, l - J1 \, u1)^2 u2 (-h1 \, l \, u2 + J1 \, u1 \, u2 + e2 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2)) + e1^2 \\
& (h1 \, l - J1 \, u1) (2 \, h1 \, l (h1 \, l - J1 \, u1) u2^2 + e2^2 u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 - \\
& 2 \, e2 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) (h2 \, l \, u1 + 3 \, h1 \, l \, u2 - 3 \, J1 \, u1 \, u2)) - \\
& 2 \, d1 (-1 + e1) g1^2 (e1^3 e2 u1 (h1 \, l - J1 \, u1)^2 u2 (h2 \, l - J2 \, u2) + 18 \\
& e2^2 h1 \, l \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + 2 \, e1 \, e2 \, u1 (h1 \, l - J1 \, u1) \\
& (h2 \, l - J2 \, u2) ((1 - 2 \, e2) h2 \, l \, u1 + 2 (3 \, h1 \, l + e2 \, J2 \, u1) u2) + e1^2 \\
& (h1 \, l - J1 \, u1) (h1 \, l (h1 \, l - J1 \, u1) u2^2 + e2^2 u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 - \\
& e2 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) (2 \, h2 \, l \, u1 + 3 \, h1 \, l \, u2 - 3 \, J1 \, u1 \, u2))) + \\
& m1^3 (-4 \, d1^3 (-1 + e1)^3 e2^2 h1 \, l \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + d1^2 (-1 + e1)^2 e2 \, g1 \\
& u1 (h2 \, l - J2 \, u2) (h2 \, l \, u1 ((12 \, e2 - e1 (-1 + e1 + e2)) h1 \, l + e1 (-1 + e1 + e2) \\
& J1 \, u1) + (-12 \, e2 \, h1 \, J2 \, l \, u1 + e1 (h1 \, l - J1 \, u1) (6 \, h1 \, l + e2 \, J2 \, u1)) u2) + \\
& g1^3 (-e1^3 (h1 \, l - J1 \, u1)^3 u2^2 + 4 \, e2^2 h1 \, l \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + e1 \, e2 \, u1 \\
& (h1 \, l - J1 \, u1) (h2 \, l - J2 \, u2) (-((-1 + e2) h2 \, l \, u1) + (6 \, h1 \, l + e2 \, J2 \, u1) u2) + \\
& e1^2 (h1 \, l - J1 \, u1) (2 \, h1 \, l (h1 \, l - J1 \, u1) u2^2 - \\
& e2 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) (h2 \, l \, u1 + 2 \, h1 \, l \, u2 - 2 \, J1 \, u1 \, u2))) + \\
& 2 \, d1 (-1 + e1) g1^2 (-6 \, e2^2 h1 \, l \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 - e1 \, e2 \, u1 (h1 \, l - J1 \, u1) \\
& (h2 \, l - J2 \, u2) (-((-1 + e2) h2 \, l \, u1) + (6 \, h1 \, l + e2 \, J2 \, u1) u2) + e1^2 \\
& (h1 \, l - J1 \, u1) (h1 \, l (-h1 \, l + J1 \, u1) u2^2 + \\
& e2 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) (h2 \, l \, u1 + h1 \, l \, u2 - J1 \, u1 \, u2))) + \\
& a2 \, d2 \, u2 (c1^3 (-1 + e2) e2^2 (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 u1^2 (4 \, d1 (-1 + e1) h1 \, l - \\
& (4 + (-2 + e1) e1) g1 h1 \, l + (-2 + e1) e1 g1 J1 \, u1) \\
& (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + c1^2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) \\
& (12 \, d1^2 (-1 + e1)^2 (-1 + e2) e2 h1 \, l \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) - \\
& d1 (-1 + e1) g1 (24 (-1 + e2) e2 h1 \, l \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) + e1^2 u1 (h1 \, l - J1 \, u1) \\
& ((2 + e2 (-3 + 2 \, e2)) h2 \, l + (1 - 2 \, e2) e2 J2 \, u2) + e1 (h1 \, l - J1 \, u1) ((-2 + \\
& (6 - 5 \, e2) e2) h2 \, l \, u1 + 6 (-1 + e2) h1 \, l \, u2 + e2 (-4 + 5 \, e2) J2 \, u1 \, u2)) + \\
& g1^2 (2 \, e1^3 (-1 + e2) (h1 \, l - J1 \, u1)^2 u2 + 12 (-1 + e2) e2 h1 \, l \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) + \\
& e1 (h1 \, l - J1 \, u1) ((-2 + (6 - 5 \, e2) e2) h2 \, l \, u1 + 6 (-1 + e2) h1 \, l \, u2 + \\
& e2 (-4 + 5 \, e2) J2 \, u1 \, u2) - e1^2 (h1 \, l - J1 \, u1) ((-2 + (3 - 2 \, e2) e2) h2 \, l \, u1 + \\
& (4 (-1 + e2) h1 \, l - 4 (-1 + e2) J1 \, u1 + e2 (-1 + 2 \, e2) J2 \, u1 \, u2))) + \\
& c1 \, m1^2 (12 \, d1^3 (-1 + e1)^3 (-1 + e2) e2^2 h1 \, l \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + \\
& d1^2 (-1 + e1)^2 e2 \, g1 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) \\
& (-36 (-1 + e2) e2 h1 \, l \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) + e1^2 u1 (-h1 \, l + J1 \, u1) \\
& ((4 + (-3 + e2) e2) h2 \, l - e2 (1 + e2) J2 \, u2) - 2 \, e1 (h1 \, l - J1 \, u1) ((-2 + \\
& (3 - 2 \, e2) e2) h2 \, l \, u1 + 6 (-1 + e2) h1 \, l \, u2 + e2 (-1 + 2 \, e2) J2 \, u1 \, u2)) + \\
& g1^3 (-e1^4 (-1 + e2) (h1 \, l - J1 \, u1)^3 u2^2 - 12 (-1 + e2) e2^2 h1 \, l \, u1^2 \\
& (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + 2 \, e1^3 (h1 \, l - J1 \, u1)^2 u2 (-e2^2 h2 \, l \, u1 + (-1 + e2) h1 \, l \, u2 + \\
& (J1 - e2 J1 + e2^2 J2) u1 \, u2) - 2 \, e1 \, e2 \, u1 (-h1 \, l + J1 \, u1) (h2 \, l - J2 \, u2) \\
& ((2 + e2 (-3 + 2 \, e2)) h2 \, l \, u1 + (-6 (-1 + e2) h1 \, l + (1 - 2 \, e2) e2 J2 \, u1) u2) - \\
& e1^2 (h1 \, l - J1 \, u1) (e2 (4 + (-3 + e2) e2) h2^2 \, l^2 \, u1^2 - 2 \, e2 \, h2 \, l \, u1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left((-2 + 3 e2) h1 l + (2 - 3 e2) J1 u1 + (2 + (-1 + e2) e2) J2 u1 \right) u2 + \\
& \left(2 (-1 + e2) h1^2 l^2 + 2 h1 (J1 - e2 J1 + e2 (-2 + 3 e2) J2) l u1 + \right. \\
& \quad \left. e2 J2 ((4 - 6 e2) J1 + e2 (1 + e2) J2) u1^2 \right) u2^2 \Big) + \\
& 2 d1 (-1 + e1) g1^2 (e1^3 e2^2 u1 (h1 l - J1 u1)^2 u2 (h2 l - J2 u2) + 18 (-1 + e2) \\
& \quad e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + 2 e1 e2 u1 (-h1 l + J1 u1) (h2 l - J2 u2) \\
& \quad ((2 + e2 (-3 + 2 e2)) h2 l u1 + (-6 (-1 + e2) h1 l + (1 - 2 e2) e2 J2 u1) u2) + \\
& \quad e1^2 (h1 l - J1 u1) (e2 (4 + (-3 + e2) e2) h2^2 l^2 u1^2 + e2 h2 l u1 \\
& \quad ((2 - 3 e2) h1 l + (-2 + 3 e2) J1 u1 - 2 (2 + (-1 + e2) e2) J2 u1) u2 + \\
& \quad ((-1 + e2) h1^2 l^2 + h1 (J1 - e2 J1 + e2 (-2 + 3 e2) J2) l u1 + \\
& \quad e2 J2 ((2 - 3 e2) J1 + e2 (1 + e2) J2) u1^2) u2^2 \Big) \Big) + \\
& m1^3 \left(4 d1^3 (-1 + e1)^3 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + d1^2 (-1 + e1)^2 \right. \\
& \quad e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) (-12 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + e1^2 \\
& \quad u1 (h1 l - J1 u1) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) - e1 (h1 l - J1 u1) \\
& \quad \left. (-((2 + (-2 + e2) e2) h2 l u1) + 6 (-1 + e2) h1 l u2 + e2^2 J2 u1 u2) \right) \Big) + \\
& 2 d1 (-1 + e1) g1^2 (e1^3 e2 u1 (h1 l - J1 u1)^2 u2 (h2 l - J2 u2) + 6 (-1 + e2) \\
& \quad e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + e1 e2 u1 (-h1 l + J1 u1) (h2 l - J2 u2) \\
& \quad ((2 + (-2 + e2) e2) h2 l u1 - (6 (-1 + e2) h1 l + e2^2 J2 u1) u2) + e1^2 \\
& \quad (h1 l - J1 u1) (-((-2 + e2) e2 h2^2 l^2 u1^2) + \\
& \quad e2 h2 l u1 (-e2 h1 l + e2 J1 u1 - 2 J2 u1) u2 + ((-1 + e2) h1^2 l^2 + \\
& \quad h1 (J1 - e2 J1 + e2^2 J2) l u1 + e2^2 J2 (-J1 + J2) u1^2) u2^2 \Big) \Big) + \\
& g1^3 (-e1^4 (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 - 4 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + \\
& \quad e1^3 e2 (h1 l - J1 u1)^2 u2 (-2 h2 l u1 + (h1 l - J1 u1 + 2 J2 u1) u2) - e1 e2 u1 \\
& \quad (-h1 l + J1 u1) (h2 l - J2 u2) ((2 + (-2 + e2) e2) h2 l u1 - (6 (-1 + e2) h1 l + \\
& \quad e2^2 J2 u1) u2) + e1^2 (h1 l - J1 u1) (2 h1 l (h1 l - J1 u1) u2^2 + \\
& \quad e2^2 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 + 2 h1 l u2 + (-2 J1 + J2) u1 u2) + \\
& \quad 2 e2 l (-h2^2 l u1^2 + h2 J2 u1^2 u2 + h1 (-h1 l + J1 u1) u2^2) \Big) \Big) \Big) \Big) \Big) / \\
& (a1 a2 e1 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 \\
& \quad (a2 \\
& \quad \quad e2 \\
& \quad \quad l - \\
& \quad \quad d2 \\
& \quad \quad (-1 + \\
& \quad \quad \quad e2) u2) \\
& \quad (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - \\
& \quad \quad (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - \\
& \quad \quad \quad e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2)^2)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1+g1) h1}{a1 e1} +$ 

