Szakdolgozat

Miskolci Egyetem

Nim játék nyerő stratégiájának bemutatása példa programmal

Készítette:

Pozsgay Máté

Programtervező Informatikus

Témavezető:

Körei Attila

Miskolc, 2017

Miskolci Egyetem
Gépészmérnöki és Informatikai Kar
Alkalmazott Matematikai Tanszék **Szám:**

Szakdolgozat Feladat

Pozsgay Máté (PW72KS) programtervező informatikus jelölt részére.

A szakdolgozat tárgyköre: Logikai játékok nyerő stratégiáinak keresése

A szakdolgozat címe: Nim játék nyerő stratégiájának bemutatása példaprogrammal

A feladat részletezése:
Kétszemélyes, teljes információjú játékok vizsgálata. A játékfa bejárására, elemzésére, levágására alkalmas módszerek bemutatása (minimax tétel, alfabéta algoritmus). A nyerő stratégia létezésének kérdése. Northcott-sakkot (Nim játék egy variánsa) játszó program elkészítése, tesztelése.

Témavezető(k): Dr. Körei Attila egyetemi docens

A feladat kiadásának ideje:

. . . . . .
szakfelelős

Eredetiségi Nyilatkozat

Alulírott .....; Neptun-kód: .....
a Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karának végzős .....
szakos hallgatója ezennel büntetőjogi és fegyelmi felelősségem tudatában nyilatkozom és aláírásommal igazolom, hogy .....
című szakdolgozatom/diplomatervem saját, önálló munkám; az abban hivatkozott szakirodalom felhasználása a forráskezelés szabályai szerint történt.

Tudomásul veszem, hogy szakdolgozat esetén plágiumnak számít:

- szószerinti idézet közlése idézőjel és hivatkozás megjelölése nélkül;
- tartalmi idézet hivatkozás megjelölése nélkül;
- más publikált gondolatainak saját gondolatként való feltüntetése.

Alulírott kijelentem, hogy a plágium fogalmát megismertem, és tudomásul veszem, hogy plágium esetén szakdolgozatom visszautasításra kerül.

Miskolc, ...év ..... .hó ..... .nap

.....
Hallgató

1.

szükséges (módosítás külön lapon)

A szakdolgozat feladat módosítása

nem szükséges

....

dátum témavezető(k)

2. A feladat kidolgozását ellenőriztem:

témavezető (dátum, aláírás): konzulens (dátum, aláírás):

....

....

....

3. A szakdolgozat beadható:

....

dátum témavezető(k)

4. A szakdolgozat ..... szövegoldalt

..... program protokollt (listát, felhasználói leírást)

..... elektronikus adathordozót (részletezve)

.....

..... egyéb mellékletet (részletezve)

.....

tartalmaz.

....

dátum témavezető(k)

5.

bocsátható

A szakdolgozat bírálatra

nem bocsátható

A bíráló neve: .....

....

dátum szakfelelős

6. A szakdolgozat osztályzata

a témavezető javaslata: .....

a bíráló javaslata: .....

a szakdolgozat végleges eredménye: .....

Miskolc, ...

a Záróvizsga Bizottság Elnöke

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

Az emberiséget már jó ideje foglalkoztatja, hogy megértse saját gondolkodásának a működését Hogy megismerje hogyan gondolkodik, miként rendszerezi, és használja fel a megszerzett tudást. Bár a mesterséges intelligencia - mint különálló tudományág - viszonylag fiatal, mégis az utóbbi idők technológiai fejlődése tette igazán lehetővé ennek a tudománynak a gyakorlati felhasználását.

A számítógép megjelenése volt az, ami életre hívta ezt a tudományágat, hiszen lehetővé tette az embernek, hogy önmagától elvonatkoztatva, egy különálló entitáson vizsgálja a gondolkodás tudományát. Az utóbbi idők robbanás-szerű fejlődése - olyan tudományterületeken, mint például biológia, elektronika, matematika - nem csak intelligens programok megírását tette lehetővé, hanem a gépek tároló, és feldolgozó kapacitásának ugrás-szerű növekedése elérhető közelségbe hozta az egyre valósághűbb, intelligens ágensek elkészítését, és azok futtatását.

A Mesterséges Intelligencia egy olyan tudomány ág, amivel nem csak érdemes foglalkozni, hanem szükségszerű is. Legújabb korunkat megfigyelve észrevehető az a tendencia, hogy az idő múlásával egyre több helyen, és egyre nagyobb mértékben hagyatkozunk a gépek segítségére, a gépek által elvégzett munkára. Jelenleg semmi sem utal arra, hogy ez a jelenség megváltozik a jövőben, ha pedig továbbra is ebbe az irányba haladnak a dolgok, akkor egy idő után az ember nem lesz képes a számítógépes rendszerek vezérlésére, mikromenedzselésére, és ezen feladatokat is rá kell bíznia a gépekre, mégpedig egy intelligens szoftverre.

Erre a jelenségre már ma is sok példa áll rendelkezésre. Vegyük például a ma egyre inkább népszerű elképzelést, az IoT-t, vagyis a dolgok internetjét. Ezen elképzelés szerint a (közeli) jövőben a hétköznapi használati tárgyaink jelentős része (óra, mérleg, telefon, ruhaszekrény, gépjárművek, lámpák) átalakul "okos" eszközzé, amelyek egymással kapcsolatban állnak, egyszóval kommunikálnak. Ekkora mennyiségű kommunikációra viszont nagyon is nehéz felkészíteni a telekommunikációs infrastruktúrát, illetve sok esetben nem is lehet. Gondoljunk csak abba bele, hogy az emberek (okos eszközeikkel együtt) folyamatos mozogásban vannak. Ingáznak munkába, rendezvényekre mennek, utaznak, egyszóval élnek. Ez az infrastruktúrát nem egyenletesen terheli, sokszor bizonyos részeire hirtelen nagy mértékű terhelést ad, amire egy ember képtelen megfelelő gyorsasággal, és hatékonysággal reagálni. Erre a problémára fog megoldást nyújtani a SDN (Software Defined Network), amely egy olyan komplex hálózati megol-

dás, ami folyamatosan monitorozza a telekommunikációs infrastruktúrát, az esetlegesen bekövetkező váratlan eseményre reagál, és megfelelően helyes döntést hozva a rendszer túlterhelt részeit további erőforrásokkal megtámogatva tehermentesíti.

A mesterséges intelligenciáknak gyakorlati felhasználásának csak a képzelet szab határt, és talán - gyakorlatias ember lévén - éppen ezért foglalkoztat engem is a téma. Régebben már ugyan készítettem kétszemélyes játékot, amibe gépi játékost is terveztem, de akkor még nem jutottam el odáig, hogy ezt meg is valósítsam. Most egy igen egyszerű játékkal, a Nim-mel ezen régi adósságomat - önmagammal szemben is - törlesztem.

2. fejezet

Téma elméleti kifejtése

2.1. A mesterséges intelligencia

A mesterséges intelligencia egy viszonylag új, ám hatalmas lehetőségeket rejtő tudományág. A "Mesterséges Intelligencia - Modern megközelítésben" könyv négy kategóriába sorolja a mesterséges intelligencia mibenlétét, ezen belül is kettő csoportba, amely teljesen más szemszögből vizsgálja a problémát.

A megközelítések egyik csoportja az emberközpontú viselkedés, ahol az mesterséges intelligenciától azt várjuk, hogy a lehető legjobban hasonlítson az emberre. Az emberi gondolkodást az elképzelhető legjobb módon utánozza, és cselekvése - amennyire lehet - emberi viselkedésre hasonlítson. A másik megközelítés a racionalitást helyezi középpontba, azaz a mesterséges intelligenciának a rendelkezésre álló információk alapján a lehető legjobb (helyes) döntéseket kell hoznia, és a lehetőségeihez képest a legjobb módon is kell azt végrehajtania.

Látszik, hogy ez a két nézőpont teljesen másképpen írja körül a mesterséges intelligencia mibenlétét, ennek megfelelően más módszereket is használ a vizsgálatukra. Matematikai és mérnöki megközelítésben a racionális irányzatok azok ami megfelelően jól vizsgálható ezen tudományok eszköztárával.

2.1.1. Emberi módon gondolkodni

Alan Turing brit matematikus 1950-ben - felvetette

2.1.2. Emberi módon cselekedni

2.1.3. Racionálisan gondolkodni

2.1.4. Racionálisan cselekedni

2.2. Kétszemélyes teljes információjú játékok

A kétszemélyes teljes információjú játékok a játékelmélet egy speciális ága. Először is egy olyan többágenses - egészen pontosan kettő - környezetben játszódik, ahol az ágensek egymás ellenségei, azaz versenyhelyzetben vannak, továbbá cselekvéseiket felváltva hajtják végre.

Általában zérus összegű játékokkal foglalkozunk, ami azt jelenti, hogy minden ágens minden cselekedetének hasznossága megegyezik az ellenfelével, csak ellenkező előjellel, tehát arra az előnyre, amit az egyik ágens egy lépésével megtesz, az a másik ágensnek ugyanannyira a hátrányára válik. Fontos megjegyezni, hogy minden kétszemélyes zérus összegű játékban létezik mindkét fél számára optimális stratégia.

