

Projekt PINN 1.

Dany jest projekt PINN w pytorch używający Collaba.

Sieć neuronowa to funkcja $PINN(x,y;t)$ opisująca rozkład temperatury $PINN(x,y;t)=u(x,y;t)$

Sieć neuronowa na wejściu dostaje punkt (x,y) oraz chwilę czasową t

Sieć neuronowa na wyjściu zwraca wartość temperatury w chwili t w punkcie (x,y) czyli $u(x,y;t)$

Chcemy rozwiązać równanie transportu ciepła dla zadanego stanu początkowego

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Szukamy funkcji temperatury $[0, 1]^2 \times [0, T] \ni (x, y) \rightarrow u(x, y; t) \in \mathcal{R}$

Warunek brzegowy $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ na całym brzegu

Stan początkowy

$$u_0 = u(x, y; 0) = \frac{\exp(-7r)^2}{2}$$

$r = \sqrt{(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2}$ czyli $I(r < 1/4)$ oznacza że dla $r > 1/4$ to jest zero

Definiujemy następujące loss functions

$$LOSS_{PDE}(x, y, t) = (\partial u(x, y, t)/\partial t - \partial^2 u(x, y, t)/\partial x^2 - \partial^2 u(x, y, t)/\partial y^2)^2$$

$$LOSS_{BC} = (\partial u/\partial n)^2$$

$$LOSS_{INIT}(x, y; 0) = (u(x, y;) - u_0(x, y; 0))^2$$

LOSS_PDE opisuje reziduum równania (reziduum = lewa strona równania – zero z prawej strony = 0).

Poprzez minimalizację LOSS_PDE uczymy sieci spełniania równania w środku obszaru

Algorytm uczenia losuje punkty (x,y) z wnętrza obszaru oraz moment czasowy t i ewaluuje loss

LOSS_PDE(x,y;t)

Im mniejszy LOSS_PDE tym sieć neuronowa lepiej nauczyła się równania w tym punkcie w tej chwili czasowej.

LOSS_BC opisuje reziduum warunku brzegowego (reziduum = pochodna u w kierunku normalnym do brzegu minus zero z prawej strony = 0)

Poprzez minimalizację LOSS_BC uczymy sieć neuronową spełniać warunek brzegowy

Algorytm uczenia losuje punkty (x,y) z brzegu obszaru oraz moment czasowy t i ewaluuje loss

LOSS_BC(x,y;t)

Im mniejszy LOSS_BC tym sieć neuronowa lepiej nauczyła się warunku brzegowego w tym punkcie na brzegu obszaru oraz w tej chwili czasowej.

Dodatkowo wprowadzamy $\text{LOSS_INIT}(x,y;0)$ który opisuje reziduum warunku brzegowego (reziduum = stan PINN w chwili czasowej $t=0$ minus wzór na ten stan = 0).

Poprzez minimalizację LOSS_INIT uczymy sieć neuronową spełniać warunek brzegowy

Algorytm uczenia losuje punkty (x,y) z całego obszaru i ewaluuje loss $\text{LOSS_INIT}(x,y;0)$ w chwili czasowej $t=0$.

Im mniejszy LOSS_INIT tym sieć neuronowa lepiej nauczyła się warunku początkowego w tym punkcie obszaru w chwili czasowej $t=0$.

Proszę uruchomić projekt PINN

Proszę zmodyfikować stan początkowy na swój ulubiony kształt

Proszę jako raport załączyć wydruk z collaba zawierający

- 1. Historię zbieżności**
- 2. Wykres historii zbieżności**
- 3. Wykres przedstawiający przybliżenie stanu początkowego**
- 4. Wykres przedstawiający 5 pośrednich stanów od stanu początkowego do końcowego stanu równowagi**