

**Серия 28(b), Тригонометрия.**

1. Докажите формулу для площади треугольника:  $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ .
2. Докажите *теорему синусов*: в треугольнике  $a = 2R \sin \alpha$ .
3. Докажите, что  $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{1}{4}$ .
4. Выведите формулу для синуса суммы из формулы для косинуса разности.
5. Высота  $h_c$  треугольника образует со стороной  $a$  угол  $\alpha$ , а со стороной  $b$  – угол  $\beta$ . Докажите, что:  
а)  $\sin(\alpha + \beta) = \frac{ch_c}{ab}$ ; б)  $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{ch_c}{ab}$ ; в)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ .
6. Докажите, что в треугольнике а)  $a = b \cdot \cos \gamma + c \cdot \cos \beta$ . б)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$ .
7. Докажите неравенство  $\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha + \cos \beta \leq 2$ .
8. Числа  $a$  и  $b$  лежат в отрезке  $[0; 1]$ . Докажите, что  $\sqrt{a(1-b)} + \sqrt{b(1-a)} \leq 1$ .