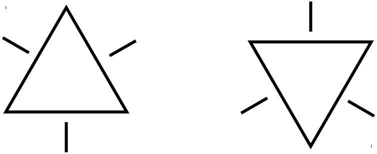
Teoria współbieżności
(slajdy z przykładów Teorii śladów)

Robert Schaefer

Katedra Informatyki,
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

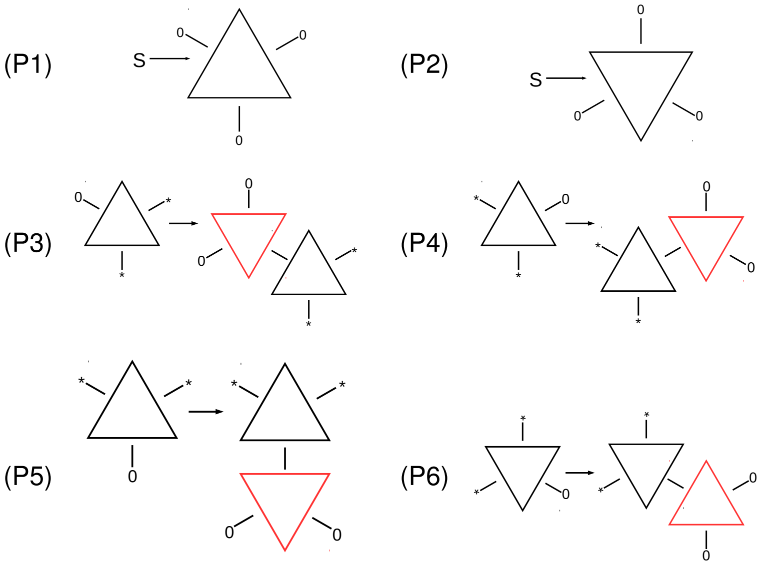
Przykład 1 – **30.5**

Dana jest następująca gramatyka grafowa generacji siatek 2D dla metody elementów skończonych. Siatka składa się z elementów trójkątnych zorientowanych na dwa różne sposoby.



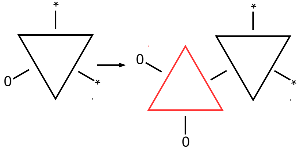
Gramatyka składa się z N produkcji.

Przykład 1 – 30.5

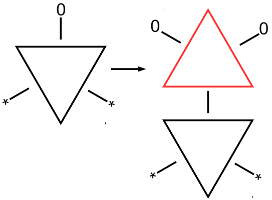


Przykład 1 – 30.5

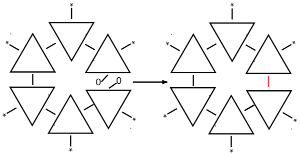
(P7)



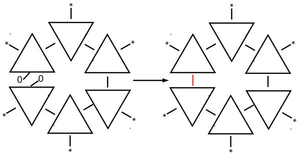
(P8)



(P9)

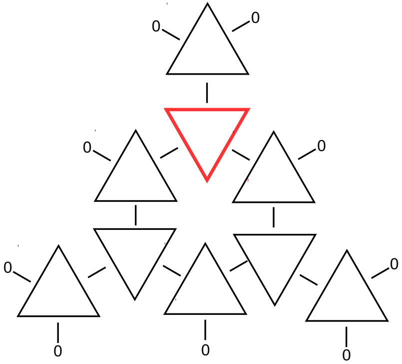


(P10)



Przykład 1 – **30.5**

Weźmy pod uwagę ciąg produkcji generujący siatkę trójkątną o długości 3 elementy na każdym boku. Zaczynamy od elementu zaznaczonego na czerwono.



(P2)-(P8)-(P7)-(P6)-(P5)-(P7)-(P6)-(P4)-(P9)-(P6)

Przykład 1 – **30.5**

$$\Sigma = \{P2, P8, P7, P6, P5, P7, P6, P4, P9, P6\}$$

$$D = \mathrm{sym}\{\{(P2, P8), (P2, P7), (P2, P6), (P7, P5), (P5, P7), (P5, P6), (P6, P4), (P6, P9), (P4, P9), (P4, P6)\}^+\} \cup I_\Sigma$$

