

# Побный вариант ЕГЭ по профильной математике

Апрель 2021, 1 вариант

## Разбалловка задач:

1. 1 балл
2. 1 балл
3. 1 балл
4. 1 балл
5. 1 балл
6. 1 балл
7. 1 балл
8. 1 балл
9. 1 балл
10. 1 балл
11. 1 балл
12. а) 1 балл  
б) 1 балл
13. а) 1 балл  
б) 2 балла
14. 2 балла
15. 2 балла
16. а) 1 балл  
б) 2 балла
17. 4 балла
18. а) 1 балл  
б) 1 балл  
в) 2 балла

## Результаты:

№1	
№2	
№3	
№4	
№5	
№6	
№7	
№8	
№9	
№10	
№11	

№12	
№13 (а)	
№13 (б)	
№14	
№15	
№16 (а)	
№16 (б)	
№17	
№18(а)	
№18(б)	
№18(в)	

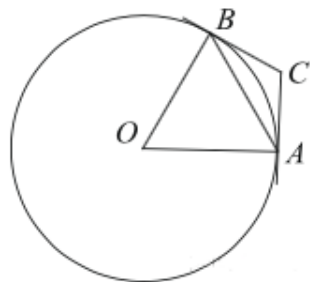
$\sum$ (Тест )	
$\sum$ (Разв. часть)	
$\sum$	

# Тестовая часть:

№1 Найдите корень уравнения  $2^{\log_8(5x-3)} = 4$ .

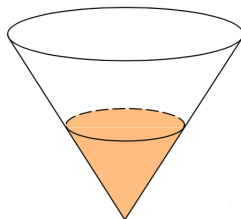
№2 При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

№3 Через концы  $A$  и  $B$  дуги окружности с центром  $O$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ .  $\angle CAB = 32^\circ$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

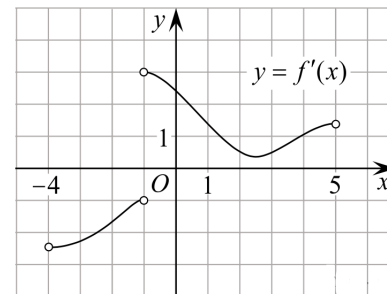


№4 Найдите значение выражения  $\frac{15\sqrt[5]{28a} - 7\sqrt[7]{20a}}{2\sqrt[35]{4a}}$  при  $a > 0$ .

№5 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $1/2$  высоты. Объем жидкости равен 70 мл. Сколько миллилитров нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



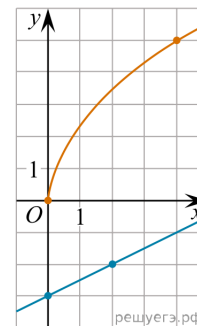
№6 Функция  $f$  определена и непрерывна на полуинтервале  $[-4, 5]$ . На рисунке изображён график её производной. Найдите промежутки возрастания  $f$ , а в ответ запишите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



№7 Два тела массой  $m = 2$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 10$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтоб в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей.

№8 Баржа в 10:00 вышла из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расположенный в 15 км. от  $A$ . Пробыв в пункте  $B$  1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт  $A$  в 16 : 00 того же дня. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

№9 На рисунке изображён график функций вида  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ , Которые пересекаются в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .



№10 Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

№11 Найдите наименьшее значение функции  $y$  на отрезке  $[1, 3]$ .

$$y = (x - 2)^2(x - 4) + 5$$

**Задания с развернутым ответом:**

№12 а) Решите уравнение:  $\frac{3^{\cos x}}{9^{\cos^2 x}} = 4^{2\cos^2 x - \cos x}$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi/2, \pi/6]$ .

№13 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со стороной  $AB = 4$  и диагональю  $BD = 7$ . Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  точка  $F$  так, что  $SF = BE = 3$ .

а) Докажите, что плоскость  $(CEF)$  параллельна ребру  $(SB)$ .

б) Плоскость  $(CEF)$  пересекает ребро  $(SD)$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от точки  $Q$  до плоскости  $(ABC)$ .

№14 Решите неравенство:  $\frac{\log_{x+3}(x^2 - x + 30)}{\log_{x+3}(x^2 - x - 1)} \geq \frac{\lg(x^4 - 2x^3 + x^2)}{\lg(x^2 - x - 1)}$ .

№15 Георгий взял кредит в банке на сумму 804000 рублей. Схема выплаты кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10% оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк очередной платёж. Известно, что Георгий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платёж был ровно в двое меньше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.

№16 Пусть точка  $O$  – центр вписанной в треугольник  $ABC$  окружности. На продолжении отрезка  $AO$  за точку  $O$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK = OK$ .

а) Докажите, что четырехугольник  $ABKC$  вписанный.

б) Найдите длину отрезка  $AO$ , если известно, что радиусы вписанной и описанной окружностей треугольника  $ABC$  равны соответственно 3 и 12, а  $OK = 5$ .

№17 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{(x + |y| - 2)(x^2 + 4x + y^2 + 2)}{x - 2} = 0 \\ y = x\sqrt{a - 5} \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

№18 Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их всевозможные суммы (попарные, по 3 элемента и так далее) выписывают на доску в порядке не убывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будут выписаны числа 2, 3, 5, 5, 7, 10.

а) На доске написан набор  $-11, -7, -5, -4, -1, 2, 6$ . Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?