Teljes információjúnak akkor hívunk egy játékot, ha a játék folyamán - kivéve esetleg az előkészületet - a játéktér minden tekintetben megismerhető az összes ágens számára. Ismerik a játékszabályokat, beleértve az eddig megtett összes lépést.

Lényeges szabályok még, hogy a játszma minden állásában véges - és előre ismert - lépés létezik, továbbá a játszma nem lehet végtelen, azaz véges számú lépés megtétele után az egyik játékos nyer, a másik pedig veszít. (Egyes esetekben a döntetlen végeredmény is elfogadott)

2.3. A játékfa

A kétszemélyes teljes információjú játékok esetében a következő lépés eldöntésének problémájához gyakran alkalmaznak játékfát. A játékfa - mint a neve is mutatja - egy fa adatszerkezet, ami leírja a játék lehetséges állapotait, illetve ezeknek az állapotokban meglephető érvényes lépéseket.

A fa csomópontjai a lehetséges állapotok, míg az élek az átmenetet szimbolizálják. A fa szintjei gyakorlatilag egy-egy lépésének felelnek meg, így a vizsgálatot is ennek megfelelően célszerű végezni.

Legtöbbször egy már megtalált állapotból nem lehet visszajutni ugyanabba az állapotba - pont ez adja a fa jellegét - ellenkező esetben a fa végtelen nagyságú - ebből következően megoldhatatlan - volna, továbbá sérülne a játék végességére vonatkozó

kritérium. Ez probléma főleg az olyan játékokat érinti, ahol a lépések visszavonhatóak, azaz az előzőleg megtett lépés ellentettje a rákövetkező lépésben érvényes lépésnek számít. Amennyiben ilyen előfordul azt többnyire detektálni lehet, és az ilyen ágakat levágják a fát ismét véges nagyságúra - ezáltal a problémát megoldhatóra - redukálva.

A megoldás keresése gyakorlatilag a játékfa felépítése, és bejárása. Kezdésként tekintsük a kiinduló állapotot gyökérelemének. Ezután megvizsgáljuk, hogy végállapotban van-e a játék, majd az összes lehetséges lépést véve egy új ágat hozunk létre, melynek a végére a lépés megtétele utáni állapotteret helyezzük. Egy csomópont további ágainak létrehozását kiterjesztésnek nevezzük. Hogy melyik ággal kezdjük a kiterjesztést azt a keresési stratégia határozza meg. Szükségszerűen a játék végállapotai nem kifejtett csomópontok (levélobjektumok) lesznek.

2.3.1. Minimax

Szó esett már arról, hogy miként lehetséges a játékfa felépítése, ám azt még nem részleteztem, hogy miként lehet kiválasztani a soron következő helyes lépést. Ideális esetben egy játékosnak a győzelemhez vezető út a lépések egy sorozata, ám ebbe az ellenfélnek is van beleszólása. Az optimális lépéssorozat kiválasztásában a Minimax (1.) algoritmust tudjuk segítségül hívni.

A minimax elv egy kevert stratégia, egy olyan döntési szabály, amely azt célozza meg, hogy minimalizálja a maximális veszteséget, illetve ez meg is fordítható, maximalizálja a minimális nyereséget.

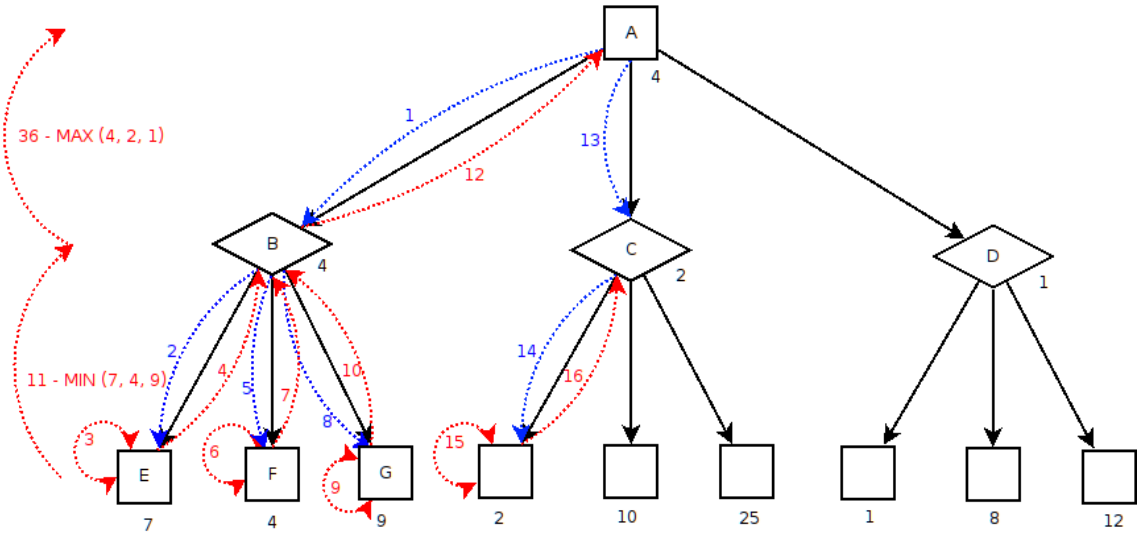
Algorithm 1 Minimax algoritmus pszeudo kódja

```
1:  function MINIMAX(csomopont, melyseg)
2:      if a csomopont levél, vagy melyseg = 0 then
3:          return csomópont heurisztikus értéke
4:      else
5:          α ← −∞
6:          for all gyerekére a csomopontnak do
7:              α ← max(α, −MINIMAX(gyerek, melyseg − 1))
8:              return α
9:          end for
10:     end if
11: end function
```

Célszerűségből nevezzük el a kezdőjátékost MAX-nak, a második játékost MIN-nek. A minimax elvet a játékfa felépítése során alkalmazzuk. Építsük tehát fel a játékfát az előbb tárgyaltaknak megfelelően, és a végállapotokhoz rendeljünk hozzá egy számértéket. Az olyan játékoknál, ahol csupán azt számít, hogy egy játékos nyert-e elegendő a 1 (MAX nyert), 0 (döntetlen), -1 (MIN nyert) számokkal operálni. Amennyiben a vizsgált játék kifinomultabb pontrendszer rendelkezik, akkor azt az értéket rendeljük hozzá, amennyit az adott játék végállása ér.

A megértést segítendő tekintsük a 2.1. játékfát. A MAX játékos lehetséges lépéseit

a négyzetek, míg MIN játékosét a rombuszok jelölik. Hogy szemléletesebb legyen a minimax bemutatása jelen játéknál nem csupán az számít, hogy a játékos nyer-e, hanem az is, hogy mennyivel, azaz a MAX a legnagyobb értékre törekszik, míg MIN arra, hogy a MAX-nak legyen a legkevesebb pontja. Az ezt reprezentáló számérték a négyszögek alatt találhatóak, melyek minden lehetséges lépéshez megmutatják a minimax értéket. A szaggatott nyilak a mellettük található számmal minimax lépéseinek a sorrendjét jelölik. A kék a rekurzióba való belépést, míg a pirosak az abból való visszatérést szimbolizálják. Az átláthatóság érdekében a nyilakat csupán az első baloldali részfára helyeztem el, de a számértékeket kiszámítottam minden lépéshez.



2.1. ábra. Példa a minimax működésére

A minimaxot általában rekurzív algoritmussal szokták implementálni, ami ugyan a gyökérelemtől indul ki, de - a rekurziónak köszönhetően - egyből az első levélobjektumot veszi célba. Mivel mindegyik lépés minimax értékét a rákövetkező lépések minimax értékeiből számoljuk ki, ezért a fa legmélyebb pontján kell kezdenünk. A levélobjektum minimax értékének a kiszámítása triviális, ugyanis megegyezik azzal a számértékkel amit a játék végállapotához rendeltünk hozzá. Ezt az ábrán az önmagába visszaforduló nyíllal jelöltem. Nem levélobjektum minimax érték úgy tudjuk kiszámolni, hogy az összes gyerekobjektum minimax értékének vesszük vagy a minimumát, vagy pedig a maximumát attól függően, hogy az adott lépés a MIN, vagy a MAX játékoshoz tartozik-e. Nem meglepő módon a MAX játékos a legnagyobb minimax értékeket keresi, míg a MIN a lehető legkisebbet. Miután egy adott ág egy szintjén kiszámoltuk az összes minimax értéket feljebb léphetünk egy szinttel, ahol ugyan ezeket a lépéseket kell megtennünk, egészen addig, míg vissza nem jutunk a rekurzió legfelsőbb szintjére, a gyökérelemre.

Az így felépített játékfa segítségével pedig egyszerűen leolvashatjuk, hogy a MAX-nak milyen lépést kell megtennie: mivel a legnagyobb érték a 4, így a B irányába kell elindulnia, tehát meglépi a B lépést. Ekkor a MIN - ha optimálisan játszik - a legkisebb (jelen esetben szintén a 4) értékhez tartozó lépést, az F lépi meg.

