2 Ausgänge / Arten von Kugeln

Variationen / Kombinationen

– Reihenfolge betrachtet: **Urnenmodell**

– Unterscheidbarkeit betr.: **Fächermodell**

$n = 3$
$k = 2$

unterscheidbar / m. R.
– m. W. / m. Z.
(k beliebig)

Urne: 1, 2, 3 — $(\;)_2$

11 12 13
21 22 23
31 32 33

ODER $3^2 = 9$

Fächermodell: 1 2 3 (beliebig viel Platz)

unterscheidbar / o. R.
– o. W. / o. Z.
($k \leq n$)
– wenn $k = n$, dann Permutation

$(\;)_2$, $\neq$

12 13 21
23 31 32

$\frac{3!}{(3-2)!} = 6$

Fächermodell: 1 2 3 (¬ unterscheidbar)

¬ unterscheidbar / o. R.
– m. W. / m. Z.
(k beliebig)

$\leq$, Multi $\{\}$

11 12 13
22 23 33

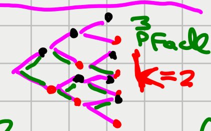
$\binom{3+2-1}{2} = \frac{(3+2-1)!}{2!(3-1)!} = \frac{24}{4} = 6$

Fächermodell: 1 2 3 (beliebig viel Platz, ¬ unterscheidbar)

¬ unterscheidbar / o. R.
– o. W. / o. Z.
($k \leq n$)

12 13
23 $<$ $\{\}_2$

Graph:



$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{6}{2} = 3$

1 2 3 — Reihenfolge spielt keine Rolle, da nicht unterscheidbar

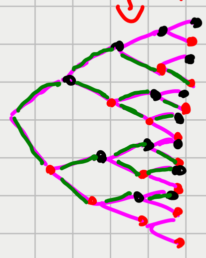
Mehrere Ausgänge / Arten von Kugeln

$n = 4$
$k_1 = 2 \quad k_2 = 2$

¬ unterscheidbar / o. R. innerhalb von rot u. schwarz aber rot und schwarz unterscheidbar / m. R.
– o. W. / o. Z.
(aber $k_1 + k_2 = n$)

Reihenfolge egal
Reihenfolge egal

Graph:



¬ unterscheidbar

12|34 13|24 14|23
23|14 24|13 34|12

nur k_1 und k_2 viel Platz

$\binom{4}{2,2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{24}{4} = 6$

→ Formel für ununterscheidbare Objekte:

$\frac{n!}{o!}$

n = Gesamtobjekte
o = ununterscheidbare Objekte darunter