Prof. Dr. Christoph Scholl
Tobias Seufert

**Freiburg, 21. Juni 2023**

# Technische Informatik
## Übungsblatt 9

*Hinweis: Auf diesem Blatt befindet sich eine „Bonusaufgabe“. Diese Aufgabe zählt nicht in die Gesamtheit der Aufgaben, bei sinnvoller Bearbeitung wird sie jedoch zur Menge der sinnvoll bearbeiteten Aufgaben gerechnet.*

**Aufgabe 1** ($3 + 1 + 2$ Punkte)

a) Zeichnen Sie den 4-Bit-Carry-Ripple-Addierer $CR_4$ über der Bibliothek $BIB = \mathbb{B}_1 \cup \mathbb{B}_2$. Verwenden Sie dabei keine hierarchischen Teilschaltkreise.

b) Kennzeichnen Sie den längsten Pfad in ihrem Schaltkreis und geben Sie dessen Tiefe an.

c) Bestimmen Sie für jedes Gatter des ermittelten Schaltkreises den Wert des Gatterausganges für die Belegung
$b_3 = 1$, $b_2 = 1$, $b_1 = 0$, $b_0 = 1$, $a_3 = 1$, $a_2 = 0$, $a_1 = 0$, $a_0 = 1$, $c_{-1} = 0$.

**Aufgabe 2** ($3 + 3$ Punkte)

Ein $n$-Bit Inkrementer $INC_n$ berechnet die Funktion $inc_n : \mathbb{B}_{n+1} \mapsto \mathbb{B}_{n+1}$, $inc_n(a_{n-1}, \ldots, a_0, c) = (s_n \ldots, s_0)$ mit $\langle s_n \ldots s_0 \rangle = \langle a \rangle + c$. In der Vorlesung wurde vorgestellt, wie man einen $n$-Bit Inkrementer nach dem beim $n$-Bit Carry-Ripple-Addierer verwendeten Schema konstruieren kann.

a) Konstruieren Sie nun einen schnelleren $n$-Bit Inkrementer $CSA\text{-}INC_n$ auf Basis des in der Vorlesung vorgestellten $n$-Bit Conditional-Sum-Addierers. Geben Sie hierzu die Basiszelle $CSA\text{-}INC_1$ und den rekursiven Aufbau von $CSA\text{-}INC_n$ für $n > 1$ an. $n$ sei hierbei eine Zweierpotenz, d. h. $n = 2^k$ für $k \in \mathbb{N}$.

b) Geben Sie die Tiefe Ihres $n$-Bit Inkrementers $CSA\text{-}INC_n$ an, und beweisen Sie Ihre Aussage. Geben Sie die Kosten Ihres $n$-Bit Inkrementers $CSA\text{-}INC_n$ *nur asymptotisch* an, und begründen Sie lediglich kurz.

**Aufgabe 3** (3 Punkte)

In der Vorlesung wurde $\mathrm{sext}(y) := y_{23}^{8}y$ mit $y \in \mathbb{B}^{24}$ als die *Sign Extension* von $y$ definiert. Betrachten Sie hier den allgemeinen Fall für $y \in \mathbb{B}^n$ mit $y = y_{n-1} \dots y_0$. Dann ist die *Sign Extension* von $y$ um $k$ Bits definiert als: $\mathrm{sext_k}(y) := y_{n-1}^{k}y$

Beweisen Sie, dass $[y]_2 = [\mathrm{sext_k}(y)]_2$ gilt.

*Hinweis:* Beachten Sie, dass es sich hier um die Zweier-Komplement-Darstellung handelt!

## Aufgabe 4 (*Bonusaufgabe:* 3 Punkte)

Addieren Sie die folgenden Paare von 6-Bit Zweierkomplementzahlen mit der in der Vorlesung gezeigten Methode. Ist das Ergebnis nicht als 6-Bit Zweierkomplementzahl darstellbar, so geben Sie dies explizit an und begründen Sie.

a) $[100000]_2$ und $[011111]_2$

b) $[100000]_2$ und $[100000]_2$

c) $[010001]_2$ und $[011011]_2$

**Abgabe: 28. Juni 2023, 13$^{\underline{00}}$ über das Übungsportal**