

Теория делимости

М. Магин

1. Делимость целых чисел. Определение, базовые свойства.
2. Простые числа. Теорема Евклида. Теорема о k последовательных составных в натуральном ряде.
3. Деление с остатком. Существование и единственность остатка. Свойства деления с остатком.
4. Сравнения по модулю. Определение, основные свойства: арифметика остатков, сокращение на взаимнопростой множитель, сравнение по модулю — отношение эквивалентности.
5. Десятичная запись числа и признаки делимости. Признак делимости на 3 (9), признак делимости на 2^n (5^n), признак делимости на 11.
6. Аксиомы кольца. Примеры и антипримеры колец. Кольцо классов вычетов $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.
7. Наибольший общий делитель, его основные свойства.
8. Наименьшее общее кратное и его основные свойства.
9. Алгоритм Евклида. Обобщенный алгоритм Евклида.
10. Линейное представление НОД. Линейные диофантовы уравнения: критерий разрешимости, общий вид решений. Лемма Евклида.
11. Методы решений диофантовых уравнений (на примерах).
12. Основная теорема арифметики. НОД и НОК в терминах основной теоремы арифметики.
13. Функция количества делителей τ , функция суммы делителей σ , степень вхождения простого в факториал.