

Тестовая часть:

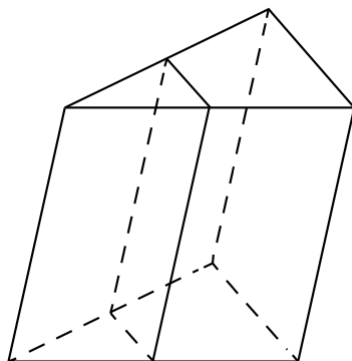
№1 Найдите корень уравнения $3^{x-5} = 81$.

№2 В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов. Только в двух билетах встречается вопрос о грибах. На экзамене выпускнику достаётся один случайно выбранный билет из этого сборника. Найдите вероятность того, что в этом билете будет вопрос о грибах.

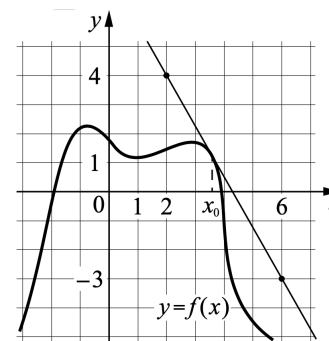
№3 Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Угол BAC равен 32° . Найдите угол BOC . Ответ дайте в градусах.

№4 Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

№5 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



№6 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



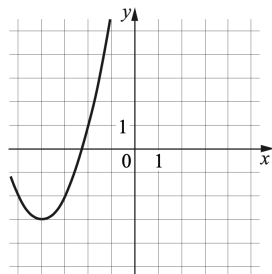
№7 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отраженного от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением:

$$\nu = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота отраженного сигнала (в МГц). Найдите частоту отраженного сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

№8 Весной катер идет против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

№9 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c – целые. Найдите значение $f(-12)$.



№10 Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Какова вероятность события «хотя бы раз выпало 3 очка»?

№11 Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$.

Задания с развернутым ответом:

№12 а) Решите уравнение: $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[2; \sqrt{10}]$.

№13 Длина ребра правильного тетраэдра $ABCD$ равна 1. M – середина ребра $[BC]$, L – середина ребра $[AB]$.
а) Докажите, что плоскость, параллельная прямой (CL) и содержащая прямую (DM) , делит ребро $[AB]$ в отношении 3 : 1, считая от вершины A .
б) Найдите угол между прямыми (DM) и (CL) .

№14 Решите неравенство: $20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0$.

№15 15-го января планируется взять кредит в банке на восемь месяцев в размере 2 млн. рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – целое число.
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга.
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06
Долг (в млн. рублей)	2	1,8	1,7	1,4	1,1	0,7
15.07	15.08	15.09				
0,4	0,2	0				

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 2,4 млн рублей.

№16 Первая окружность с центром O , вписанная в равнобедренный треугольник KLM , касается боковой стороны KL в точке B , а основания ML – в точке A . Вторая окружность с центром O_1 касается основания ML и продолжений боковых сторон.

- а) Докажите, что треугольник OLO_1 прямоугольный.
- б) Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и $AK = 16$.

№17 Найдите все значения параметра a , при каждой из которых уравнение:

$$\frac{4a}{a-6} \cdot 3^{|x|} = 9^{|x|} + \frac{3a+4}{a-6}$$

имеет ровно два различных решения.

№18 Полина записала несколько различных натуральных чисел, все цифры которых нечетны, после чего нашла сумму этих чисел и обозначила ее через S .

- а) Может ли сумма цифр числа S быть нечетным числом, если Полина записала ровно четыре числа?
- б) Может ли произведение цифр числа S быть нечетным числом, если $S > 1000$?
- в) Пусть десятичная запись числа S состоит из 2021 цифры. Какое наименьшее натуральное значение может принимать произведение цифр числа S ?