Látszik hogy amennyiben a MIN nem játszik optimálisan még rosszabbul jár, ezáltal a minimax algoritmus mindig optimális megoldást ad. A dolog szépséghibája, hogy

még az egyszerűbb játékok esetében sem biztos, hogy a MAX-nak lesz elegendő ideje kiszámolni ezt az optimális stratégiát. Ezen a problémán tud segíteni a különböző vágási technikák, melyek közül egyet a következő szekcióban be is mutatok.

2.4. A játékfa levágásának módszerei

Az előző részben tárgyaltakat tekintve az olvasóban - jogosan - felmerülhet, hogy a játékfának a használata - még rendkívül egyszerű játékok esetében - is óriási költségekkel (tárhely, számítási igény) jár. A játékfa felépítése minimax algoritmussal $O(b^b)$ idő, és $O(b * m)$ tárigényű, ahol b a csomópontokban létező érvényes lépések m pedig a fa maximális mélysége. Léteznek azonban módszerek, amelyekkel a fa bizonyos részeit le lehet vágni még az előtt, hogy fel kéne építeni, így akár drasztikusan csökkentve ezen költségeket.

2.4.1. Alfa-Béta vágás

Az Alfa-Béta vágás segítségével a gyakorlatban a minimax algoritmust tudjuk felgyorsítani oly módon, hogy a döntésben részt nem vevő ágakat lenyessük, azaz igazából ki sem értékeljük. Ennek megfelelően az alfa-béta vágást a játékfa építése közben kell alkalmazni. A megértés megkönnyítése céljából ezúttal is tekintsünk a már jól ismert 2.1. ábrára. A 2. algoritmus bemutatja az alfa-béta vágás pszeudokódját.

Értékeljük ki a minimax értékeket a baloldali részfán az előbb tárgyalt módon, és kezdjük el kiépíteni a második részfát. Láthatjuk, hogy rögtön az első levélobjektumra kiszámított minimax érték kettő, ami már most kisebb, mint az előző részfa utolsó előtti szintjére számított minimális minimax érték. Ez azt jelenti, hogy teljesen felesleges kiszámolnunk jelen részfa további értékeit, hiszen még ha találnánk is nagyobb értéket az utolsó előtti szinten úgyis a minimumot kell vennünk, ami legrosszabb esetben is kettőnél csak kisebb lehet, az eggyel feletti szinten pedig a maximumot keressük, így - mivel a négy nagyobb a kettőnél - a kettő, s ezáltal a teljes C részfa eldobható. Ugyan ez a helyzet a D részfával is. Az alda-béta vágás használatával jelen esetben csupán az első részfát kellett teljesen kiépíteni, a többi részfa az első levélelem minimax számítása után eldobhatóvá vált, s ezzel jelentősen csökkent mind az időigény, mind pedig a tárigény.

Természetesen nem minden esetben vagyunk ilyen szerencsések. Látszik, hogy nagyon nem lényegtelen, hogy az ágakat milyen sorrendben értékeljük ki. Sokszor alkalmaznak kiegészítő heurisztikus függvényeket, amelyek megpróbálják megbecsülni a kiértékelés ideális sorrendjét, sőt egyes esetekben - a játék sajátosságaiból adódóan - ez a sorrend előre ismert, vagy kiszámítható. Ez az algoritmus kifejezetten hatékony olyan esetekben, amikor a csomópontoknak sok gyermeke van, és jól meg tudjuk becsülni, hogy melyik az az elem, amelyik elbuktathatja az adott ágat. Ha ezt megtehetjük, akkor az algoritmus időigénye $O(b^{m/2})$-re redukálódik, ami szignifikánsan jobb a minimax $O(b^m)$ időigényétől, ami nagyjából megduplázza a minimax sebességét.

Algorithm 2 Alfa-Béta vágás algoritmusának pszeudo kódja

```
1:  function KIERTEKEL(csomopont, alfa, beta)
2:      if a csomopont levél then
3:          return csomópont heurisztikus értéke
4:      end if
5:      if a csomopont maximalizálandó then
6:          for all gyerekére a csomopontnak do
7:              β ← MIN(β, KIERTEKEL(gyerek, alfa, beta))
8:              if β <= α then
9:                  return α
10:             end if
11:         end for
12:         return β
13:     end if
14:     if a csomopont minimalizálandó then
15:         for all gyerekére a csomopontnak do
16:             α ← MAX(α, KIERTEKEL(gyerek, alfa, beta))
17:             if β <= α then
18:                 return β
19:             end if
20:         end for
21:         return α
22:     end if
23: end function
```

2.5. A Nim játék leírása

A Nim játék egy kétszemélyes teljes információjú körökre osztott stratégiai játék. A játék egyszeregyből fakadóan számos változata, illetve továbbgondolása is létezik. Néhányat a későbbiekben röviden ismertetni is fogok.

A játék körökre bontott, azaz a játékosok felváltva teszik meg lépéseiket. A játék másik lényeges tulajdonsága, hogy teljes információjú játék, azaz a játék kezdetétől fogva mindkét játékos rendelkezésére áll az összes a játékra vonatkozó ismeret. Beleértve a szabályokat, és a teljes játékteret.

Nim játék esetében minden kör egy, és csakis egy lépésből áll, amit az éppen soron következő játékosnak kötelezően meg kell tennie. A játéktér tetszőleges számú halomból állhat, melynek elemeinek darabszáma csakugyan kötetlen (lehet egyforma, és akár mindegyik halom eltérő elemszámú). Hagyományosan ezek az elemek kavicsok, de igazából matematikai szempontból ezen entitások manifesztációja lényegtelen. Mindegyik lépés abból áll, hogy az éppen soron következő játékos az egyik nem üres elemszámú halomból elvesz legalább egy, legfeljebb az adott halom elemszámával megegyező darab (tehát akár az egész halmot) entitást a halomból.

A játék célja az, hogy amikor sorra kerülünk, akkor ne legyen már több halom, azaz az ellenfelet olyan helyzetbe hozzuk, hogy az végső lépést õ teszi meg, az utolsó

entitás(okat) ő veszi el. Ez egyébként a leggyakrabban játszott Nim változat, Misère néven is ismert. Mint már említettem a Nim játéknak számos változata létezik, így előfordul, hogy fordítva játsszák, azaz nem az a soron következő játékos nyer, aki nem tud lépni, hanem az, aki a végső elem(eket) elveszi az utolsó halomból.

2.6. A Nim játék története

A Nim játék különböző variációit nagyon régóta játsszák. Pontos információink nincsenek, de egyes források arra engednek következtetni, hogy már az ókori Kínában is játszották ezt a játékot. Ugyancsak erre enged következtetni a 捡石子 (jiǎn-shízi) kínai eredetű játék, amely kísértetiesen hasonlít a Nim játékra, azzal a kivétellel, hogy ott egy halommal játsszák, igaz ennek is sok variánsa létezik, és az érvényes lépéseknek a szabályai bonyolultabbak. Európában először a 16. század kezdetén tesznek róla említést, de igazán a figyelem középpontjába csak a 19. század végén került, amikor Charles L. Bouton tanulmányozta, majd 1901-ben a játék teljes elméletét kidolgozta. Úgy tudni a játékot is ő keresztelte el Nimnek, a német "Nimm" (elvenni) szó alapján. Más források arra hívják fel a figyelmet, hogy a "NIM" szót 180 fokkal elfordítva az angol "WIN" (nyerni) szót kaphatjuk meg. A játék további ismertségre tett szert az 1939-es New York -i világkiállításon, ahol az 1886-ban alapított amerikai Westinghouse Electric Corporation cég bemutatta a Nimatront, egy olyan gépet, amely Nim játékot játszott. A dolog külön érdekessége, hogy ez volt világon az első elektronikus számítógépes játék.

2.7. Ismertebb Nim variációk

2.7.1. Moore-Nim

A Moore-Nim játék nevét kitalálójáról Eliakim Hastings Moore amerikai matematikusról kapta. Ez egyfajta általánosítása a több-halmos Nim játékoknak, ahol a játékosok egyszerre nem csak egy, hanem legalább egy, maximum k halomból vehetnek el elemeket. Az elvehető elemek számát lehet korlátozni is.

2.7.2. Póker-Nim

A póker-Nimet egy előre rögzített számú entitással játsszák. Kezdetben az összes elemet felhasználva létrehoznak egy normál Nim játékot, majd a játékosok hagyományos Nim játékot játszanak azzal a különbséggel, hogy sorra kerülésükkor nem csupán elvehetnek a halomból, hanem már az elvett elemeket újra felhasználva a halomhoz hozzáadjanak elemeket. Könnyen belátható, hogy új elemek hozzáadása a halomhoz nem befolyásolja lényegesen a játékmenetet, hiszen a következő játékos tetszőleges számú elemet elvehet egy kupacból beleértve az előző játékos által hozzáadott extra elemeket.

