

Серия 28(б), Тригонометрия.

1. Докажите формулу для площади треугольника: $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$.
2. Докажите *теорему синусов*: в треугольнике $a = 2R \sin \alpha$.
3. Докажите, что $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{1}{4}$.
4. Выведите формулу для синуса суммы из формулы для косинуса разности.
5. Высота h_c треугольника образует со стороной a угол α , а со стороной b – угол β . Докажите, что:
а) $\sin(\alpha + \beta) = \frac{ch_c}{ab}$; б) $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{ch_c}{ab}$; в) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.
6. Докажите, что в треугольнике а) $a = b \cdot \cos \gamma + c \cdot \cos \beta$. б) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$.
7. Докажите неравенство $\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha + \cos \beta \leq 2$.
8. Числа a и b лежат в отрезке $[0; 1]$. Докажите, что $\sqrt{a(1-b)} + \sqrt{b(1-a)} \leq 1$.