$$\frac{c1 e1 g1 h1 l}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1)} - \frac{c1 e1 g1 J1 u1}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1)} -$$


$$\frac{d2 e1 g1 h1 l m1 u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1+e2) u2)} +$$


$$\frac{d2 e1 g1 J1 m1 u1 u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1+e2) u2)} +$$


$$\frac{d2 e2 h2 l}{-a2 e2 l + d2 (-1+e2) u2} + \frac{d2 e2 J2 u2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2} - (e1 g1 h1 h2 l^2 m1) /$$


$$(e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) -$$


$$(e1 g1 h2 J1 l m1 u1) / (-e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) +$$


$$(a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (c1 d2 g1 h2^2 l u1) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d2 g1 h2^2 l m1 u1) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d2 e1 g1 h1 h2 l m1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (c1 d2 g1 h2 J2 u1 u2) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) -$$


$$(d2 e1 g1 h2 J1 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 g1 h2 J2 m1 u1 u2) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(a1 d2 e1 h2 l (c1+m1) (h2 l - J2 u2)) / (a2 e2 h2 l (c1+m1)$$


$$(a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d1 (d2 (-1+e1) (d1 (-1+e1) - g1) h2 (c1+m1) u1^2 (h2 l - J2 u2) -$$


$$a1 e1 l (c1+m1) (d2 (-1+e1) h2 u1 + a2 e1 e2 (h1 l - J1 u1)) (h2 l - J2 u2) +$$


$$a2 e1 (h1 l - J1 u1) (e2 (d1 (-1+e1) - g1) h2 l (c1+m1) u1 + (e2 (d1+g1) J2$$


$$(c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) /$$


$$(a2 (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) (e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1+g1) u1) -$$


$$(a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), d2]]$$


```

Out[]=

$$\begin{aligned}
& (-2 a_2 d_2 (-1 + e_2) e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) \\
& \quad h_2 l (c_1 + m_1) u_1 u_2 ((d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad ((d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (d_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2) + \\
& \quad d_2^2 (-1 + e_2)^2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 (c_1 + m_1) u_1 u_2^2 ((d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad ((d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (d_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2) - \\
& \quad a_1^2 e_1^2 l^2 (c_1 + m_1)^2 (h_2 l - J_2 u_2) (2 a_2 d_2 (-1 + e_2) e_2 h_2 l u_2 - \\
& \quad d_2^2 (-1 + e_2)^2 h_2 u_2^2 + a_2^2 e_2^2 l ((-1 + e_2) h_2 l - e_2 J_2 u_2)) - \\
& \quad a_2^2 e_2 l (c_1^2 e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 u_1^2 (h_2 l - J_2 u_2) ((-1 + e_2) h_2 l - e_2 J_2 u_2) + \\
& \quad m_1^2 ((-1 + e_2) e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1)^2 h_2^2 l^2 u_1^2 - e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l \\
& \quad u_1 (e_1 g_1 h_1 l - e_1 g_1 J_1 u_1 - (-1 + 2 e_2) (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2 u_1) u_2 + \\
& \quad (-e_1 g_1 h_1 l + e_1 g_1 J_1 u_1 + e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2 u_1)^2 u_2^2) + \\
& \quad c_1 e_2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) m_1 u_1 (2 (-1 + e_2) (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2^2 l^2 u_1 + \\
& \quad h_2 l (-e_1 g_1 h_1 l + e_1 g_1 J_1 u_1 + 2 (-1 + 2 e_2) (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2 u_1) u_2 + \\
& \quad 2 J_2 (e_1 g_1 h_1 l - (e_1 g_1 J_1 + e_2 (d_1 - d_1 e_1 + g_1) J_2) u_1) u_2^2) + \\
& \quad a_1 e_1 l (c_1 + m_1) (d_2^2 (-1 + e_2)^2 h_2 u_2^2 (-2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad (2 d_1 e_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 - 2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + e_1 g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1)) u_2) + \\
& \quad 2 a_2 d_2 (-1 + e_2) e_2 h_2 l u_2 (2 (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2 l (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad (2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - e_1 (2 d_1 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2) + \\
& \quad a_2^2 e_2^2 l (2 (-1 + e_2) (d_1 (-1 + e_1) - g_1) h_2^2 l^2 (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad h_2 l (-2 d_1 e_1 (-1 + 2 e_2) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + 2 (-1 + 2 e_2) (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + \\
& \quad e_1 g_1 m_1 (-h_1 l + J_1 u_1)) u_2 + 2 J_2 (d_1 e_1 e_2 J_2 (c_1 + m_1) u_1 - \\
& \quad e_2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 + e_1 g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1)) u_2^2) \Big) \Big) / \\
& (a_2 (c_1 + m_1) (a_1 e_1 l + (d_1 - d_1 e_1 + g_1) u_1) (a_2 e_2 l - d_2 (-1 + e_2) u_2)^2 \\
& (e_2 h_2 l (c_1 + m_1) (a_1 e_1 l + (d_1 - d_1 e_1 + g_1) u_1) - \\
& (a_1 e_1 e_2 J_2 l (c_1 + m_1) + e_2 (d_1 + g_1) J_2 (c_1 + m_1) u_1 - \\
& e_1 (d_1 e_2 J_2 (c_1 + m_1) u_1 + g_1 m_1 (h_1 l - J_1 u_1))) u_2))
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{(d1 + g1) h1}{a1 e1} + \frac{c1 e1 g1 h1 l}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{c1 e1 g1 J1 u1}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{d2 e1 g1 h1 l m1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e1 g1 J1 m1 u1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e2 h2 l}{-a2 e2 l + d2 (-1 + e2) u2} + \frac{d2 e2 J2 u2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2} - (e1 g1 h1 h2 l^2 m1) / (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (e1 g1 h2 J1 l m1 u1) / (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (c1 d2 g1 h2^2 l u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 g1 h2^2 l m1 u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 e1 g1 h1 h2 l m1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (c1 d2 g1 h2 J2 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 e1 g1 h2 J1 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 g1 h2 J2 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d1 (d2 (-1 + e1) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1^2 (h2 l - J2 u2) - a1 e1 l (c1 + m1) (d2 (-1 + e1) h2 u1 + a2 e1 e2 (h1 l - J1 u1)) (h2 l - J2 u2) + a2 e1 (h1 l - J1 u1) (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))) / (a2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), g1]]$$

```

Out[]=

$$\frac{(a2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h1 (c1 + m1) u1^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l m1 u1 + m1 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 +$$