2.7.3. Lasker-Nim

Nevét az Német-amerikai sakk és Go mesterről Edward Laskerről kapta. Ő javasolta, hogy a hagyományos Nim játékot egészítsék ki egy új érvényes művelettel, a halmok kettébontásával. Ez a kettébontás nem feltétlenül két egyenlő félre való bontást jelent, a két új halom elemszámainak arányára vonatkozóan nincsen megkötés.

2.7.4. End-Nim

End-Nim esetében a halmok sorba vannak rendezve, és bár a játékosok a hagyományos Nim szabályai szerint játszanak, azonban csupán a sor két végén levő halmokból vehetnek el elemeket.

2.7.5. Fibonacci-Nim

Ezt a Nim variánst egyetlen halommal játsszák, de a benne lévő elemek számára nincsen megkötés. A hagyományos Nim játékhoz képest az a különbség, hogy a játékosok legfeljebb mindig az előző játékos által elvett elemek kétszeresét veheti el. A kezdő lépést megtevő játékos tetszőleges (de nem az összes) elemet elvehet a halomból. Az utolsó elemet elvevő játékos nyer.

2.7.6. Wythoff-Nim

Willem Abraham Wythoff Holland matematikusról kapta a nevét, aki 1907-ben publikálta a játék matematikai analízisét. A játékot két érmehalommal játsszák, minden körben a soron lévő játékosnak el kell vennie valamennyi érmét az egyik kupacból, vagy mindkét halomból egyenlő számú érmét. Az nyer, aki az utolsó érmét, vagy érméket elveszi. A játék megegyezik a királynőt a sarokba játékkal, ahol egy vezért kell eljuttatni valamelyik (általában bal alsó) sarokba, de egy lépés csak akkor érvényes ha azzal közelebb kerül a célhoz.

2.7.7. End-Wythoff

Az egyik legbonyolultabb Nim játék. Ez ötvözi az End-Nim, és a Wythoff-Nim szabályait. Tetszőleges számú halommal játsszák, de a halmok sorba vannak rendezve, és a soron következő játékos csak a szélén lévő halomból vehet el elemeket, vagy a szélén lévő két kupacból megegyező számú elemet.

2.7.8. Az osztó játék

Egy tetszőleges természetes számról indulva a játékosok minden körben elosztják ezt a számot egy olyan prím szám valamely hatványával, amely osztója az éppen aktuális számnak (kivéve természetesen az 1). Az a játékos, amelyik a végén eljut az 1-re, az nyer, vagy veszít attól függően melyik változatát játsszák.

2.7.9. A kivonó játék

Sokan tévesen ezt a variánst ismerik Nim játékként. Többnyire egy halommal játsszák, azonban az elvehető elemek maximális számára van valamilyen $S(1, 2, ..., k)$ korlát.

2.7.10. A 21 játék

Ezt a játékot Misère játékként játsszák. A kezdő mond egy 20-nál kisebb pozitív egész számot, majd a soron következő játékosok a számot 1, 2, 3-mal növelhetik, de nem léphetik át a 21-et. Az a játékos, amelyik a 21 kimondására kényszerül elveszíti a játszmát.

2.7.11. A 100 játék

A 21 játékhoz nagyon hasonló. Itt a célszám 100, és az azt elérő játékos nyer. A kezdőszám a 0, és a játékosok körönként 1 és 10 közötti egész számot adhatnak hozzá az aktuális értékhez.

2.7.12. Körkörös Nim (Kayles)

Az elemek ebben a variánsban körben helyezkednek el, és a soron következő játékos legfeljebb k egymást követő elemet vehet el a körből. Játszható normál és Misère változatban is.

2.7.13. Grundy játéka

A Grundy játéka egy halommal indul benne tetszőleges számú elemmel. A hagyományos Nim játéktól eltérően itt nem elemeket vesznek el a halomból, hanem a halmokat bontják két nem egyforma méretű halomra. A játéknak akkor van vége, amikor már nincs olyan halom, amit ketté lehetne bontani két nem egyforma méretű halommá. Ezt a variánst is lehet normál, illetve Misère módon játszani.

2.7.14. Mohó Nim

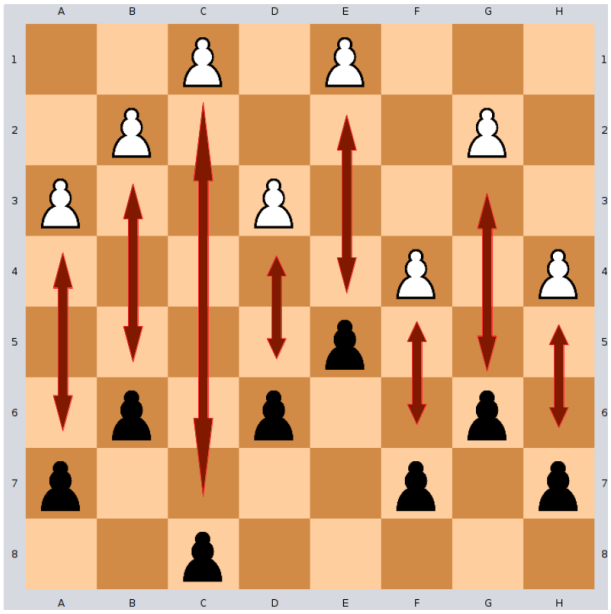
Normális, és Misère módon is játszható a Mohó-Nim, ami csupán annyiban különbözik a hagyományos Nim játéktól, hogy a játékosok csak a legnagyobb elemszámú halomból vehetnek el elemeket.

2.7.15. Építő Nim

Az építő-Nim két részből tevődik össze. Először felépítik Nim játékot az előre megadott számú elemet felhasználva, majd azt lejátsszák. Felépítéskor a játékosok körönként 1-1 elemet raknak (a kezdetben üres) előre meghatározott számú halomba.

2.7.16. Northcott-sakk

A Northcott-sakk egy 8x8-as sakktáblából áll. Kezdetben a játékosok (egymás elől elrejtve) elhelyezik a bábuikat (mindegyik oszlopba csak egyet téve) a saját térfelükön. Miután ezzel végeztek elkezdődik a játék. A játékosok felváltva lépnek, minden körben csak az egyik saját bábujukkal csak előre, és legfeljebb annyit amennyi üres hely van az ő bábuja, és az ellenfél bábuja között, azaz az ellenfél bábuját nem ütheti le, és nem ugorhatja át.



2.2. ábra. Nortcott-sakk táblája. A nyilak a bábuk közti távolságot jelöli, ami a halom méretének felel meg.

Ha jobban belegondolunk ez a játék egy az egyben megfeleltethető a hagyományos Nim játéknak, ebből következően játszható sima, és Misère módon is.Szempontunkból ez a variáns azért is különösen érdekes, mert a szakdolgozatom tartalmazza ennek a játéknak a példaimplementációját, ami ráadásul ténylegesen Nim játékot játszik a

háttérben ugyan azt a játékosztályt használva ezzel szemléltetve, hogy mennyire is visszavezethető a Northcott-sakk a standard Nim játékra.

2.8. A Nim játék matematikai háttere

A matematikai háttér elemzését kezdjük néhány definícióval:

2.1. definíció. Egy nem negatív elemekből álló halmaz legkisebb kizártjának (lkkz) a legkisebb olyan számot nevezzük, ami nem szerepel a halmazban.

2.2. példa. Például az $A := \{0, 1, 2, 4, 5, 7, 9\}$ halmaz legkisebb kizártja a 3, mert ez az első olyan nem negatív szám, ami nem szerepel az A halmazban.

2.3. definíció. "Egymással izomorf jólrendezett halmazok közös tulajdonságát nevezzük rendszámnak. Azaz, minden jólrendezett halmaznak van rendszáma és két jólrendezett halmaz rendszáma pontosan akkor azonos, ha izomorfak."

2.4. megjegyzés. A fenti definíció a magyar nyelvű Wikipédiáról származik, ez egészen pontosan definiálja a rendszám fogalmát, azonban bevezet sok más fogalmat, melynek a kifejtése meghaladja jelen szakdolgozat témakörét, azonban az angol nyelvű Wikipédia kissé közérthetőbben fogalmaz: Halmazelméletben rendszámnak nevezzük a természetes számok koncepciójának egy olyan általánosítását, ami leírja, hogy objektumok egy gyűjteményét hogyan lehet sorrendbe helyezni, egyiket a másik után.

2.5. definíció. Nimbereknek (vagy más néven Grundy-számoknak) nevezzük azokat a rendszámokat, amelyeket két további művelettel ruházunk fel. A nimber-összeadással, és a nimber-szorzással.Nimber-összeadás művelete: $\alpha \oplus \beta = lkkz(\{\alpha' \oplus \beta : \alpha' < \alpha\} \cup \{\alpha \oplus \beta' : \beta' < \beta\})$Nimber-szorzás művelete: $\alpha\beta = lkkz(\{\alpha'\beta + \alpha\beta' + \alpha'\beta' : \alpha' < \alpha, \beta' < \beta\})$

2.6. megjegyzés. Számunkra lényeges jelentősége a nimber-összeadásnak van, amelyet számítógépen triviálisan egyszerű implementálni, ugyanis véges rendszámok esetében ez nem más, mint a bitenkénti kizáró vagy, azaz a XOR művelet, melyre a legtöbb processzorban létezik utasítás.

