



UNIVERSITÀ  
DI SIENA  
1240

University of Siena  
Department of Information Engineering  
and Mathematics

---

Msc: Engineering Management

*Decision Analysis*  
*Project work*

Professor:  
Antonello  
Giannitrapani

Project Team:  
Gabriele Belardi  
Antonio Ugolini  
Matteo Vadi

04/06/2020

# Formulazione

## Orizzonte Temporale

$t=0,1,\dots$

## Stato

$x_t = (x_{1t}, x_{2t}) \in X = \{(x_{1t}, x_{2t}) : x_{1t} = 0, \dots, S \ x_{2t} = 0, \dots, S\}$

$x_t$ : numero di pezzi presenti nei cestì all'istante  $t$ ,  $x_{1t}$  numero di pezzi nel cesto numero 1,  $x_{2t}$  numero di pezzi nel cesto numero 2.

$S$ : numero massimo di pezzi in ogni cesto.

## Input

$u_t = (u_{1t}, u_{2t}) \in U = \{(0,0); (1,1); (2,0); (0,2)\}$

$u_t$ : numero di pezzi di ogni cesto utilizzati per produrre una confezione all'istante  $t$ ,  $u_{1t}$  numero di pezzi del cesto 1 utilizzati per la produzione,  $u_{2t}$  numero di pezzi del cesto 2 utilizzati per la produzione.

$u_t \in U = U(x_t)$

$x_t = (0, x_{2t}) : x_{2t} \geq 2 \ U = \{(0,0); (0,2)\}$

$x_t = (x_{1t}, 0) : x_{1t} \geq 2 \ U = \{(0,0); (2,0)\}$

$x_t = (1,1) \ U = \{(0,0); (1,1)\}$

$x_t = (1, x_{2t}) : x_{2t} \geq 2 \ U = \{(0,0); (1,1); (0,2)\}$

$x_t = (x_{1t}, 1) : x_{1t} \geq 2 \ U = \{(0,0); (1,1); (2,0)\}$

$x_t = (x_{1t}, x_{2t}) : x_{1t} + x_{2t} < 2 \ U = \{(0,0)\}$

Altrimenti  $U = \{(0,0); (1,1); (2,0); (0,2)\}$

## Incertezza

$w_t = (w_{1t}, w_{2t}) \in W = \{(0,0); (1,0); (0,1); (1,1)\}$

$\Pr (0,0) = (1-p_1)(1-p_2)$

$$\Pr(1,0) = p_1(1-p_2)$$

$$\Pr(0,1) = (1-p_1)p_2$$

$$\Pr(1,1) = p_1p_2$$

$w_t$ : possibile arrivo di un nuovo pezzo in ogni cesto,  $w_{1t}$  è uguale ad 1 nel caso in cui si verifichi l'arrivo di un nuovo pezzo nel cesto 1 all'istante  $t$  mentre se non si verifica un nuovo arrivo sarà 0 (lo stesso accade con  $w_{2t}$  per il cesto 2).

## Dinamica

$$x_{t+1} = x_t + w_t - u_t$$

## Stage Cost e Total Discounted Cost

$$c_{1t} = \begin{cases} g_1 x_{1t}^2 + R w_{1t} & \text{se } x_{1,t-1} = S \text{ e } w_{1t} = 1 \\ g_1 x_{1t}^2 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$c_{2t} = \begin{cases} g_2 x_{2t}^2 + R w_{2t} & \text{se } x_{2,t-1} = S \text{ e } w_{2t} = 1 \\ g_2 x_{2t}^2 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$h_t = \begin{cases} 0 & \text{se } u_t = (0,0) \\ -1 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$J = \mathbf{E} \left[ \sum \alpha^t z(x_t, u_t, w_t) \right]$$

$$z(x_t, u_t, w_t) = c_{1t} + c_{2t} + h_t$$

## Dati

$$S = 9$$

$$p_1 = 0.85$$

$$p_2 = 0.95$$

$$R = 10$$

$$g_1 = 0.01$$

$$g^2 = 0.01$$

$$\alpha = 0.95$$