$$\begin{aligned}
& e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2 + c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1 (h2 l - J2 u2))^2 + \\
& a1^4 e1^4 l^3 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (-d2^2 e1 (-1 + e2)^2 h2 m1 (h1 l - J1 u1) u2^2 + a2 d2 \\
& e2 u2 (-((-1 + e2) e2 h1 l m1 (h2 l - J2 u2)) - c1 (-1 + e2) e2 ((1 + e1) h1 l - e1 J1 u1) \\
& (h2 l - J2 u2) + e1 m1 (h1 l - J1 u1) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2)) + \\
& a2^2 e2^2 l (c1 e2 ((1 + e1) h1 l - e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& l m1 (e1 h2 (-h1 l + J1 u1) + e2 h1 (h2 l - J2 u2))) - \\
& a1^3 e1^3 l^2 (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (d2^2 e1 (-1 + e2)^2 (3 d1 (-1 + e1) - 2 g1) h2 \\
& m1 (c1 + m1) u1 (-h1 l + J1 u1) u2^2 + a2^2 e2^2 l (c1^2 e2 u1 (d1 (-4 + 3 e1^2) h1 l - \\
& 2 (2 + e1) g1 h1 l + d1 (4 - 3 e1) e1 J1 u1 + 2 e1 g1 J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& m1^2 (d1 h2 l u1 ((-4 e2 + 3 e1 (1 - e1 + e2)) h1 l + e1 (-3 + 3 e1 + e2) J1 u1) - \\
& d1 e2 J2 u1 ((-4 + 3 e1) h1 l + e1 J1 u1) u2 - \\
& 2 e1 g1 l (h1 l - J1 u1) (-h2 u1 + h1 u2) + 4 e2 g1 h1 l u1 (-h2 l + J2 u2)) + \\
& c1 m1 (-2 e1^2 g1 (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 8 e2 g1 h1 l u1 (-h2 l + J2 u2) + d1 u1 \\
& (h2 l ((-8 e2 + 3 e1 (1 + e1 (-1 + e2) + e2)) h1 l + e1 (-3 - 3 e1 (-1 + e2) + 5 e2) \\
& J1 u1) + e2 J2 ((8 - 3 e1 (1 + e1)) h1 l + e1 (-5 + 3 e1) J1 u1) u2) - \\
& 2 e1 g1 (h1 l - J1 u1) ((-1 + e2) h2 l u1 + (h1 l - e2 J2 u1) u2))) + \\
& a2 d2 e2 u2 (c1^2 (-1 + e2) e2 u1 ((d1 (4 - 3 e1^2) + 2 (2 + e1) g1) h1 l + \\
& e1 (d1 (-4 + 3 e1) - 2 g1) J1 u1) (h2 l - J2 u2) + \\
& m1^2 (d1 u1 (h2 l ((3 e1^2 (-2 + e2) + 4 (-1 + e2) e2 - 3 e1 (-2 + e2^2)) h1 l - \\
& e1 (6 + 3 e1 (-2 + e2) + (-4 + e2) e2) J1 u1) + e2 J2 \\
& ((4 - 4 e2 + 3 e1 (-2 + e1 + e2)) h1 l + e1 (2 - 3 e1 + e2) J1 u1) u2) + \\
& 2 g1 (e1^2 (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 2 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + e1 \\
& (h1 l - J1 u1) (-((-2 + e2) h2 l u1) + (-1 + e2) h1 l u2 - e2 J2 u1 u2))) + \\
& c1 m1 (d1 u1 (h2 l (8 (-1 + e2) e2 h1 l - 3 e1 (-2 + e2^2) h1 l + e1 (-6 + \\
& (8 - 5 e2) e2) J1 u1 - 3 e1^2 (2 + (-2 + e2) e2) (h1 l - J1 u1)) + e2 J2 \\
& ((8 - 8 e2 + 3 e1 (-2 + e2 + e1 e2)) h1 l + e1 (-2 + 5 e2 - 3 e1 e2) J1 u1) u2) + \\
& 2 g1 (e1^2 (-1 + e2) (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 4 (-1 + e2) e2 h1 l u1 \\
& (h2 l - J2 u2) + e1 (h1 l - J1 u1) \\
& ((2 + (-2 + e2) e2) h2 l u1 + ((-1 + e2) h1 l - e2^2 J2 u1) u2)))) + \\
& a1^2 e1^2 l (d2^2 e1 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) (3 d1 (-1 + e1) - g1) h2 m1 \\
& (c1 + m1)^2 u1^2 (-h1 l + J1 u1) \\
& u2^2 (h2 l - J2 u2) + \\
& a2^2 e2 l (c1^3 e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) u1^2 ((d1 (-6 + e1 + 3 e1^2) - (6 + e1) g1) h1 l + \\
& e1 (d1 (5 - 3 e1) + g1) J1 u1) (h2 l - J2 u2)^2 + \\
& m1^3 (d1^2 (-1 + e1) e2 u1^2 (h2 l - J2 u2) (h2 l ((-6 e2 + e1 (3 - 3 e1 + 4 e2)) h1 l + \\
& e1 (-3 + 3 e1 + 2 e2) J1 u1) - 2 e2 J2 ((-3 + 2 e1) h1 l + e1 J1 u1) u2) + \\
& 2 d1 e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 ((e1 (-2 + 2 e1 - 5 e2) + 6 e2) h1 l - \\
& e1 (-2 + 2 e1 + e2) J1 u1) + ((3 - 2 e1) e1 h1^2 l^2 + h1 ((-3 + e1) e1 J1 + \\
& (-6 + 5 e1) e2 J2) l u1 + e1 J1 (e1 J1 + e2 J2) u1^2) u2) + \\
& g1^2 l (e1^2 h1 (h1 l - J1 u1)^2 u2^2 + e1 e2 u1 (-h1 l + J1 u1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (h2 \, u1 - 6 \, h1 \, u2) (h2 \, l - J2 \, u2) + 6 \, e2^2 \, h1 \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 \Big) + \\
& c1^2 \, e2 \, m1 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) \Big(3 \, d1^2 (-1 + e1) \, u1 (h2 \, l \Big((-1 + e1) \, e1 \Big) + \\
& \quad 2 (-3 + e1 + e1^2) \, e2 \Big) h1 \, l + e1 (-1 + e1 + 4 \, e2 - 2 \, e1 \, e2) \, J1 \, u1 \Big) - 2 \\
& \quad e2 \, J2 \Big((-3 + e1 + e1^2) \, h1 \, l - (-2 + e1) \, e1 \, J1 \, u1 \Big) u2 \Big) + \\
& 2 \, d1 \, g1 \Big(h2 \, l \, u1 \Big((2 (-1 + e1) \, e1 + (18 - e1 (11 + 4 \, e1)) \, e2) \, h1 \, l + \\
& \quad e1 (2 - 7 \, e2 + e1 (-2 + 4 \, e2)) \, J1 \, u1 \Big) + (e1 (3 - 2 \, e1^2) \, h1^2 \, l^2 + \\
& \quad h1 (e1 (-3 + e1 (-3 + 4 \, e1)) \, J1 + (-18 + e1 (11 + 4 \, e1)) \, e2 \, J2) \, l \, u1 + \\
& \quad e1 \, J1 ((3 - 2 \, e1) \, e1 \, J1 + 7 \, e2 \, J2 - 4 \, e1 \, e2 \, J2) \, u1^2) \, u2 \Big) + \\
& g1^2 \Big(2 \, e1^2 (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2 + 18 \, e2 \, h1 \, l \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) + e1 \\
& \quad (h1 \, l - J1 \, u1) ((-1 + 2 \, e2) \, h2 \, l \, u1 + 6 \, h1 \, l \, u2 - 2 \, e2 \, J2 \, u1 \, u2) \Big) \Big) + \\
& c1 \, m1^2 \Big(3 \, d1^2 (-1 + e1) \, e2 \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2) (h2 \, l ((-6 \, e2 + e1 \\
& \quad (2 + e1 (-2 + e2) + 3 \, e2)) \, h1 \, l + e1 (-2 - e1 (-2 + e2) + 3 \, e2) \, J1 \, u1) + \\
& \quad e2 \, J2 (-((-6 + e1 (3 + e1)) \, h1 \, l) + (-3 + e1) \, e1 \, J1 \, u1) \, u2) - \\
& 2 \, d1 \, e2 \, g1 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) \Big(h2 \, l \, u1 ((-18 \, e2 + e1 (4 + 2 \, e1 (-2 + e2) + 13 \, e2)) \, h1 \\
& \quad l + e1 (-4 - 2 \, e1 (-2 + e2) + 5 \, e2) \, J1 \, u1) + (2 \, e1 (-3 + e1 + e1^2) \, h1^2 \, l^2 + \\
& \quad h1 (2 \, e1 (3 + e1 - 2 \, e1^2) \, J1 + (18 - e1 (13 + 2 \, e1)) \, e2 \, J2) \, l \, u1 + \\
& \quad e1 \, J1 (2 (-2 + e1) \, e1 \, J1 + (-5 + 2 \, e1) \, e2 \, J2) \, u1^2) \, u2 \Big) + \\
& g1^2 (e1^3 (h1 \, l - J1 \, u1)^3 \, u2^2 + 18 \, e2^2 \, h1 \, l \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + e1^2 (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \\
& \quad u2 (2 \, e2 \, h2 \, l \, u1 + h1 \, l \, u2 - 2 \, e2 \, J2 \, u1 \, u2) + e1 \, e2 \, u1 (h1 \, l - J1 \, u1) \\
& \quad (h2 \, l - J2 \, u2) ((-2 + e2) \, h2 \, l \, u1 + (12 \, h1 \, l - e2 \, J2 \, u1) \, u2) \Big) \Big) - \\
& a2 \, d2 \, u2 \Big(c1^3 (-1 + e2) \, e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) \, u1^2 \\
& \quad ((d1 (-6 + e1 + 3 \, e1^2) - (6 + e1) \, g1) \, h1 \, l + e1 (d1 (5 - 3 \, e1) + g1) \, J1 \, u1) \\
& \quad (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + c1^2 \, e2 \, m1 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) \Big(-3 \, d1^2 (-1 + e1) \, u1 \\
& \quad (h2 \, l (6 (-1 + e2) \, e2 \, h1 \, l + e1 (2 + e2 - 2 \, e2^2) \, h1 \, l + e1 (-2 + (5 - 4 \, e2) \, e2) \, J1 \\
& \quad u1 - e1^2 (2 + e2 (-3 + 2 \, e2)) (h1 \, l - J1 \, u1)) + e2 \, J2 ((6 - e1 (3 + e1) - \\
& \quad 6 \, e2 + 2 \, e1 (1 + e1) \, e2) \, h1 \, l + e1 (-3 + e1 + 4 \, e2 - 2 \, e1 \, e2) \, J1 \, u1) \, u2 \Big) - \\
& 2 \, d1 \, g1 \Big(e1 \, h2 \, l \, u1 ((-4 + e2 (-9 + 11 \, e2)) \, h1 \, l + (4 + e2 (-9 + 7 \, e2)) \, J1 \, u1) + \\
& \quad 2 \, e1^3 (-1 + e2) (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2 + e1 (-3 (-1 + e2) \, h1^2 \, l^2 + \\
& \quad h1 (3 (-1 + e2) \, J1 + (13 - 11 \, e2) \, e2 \, J2) \, l \, u1 + (5 - 7 \, e2) \, e2 \, J1 \, J2 \, u1^2) \\
& \quad u2 - 18 (-1 + e2) \, e2 \, h1 \, l \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) + e1^2 \, u1 (h1 \, l - J1 \, u1) \\
& \quad (2 (2 + e2 (-3 + 2 \, e2)) \, h2 \, l + (3 (-1 + e2) \, J1 + 2 (1 - 2 \, e2) \, e2 \, J2) \, u2) \Big) + \\
& g1^2 \Big(2 \, e1^2 (-1 + e2) (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2 + 18 (-1 + e2) \, e2 \, h1 \, l \\
& \quad u1 (h2 \, l - J2 \, u2) + e1 (h1 \, l - J1 \, u1) \\
& \quad ((2 + e2 (-3 + 2 \, e2)) \, h2 \, l \, u1 + (6 (-1 + e2) \, h1 \, l + (1 - 2 \, e2) \, e2 \, J2 \, u1) \, u2) \Big) \Big) + \\
& c1 \, m1^2 \Big(3 \, d1^2 (-1 + e1) \, e2 \, u1^2 (h2 \, l - J2 \, u2) \Big(h2 \, l (-6 (-1 + e2) \, e2 \, h1 \, l + e1 (1 + e2) \\
& \quad (-4 + 3 \, e2) \, h1 \, l + e1 (4 + e2 (-5 + 3 \, e2)) \, J1 \, u1 + e1^2 (4 + (-3 + e2) \, e2) \\
& \quad (h1 \, l - J1 \, u1)) + e2 \, J2 (-((6 - 6 \, e2 + e1 (-5 + e1 + (3 + e1) \, e2)) \, h1 \, l) + \\
& \quad e1 (1 + e1 + (-3 + e1) \, e2) \, J1 \, u1) \, u2 \Big) - 2 \, d1 \, e2 \, g1 \, u1 (h2 \, l - J2 \, u2) \\