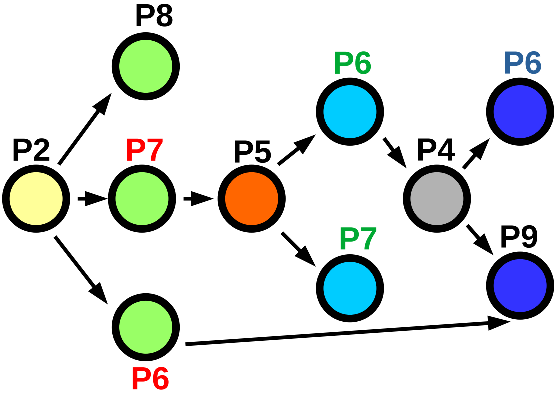
$$t = [w]_{\equiv_I^+} = [\langle P2, P8, P7, P6, P5, P7, P6, P4, P9, P6\rangle]_{\equiv_I^+}$$

Przykład 1 – **30.5**

Postać Normalna Foaty:

$$t = [\langle P2, P8, P7, P6, P5, P7, P6, P4, P9, P6\rangle]_{\equiv_I^+} = [\{P2\}]_{\equiv_I^+} \frown [\{P8, P7, P6\}]_{\equiv_I^+} \frown [\{P5\}]_{\equiv_I^+} \frown [\{P7, P6\}]_{\equiv_I^+} \frown [\{P4\}]_{\equiv_I^+} \frown [\{P9, P6\}]_{\equiv_I^+} = [F_1]_{\equiv_I^+} \frown [F_2]_{\equiv_I^+} \frown [F_3]_{\equiv_I^+} \frown [F_4]_{\equiv_I^+} \frown [F_5]_{\equiv_I^+} \frown [F_6]_{\equiv_I^+}$$

Graf Diekerta wraz z kolorowaniem



Przykład 2 – **30.6**

Rozważmy problem rozwiązywania układów równań liniowych metodą Gaussa dla poniższych wartości. Problem można przedstawić jako $M \times x = y$, gdzie M jest macierzą kwadratową, natomiast x oraz y są wektorami. Elementy macierzy M będziemy indeksować jako $M_{i,j}$. Elementy wektora y będziemy indeksowac jako y_i.

$$\begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

Mamy następujące niepodzielne zadania obliczeniowe za pomocą których można rozwiązać w.w. układ

- $A_{i,k}$ - znalezienie mnożnika dla wiersza i, do odejmowania go od k-tego wiersza,
  $m_{k,i} = M_{k,i} / M_{i,i}$
- $B_{i,j,k}$ - pomnożenie j-tego elementu wiersza i przez mnożnik - do odejmowania od k-tego wiersza,
  $n_{k,i} = M_{i,j} * m_{k,i}$

Mamy zadany następujący układ równań

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 8 \\ 6 & 5 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ 27 \end{bmatrix}$$

Dla uproszczenia zapisu będziemy stosować poniższą notację.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 6 & 5 & 16 & 27 \end{array}\right]$$

Przykład 2 – **30.6**

Używamy pierwszego wiersza do „wyprodukowania” zer w pierwszej kolumnie.
Drugi wiersz = drugi wiersz - 2 * pierwszy wiersz

$$A_{1,2}, B_{1,1,2}, C_{1,1,2}, B_{1,2,2}, C_{1,2,2}, B_{1,3,2}, C_{1,3,2}, B_{1,4,2}, C_{1,4,2}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 16 & 27 \end{array}\right]$$

Przykład 2 – **30.6**

Trzeci wiersz = trzeci wiersz - 3 * pierwszy wiersz

$$A_{1,3}, B_{1,1,3}, C_{1,1,3}, B_{1,2,3}, C_{1,2,3}, B_{1,3,3}, C_{1,3,3}, B_{1,4,3}, C_{1,4,3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 7 & 9 \end{array}\right]$$

Przykład 2 – **30.6**

Używamy drugiego wiersza do „wyprodukowania” zer w drugiej kolumnie
Trzeci wiersz = trzeci wiersz - 2 * drugi wiersz

$$A_{2,3}, B_{2,1,3}, C_{2,1,3}, B_{2,2,3}, C_{2,2,3}, B_{2,3,3}, C_{2,3,3}, B_{2,4,3}, C_{2,4,3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{array}\right]$$

