$$\cdots$$
$$\downarrow$$
$$H^q(S^n) \longrightarrow H^q(U) \oplus H^q(V) \longrightarrow H^q(S^{n-1} \times \mathbb{R})$$
$$\downarrow$$
$$H^{q+1}(S^n) \longrightarrow H^{q+1}(U) \oplus H^{q+1}(V) \longrightarrow \cdots$$