& \quad (e1 \, h2 \, l \, u1 ((-8 + e2 (-9 + 13 \, e2)) \, h1 \, l + (8 + e2 (-9 + 5 \, e2)) \, J1 \, u1) + \\
& \quad 2 \, e1^3 \, e2 (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2 + e1 (-6 (-1 + e2) \, h1^2 \, l^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& h1 (6 (-1 + e2) J1 + (17 - 13 e2) e2 J2) l u1 + (1 - 5 e2) e2 J1 J2 u1^2) u2 - \\
& 18 (-1 + e2) e2 h1 l u1 (h2 l - J2 u2) + 2 e1^2 (h1 l - J1 u1) ((4 + (-3 + e2) e2) \\
& h2 l u1 + ((-2 + e2) h1 l - (J1 - 2 e2 J1 + e2 (1 + e2) J2) u1) u2)) + \\
& g1^2 (e1^3 (-1 + e2) (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 + 18 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 \\
& (h2 l - J2 u2)^2 + e1 e2 u1 (h1 l - J1 u1) (h2 l - J2 u2) \\
& ((4 + (-3 + e2) e2) h2 l u1 + (12 (-1 + e2) h1 l - e2 (1 + e2) J2 u1) u2) + e1^2 \\
& (h1 l - J1 u1)^2 u2 (-h1 l u2 + e2 h1 l u2 + 2 e2^2 u1 (h2 l - J2 u2))) + \\
& m1^3 (-d1^2 (-1 + e1) e2 u1^2 (h2 l - J2 u2) (h2 l ((3 e1^2 (-2 + e2) + 6 (-1 + e2) e2 + \\
& e1 (6 + e2 - 4 e2^2))) h1 l + e1 (-6 - 3 e1 (-2 + e2) + (5 - 2 e2) e2) \\
& J1 u1) + e2 J2 ((6 - 6 e2 + e1 (-7 + 3 e1 + 4 e2)) h1 l + \\
& e1 (1 - 3 e1 + 2 e2) J1 u1) u2) + 2 d1 e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (h2 l u1 ((2 e1^2 (-2 + e2) + 6 (-1 + e2) e2 + e1 (4 + (3 - 5 e2) e2)) h1 l - \\
& e1 (4 + 2 e1 (-2 + e2) + (-3 + e2) e2) J1 u1) + \\
& (e1 (3 (-1 + e2) - 2 e1 (-2 + e1 + e2)) h1^2 l^2 + h1 (e1 (3 - 3 e2 + \\
& e1 (-5 + 4 e1 + e2)) J1 + e2 (6 - 6 e2 + e1 (-7 + 2 e1 + 5 e2)) J2) \\
& l u1 - e1 (-1 + 2 e1 - e2) J1 (e1 J1 + e2 J2) u1^2) u2) + \\
& g1^2 (e1^3 (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 + 6 (-1 + e2) e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + \\
& e1 e2 u1 (-h1 l + J1 u1) (h2 l - J2 u2) \\
& ((-2 + e2) h2 l u1 - 6 (-1 + e2) h1 l u2 + e2 J2 u1 u2) + e1^2 \\
& (h1 l - J1 u1)^2 u2 (-h1 l u2 + e2 (2 h2 l u1 + h1 l u2 - 2 J2 u1 u2))) + \\
& a1 e1 u1 (d1 d2^2 (-1 + e1) e1 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 \\
& h2 \\
& m1 \\
& (c1 + m1)^2 \\
& u1^2 \\
& (h1 l - J1 u1) \\
& u2^2 \\
& (h2 l - J2 u2) + a2 \\
& d2 \\
& u2 \\
& (c1^3 (-1 + e2) e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 \\
& (d1 (-4 + e1 (2 + e1)) h1 l - 4 g1 h1 l - d1 (-2 + e1) e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2)^2 + \\
& c1^2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& (6 (-1 + e2) g1^2 h1 l (e1 (h1 l - J1 u1) u2 + 2 e2 u1 (h2 l - J2 u2)) + d1^2 (-1 + e1) \\
& u1 (e1 h2 l ((-2 + e2 (-6 + 7 e2)) h1 l + (2 + e2 (-6 + 5 e2)) J1 u1) + e1 e2 J2 \\
& ((8 - 7 e2) h1 l + (4 - 5 e2) J1 u1) u2 + 12 (-1 + e2) e2 h1 l (-h2 l + J2 u2) + \\
& e1^2 (h1 l - J1 u1) ((2 + e2 (-3 + 2 e2)) h2 l + (1 - 2 e2) e2 J2 u2)) + \\
& d1 g1 (-2 e1^3 (-1 + e2) (h1 l - J1 u1)^2 u2 + 24 (-1 + e2) e2 h1 l u1 \\
& (h2 l - J2 u2) - e1^2 (h1 l - J1 u1) ((2 + e2 (-3 + 2 e2)) h2 l u1 + \\
& (2 (-1 + e2) h1 l + 4 (-1 + e2) J1 u1 + (1 - 2 e2) e2 J2 u1) u2) + e1 \\
& (6 (-1 + e2) h1^2 l^2 u2 + J1 u1^2 ((-2 + (6 - 5 e2) e2) h2 l + e2 (-4 + 5 e2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& J2 \, u2) + h1 \, l \, u1 \left((2 + (18 - 19 \, e2) \, e2) \, h2 \, l - 6 \, (-1 + e2) \, J1 \, u2 + \right. \\
& \left. e2 \, (-20 + 19 \, e2) \, J2 \, u2) \right) + m1^3 \left(d1^3 \, (-1 + e1)^2 \, e2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \right. \\
& \left. (h2 \, l - \left((e1^2 \, (-2 + e2) + 4 \, (-1 + e2) \, e2 + e1 \, (2 + (2 - 3 \, e2) \, e2) \right) \, h1 \, l) + \right. \\
& \left. e1 \, (2 + e1 \, (-2 + e2) + (-2 + e2) \, e2) \, J1 \, u1) - e2 \, J2 \right. \\
& \left. \left(\left((-2 + e1)^2 + (-4 + 3 \, e1) \, e2 \right) \, h1 \, l + e1 \, (-e1 + e2) \, J1 \, u1 \right) \, u2 \right) - \\
& 2 \, d1^2 \, (-1 + e1) \, e2 \, g1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \left(h2 \, l \, u1 - \left((e1^2 \, (-2 + e2) + \right. \right. \\
& \left. \left. 6 \, (-1 + e2) \, e2 + e1 \, (2 + (4 - 5 \, e2) \, e2) \right) \, h1 \, l \right) + e1 \, (2 + e1 \, (-2 + e2) + \\
& \left. (-2 + e2) \, e2) \, J1 \, u1 \right) + \left(e1 \, (3 - 3 \, e2 + e1 \, (-3 + e1 + 2 \, e2)) \, h1^2 \, l^2 - h1 \right. \\
& \left. (e1 \, (3 - 3 \, e2 + e1 \, (-3 + 2 \, e1 + e2)) \, J1 + e2 \, (6 - 6 \, e2 + e1 \, (-6 + e1 + 5 \, e2)) \right. \\
& \left. J2) \, l \, u1 + e1 \, (e1 - e2) \, J1 \, (e1 \, J1 + e2 \, J2) \, u1^2 \right) \, u2) - \\
& 2 \, (-1 + e2) \, g1^3 \, h1 \, l \, (e1 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \, u2 + e2 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2)) \\
& (e1 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \, u2 + 2 \, e2 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2)) + \\
& d1 \, g1^2 \left(e1^4 \, (h1 \, l - J1 \, u1)^3 \, u2^2 - 12 \, (-1 + e2) \, e2^2 \, h1 \, l \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + e1^3 \right. \\
& \left. (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2 \, (2 \, e2 \, h2 \, l \, u1 + (-2 + e2) \, h1 \, l \, u2 + e2 \, (J1 - 2 \, J2) \, u1 \, u2) + \right. \\
& \left. e1^2 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \left(- \left((-2 + e2) \, e2 \, h2^2 \, l^2 \, u1^2 \right) + 2 \, e2 \, h2 \, l \, u1 \right. \right. \\
& \left. \left((-6 + 5 \, e2) \, h1 \, l + (e2 \, J1 - J2) \, u1 \right) \, u2 + \left(-2 \, (-1 + e2) \, h1^2 \, l^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. 2 \, h1 \, ((-1 + e2) \, J1 + (6 - 5 \, e2) \, e2 \, J2) \, l \, u1 + e2^2 \, J2 \, (-2 \, J1 + J2) \, u1^2 \right) \right. \\
& \left. u2^2 \right) + e1 \, e2 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \left(-12 \, (-1 + e2) \, h1^2 \, l^2 \, u2 + J1 \, u1^2 \right. \\
& \left. \left((2 + (-2 + e2) \, e2) \, h2 \, l - e2^2 \, J2 \, u2 \right) + h1 \, l \, u1 \left((-2 + e2 \, (-10 + 11 \, e2)) \right. \right. \\
& \left. \left. h2 \, l + (12 \, (-1 + e2) \, J1 + (12 - 11 \, e2) \, e2 \, J2) \, u2) \right) \right) + \\
& c1 \, m1^2 \left(-2 \, (-1 + e2) \, g1^3 \, h1 \, l \left(e1^2 \, (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2^2 + 6 \, e1 \, e2 \, u1 \right. \right. \\
& \left. \left. (h1 \, l - J1 \, u1) \, u2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) + 6 \, e2^2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2)^2 \right) + \right. \\
& d1^3 \, (-1 + e1)^2 \, e2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \left(12 \, (-1 + e2) \, e2 \, h1 \, l \, (-h2 \, l + J2 \, u2) + \right. \\
& e1^2 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \left((4 + (-3 + e2) \, e2) \, h2 \, l - e2 \, (1 + e2) \, J2 \, u2) + 2 \right. \\
& e1 \, (h2 \, l \left((-2 + e2 \, (-3 + 4 \, e2)) \, h1 \, l + (2 + e2 \, (-3 + 2 \, e2)) \, J1 \, u1) + \right. \\
& \left. e2 \, J2 \left((5 - 4 \, e2) \, h1 \, l + (1 - 2 \, e2) \, J1 \, u1) \, u2) \right) + \\
& d1 \, g1^2 \left(e1^4 \, (-1 + e2) \, (h1 \, l - J1 \, u1)^3 \, u2^2 - 36 \, (-1 + e2) \, e2^2 \, h1 \, l \, u1^2 \right. \\
& \left. (h2 \, l - J2 \, u2)^2 + e1^2 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \left(e2 \, (4 + (-3 + e2) \, e2) \, h2^2 \, l^2 \, u1^2 - \right. \right. \\
& \left. \left. 2 \, e2 \, h2 \, l \, u1 \left((10 - 9 \, e2) \, h1 \, l + (2 - 3 \, e2) \, J1 \, u1 + (2 + (-1 + e2) \, e2) \, J2 \, u1) \right. \right. \\
& \left. \left. u2 + \left(-2 \, (-1 + e2) \, h1^2 \, l^2 + 2 \, h1 \, ((-1 + e2) \, J1 + (10 - 9 \, e2) \, e2 \, J2) \, l \, u1 + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. e2 \, J2 \left((4 - 6 \, e2) \, J1 + e2 \, (1 + e2) \, J2) \, u1^2 \right) \, u2^2 \right) + 2 \, e1^3 \, u1 \right. \\
& \left. (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2 \, (-J1 \, u2 + e2 \, (e2 \, h2 \, l + J1 \, u2 - e2 \, J2 \, u2)) + 2 \, e1 \, e2 \right. \\
& \left. u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \left(-12 \, (-1 + e2) \, h1^2 \, l^2 \, u2 + J1 \, u1^2 \left((2 + e2 \, (-3 + 2 \, e2)) \, h2 \, l + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. (1 - 2 \, e2) \, e2 \, J2 \, u2) + h1 \, l \, u1 \left((-2 + e2 \, (-15 + 16 \, e2)) \, h2 \, l + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. (12 \, (-1 + e2) \, J1 + (17 - 16 \, e2) \, e2 \, J2) \, u2) \right) \right) - \\