Przykład 2 – **30.6**

$$\Sigma = \{A_{1,2}, B_{1,1,2}, C_{1,1,2}, B_{1,2,2}, C_{1,2,2}, B_{1,3,2}, C_{1,3,2}, B_{1,4,2}, C_{1,4,2},$$
$$A_{1,3}, B_{1,1,3}, C_{1,1,3}, B_{1,2,3}, C_{1,2,3}, B_{1,3,3}, C_{1,3,3}, B_{1,4,3}, C_{1,4,3},$$
$$A_{2,3}, B_{2,2,3}, C_{2,2,3}, B_{2,3,3}, C_{2,3,3}, B_{2,4,3}, C_{2,4,3}\}$$

$$\begin{aligned}D = \mathrm{sym}\{\{&(A_{1,2}, B_{1,1,2}), (A_{1,2}, B_{1,2,2}), (A_{1,2}, B_{1,3,2}), (A_{1,2}, B_{1,4,2}),\\
&(B_{1,1,2}, C_{1,1,2}), (B_{1,2,2}, C_{1,2,2}), (B_{1,3,2}, C_{1,3,2}), (B_{1,4,2}, C_{1,4,2}),\\
&(A_{1,3}, B_{1,1,3}), (A_{1,3}, B_{1,2,3}), (A_{1,3}, B_{1,3,3}), (A_{1,3}, B_{1,4,3}),\\
&(B_{1,1,3}, C_{1,1,3}), (B_{1,2,3}, C_{1,2,3}), (B_{1,3,3}, C_{1,3,3}), (B_{1,4,3}, C_{1,4,3}),\\
&(A_{2,3}, B_{2,2,3}), (A_{2,3}, B_{2,3,3}), (A_{2,3}, B_{2,4,3}),\\
&(B_{2,2,3}, C_{2,2,3}), (B_{2,3,3}, C_{2,3,3}), (B_{2,4,3}, C_{2,4,3}),\\
&(C_{1,2,2}, A_{2,3}), (C_{1,2,3}, A_{2,3}), (C_{1,2,2}, B_{2,2,3}), (C_{1,2,3}, B_{2,2,3}),\\
&(C_{1,3,2}, B_{2,3,3}), (C_{1,3,3}, C_{2,3,3}), (C_{1,4,2}, B_{2,4,3}), (C_{1,4,3}, C_{2,4,3})\}^{+}\} \cup I_{\Sigma}\end{aligned}$$

Przykład 2 – **30.6**

$$
\begin{aligned}
t = [w]_{\equiv_I^+} = [\langle & A_{1,2}, B_{1,1,2}, C_{1,1,2}, B_{1,2,2}, C_{1,2,2}, B_{1,3,2}, C_{1,3,2}, B_{1,4,2}, C_{1,4,2}, \\
& A_{1,3}, B_{1,1,3}, C_{1,1,3}, B_{1,2,3}, C_{1,2,3}, B_{1,3,3}, C_{1,3,3}, B_{1,4,3}, C_{1,4,3}, \\
& A_{2,3}, B_{2,2,3}, C_{2,2,3}, B_{2,3,3}, C_{2,3,3}, B_{2,4,3}, C_{2,4,3}\rangle]_{\equiv_I^+}
\end{aligned}
$$

Postać Normalna Foaty:

$$
\begin{aligned}
t = [\langle A \rangle]_{\equiv_I^+} = {} & [\{A_{1,2}, A_{1,3}\}]_{\equiv_I^+} \\
& {}^\frown[\{B_{1,1,2}, B_{1,2,2}, B_{1,3,2}, B_{1,4,2}, B_{1,1,3}, B_{1,2,3}, B_{1,3,3}, B_{1,4,3}\}]_{\equiv_I^+} \\
& {}^\frown[\{C_{1,1,2}, C_{1,2,2}, C_{1,3,2}, C_{1,4,2}, C_{1,1,3}, C_{1,2,3}, C_{1,3,3}, C_{1,4,3}\}]_{\equiv_I^+} \\
& {}^\frown[\{A_{2,3}\}]_{\equiv_I^+} {}^\frown[\{B_{2,2,3}, B_{2,3,3}, B_{2,4,3}\}]_{\equiv_I^+} \\
& {}^\frown[\{C_{2,2,3}, C_{2,3,3}, C_{2,4,3}\}]_{\equiv_I^+} = \\
& [F_1]_{\equiv_I^+} {}^\frown [F_2]_{\equiv_I^+} {}^\frown [F_3]_{\equiv_I^+} {}^\frown [F_4]_{\equiv_I^+} {}^\frown [F_5]_{\equiv_I^+} {}^\frown [F_6]_{\equiv_I^+}
\end{aligned}
$$

Graf Diekerta wraz z kolorowaniem