Tutorat 3

Kodierung von Zahlen, Zahlensysteme, Darstellung negativer Festkommazahlen

Gruppe 8

Präsentator: Krister Möller

(kristermoeller@gmx.net)

Vorlesung von: Prof. Dr. Scholl

Übungsgruppenbetreuung:

Tobias Seufert

14. Mai 2023

Universität Freiburg, Lehrstuhl für Rechnerarchitektur

Gliederung

Aufgabe 1

Aufgabe 3

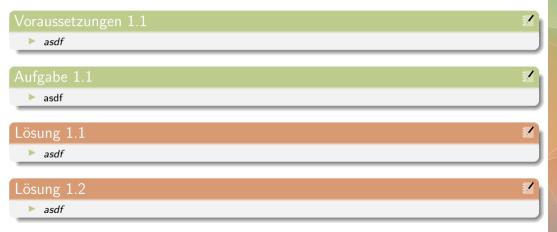
Appendix

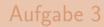




Aufgabe 1 I

Zahlensysteme und Darstellung negativer Kommazahlen





Krister Möller Tutorat 3, Gruppe 8 Universität Freiburg

Aufgabe 2 I

Darstellung von Festkommazahlen - Dezimalsystem

Lösung 2.1

1

$$x = 10^n - 1, [d_n d_{n-1} \dots d_0]_9 = \sum_{i=0}^{n-1} d_i \cdot 10^i - d_n \cdot x$$

- Die größte darstellbare Zahl ist für beliebige n > 0: $10^n 1$ und für n = 4: $10^4 1 = 9999$
- Für einen symmetrischen Zahlenbereich kann man sich erstmal überlegen, dass man zwei Darstellung für die 0 braucht und auch die Negation der größten darstellbaren Zahl darstellbar sein muss. D.h. für z.B. n = 4 muss man auch −9999 darstellen können. Und diesen Grenzfall erreicht man, indem man von 0 9999 abzieht.

Aufgabe 2.2



- Komplementieren der Ziffern in der Neuner-KomplementDarstellung definiert werden muss, damit das folgende Lemma gilt:
- Lemma: Sei a eine Festkommazahl im Dezimalsystem, a' die Festkommazahl im Dezimalsystem, die aus a durch Komplementieren aller Ziffern hervorgeht. Dann gilt $[a']_9 + [a]_9 = 0$.

Aufgabe 2 II

Darstellung von Festkommazahlen - Dezimalsystem

Lösung 2.2

- Das Einerkomplent im Binärsystem interpretiert Zahlen mit führenden 0en als nichtnegative Zahlen und Zahlen mit führenden 1en als negative Zahlen. Um das Einerkomplement einer Zahl zu bekommen werden alle Bits invertiert.
- Analog dazu kann man das Neunerkomplement im Dezimalsystem bilden. In der Aufgabenstellung ist definiert, dass auch hier die höchstwertigste Ziffer nur 0 oder 1 sein kann.
- Das Invertieren wäre hier die Ersetzung nach folgender Funktion:

$$inv: \{0, 1, \dots, 8, 9\} \Rightarrow \{0, 1, \dots, 8, 9\}: d_i \mapsto \begin{cases} 9 - d_i & 0 \le i < n \\ 1 - d_i & i = n \text{ und } d_i \in \{0, 1\} \end{cases}$$

Für 01784 ist die komplementierte Zahl: 18215

$$[01784]_0 + [18215]_9 = 1784 + (8215 - 9999) = (1784 + 8215) - 9999 = 9999 - 9999 = 0$$





Appendix I

Hexadecimal System

Example:
$$\underline{beef}_{16} = 11 \cdot 16^3 + 14 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0$$

= $11 \cdot 4096 + 14 \cdot 256 + 14 \cdot 16 + 15$
= 48879

▶ all Bin and Hex assigned:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111 1000 1001 A B C D E F 1010 1011 1100 1101 1110 1111

Appendix II

Hexadecimal System

► Hex ⇒ Bin

D 4 F 6 6 E 1101 0100 1111 0110 0110 1110

▶ Bin ⇒ Hex

1101 0100 1111 0110 0110 1110 D 4 F 6 6 E

Appendix III

Hexadecimal System

Derivation

$$\begin{aligned} \text{\Rightarrow} & a4_{16} = 10 \cdot 16^{1} + 4 \cdot 16^{0} \\ & = 10 \cdot (2^{4})^{1} + 4 \cdot (2^{4})^{0} \\ & = 1010_{2} \cdot 2^{4} + 0100_{2} \cdot 1 \\ & = (1000_{2} \cdot 2^{4} + 10_{2} \cdot 2^{4}) + (100_{2} \cdot 2^{0}) \\ & = (1 \cdot 2^{7} + 1 \cdot 2^{5}) + (1 \cdot 2^{2}) \\ & = 1010_0100_{2} \end{aligned}$$

- idea: shifting a number works in hexadecimal system $1a_{16} \cdot 10_{16}^2 = 1a00$ decimal system $17 \cdot 10^2 = 1700$ and binary system $11_2 \cdot 10_2^2 = 1100_2$ quite similar.
- but beacuse of $16 = 2^4$ the hexadecimal and binary system are particularly easy to convert into each other.