& 2 \, d1^2 \, (-1 + e1) \, e2 \, g1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \left(e1^3 \, e2 \, (h1 \, l - J1 \, u1)^2 \, u2 - 18 \right. \\
& \left. (-1 + e2) \, e2 \, h1 \, l \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) + e1^2 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \right. \\
& \left. \left((4 + (-3 + e2) \, e2) \, h2 \, l \, u1 + ((-4 + 3 \, e2) \, h1 \, l + (-2 + 3 \, e2) \, J1 \, u1 - \right. \right. \\
& \left. \left. e2 \, (1 + e2) \, J2 \, u1) \, u2) + 2 \, e1 \, (-3 \, (-1 + e2) \, h1^2 \, l^2 \, u2 + \right. \right. \\
& \left. \left. J1 \, u1^2 \left((2 + e2 \, (-3 + 2 \, e2)) \, h2 \, l + (1 - 2 \, e2) \, e2 \, J2 \, u2) + h1 \, l \, u1 \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left((-2 + e2 (-6 + 7 e2)) h2 l + (3 (-1 + e2) J1 + (8 - 7 e2) e2 J2) u2 \right) \Big) \Big) - \\
& a2^2 e2 l \left(c1^3 e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (d1 (-4 + e1 (2 + e1)) h1 l - 4 g1 h1 l - \right. \\
& \quad d1 (-2 + e1) e1 J1 u1) (h2 l - J2 u2)^2 - \\
& \quad c1^2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& \quad (6 g1^2 h1 l (-2 e2 h2 l u1 - e1 h1 l u2 + e1 J1 u1 u2 + 2 e2 J2 u1 u2) + d1^2 (-1 + e1) \\
& \quad \quad u1 (h2 l ((12 e2 + e1 (-1 + e1 - 7 e2 - 2 e1 e2)) h1 l + e1 (1 - e1 - 5 e2 + 2 e1 e2) \\
& \quad \quad \quad J1 u1) + e2 J2 ((-12 + e1 (7 + 2 e1)) h1 l + (5 - 2 e1) e1 J1 u1) u2) + \\
& \quad \quad d1 g1 (h2 l u1 ((-24 e2 + e1 (1 - e1 + 19 e2 + 2 e1 e2)) h1 l + \\
& \quad \quad \quad e1 (-1 + e1 + 5 e2 - 2 e1 e2) J1 u1) + (2 e1 (-3 + e1 + e1^2) h1^2 l^2 + \\
& \quad \quad \quad h1 (2 e1 (3 + e1 - 2 e1^2) J1 + (24 - e1 (19 + 2 e1)) e2 J2) l u1 + \\
& \quad \quad \quad e1 J1 (2 (-2 + e1) e1 J1 + (-5 + 2 e1) e2 J2) u1^2) u2) \Big) + c1 m1^2 \\
& \quad (d1^3 (-1 + e1)^2 e2 u1^2 (h2 l - J2 u2) (h2 l ((-12 e2 + e1 (2 + e1 (-2 + e2) + 8 e2)) \\
& \quad \quad h1 l + e1 (-2 - e1 (-2 + e2) + 4 e2) J1 u1) + e2 J2 \\
& \quad \quad (-((-12 + e1 (8 + e1)) h1 l) + (-4 + e1) e1 J1 u1) u2) - 2 d1^2 (-1 + e1) \\
& \quad \quad e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 ((-18 e2 + e1 (2 + e1 (-2 + e2) + 14 e2)) h1 l + \\
& \quad \quad \quad e1 (-2 - e1 (-2 + e2) + 4 e2) J1 u1) + (e1 (-6 + e1 (3 + e1)) h1^2 l^2 - \\
& \quad \quad \quad h1 (2 e1 (-3 + e1^2) J1 + (-18 + e1 (14 + e1)) e2 J2) l u1 + \\
& \quad \quad \quad e1 J1 ((-3 + e1) e1 J1 + (-4 + e1) e2 J2) u1^2) u2) \Big) + \\
& \quad 2 g1^3 h1 l (-e1^2 (h1 l - J1 u1)^2 u2^2 + 6 e1 e2 u1 (-h1 l + J1 u1) u2 \\
& \quad \quad (h2 l - J2 u2) - 6 e2^2 u1^2 (h2 l - J2 u2)^2) + \\
& \quad d1 g1^2 (e1^4 (h1 l - J1 u1)^3 u2^2 - 36 e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + 2 \\
& \quad \quad e1^3 u1 (h1 l - J1 u1)^2 u2 (e2 h2 l + J1 u2 - e2 J2 u2) + 2 e1 e2 u1 \\
& \quad \quad (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 (h1 (l + 16 e2 l) + (-1 + 2 e2) J1 u1) - \\
& \quad \quad \quad 2 (6 h1^2 l^2 + 2 h1 (-3 J1 + 4 e2 J2) l u1 + e2 J1 J2 u1^2) u2) + e1^2 \\
& \quad \quad (h1 l - J1 u1) (2 h1 l (-h1 l + J1 u1) u2^2 + e2^2 u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 - \\
& \quad \quad \quad 2 e2 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 - 9 h1 l u2 - 3 J1 u1 u2) \Big) \Big) + \\
& \quad m1^3 (d1^3 (-1 + e1)^2 e2 u1^2 (h2 l - J2 u2) (h2 l ((e1 - e1^2 - 4 e2 + 3 e1 e2) h1 l + \\
& \quad \quad e1 (-1 + e1 + e2) J1 u1) - e2 J2 ((-4 + 3 e1) h1 l + e1 J1 u1) u2) + \\
& \quad \quad 2 d1^2 (-1 + e1) e2 g1 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 ((e1 (-1 + e1 - 5 e2) + 6 e2) \\
& \quad \quad \quad h1 l - e1 (-1 + e1 + e2) J1 u1) + ((3 - 2 e1) e1 h1^2 l^2 + \\
& \quad \quad \quad h1 ((-3 + e1) e1 J1 + (-6 + 5 e1) e2 J2) l u1 + e1 J1 (e1 J1 + e2 J2) u1^2) \\
& \quad \quad u2) - 2 g1^3 h1 l (e1 (h1 l - J1 u1) u2 + e2 u1 (h2 l - J2 u2)) \\
& \quad \quad (e1 (h1 l - J1 u1) u2 + 2 e2 u1 (h2 l - J2 u2)) + d1 g1^2 (e1^3 (h1 l - J1 u1)^2 \\
& \quad \quad (h1 l + J1 u1) u2^2 - 12 e2^2 h1 l u1^2 (h2 l - J2 u2)^2 + e1 e2 u1 (h2 l - J2 u2) \\
& \quad \quad (-12 h1^2 l^2 u2 + h1 l u1 (h2 l + 11 e2 h2 l + 12 J1 u2 - 11 e2 J2 u2) + J1 u1^2 \\
& \quad \quad ((-1 + e2) h2 l - e2 J2 u2) + e1^2 (h1 l - J1 u1) (2 h1 l (-h1 l + J1 u1) \\
& \quad \quad u2^2 - e2 u1 (h2 l - J2 u2) (h2 l u1 - 2 (5 h1 l + J1 u1) u2) \Big) \Big) \Big) \Big) \Big) / \\
& (a1 a2 e1 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 \\
& \quad (a2 \\
& \quad \quad e2
\end{aligned}$$

```

l -
d2
(-1 +
  e2) u2) (e2
h2
l
(c1 + m1)
(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
(a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2)^2)

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1+g1) h1}{a1 e1} +$ 

$$\frac{c1 e1 g1 h1 l}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1)} - \frac{c1 e1 g1 J1 u1}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1)} -$$


$$\frac{d2 e1 g1 h1 l m1 u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1+e2) u2)} +$$


$$\frac{d2 e1 g1 J1 m1 u1 u2}{(c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1+e2) u2)} +$$


$$\frac{d2 e2 h2 l}{-a2 e2 l + d2 (-1+e2) u2} + \frac{d2 e2 J2 u2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2} - (e1 g1 h1 h2 l^2 m1) /$$


$$(e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) -$$


$$(e1 g1 h2 J1 l m1 u1) / (-e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) +$$


$$(a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (c1 d2 g1 h2^2 l u1) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d2 g1 h2^2 l m1 u1) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d2 e1 g1 h1 h2 l m1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (c1 d2 g1 h2 J2 u1 u2) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) -$$


$$(d2 e1 g1 h2 J1 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 g1 h2 J2 m1 u1 u2) /$$


$$(a2 e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(a1 d2 e1 h2 l (c1+m1) (h2 l - J2 u2)) / (a2 e2 h2 l (c1+m1)$$


$$(a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) +$$


$$e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +$$


$$(d1 (d2 (-1+e1) (d1 (-1+e1) - g1) h2 (c1+m1) u1^2 (h2 l - J2 u2) -$$


$$a1 e1 l (c1+m1) (d2 (-1+e1) h2 u1 + a2 e1 e2 (h1 l - J1 u1)) (h2 l - J2 u2) +$$


$$a2 e1 (h1 l - J1 u1) (e2 (d1 (-1+e1) - g1) h2 l (c1+m1) u1 + (e2 (d1+g1) J2$$


$$(c1+m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) /$$


$$(a2 (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) (e2 h2 l (c1+m1) (a1 e1 l + (d1-d1 e1 + g1) u1) -$$


$$(a1 e1 e2 J2 l (c1+m1) + e2 (d1+g1) J2 (c1+m1) u1 -$$


$$e1 (d1 e2 J2 (c1+m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), m1]]]$$

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
& - \left((c1 \, e1 \, g1 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \right. \\
& \quad (d2^2 \, (-1 + e2)^2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, h2 \, (c1 + m1)^2 \, u1^2 \, u2^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) + a1^2 \, e1^2 \, l^2 \\
& \quad (c1 + m1)^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, (d2^2 \, (-1 + e2)^2 \, h2 \, u2^2 + a2^2 \, e2^2 \, l \, ((1 + e2) \, h2 \, l - e2 \, J2 \, u2) + \\
& \quad a2 \, d2 \, e2 \, u2 \, (-((-2 + e2^2) \, h2 \, l) + (-2 + e2) \, e2 \, J2 \, u2)) - 2 \, a1 \, e1 \, l \, (c1 + m1) \\
& \quad (h2 \, l - J2 \, u2) \, (d2^2 \, (-1 + e2)^2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, (c1 + m1) \, u1 \, u2^2 + a2 \, d2 \\
& \quad e2 \, u2 \, (-((-2 + e2^2) \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, l \, (c1 + m1) \, u1) + (-2 + e2) \, (d1 \, e1 \, e2 \, J2 \\
& \quad (c1 + m1) \, u1 - e2 \, (d1 + g1) \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 + e1 \, g1 \, m1 \, (h1 \, l - J1 \, u1)) \, u2) + \\
& \quad a2^2 \, e2^2 \, l \, ((1 + e2) \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, l \, (c1 + m1) \, u1 + (e2 \, (d1 + g1) \\
& \quad J2 \, (c1 + m1) \, u1 - e1 \, (d1 \, e2 \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 + g1 \, m1 \, (h1 \, l - J1 \, u1))) \, u2) \left. \right) + \\
