Tutorat 3

Kodierung von Zahlen, Zahlensysteme, Darstellung negativer Festkommazahlen

Gruppe 8

Präsentator:
Krister Möller
(kristermoeller@gmx.net)

Vorlesung von:
Prof. Dr. Scholl

Übungsgruppenbetreuung:
Tobias Seufert

14. Mai 2023

Universität Freiburg, Lehrstuhl für Rechnerarchitektur

Gliederung

Aufgabe 1

Aufgabe 1 I

Zahlensysteme und Darstellung negativer Kommazahlen

Voraussetzungen 1.1

- *asdf*

Aufgabe 1.1

- asdf

Lösung 1.1

- *asdf*

Lösung 1.2

- *asdf*

Aufgabe 3

Aufgabe 2 I

Darstellung von Festkommazahlen - Dezimalsystem

Lösung 2.1

- $x = 10^n - 1$, $[d_n d_{n-1} \ldots d_0]_9 = \sum_{i=0}^{n-1} d_i \cdot 10^i - d_n \cdot \ x$
- *Die größte darstellbare Zahl ist für beliebige $n > 0$: $10^n - 1$ und für $n = 4$: $10^4 - 1 = 9999$*
- *Für einen symmetrischen Zahlenbereich kann man sich erstmal überlegen, dass man zwei Darstellung für die 0 braucht und auch die Negation der größten darstellbaren Zahl darstellbar sein muss. D.h. für z.B. $n = 4$ muss man auch -9999 darstellen können. Und diesen Grenzfall erreicht man, indem man von 0 9999 abzieht.*

Aufgabe 2.2

- Komplementieren der Ziffern in der Neuner-KomplementDarstellung definiert werden muss, damit das folgende Lemma gilt:
- Lemma: Sei a eine Festkommazahl im Dezimalsystem, a' die Festkommazahl im Dezimalsystem, die aus a durch Komplementieren aller Ziffern hervorgeht. Dann gilt $[a']_9 + [a]_9 = 0$.

Aufgabe 2 II

Darstellung von Festkommazahlen - Dezimalsystem

Lösung 2.2

- *Das Einerkomplent im Binärsystem interpretiert Zahlen mit führenden* 0*en als nichtnegative Zahlen und Zahlen mit führenden* 1*en als negative Zahlen. Um das Einerkomplement einer Zahl zu bekommen werden alle Bits invertiert.*
- *Analog dazu kann man das Neunerkomplement im Dezimalsystem bilden. In der Aufgabenstellung ist definiert, dass auch hier die höchstwertigste Ziffer nur* 0 *oder* 1 *sein kann.*
- *Das Invertieren wäre hier die Ersetzung nach folgender Funktion:*

$$inv : \{0, 1, \ldots, 8, 9\} \Rightarrow \{0, 1, \ldots, 8, 9\} : d_i \mapsto \begin{cases} 9 - d_i & 0 \leq i < n \\ 1 - d_i & i = n \text{ und } d_i \in \{0, 1\} \end{cases}$$

- *Für* 01784 *ist die komplementierte Zahl:* 18215

$$[01784]_0 + [18215]_9 = 1784 + (8215 - 9999) = (1784 + 8215) - 9999 = 9999 - 9999 = 0$$

Appendix

Appendix I

Hexadecimal System

- Example: $\underline{beef}_{16} = 11 \cdot 16^3 + 14 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0$
  $= 11 \cdot 4096 + 14 \cdot 256 + 14 \cdot 16 + 15$
  $= 48879$
- all Bin and Hex assigned:

```
0    1    2    3    4    5    6    7    8    9
---- ---- ---- ---- ---- ---- ---- ---- ---- ----
0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111 1000 1001

A    B    C    D    E    F
---- ---- ---- ---- ---- ----
1010 1011 1100 1101 1110 1111
```

Appendix II

Hexadecimal System

- Hex $\Rightarrow$ Bin:

```
   D    4    F    6    6    E
1101 0100 1111 0110 0110 1110
```

- Bin $\Rightarrow$ Hex:

```
1101 0100 1111 0110 0110 1110
   D    4    F    6    6    E
```

Appendix III

Hexadecimal System

- Derivation:

  - $$\begin{aligned} a4_{16} &= 10 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 \\ &= 10 \cdot (2^4)^1 + 4 \cdot (2^4)^0 \\ &= 1010_2 \cdot 2^4 + 0100_2 \cdot 1 \\ &= (1000_2 \cdot 2^4 + 10_2 \cdot 2^4) + (100_2 \cdot 2^0) \\ &= (1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^5) + (1 \cdot 2^2) \\ &= 1010\_0100_2 \end{aligned}$$

  - idea: shifting a number works in hexadecimal system $1a_{16} \cdot 10^2_{16} = 1a00$ decimal system $17 \cdot 10^2 = 1700$ and binary system $11_2 \cdot 10^2_2 = 1100_2$ quite similar.

  - but beacuse of $16 = 2^4$ the hexadecimal and binary system are particulary easy to convert into each other.