Egyszerűség kedvéért vegyünk egy egy halomból álló Nim-játékot. A játék minden lépéséhez rendeljünk hozzá egy nimbert. Ez a szám legyen 0, ha vesztő pozícióban vagyunk, azaz a halomban nincsen elem. Az egy elemű halmaz állapotát az előbbihez képest könnyen meg tudjuk határozni, hiszen egyből csak a nulla pozícióba léphetünk. A legkisebb kizártja ennek a halmaznak az 1, ennek megfelelően rendeljük az egyet a halomhoz. Látható, hogy a kupachoz rendelt nimber megegyezik a halom elemszámosságával.

Ezt továbbgondolva kijelenthető, hogy a nimber definíciójából adódóan egy Nim játéknak csak akkor van nyerő stratégiája, ha a játék nimbere nem nulla.

2.9. Nyerő stratégia

Jelen dolgozat írásához végzett irodalomkutatás során sok érdekes, és informatív oldallal találkoztam az interneten. A [5] internetes oldalon találtam a nyerő stratégiához egy remek leírást bizonyítással egybekötve, amihez úgy érzem nem tudnék érdemben hozzá tenni, ugyanakkor ez a dolgozat bizonyítás nélkül nem lehet teljes, így az alábbiakban közlöm ezen oldalon található angol nyelvű nyerő stratégiájának leírását, illetve annak bizonyítását magyar nyelvre fordítva. Az eredeti bizonyítás Charles L. Boutontól származik, aki elsőként dolgozta ki a Nim játék teljes matematikai hátterét. (Lásd irodalomjegyzék)

A nyerő stratégia bemutatását kezdjük egy nagyon fontos definícióval:

2.7. definíció. Az a és b nemnegatív egész számokon elvégzett $a \oplus b$ műveletet nim-összegnek nevezzük, amennyiben a következő módon kerül kiszámításra. Jelentse a és b kettő különálló hatványainak összegét. Vessük el kettő olyan hatványait, amelyek többször is szerepelnek, majd a fennmaradó hatványokat adjuk össze.

2.8. megjegyzés. Ez a definíció gyakorlatilag a nimbereken elvégzett nimber-összeadás műveletét írja le kicsit másképpen, de a gyakorlatban ugyan arról van szó. Mint már említettem ez a XOR logikai műveletének felel meg, implementálás során én is ezt használtam ki.

Például $3 \oplus 5$ a következőképpen számítható ki. A $3 = 2^1 + 2^0$, és az $5 = 2^2 + 2^0$. Mivel a 2^0 kétszer szerepel, ezért eldobjuk, a maradékot pedig összeadjuk $2^1 + 2^2$ kiadva az $3 \oplus 5 = 6$ eredményt.

Bizonyítható, hogy $\oplus$ asszociatív, ezáltal több szám nim-összegét $a_1 \oplus a_2 \oplus ... \oplus a_n$ definiálja.

Legyen egy adott normál Nim állás (a halmok méretei) $a_1, a_2, ...a_n$, az éppen lépő játékos akkor nyer, ha $a_1 \oplus a_2 \oplus ... \oplus a_n \neq 0$; és a nyerő lépést a $i \in \{1, 2, .., n\}$ meghatározásával lehet megtalálni, és a $b_i \in \{0, 1, ..., a_i - 1\}$ amivel tehát $a_1 \oplus a_2 \oplus ... \oplus a_{i-1} \oplus b_i \oplus a_{i+1} + a_{i+2} \oplus ... \oplus a_n = 0$ elvéve valamennyi elemet az i halmazból b_i elemet hátrahagyva. Ha $a_1 \oplus a_2 \oplus ... \oplus a_n = 0$, akkor az éppen lépő játékos veszít.

Misère Nim esetében a stratégia majdnem teljesen azonos. Egészen addig, amíg a javasolt lépés elvégzése után marad legalább egy halom 2, vagy több elemmel használjuk a normál Nim stratégiáját. Amennyiben a javasolt lépés után nem marad legalább egy halom kettő, vagy több elemmel más lépést kell tennünk:

- Ha a javasolt lépés után 1 elem maradna hátra, akkor vegyük el az egész halmot, vagy
- Ha a javasolt lépés után nem maradna elem a halomban, úgy hagyjunk benne egy elemet.

Más szóval a helyes lépés az, hogy páratlan számú halmokat hagyjunk meg 1 elemmérettel. (Normál esetben páros számú 1 méretű halmokra törekszünk, ezzel a nim-összeget zérussá téve)

2.9.1. Nyerő stratégia bizonyítása

2.9. tétel. *A soron következő játékos akkor, és csak akkor nyeri meg a normál Nim játékot, ha a halmok nim-összege nem zérus*

Bizonyítás. Kezdésnek vegyük az egyszerű alapesetet: ha mindegyik halom elemszáma zérus, akkor a soron következő játékos veszít, és a nim-összeg is zérus. Ettől fogva tegyük fel, hogy nem mindegyik halom üres.

Először is vegyük észre, hogy a nim-összeg számos fontos tulajdonsággal rendelkezik. Minden nem negatív a, b, c egész számra igaz, hogy:

- Asszociatív: $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$
- Kommutatív: $a \oplus b = b \oplus a$
- Létezik semleges eleme: $0 \oplus a = a$
- Öninverz: $a \oplus a = 0$
- Lehetséges egyszerre több több számnak a Nim-összegét meghatározni oly módon, hogy felírjuk az összes számot 2 különálló hatványaira, majd megkeressük 2 összes olyan hatványát, mely páratlanszor szerepel, végül összeadjuk ezeket 2 hatványokat úgy, hogy mindegyiket csak egyszer vesszük. Például: $1 \oplus 3 \oplus 7 = (2^0) \oplus (2^0 + 2^1) \oplus (2^0 + 2^1 + 2^2) = 2^0 + 2^2 = 5$

Tegyük fel, hogy a halmok elemszáma minden lépés előtt $a_1, a_2, ..., a_n$, illetve $b_1, b_2, ..., b_n$ minden lépés végén. Feltételezzük továbbá, hogy amennyiben k halmon végzünk el egy lépést, akkor minden $i \neq k$ -ra $a_i = b_i$. Legyen $s = a_1 \oplus a_2 \oplus ... \oplus a_n$ és $t_n = b_1 \oplus b_2 \oplus ... \oplus b_n$. Ekkor a következőket kapjuk:

$$\begin{aligned}
t &= 0 \oplus t \\
&= (s \oplus s) \oplus t \\
&= s \oplus (s \oplus t) \\
&= s \oplus ((a_1 \oplus a_2 \oplus ... \oplus a_n) \oplus (b_1 \oplus b_2 \oplus ... \oplus b_n)) \\
&= s \oplus ((a_1 \oplus b_1) \oplus (a2_{\oplus} b_2) \oplus ... \oplus (a_n \oplus b_n)) \\
&= s \oplus (0 \oplus 0 \oplus ... \oplus 0 \oplus (a_k \oplus b_k) \oplus 0 \oplus ... \oplus 0) \\
&= s \oplus (a_k \oplus b_k).
\end{aligned}$$

Most két eset bizonyítása következik.

2.10. lemma. *Ha $s = 0$, akkor $t \neq 0$. Amennyiben az eredeti méretek nim-összege zérus, úgy a lépést végző játékos vesztésre áll (ebből kifolyólag a nim-összeget nem-zérussá kell alakítania)Azt állítjuk, hogy $a_k \oplus b_k \neq 0$. Tegyük fel, hogy így is van, ekkor:*

$$\begin{aligned} a_k &= a_k \oplus 0 \\ &= a_k \oplus (a_k \oplus b_k) \\ &= (a_k \oplus a_k) \oplus b_k \\ &= b_k. \end{aligned}$$

Tehát $a_k = b_k$. De ez ellent mond annak a ténynek, hogy a lépést végrehajtó játékos a b_k halmon végezte el a lépést, s így nem is csökkentette a halom méretét. Tehát mivel $a_k \oplus b_k \neq 0$, így:

$$\begin{aligned} t &= a \oplus (a_k \oplus b_k) \\ &= 0 \oplus (a_k \oplus b_k) \\ &= a_k \oplus b_k \\ &\neq 0. \end{aligned}$$

2.11. lemma. *Ha $s \neq 0$, akkor lehetséges, hogy $t = 0$. Amennyiben az eredeti halmok nim-összege nem zérus, abban az esetben az éppen lépő játékos nyertes helyzetben van. (hiszen a nim-összeget zérussá tudja alakítani)*

Vegyük számításba, hogy 2 legmagasabb hatványa 2^k nem nagyobb, mint s. Léteznie kell legalább egy olyan a_i-nak, ami szintén tartalmazza 2^k-t, különben 2^k nem szerepelhetne s-ben. Most vegyük $b_i = s \oplus a_i$-t. A b_i értéke 2^k-nal csökken, és legfeljebb $2^{k-1} + 2^{k-2} + ... + 2^0 = 2^k - 1$-gyel nő. (2 minden visszamaradt hatványa kiadja s-t, hozzáadódva az értékhez; például $s = s^2 + 2^1 + 2^0$ és $a_i = 2^3 + 2^2$ kiadja $b_i = 2^3 + 2^1 + 2^0$-t), tehát $b_i < a_i$. Továbbá:

$$\begin{aligned} t &= s \oplus (a_i \oplus b_i) \\ &= s \oplus (a_i \oplus (s \oplus a_i)) \\ &= (s \oplus s) \oplus (a_i \oplus a_i) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Ezzel a tétel bizonyítva van. □

3. fejezet

Nim játék, és Northcott-sakk példaprogram

3.1. Felhasználói dokumentáció

3.1.1. Rendszerkövetelmények

A program Java-ban íródott, éppen ezért futtatásához Java SE 1.8 futtatókörnyezet szükséges. A program nem támaszt különösebb rendszerkövetelményt a futtató géppel szemben, egy mai asztali számítógépen probléma nélkül el kell, hogy fusson. Legalább egy 1024x768-as felbontású monitor szükséges az ablak megjelenítéséhez, továbbá a programot egérrel, és billentyűzettel (vagy ezt kiváltó perifériákkal) lehet vezérelni.

