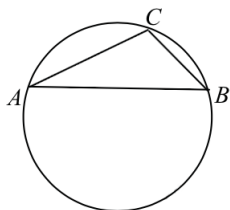


Тестовая часть:

№1 Найдите корень уравнения $3^{x-5} = 81$.

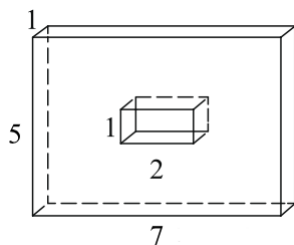
№2 При изготовлении подшипников диаметром 72 мм. вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм. , равна 0,97. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 71,99 мм. или больше, чем 72,01 мм.

№3 В треугольнике ABC сторона AB равна $2\sqrt{3}$, $\angle C = 120^\circ$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

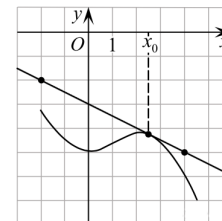


№4 Найдите $\log_a \frac{a^6}{b^4}$, если $\log_a b = -2$.

№5 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



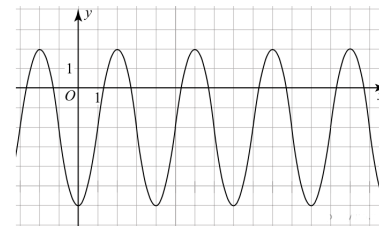
№6 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



№7 Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ – постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 21 с. Ответ дайте в киловольтах.

№8 Часы со стрелками показывают 8 часов ровно. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

№9 На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$, где $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Найдите $f\left(-\frac{22}{3}\right)$.



№10 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

№11 Найдите точку максимума функции $\log_2(-x^2 + 2x + 3)$.

Задания с развернутым ответом:

№12 а) Решите уравнение: $3 \log_8^2(\sin(x)) - \log_8(\sin(x)) - 2 = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

№13 Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, в которой $AB = 1$ и $AA_1 = 3$. Точки O и O_1 являются центрами окружностей, описанных около треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ соответственно. На ребре CC_1 отмечена точка M , такая что $CM = 2$.

а) Докажите, что прямая OO_1 содержит точку пересечения медиан треугольника ABM .

б) Найдите объем пирамиды $ABMC_1$.

№14 Решите неравенство:

$$2 \log_2(1 - 2x) - \log_2\left(\frac{1}{x} - 2\right) \leq \log_2(4x^2 + 6x - 1)$$

№15 В июле 2022 года планируется взять кредит на сумму 419375 рублей. Условия возврата таковы:

1. В январе каждого года долг увеличивается на 20% по сравнению с предыдущим годом.

2. С февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом. Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (за 4 года).

№16 Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая (AB) касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая (BK) пересекает первую окружность в точке D , прямая (AK) пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые (AD) и (BC) параллельны.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCD , если известно, что радиус первой окружности равен 4, а радиус второй окружности равен 1.

№17 Найдите все значения параметра a , при каждой из которых уравнение:

$\log_2(x^2 - a) = \log_2(4x + 1)$ имеет ровно два различных решения.

№18 Петя очень любит играть с кубиками, на которых написаны цифры. Один раз он потратил несколько часов, чтоб составить из этих кубиков два натуральных числа, кратных 45, причем первое составлено из четырех кубиков, второе — из трех кубиков, причем, в записи этих чисел каждая и- цифр 0, 1, 3, 4, 5, 6, 8 встречается ровно 1 раз.

а) Какую пару мог составить Петя?

б) Сколько различных таких пар мог составить Петя?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?