Вычислим $H^0_c(\mathbb{R})$:

$$0 \to \Omega^0_c(\mathbb{R}) \to \Omega^1_c(\mathbb{R}) \to 0$$

$H^1_c(\mathbb{R}) = \Omega^1_c(\mathbb{R})/d\Omega^1_c(\mathbb{R}) \cong \mathbb{R}$, так как

$$\Rightarrow \int_{\mathbb{R}} : \Omega^1_c(\mathbb{R})/d\Omega^0_c(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}.$$

Это отобр. корректно опр; т.к. если мы рсм. $\underset{\Omega^1_c}{\omega} + \underset{d\Omega^0_c}{df}$, то

$$\int_{\mathbb{R}} \omega + df = \int_{\mathbb{R}} \omega + \int_{\mathbb{R}} df = 0,$$ т.к. $f \in C_0^\infty(\mathbb{R})$.

Очевидно, что $d\Omega^0_c(\mathbb{R}) \subseteq \operatorname{Ker}\left(\int_{\mathbb{R}}\right)$, т.к. носитель компактный.

Пусть $\underset{\Omega^1_c(\mathbb{R})}{\omega} = g(x)dx \in \operatorname{Ker}\left(\int_{\mathbb{R}}\right)$. Тогда $\ast$ $f(x) = \int_{-\infty}^{x} g(x)\,dx$.

$\Rightarrow df = g(x)\,dx = \omega$; $f \in C_0^\infty(\mathbb{R})$. Значит, $\operatorname{Ker}\left(\int_{\mathbb{R}}\right) = d\Omega^0_c(\mathbb{R})$

$\Rightarrow \int_{\mathbb{R}}$ — изоморфизм.