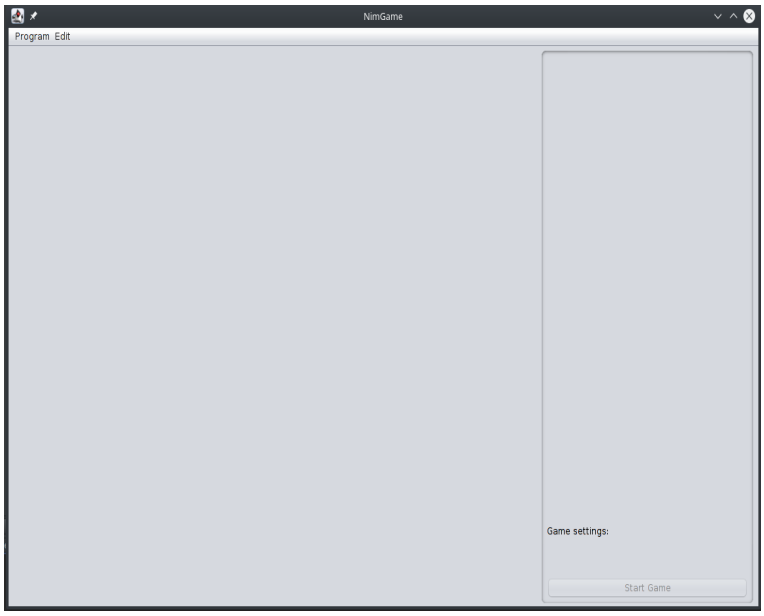
3.1.2. Telepítési útmutató

A programot nem szükséges telepíteni, a Java archívumot (.jar) egyszerűen a Java futtatókörnyezetével elindítva a program futtatható. A szoftver nem igényel különösebb rendszerjogosultságokat.

3.1.3. A program használata

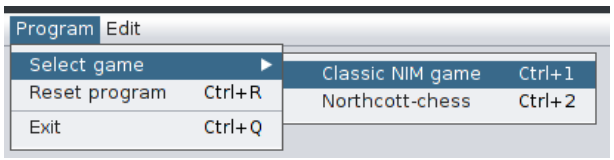
A programot elindítva az 3.1. főképernyő fogad minket:

A szoftver úgy lett megtervezve, hogy több különböző (nem feltétlenül csak Nim) játék futtatására legyen alkalmas, de alapvetően mindegyik játék három főbb elemmel rendelkezik. A beállításpanellel, az állapotpanellel, és a főpanellel. Az első kettő a jobb oldalon található oldalsó panelen jelenik meg, míg a főpanel az ablak nagyobb részét kitöltő üres helyen helyezkedik el, amint a megfelelő játékot betöltjük.



3.1. ábra. A példaprogram főképernyője

Játékot betölteni a "Program" menü (3.2.) "Select game" almenü segítségével lehet megtenni. Itt ki kell választani a kívánt játékot.



3.2. ábra. A főképernyő program menüje

Jelenleg két játék közül lehet választani, ezeknek a leírására külön szekciót szentelek. Az aktuális játékot bezárni a "Reset program" menüelemmel lehetséges, továbbá a programból kilépni az "Exit" menüelemmel használatával tud a felhasználó.

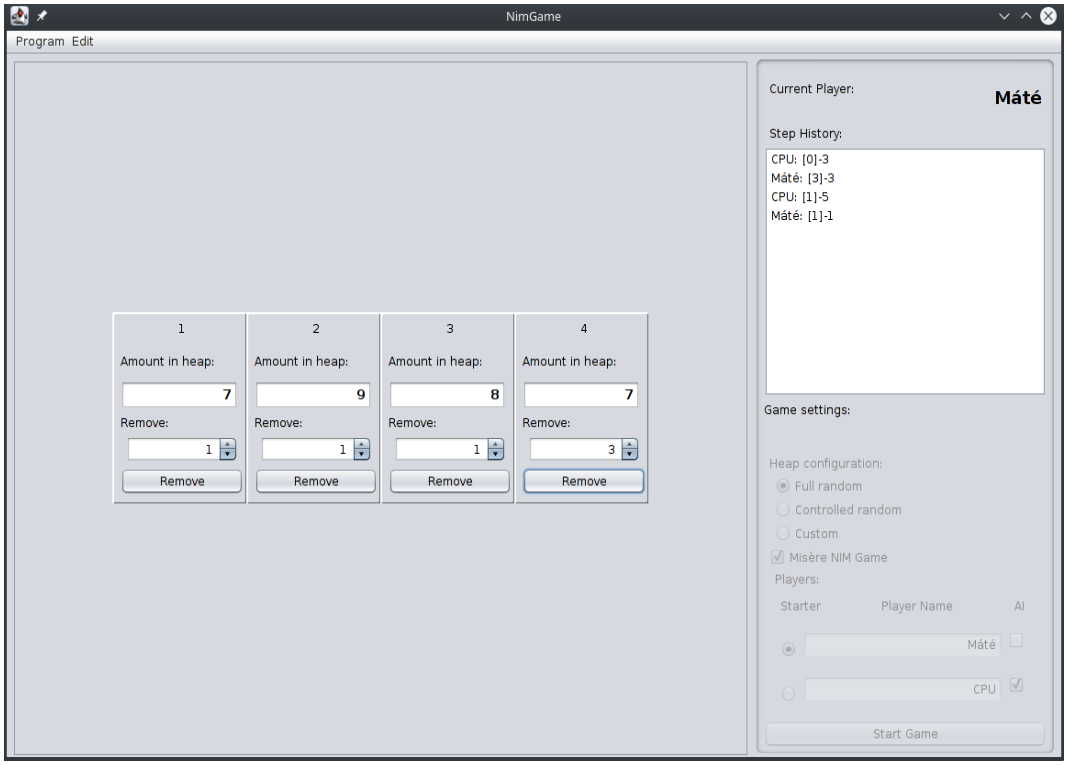
Ezek a menüelemek a program futása során bármikor elérhetőek, azonban fontos megjegyezni, hogy amennyiben futó játék alatt egy másik játéktípus kerül kiválasztásra, abban az esetben az éppen játszott játék bezárásra kerül csak úgy, mintha a "Reset program" menüelemet választottuk volna.

A legtöbb menüelemet gyorsbillentyű segítségével is aktiválni lehet. Hogy melyik elemhez milyen gyorsbillentyű tartozik arról a menüfelirat mellett elhelyezkedő billentyűparancs ad tájékoztatást.

3.1.4. Klasszikus Nim Játék

A klasszikus Nim - mint arra a neve is utal - a hagyományos Nim játék megvalósítása. Az 3.3. ábra éppen azt mutatja, amint a gép ellen játszok. Jól látszik, hogy a játék-

ban (éppen) 4 halom van, amelyekben a kavicsok darabszáma rendre 7, 9, 8, 7. Az állapotablakban jól látszik, hogy négy körön már túl is vagyunk.



3.3. ábra. Klasszikus Nim játék a gép ellen

A játék kezdete előtt lehetőségünk van részletekbe menően beállítani, hogy pontosan hogyan szeretnénk játszani a játékot. Ehhez be kell állítanunk a halom konfigurációt, és a játékosokat. Miután a beállításokkal végeztünk az oldalsó panel alján található "Start Game" gombbal kezdhetjük a játékot. Ez után a beállítások módosítása már nem lehetséges, de bármikor kezdhető új játék a már említett menüelemek használatával.

Játékos beállítások

A Nim-játék természetéből fakadóan két "személy" játssza. A szövegbeviteli mezőkbe a játékosok neveit kell megadni (eltérőeknek kell lenniük). A bal oldalon található rádiógomb segítségével azt választhatjuk ki, hogy ki kezdjen, még a jobb oldalon elhelyezkedő jelölőnégyzet arra szolgál, hogy tudassuk a programmal, hogy azt a játékost ő vezérli.A beállítások adta szabadságból látszik, hogy a programmal lehet ember-ember, gép-ember, és gép-gép játékot is játszani.