& a2^2 \, e2 \, l \, (c1^2 \, e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((1 + e2) \, h2 \, l - e2 \, J2 \, u2) + \\
& 2 \, c1 \, e2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, m1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((1 + e2) \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \\
& h2 \, l \, u1 + (-e1 \, g1 \, h1 \, l + e1 \, g1 \, J1 \, u1 + e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2 \, u1) \, u2) + \\
& m1^2 \, (e2 \, (1 + e2) \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, h2^2 \, l^2 \, u1^2 - e2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \\
& l \, u1 \, (2 \, e1 \, g1 \, h1 \, l - (2 \, e1 \, g1 \, J1 + (1 + 2 \, e2) \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2) \, u1) \, u2 + \\
& (-e1 \, g1 \, h1 \, l + e1 \, g1 \, J1 \, u1 + e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2 \, u1)^2 \, u2^2) \left. \right) - a2 \, d2 \, u2 \\
& (c1^2 \, e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((-2 + e2^2) \, h2 \, l - (-2 + e2) \, e2 \, J2 \, u2) + \\
& 2 \, c1 \, e2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, m1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, (-((-2 + e2^2) \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, h2 \, l \\
& u1) + (-2 + e2) \, (-e1 \, g1 \, h1 \, l + e1 \, g1 \, J1 \, u1 + e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2 \, u1) \, u2) + \\
& m1^2 \, (d1^2 \, (-1 + e1)^2 \, e2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((-2 + e2^2) \, h2 \, l - (-2 + e2) \, e2 \, J2 \, u2) + \\
& 2 \, d1 \, (-1 + e1) \, e2 \, g1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, (-((-2 + e2^2) \, h2 \, l \, u1) + (-2 + e2) \\
& (-e1 \, h1 \, l + e1 \, J1 \, u1 + e2 \, J2 \, u1) \, u2) + g1^2 \, (e2 \, (-2 + e2^2) \, h2^2 \, l^2 \, u1^2 + \\
& 2 \, e2 \, h2 \, l \, u1 \, ((1 + e2 - e2^2) \, J2 \, u1 + e1 \, (-2 + e2) \, (h1 \, l - J1 \, u1)) \, u2 + \\
& (-2 + e2) \, (-e1 \, h1 \, l + e1 \, J1 \, u1 + e2 \, J2 \, u1)^2 \, u2^2) \left. \right) \left. \right) / \\
& (a2 \, (c1 + m1)^2 \, (a1 \, e1 \, l + (d1 - d1 \, e1 + g1) \, u1) \, (a2 \, e2 \, l - d2 \, (-1 + e2) \, u2) \\
& (e2 \, h2 \, l \, (c1 + m1) \, (a1 \, e1 \, l + (d1 - d1 \, e1 + g1) \, u1) - \\
& (a1 \, e1 \, e2 \, J2 \, l \, (c1 + m1) + e2 \, (d1 + g1) \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 - \\
& e1 \, (d1 \, e2 \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 + g1 \, m1 \, (h1 \, l - J1 \, u1)) \, u2)^2) \left. \right)
\end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[
$$\frac{(d1 + g1) h1}{a1 e1} + \frac{c1 e1 g1 h1 l}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{c1 e1 g1 J1 u1}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)} - \frac{d2 e1 g1 h1 l m1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e1 g1 J1 m1 u1 u2}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)} + \frac{d2 e2 h2 l}{-a2 e2 l + d2 (-1 + e2) u2} + \frac{d2 e2 J2 u2}{a2 e2 l + d2 u2 - d2 e2 u2} - (e1 g1 h1 h2 l^2 m1) / (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (e1 g1 h2 J1 l m1 u1) / (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (c1 d2 g1 h2^2 l u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 g1 h2^2 l m1 u1) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d2 e1 g1 h1 h2 l m1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (c1 d2 g1 h2 J2 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 e1 g1 h2 J1 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d2 g1 h2 J2 m1 u1 u2) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - (d1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) / (a2 e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - a2 (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + (d1 (d2 (-1 + e1) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1^2 (h2 l - J2 u2) - a1 e1 l (c1 + m1) (d2 (-1 + e1) h2 u1 + a2 e1 e2 (h1 l - J1 u1)) (h2 l - J2 u2) + a2 e1 (h1 l - J1 u1) (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))) / (a2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)), c1]]$$

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
& (e1 \, g1 \, m1 \, (h1 \, l - J1 \, u1) \\
& \quad (d2^2 \, (-1 + e2)^2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, h2 \, (c1 + m1)^2 \, u1^2 \, u2^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) + a1^2 \, e1^2 \, l^2 \\
& \quad (c1 + m1)^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, (d2^2 \, (-1 + e2)^2 \, h2 \, u2^2 + a2^2 \, e2^2 \, l \, ((1 + e2) \, h2 \, l - e2 \, J2 \, u2) + \\
& \quad a2 \, d2 \, e2 \, u2 \, (-((-2 + e2^2) \, h2 \, l) + (-2 + e2) \, e2 \, J2 \, u2)) - \\
& \quad 2 \, a1 \, e1 \, l \, (c1 + m1) \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, (d2^2 \, (-1 + e2)^2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, (c1 + m1) \, u1 \, u2^2 + \\
& \quad a2 \, d2 \, e2 \, u2 \, (-((-2 + e2^2) \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, l \, (c1 + m1) \, u1) + (-2 + e2) \, (d1 \, e1 \, e2 \\
& \quad J2 \, (c1 + m1) \, u1 - e2 \, (d1 + g1) \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 + e1 \, g1 \, m1 \, (h1 \, l - J1 \, u1)) \, u2) + \\
& \quad a2^2 \, e2^2 \, l \, ((1 + e2) \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, l \, (c1 + m1) \, u1 + (e2 \, (d1 + g1) \, J2 \\
& \quad (c1 + m1) \, u1 - e1 \, (d1 \, e2 \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 + g1 \, m1 \, (h1 \, l - J1 \, u1))) \, u2) + \\
& \quad a2^2 \, e2 \, l \, (c1^2 \, e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((1 + e2) \, h2 \, l - e2 \, J2 \, u2) + \\
& \quad 2 \, c1 \, e2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, m1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((1 + e2) \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, l \, u1 + \\
& \quad (-e1 \, g1 \, h1 \, l + e1 \, g1 \, J1 \, u1 + e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2 \, u1) \, u2) + \\
& \quad m1^2 \, (e2 \, (1 + e2) \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, h2^2 \, l^2 \, u1^2 - e2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, h2 \, l \\
& \quad u1 \, (2 \, e1 \, g1 \, h1 \, l - (2 \, e1 \, g1 \, J1 + (1 + 2 \, e2) \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2) \, u1) \, u2 + \\
& \quad (-e1 \, g1 \, h1 \, l + e1 \, g1 \, J1 \, u1 + e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2 \, u1)^2 \, u2^2)) - a2 \, d2 \, u2 \\
& \quad (c1^2 \, e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1)^2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((-2 + e2^2) \, h2 \, l - (-2 + e2) \, e2 \, J2 \, u2) + 2 \, c1 \\
& \quad e2 \, (d1 \, (-1 + e1) - g1) \, m1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, (-((-2 + e2^2) \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, h2 \, l \, u1) + \\
& \quad (-2 + e2) \, (-e1 \, g1 \, h1 \, l + e1 \, g1 \, J1 \, u1 + e2 \, (d1 - d1 \, e1 + g1) \, J2 \, u1) \, u2) + \\
& \quad m1^2 \, (d1^2 \, (-1 + e1)^2 \, e2 \, u1^2 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \, ((-2 + e2^2) \, h2 \, l - (-2 + e2) \, e2 \, J2 \, u2) + \\
& \quad 2 \, d1 \, (-1 + e1) \, e2 \, g1 \, u1 \, (h2 \, l - J2 \, u2) \\
& \quad (-((-2 + e2^2) \, h2 \, l \, u1) + (-2 + e2) \, (-e1 \, h1 \, l + e1 \, J1 \, u1 + e2 \, J2 \, u1) \, u2) + \\
& \quad g1^2 \, (e2 \, (-2 + e2^2) \, h2^2 \, l^2 \, u1^2 + 2 \, e2 \, h2 \, l \, u1 \, ((1 + e2 - e2^2) \, J2 \, u1 + e1 \, (-2 + e2) \\
& \quad (h1 \, l - J1 \, u1)) \, u2 + (-2 + e2) \, (-e1 \, h1 \, l + e1 \, J1 \, u1 + e2 \, J2 \, u1)^2 \, u2^2))))) / \\
& (a2 \, (c1 + m1)^2 \, (a1 \, e1 \, l + (d1 - d1 \, e1 + g1) \, u1) \, (a2 \, e2 \, l - d2 \, (-1 + e2) \, u2) \\
& \quad (e2 \, h2 \, l \, (c1 + m1) \, (a1 \, e1 \, l + (d1 - d1 \, e1 + g1) \, u1) - \\
& \quad (a1 \, e1 \, e2 \, J2 \, l \, (c1 + m1) + e2 \, (d1 + g1) \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 - \\
& \quad e1 \, (d1 \, e2 \, J2 \, (c1 + m1) \, u1 + g1 \, m1 \, (h1 \, l - J1 \, u1))) \, u2)^2)
\end{aligned}$$

Productivity

Ecosystem 1

Primary producers

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , a1]]
```

