

Алгебраическая геометрия и теория чисел.

М. Магин

1. Нормированные поля и нормы на \mathbb{Q} . Связь неравенства треугольника и ультраметрического неравенства.
2. Кольцо целых p -адических чисел. Мотивирующий пример про $\sqrt{2}$, определение \mathbb{Z}_p , каноническая форма целого p -адического числа.
3. Мультипликативная группа \mathbb{Z}_p^\times , представление элемента в виде произведения степени простого на обратимый.
4. Локализация кольца и поле частных. Примеры локализаций.
5. Поле p -адических чисел, как поле частных \mathbb{Z}_p .
6. Сравнения в поле \mathbb{Q}_p .
7. Сходимость в поле p -адических чисел. Целое p -адическое число является пределом задающей его последовательности. Критерий Коши. Критерий сходимости через разность соседних членов.
8. Ряды в поле \mathbb{Q}_p . Критерий сходимости ряда с p -адическими членами. Представление p -адического числа в виде ряда.
9. Метод касательных Ньютона. Приложения p -адических чисел к решению сравнений. Лемма Гензеля.
10. Квадратичные формы и квадратики. Рациональные параметризации квадратик, пример с пифагоровыми тройками.
11. Теорема Минковского-Хассе, доказательство для случая $n = 3$.
12. Проективные пространства, проективная плоскость (построение через разные модели). Однородные координаты, проективные преобразования.
13. Проективные квадратики.
14. Бесконечноудалённые точки и конические сечения на \mathbb{RP}^2 .
15. Кубические кривые и групповая структура на них.
16. Группа рациональных точек на эллиптической кривой.
17. Экскурс об эллиптических кривых. Целые точки на эллиптических кривых.