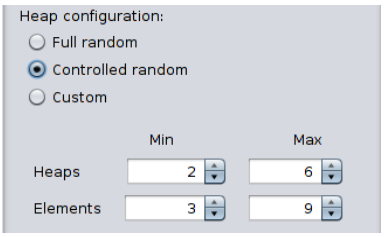
Halom beállítások

A halombeállítások kezdetén azt kell eldönteni, hogy milyen mélységben szeretnénk beleszólni a kezdeti játéktér felépítésébe. Ezt vezérelni a "Heap Configuration" szöveg

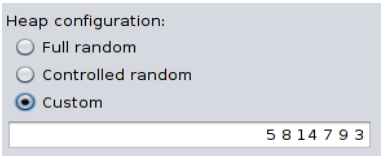
alatti rádiógomb-csoporttal lehetséges. Ezekre kattintva a felület dinamikusan átalakul további funkciókat felfedve.

- Full random: Teljes egészében a programra bízzuk, hogy hány halmot generál milyen elemszámmal
- Controlled random: Továbbra is a gépre bízzuk, hogy összeállítsa a játékteret, azonban a generálás szabályokat ezzel vezérelni tudjuk. Erre kattintva a 3.4. panel megjelenik, ahol az első sorban a halom számát, a második sorban a halmok elemszámára tudunk egyéni korlátot megadni. Az első oszlop az alsó korlátot, a második pedig a felső korlátot adja meg.
- Custom: Itt teljesen megszabjuk, hogy hány halmot szeretnénk milyen elemszámmal. Erre a gombra kattintva egy új panel (3.5.) jelenik meg, ami egy szövegbeviteli mezőből áll. A mezőbe szóközzel elválasztva kell megadni, hogy a halmokban hány elem legyen. Mindegyik szám egy halmot reprezentál, és a halmok az itt megadott sorrendben fognak létrejönni.

Amennyiben Misère Nim játék helyett normál módon akarunk játszani, akkor a "Misère NIM Game" jelölőnégyzetetek szüntessük meg a bejelöltségét.



3.4. ábra. Irányított generálás



3.5. ábra. Egyedi halomkonfiguráció

A játék menete

Miután végeztünk a beállításokkal kattintsunk a "Start Game" gombra, és a játék elindul. Ekkor a jobb felső sarokban található állapotablak tájékoztat minket arról, hogy ki az éppen soron lévő játékos.

A főpanelon látszódnak a halmok 1-1 panel formájában. Mindegyik panel tetején megtalálható a panel sorszáma, alatta egy szövegbeviteli mezőben a halomban található elemek száma, az alatt egy pörgettyűben beállítható az elvenni kívánt elemek darabszáma, majd legalul az elvesz gomb.

Az éppen soron következő játékosnak meg kell hoznia megfelelő döntést, és lépnie kell oly módon, hogy a kiválasztott halomhoz tartozó pörgettyűbe beállítja mennyivel szeretné csökkenteni a halom elemszámát, és megnyomja a halomhoz tartozó "Remove" gombot. Ekkor a halom elemszáma csökken, a játékos köre véget ér, és a következő játékos kerül sorra. Amennyiben egy halom elfogy abban az esetben az azt reprezentáló panel eltűnik.

A játék véget ér, amennyiben mindegyik halom elfogy, és a program egy előugró üzenetben ad tájékoztatást arról, hogy melyik játékos nyerte meg a játékot.

3.1.5. Northcott-sakk

A játék beállítása

A Northcott-sokk sok tekintetben hasonlít a hagyományos Nim játékra, éppen ezért beállítása is hasonlóan történik. A szövegbeviteli mezőkbe a játékosnevet kell írni, a bal oldali rádiógomb kiválasztja a kezdőjátékost, míg a jobb kéz felől található jelölőnégyzet a játékost gépinek jelöli.

Ami viszont lényeges eltérés, hogy itt a halom beállításai mások, mint a Nim esetében. A 3.6. ábrát megfigyelve lényegesen leszűkültek a beállítási lehetőségek. Itt gyakorlatilag csak a sakktábla dimenzióját adhatjuk meg. A "Horizontal" (Vízszintes) az oszlopok számát, míg a "Vertical" (függőleges) a sorok számát adja meg. Ez nim játékra levetítve oszlop darab halom, és minden halomban maximálisan sor darab elem.

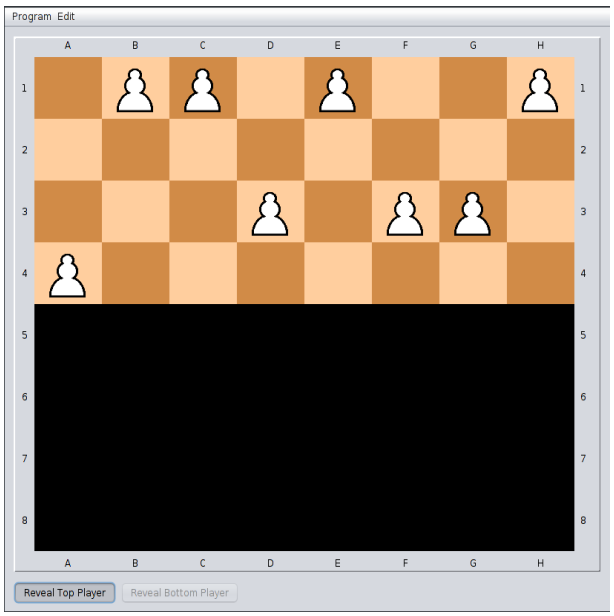
3.6. ábra. Northcott-sakk beállítópanelje

Ez a játék is játszható Misère módon, a hozzá tartozó "Misère NIM Game" jelölőnégyzettel lehet állítani, hogy Misère, vagy normál módon kívánunk játszani.

Látható, hogy a véletlen halomgenerálás teljesen eltűnt. Ennek az az oka, hogy a játék kezdése előtt van egy extra művelet, ami nem teszi lehetségessé a véletlen generálást.

A játék előkészítése

Ha végeztünk a játékbeállításokkal, akkor még ne indítsuk el a játékot, ugyanis a játékosoknak lehetőségük van beállítani a bábujuk kezdő pozícióját. A játéktér kezdetben minkét játékos térfelét elfedi. A térfeleket az főpanel alján lévő két vezérlőgombbal lehet fel, illetve elfedni. A gép által vezérelt játékos bábuinak kezdőpozíciója nem állítható, így a hozzá tartozó gomb eltávolításra kerül, ha jelölőnégyzet bejelölésre kerül.



3.7. ábra. Northcott-sakk kezdő pozíciók beállítása

A felső játékos - miután meggyőződött arról, hogy ellenfele nem figyeli - a "Reveal Top Player" gombra kattintva felfedi saját játékterét. Felfedett állapotba a gomb "beragad", és a másik gomb letiltódik, hogy véletlenül ne lehessen az ellenfél térfelére átváltani. A felső játékos a kívánt mezőre kattintva áthelyezheti az adott oszlopban lévő bábuját arra a mezőre, amelyikre kattintott. Ha a felső játékos késznek érzi a kezdőállapotot, akkor a beragadt gombra újból rákattintva elfedi a felső játékteret, és átadja a helyét az alsó játékosnak, aki ugyan ezt a műveletsort végigjátssza.

Miután mindketten végeztek a beállítással a játék a "Start Game" gombra kattintva indítható. Ez után a játék beállításai már nem módosíthatóak, a beállításoz tartozó vezérlőelemek letiltásra, a játéktér elrejtéséért/felfedéséért felelős vezérlőgombok eltávolításra kerülnek.

A játék menete

A játék indulásakor a teljes játéktér felfedésre kerül, és a program a jobb felső sarokban található állapotpanelen tájékoztat a soron következő játékos kilétéről. Lépni úgy lehet, hogy a kiválasztott oszlopban arra a mezőre kattintunk, ahova a saját bábunkkal lépni szeretnénk. A mezőre kattintva a lépés bekövetkezik, és a játékos köre véget ér, helyére a következő játékos lép.

3.8. ábra. Northcott-sakk játék vége; nyertes játékos Zoltán

A játék addig tart, amíg van olyan oszlop, ahol a bábuk között lévő távolság nagyobb, mint 0, azaz nem közvetlenül egymás mellett áll mindegyik bábu. A játék végén a program egy előugró ablakban ad tájékoztatást arról, hogy a játékot melyik játékos nyerte meg.

3.2. Fejlesztői dokumentáció

Nem célom a teljes forráskód beillesztése a dolgozatba, mert egyrészt viszonylag nagy méretű, (több ezer sor) sok rész triviális, vagy csak technikai, azonban bizonyos osztályokat, vagy kódrészleteket behivatkozok, amikben úgy érzem, hogy említésre méltó dolgok találhatóak.