Out[*]=

$$-\frac{(d1 + g1) u1 (2 a1 e1 (d1 - d1 e1 + g1) h1 l + a1^2 e1^2 J1 l + (d1 - d1 e1 + g1)^2 h1 u1)}{a1^2 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , d1]]
```

Out[*]=

$$\frac{(u1 (a1 e1 (-2 d1 (-1 + e1) h1 - (-2 + e1) g1 h1 + a1 e1 J1) l + ((d1 - d1 e1 + g1)^2 h1 + a1 e1^2 g1 J1) u1))}{(a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2)}$$

```
In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , d2]]
```

Out[*]=

0

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , g1]]
```

Out[*]=

$$\frac{u1 (a1 e1 (-d1 (-2 + e1) h1 + 2 g1 h1 + a1 e1 J1) l + ((d1 - d1 e1 + g1)^2 h1 - a1 d1 e1^2 J1) u1)}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , m1]]
```

Out[*]=

0

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , c1]]
```

Out[*]=

0


```
In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , J1]]
```

Out[*]=

$$\frac{(d1 + g1) u1}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$$

```
In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $\frac{(d1 + g1) ((d1 - d1 e1 + g1) h1 + a1 e1 J1) u1}{a1 e1 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)}$ , J2]]
```

Out[*]=

0

Consumers

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $-\frac{e1 (d1 + g1) (h1 l - J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , a1]]
```

Out[*]=

$$\frac{e1^2 (d1 + g1) l (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $-\frac{e1 (d1 + g1) (h1 l - J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , d1]]
```

Out[*]=

$$-\frac{e1^2 (a1 l + g1 u1) (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[ $-\frac{e1 (d1 + g1) (h1 l - J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , g1]]
```

Out[*]=

$$-\frac{e1^2 (a1 l - d1 u1) (h1 l - J1 u1)}{(a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2}$$

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[- $\frac{e1 (d1 + g1) (h1 l - J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , m1]
```

Out[*]=

0

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[D[- $\frac{e1 (d1 + g1) (h1 l - J1 u1)}{a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1}$ , c1]]
```

Out[*]=

0

Ecosystem 2

Primary Producers

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))), a1]]
Out[*]=
(e12 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) u2
  (d22 (-1 + e2)2 (d1 - d1 e1 + g1)2 h2 (c1 + m1)2 u12 u2 (h2 l - J2 u2) +
  a22 l (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1
    (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + 2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) -
    (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))2 u2) +
  a12 e12 l2 (c1 + m1)2 (h2 l - J2 u2) (a22 e22 J2 l + d22 (-1 + e2)2 h2 u2 -
  a2 d2 e2 ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) + 2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (a22 e2 l
    (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) -
    d22 (-1 + e2)2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 +
    a2 d2 e2 ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 -
    e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
  a2 d2 (-c12 e2 (d1 - d1 e1 + g1)2 u12 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) -
  2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1 +
    (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) +
  m12 (-((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)2 h22 l2 u12) - 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1)
    h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
    (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)2 u22))) /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
    e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)2)

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))), a2]]

```

Out[*]=

```

(d2 u2 (-a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (a2 e2 (-2 d2 (-1 + e2) h2 + a2 e2 J2) l + d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2)
  (h2 l - J2 u2) + 2 a2 d2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1)
  h2 l (c1 + m1) u1 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
  ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) -
  d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1)
  u1 + ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
  a2^2 l (-c1^2 e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 J2 u1^2 (h2 l - J2 u2) - c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1
  u1 (h2 l (-e1 (-2 + e2) g1 h1 l + e1 (-2 + e2) g1 J1 u1 - 2 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) +
  2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2) +
  m1^2 (-e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1 (-e1 (-2 + e2) g1 h1 l -
  e2 (d1 + g1) J2 u1 + e1 ((-2 + e2) g1 J1 + d1 e2 J2) u1) +
  (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2)) +
  a1 e1 l (c1 + m1) (2 a2 d2 (-1 + e2) e2 h2 l (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
  (2 d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - 2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
  d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2 (2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 +
  (2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (2 d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) +
  a2^2 e2 l (e1 h2 l (2 d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - (-2 + e2) g1 m1 (h1 l - J1 u1)) -
  2 e1 J2 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
  2 e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 (-h2 l + J2 u2))) /
  (a2^2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[- ((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))), d1]]

