

# 计算方法第一次上机作业

曾梦辰\*

2024 年 5 月 8 日

## 摘要

本次作业完成教材第 20 页 17 题, 分析舍入误差与有效数.

## 1 问题

设  $S_N = \sum_{j=2}^N \frac{1}{j^2 - 1}$ , 其精确值为  $\frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{N} - \frac{1}{N+1} \right)$ .

(1) 编写按从大到小 (求和指标上升) 的顺序计算  $S_N$  的通用程序, 即

$$S_N = \frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \cdots + \frac{1}{N^2 - 1}$$

(2) 编写按从小到大 (求和指标下降) 的顺序计算  $S_N$  的通用程序, 即

$$S_N = \frac{1}{N^2 - 1} + \frac{1}{(N-1)^2 - 1} + \cdots + \frac{1}{2^2 - 1}$$

(3) 按以上程序计算  $S_{10^2}, S_{10^4}, S_{10^6}$ , 并指出有效位数, 数据使用单精度格式储存. 分析以上结果.

## 2 运行结果

程序参考附件 1, 以下列举运行结果.

---

\*学号: 202011999050

$N$	精确值	从大到小	从小到大
$10^2$	0.74004950	0.74004948	0.74004954
$10^4$	0.74990000	0.74985212	0.74989998
$10^6$	0.74990000	0.74985212	0.74999899

表 1: 运行结果

使用  $\varepsilon_1(N)$  表示从大到小计算时的绝对误差限,  $\varepsilon_2(N)$  表示从小到大计算时的绝对误差限. 当  $N = 10^2$  时, 从大到小计算有 7 位有效数, 从小到大计算有 7 位有效数, 且  $\varepsilon_1(10^2) < \varepsilon_2(10^2)$ ; 当  $N = 10^4$  时, 从大到小计算有 3 位有效数, 从小到大有 3 位有效数, 且  $\varepsilon_1(10^4) > \varepsilon_2(10^4)$ ; 当  $N = 10^6$  时, 从大到小计算有 3 为有效数, 从小到大有 4 位有效数, 自然  $\varepsilon_1(10^6) > \varepsilon_2(10^6)$ .

### 3 结果分析

我不到啊, 好奇怪啊.