3.3. Nim nyerő stratégia gépi implementációja

A gépi játékost stratégiáját a AINimWinningStrategy osztály valósítja meg, amely implementálja a NimAI interfészt:

source/nimgame/core/AI/NimAI.java

```
/*
 * To change this license header, choose License Headers in
   Project Properties.
 * To change this template file, choose Tools | Templates
 * and open the template in the editor.
 */
package gameplayer.nimgame.core.AI;
```

```
import java.util.List;
import gameplayer.nimgame.core.exceptions.AIException;

/**
 *
 * @author Máté Pozsgay
 */
public interface NimAI {

    public NimAISolution getNextStep(List<Integer>
   heapConfiguration) throws AIException;
}
```

A visszaadott NimAISolution objektum gyakorlatilag egy tárolóobjektum amely a kiválasztott halmot, és az abból elvett elemszámot tartalmazza.

Maga a stratégia implementációja jól követi az elméleti részben tárgyalt stratégiát, de néhány helyen magyarázatot igényel. A belépési pont a getNextStep() metódus, ami paraméterben megkapja a halomlistát. Ezután ezt átalakítja tömbbé, és meghívja a getBestMove() metódust. Az átalakítás nem szükséges, de az adatstruktúrán igen sok műveletet hajt végre az algoritmus, így optimálisabb ezzel az átalakítással.A getBestMove() a gerince a stratégiának, itt dől el, hogy a mesterséges intelligencia melyik lépést választja a következőnek. Először is megkeresi az első nem üres halmazt, (ha mindegyik halmaz üres, akkor dobunk egy kivételt, az MI nem futtatható üres játéktéren) majd egyszerű próbálkozással nekiáll megkeresni az első olyan állapotot, amit a decisionMaker elfogad. Minden halomra (ha nem üres) megpróbálja elfogadtatni az lépést úgy, hogy először elvesz az aktuális halomból egyet, majd kettőt, és így tovább amíg el nem fogy a halom. Ha az egész halmot elvette, de még mindig nem fogadta el a lépést a DecisionMaker, akkor visszaállítja a halom elemszámát a kísérletezés előtti állapotra, és lép a következő halomra.A DecisionMaker egy belső interfész, melyet két belső osztály implementál. Feladata az, hogy eldöntse, hogy az éppen vizsgált lépés elfogadható-e legjobb lépésnek. Az a két belső osztály ami implementálja az pont a NimStandardDecisionMaker, és a NimMisereDecisionMaker. Mint a nevükből kiderül az egyik a hagyományos Nim játéknál hoz döntést, míg a másik a Misère módhoz. Első megközelítésben nem sok értelme látszik ennek a fajta megoldásnak, hiszen ezt a vizsgálatot beleépíthettem volna a kereső algoritmusba, azonban ha így tettem volna, akkor minden ciklusfutáskor kellett volna tennem egy feltételvizsgálatot, hogy éppen melyik módban van a játék. Így azonban a konstruktorban elvégzem ezt a vizsgálatot, és a mezőhöz a megfelelő DecisionMaker objektumot rendelem hozzá, így a ciklusban az összes ilyen vizsgálat elhagyható tovább gyorsítva az algoritmust.Ez az algoritmus majdnem minden esetben talál nyerő állapotot, kivéve, ha az ellenfél kezdett, és hibátlanul játszik. Ebben az esetben nem tud mit csinálni, így - mivel nincs jó megoldás, de lépni kell - elvesz az első nem üres halomból halomból egyet.

source/nimgame/core/AI/AINimWinningStrategy.java

```
/*
 * To change this license header, choose License Headers in
   Project Properties.
```

```
 * To change this template file, choose Tools | Templates
 * and open the template in the editor.
 */
package gameplayer.nimgame.core.AI;

import java.util.Arrays;
import java.util.List;
import gameplayer.nimgame.core.exceptions.AIException;

/**
 *
 * @author Máté Pozsgay
 */
public class AINimWinningStrategy implements NimAI {

    private final DecisionMaker decisionMaker;

    public AINimWinningStrategy(boolean misereNim) {
        decisionMaker = misereNim ? new
   NimMisereDecisionMaker() : new NimStandardDecisionMaker();
    }

    private interface DecisionMaker {

        public boolean acceptSolution(int nimSum);
    }

    private class NimStandardDecisionMaker implements
   DecisionMaker {

        @Override
        public boolean acceptSolution(int nimSum) {
            return nimSum == 0;
        }

    }

    private class NimMisereDecisionMaker implements
   DecisionMaker {

        @Override
        public boolean acceptSolution(int nimSum) {
            return nimSum == 1;
        }

    }

    private int getNimSum(int[] heapConfiguration) {
        int s = 0;
        for (Integer i : heapConfiguration) {
            s ^= i;
```

```
        }

        return s;
    }

    private int getFirstNonemptyHeapID(int[] heapConfiguration)
{
        int testID = 0;
        while (testID < heapConfiguration.length &&
heapConfiguration[testID] <= 0) {  // Look for the first
non-empty heap
            testID++;
        }
        if (testID >= heapConfiguration.length) {
            return -1;
        }
        return testID;
    }

    private NimAISolution getBestMove(int[] heapConfiguration)
throws AIException {
        int testID, testMove = 1, originalValue;
        boolean solutionFound = false;
        testID = getFirstNonemptyHeapID(heapConfiguration);
        if (testID < 0) {
            throw new AIException("Attempt to execute on an
empty gamespace!");
        }
        testID--;
        while ((!solutionFound) && (testID + 1 <
heapConfiguration.length)) {
            testID++;
            if (heapConfiguration[testID] > 0) {
                originalValue = heapConfiguration[testID];
                heapConfiguration[testID]--;
                while (heapConfiguration[testID] >= 0 &&
!decisionMaker.acceptSolution(getNimSum(heapConfiguration))) {
                    heapConfiguration[testID]--;
                    System.out.println("Testing: " +
Arrays.toString(heapConfiguration) + "=" +
getNimSum(heapConfiguration));
                }
                if (heapConfiguration[testID] >= 0) {
                    testMove = originalValue -
heapConfiguration[testID];
                    System.out.println("Solution found.");
                    solutionFound = true;
                }
                heapConfiguration[testID] = originalValue;
            }
        }
```

```
        if (!solutionFound) { // Currently there is no winning
    move :(
            System.out.println("Faking solution.");
            testID = getFirstNonemptyHeapID(heapConfiguration);
            testMove = 1;
        }

        return new NimAISolution(testID, testMove);
    }

    @Override
    public NimAISolution getNextStep(List<Integer>
    heapConfiguration) throws AIException {
        return
    getBestMove(heapConfiguration.stream().mapToInt(i ->
    i).toArray());
    }

}
```

4. fejezet

Összefoglalás

Ebben a fejezetben kell összefoglalni a szakdolgozat eredményeit, sajátosságait és a témában való elhelyezkedését. A fejezet címe az „Összefoglalás” NEM módosítható! Lehet benne több alfejezet is, de nem ajánlott. Minimum 1 maximum 4 oldal a terjedelem.

Irodalomjegyzék

[1] Thomas Fisher: *Simulating the Pick-up Stones game: A dynamic approach*, Department of Computer Science and Electrical Engineering, University of Maryland Baltimore Country, `http://www.users.miamioh.edu/fishert4/docs/fisher-algo.pdf`

[2] Flesch, Rudolf (1951). *The Art of Clear Thinking.* New York: Harper and Brothers Publishers. 3. oldal

[3] Charles L. Bouton: *Nim, A Game with a Complete Mathematical Theory*, Annals of Mathematics (`http://www.jstor.org/stable/1967631`)

[4] Russell Stuart és Norvig Peter: *ARTIFICIAL INTELLIGENCE. A MODERN APPROACH. 2nd Edition*, Pearson Education, Inc (Magyar nyelvű fordítás: *https://mialmanach.mit.bme.hu/aima/index*)

[5] Nyerő stratégia és bizonyítása: *https://brilliant.org/wiki/nim/*

[6] Nim játék variánsai: *https://mialmanach.mit.bme.hu/erdekessegek/nim_jatek*

[7] Turing-teszt: *https://hu.wikipedia.org/wiki/Turing-teszt*

[8] Nimberek: *https://en.wikipedia.org/wiki/Nimber*,
https://en.wikipedia.org/wiki/Ordinal_number,
https://hu.wikipedia.org/wiki/Rendsz%C3%A1m_(halmazelm%C3%A9let)

[9] Minimax: *https://hu.wikipedia.org/wiki/Minimax_elv* *és [4]*

[10] Alfa-Béta vágás: *https://hu.wikipedia.org/wiki/Alfa-b%C3%A9ta_v%C3%A1g%C3%A1s* *és [4]*

Adathordozó használati útmutató

Ebben a fejezetben kell megadnunk, hogy a szakdolgozathoz mellékelt adathordozót (pl. CD) hogyan lehet elérni, milyen strukturát követ. Minimum 1 maximum 4 oldal a terjedelem. Lehet benne több alszakasz is. A fejezet címe nem módosítható, hasonlóan a következő részhez (Irodalomjegyzék).