```

Out[*]=

```

((-1 + e1) e1 g1 m1 u1 (h1 l - J1 u1) u2
(-d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 (c1 + m1)^2 u1^2 u2 (h2 l - J2 u2) +
a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2)
(a2 e2 (d2 (-2 + e2) h2 - a2 e2 J2) l + d2 (-d2 (-1 + e2)^2 h2 + a2 e2^2 J2) u2) +
a2^2 l (-e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1
(d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + 2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) +
(e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))^2 u2) -
2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (a2^2 e2 l (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) -
d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 +
a2 d2 e2 ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 -
e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) +
2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1 +
(e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) +
m1^2 ((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 + 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1)
h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 -
(-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2))) /
(a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
(e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2)

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2))), d2]]

```

Out[*]=

$$\begin{aligned}
 & - \left(u2 \left(-a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 \left(a2 e2 (-2 d2 (-1 + e2) h2 + a2 e2 J2) l + d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2 \right) \right. \right. \\
 & \quad (h2 l - J2 u2) + 2 a2 d2 (-1 + e2) e2 (d1 (-1 + e1) - g1) \\
 & \quad h2 l (c1 + m1) u1 ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \\
 & \quad ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) - \\
 & \quad d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 \\
 & \quad ((d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + \\
 & \quad ((d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + \\
 & \quad a2^2 l \left(-c1^2 e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 J2 u1^2 (h2 l - J2 u2) - c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 \right. \\
 & \quad (h2 l (-e1 (-2 + e2) g1 h1 l + e1 (-2 + e2) g1 J1 u1 - 2 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) + \\
 & \quad 2 J2 (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1) u2) + \\
 & \quad m1^2 (-e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1 (-e1 (-2 + e2) g1 h1 l - \\
 & \quad e2 (d1 + g1) J2 u1 + e1 ((-2 + e2) g1 J1 + d1 e2 J2) u1) + \\
 & \quad \left. \left. (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2 \right) \right) + a1 e1 l (c1 + m1) \\
 & \quad (2 a2 d2 (-1 + e2) e2 h2 l (-2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 d1 e1 \\
 & \quad J2 (c1 + m1) u1 - 2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) + \\
 & \quad d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2 (2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (2 (d1 + g1) \\
 & \quad J2 (c1 + m1) u1 - e1 (2 d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) + \\
 & \quad a2^2 e2 l (e1 h2 l (2 d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - (-2 + e2) g1 m1 (h1 l - J1 u1)) - \\
 & \quad 2 e1 J2 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 + \\
 & \quad \left. \left. 2 e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 (-h2 l + J2 u2) \right) \right) \right) / \\
 & \quad (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2 \\
 & \quad (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - \\
 & \quad (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - \\
 & \quad e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2))
 \end{aligned}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))), g1]]

```

Out[*]=

```

-((e1 m1 (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1) u2
  (d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 (c1 + m1)^2 u1^2 u2 (h2 l - J2 u2) +
  a2^2 l (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1
    (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + 2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) -
    (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))^2
    u2) + a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2)
    (a2^2 e2^2 J2 l + d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2 - a2 d2 e2 ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2)) +
    2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (a2^2 e2 l
      (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) -
      d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 +
      a2 d2 e2 ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 -
        e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2)) +
      a2 d2 (-c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) -
        2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1)
          h2 l u1 + (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) +
        m1^2 (-((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2) - 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1)
          h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
          (-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2))

```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))), m1]]
Out[*]=
(c1 e1 g1 (h1 l - J1 u1) u2 (-d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 (c1 + m1)^2 u1^2 u2 (h2 l - J2 u2) +
a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2)
(a2 e2 (d2 (-2 + e2) h2 - a2 e2 J2) l + d2 (-d2 (-1 + e2)^2 h2 + a2 e2^2 J2) u2) +
a2^2 l (-e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1
(d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + 2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) +
(e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))^2 u2) -
2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (a2^2 e2 l (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) -
d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 +
a2 d2 e2 ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 -
e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2) +
a2 d2 (c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) +
2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1 +
(e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) +
m1^2 ((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2 + 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1)
h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 -
(-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2))) /
(a2 (c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
(e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2)

```



```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))), c1]]
Out[*]=
(e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1) u2 (d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2 (c1 + m1)^2 u1^2 u2 (h2 l - J2 u2) +
a2^2 l (e2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1
(d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 - e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + 2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) -
(e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))^2 u2) +
a1^2 e1^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2) (a2^2 e2^2 J2 l + d2^2 (-1 + e2)^2 h2 u2 -
a2 d2 e2 ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2)) + 2 a1 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2) (a2^2 e2 l
(e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) -
d2^2 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 u2 +
a2 d2 e2 ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 -
e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2)) +
a2 d2 (-c1^2 e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 u1^2 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) h2 l + e2 J2 u2) -
2 c1 e2 (d1 (-1 + e1) - g1) m1 u1 (h2 l - J2 u2) ((-2 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l u1 +
(e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2) +
m1^2 (-((-2 + e2) e2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 u1^2) - 2 e2 (d1 (-1 + e1) - g1)
h2 l u1 (e1 g1 h1 l - (e1 g1 J1 + (d1 - d1 e1 + g1) J2) u1) u2 +
(-e1 g1 h1 l + e1 g1 J1 u1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 u1)^2 u2^2))) /
(a2 (c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
(e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)^2)

```

```

In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))), J1]]

Out[*]=
(e1 g1 m1 u1 u2
  (-((a2 e1 g1 h1 l m1 + a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) - d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 -
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    (a2 l - d2 u2) (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)) +
    (a2 e1 g1 h1 l m1 + a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) -
    d2 (-1 + e2) (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 -
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)) -
    a2 (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
    e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)
    (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2)))) /
  (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)
  (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
  (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) +
    e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2)2)

```

```
In[*]:= ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[-(((-a2 e1 g1 h1 l m1 - a1 e1 (d2 (-1 + e2) h2 - a2 e2 J2) l (c1 + m1) + d2 (-1 + e2)
    (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 (c1 e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 + e1 g1 J1 m1 + e2 (d1 - d1 e1 + g1) J2 m1) u1)
    u2 (d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) +
    d2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 u2 - d2 e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 -
    a1 d2 e1 l (c1 + m1) (h2 l - J2 u2))) /
    (a2 (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
    (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
    (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
    e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2))), J2]]
```

```
Out[*]=
(u2 (a2^2 e1 e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 l^2 m1 (c1 + m1) u1 (h1 l - J1 u1) -
  d2^2 e1 (-1 + e2)^2 (d1 (-1 + e1) - g1) g1 h2 m1 (c1 + m1) u1 (-h1 l + J1 u1) u2^2 +
  a1^2 a2 d2 e1^2 e2^2 l^2 (c1 + m1)^2 (h2 l - J2 u2)^2 +
  a2 d2 (e2^2 (d1 - d1 e1 + g1)^2 h2^2 l^2 (c1 + m1)^2 u1^2 - 2 e2^2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 l (c1 + m1)
    u1 (d1 e1 J2 (c1 + m1) u1 - (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2 +
    (e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)))^2 u2^2) -
  a1 e1 l (c1 + m1) (a2 e2^2 h2 l^2 (2 d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 +
    a2 e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1)) + 2 a2 d2 e2^2 h2 l
    (2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (2 d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2 +
    d2 (d2 e1 (-1 + e2)^2 g1 h2 m1 (h1 l - J1 u1) + 2 a2 e2 J2 (d1 e1 e2 J2 (c1 + m1) u1 -
    e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 + e1 g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2^2))) /
(a2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2) (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) -
  (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 -
  e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1)) u2)^2)
```

Consumers

```
ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1
    m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
    ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), a1]]
```

```
Out[*]=
- (e1^2 e2 g1 l m1 (h1 l - J1 u1) (a2 l - d2 u2)
  (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)
```

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1
    m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
    ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), a2]]

```

Out[*]=

$$\frac{(d2 e2 l (e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) - (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))}{((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2)}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1
    m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
    ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), d1]]

```

Out[*]=

$$\frac{(-1 + e1) e1 e2 g1 m1 u1 (h1 l - J1 u1) (a2 l - d2 u2)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1
    m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
    ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), d2]]

```

Out[*]=

$$\frac{(a2 e2 l (-e2 h2 l (c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) + (a1 e1 e2 J2 l (c1 + m1) + e2 (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 e2 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2))}{((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)^2)}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1
    m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
    ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), g1]]

```

Out[*]=

$$\frac{e1 e2 m1 (a1 e1 l - d1 (-1 + e1) u1) (h1 l - J1 u1) (a2 l - d2 u2)}{(c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1)^2 (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1
    m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
    ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), m1]]

```

Out[*]=

$$\frac{c1 e1 e2 g1 (h1 l - J1 u1) (a2 l - d2 u2)}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$

```

ClearAll[N1, N2, P1, P2, C1, C2, a1, a2,
  l, J1, J2, e1, e2, m1, g1, Q, d1, d2, h1, h2, u1, u2, c1];
FullSimplify[
  D[(e2 l (-a1 d2 e1 h2 l (c1 + m1) + d2 (d1 (-1 + e1) - g1) h2 (c1 + m1) u1 + a2 e1 g1
    m1 (h1 l - J1 u1)) + d2 e2 (a1 e1 J2 l (c1 + m1) +
    (d1 + g1) J2 (c1 + m1) u1 - e1 (d1 J2 (c1 + m1) u1 + g1 m1 (h1 l - J1 u1))) u2) /
    ((c1 + m1) (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)), c1]]

```

Out[*]=

$$-\frac{e1 e2 g1 m1 (h1 l - J1 u1) (a2 l - d2 u2)}{(c1 + m1)^2 (a1 e1 l + (d1 - d1 e1 + g1) u1) (a2 e2 l - d2 (-1 + e2) u2)}$$