Partial Correctness Assertions

Korrektheit

Hoare-Kalku

Zuweisungs-

Kompositions oder

Auswahlregel (if-then-else-

Iterationsregel
(while-Regel)

Beispiel

Partial Correctness Assertions

Matthias Springer

11. Januar 2011

Inhalt

Partial Correctness Assertions

Korrekthei

Hoare-Kalk

7...voicupas

Kompositions

oder

Auswahlregel (if-then-else-

Iterationsrege (while-Regel)

- 1 Korrektheit
- 2 Hoare-Kalkül
- 3 Zuweisungsaxiom
- 4 Kompositions- oder Sequenzregel
- 5 Auswahlregel (if-then-else-Regel)
- 6 Iterationsregel (while-Regel)
- 7 Beispiel

Korrektheit

Partial Correctness Assertions

Korrektheit

Hoare-Kalki

axiom

Kompositions oder

Sequenzregel

Auswahlrege (if-then-else-Regel)

Iterationsrege (while-Regel)

- Aus Vorbedingung P folgt Nachbedindung Q
- Partielle Korrektheit: Programm *muss nicht* terminieren
- Totale Korrektheit: Programm *muss* terminieren

Hoare-Kalkül

Partial Correctness Assertions

Korrekthei

Hoare-Kalkül

7. weisungs

Kompositions

oder Sequenzregel

Auswahlrege (if-then-else-Regel)

Iterationsrege (while-Regel)

- Korrektheit von imperativen Computer-Programmen
- Hoare-Tripel: $\{P\}S\{Q\}$
 - P, Q Zusicherungen (assertions): pr\u00e4dikatenlogische Formeln
 - *S* Programmsegment
 - P Vorbedingung
 - Q Nachbedingung

Zuweisungsaxiom

Partial Correctness Assertions

Korrekthei

Hoare-Kalki

Zuweisungs-

Kompositions oder

Sequenzregel Auswahlregel

(if-then-else-Regel)

Iterationsrege (while-Regel)

$$P \Rightarrow Q[v/t]$$
 $\{P\}v := t\{Q\}$

- Q[v/t]: Substitution von v durch t in Q
- Beispiel: $\{x + 1 = 42\}$ y := x + 1 $\{y = 42\}$ $\{x + 1 = 42\}$ $\{x + 1 = 42 \Rightarrow x + 1 = 42 \equiv \text{wahr}$

Kompositions- oder Sequenzregel

Partial Correctness Assertions

Korrekthe

Hoare-Kalkü

axiom

Kompositionsoder Sequenzregel

Auswahlregel (if-then-else-Regel)

Iterationsrege (while-Regel)

■ Beispiel:
$$\{x + 1 = 42\}$$
 $y := x + 1$; $z := y$ $\{z = 42\}$ $\{x + 1 = 42\}$ $y := x + 1$ $\{y = 42\}$ und $\{y = 42\}$ $z := y$ $\{z = 42\}$ $\{x + 1 = 42\}$ $\{x + 1 = 42\}$ und $\{y = 42\}$ $\{y = 42\}$

Auswahlregel (if-then-else-Regel) (1)

Partial Correctness Assertions

Korrekthei

Hoare-Kalkü

711Weistings

...

oder

Sequenzrege

Auswahlregel (if-then-else-Regel)

Iterationsregel (while-Regel)

```
■ \frac{\{P \land B\} \ S \ \{Q\}, \ \{P \land \neg B\} \ T \ \{Q\}\}}{\{P\} \ \text{if } B \ \text{then } S \ \text{else } T \ \{Q\}}
■ \{x = a\}
If x > 0 then
z \leftarrow x
else
z \leftarrow -x
end if
\{z = |a|\}
```

Auswahlregel (if-then-else-Regel) (2)

Partial Correctness Assertions

Korrekthei

Hoare-Kalkü

Zuweisungs-

Kompositions-

oder

Sequenzrege

Auswahlregel (if-then-else-Regel)

Iterationsregel (while-Regel)

$$\{x = a \land x > 0\}$$
$$\{x = |a|\}$$

$$\{x = a \land x \le 0\}$$
$$\{-x = |a|\}$$

Kompositions- oder Sequenzregel

Partial Correctness Assertions

Korrektheit

Hoare-Kalkü

_ .

M------

oder

Sequenzrege

(if-then-els Regel)

Iterationsregel (while-Regel)

Beispiel (1)

Partial Correctness Assertions

Korrektheit

Hoare-Naiku

Zuweisungs

axioiii

oder

Sequenzrege

Dequenziege

(if-then-else-Regel)

Iterationsregel (while-Regel)

$$\begin{aligned} & \{a \geq 0\} \\ & y \leftarrow 0 \\ & z \leftarrow 0 \\ & \textbf{while } y \neq a \textbf{ do} \\ & z \leftarrow z + 2y + 1 \\ & y \leftarrow y + 1 \\ & \textbf{end while} \\ & \{z = a^2\} \end{aligned}$$

Beispiel (2)

Partial Correctness Assertions

Korrektheit

Hoare-Kalkü

Zuweisungs

Kompositions

oder Sequenzregel

Auswahlregel (if-then-else-

Iterationsrege

$$\{a \ge 0 \land y = 0 \land z = 0\}$$
while $y \ne a$ do
$$z \leftarrow z + 2y + 1$$

$$y \leftarrow y + 1$$
end while
$$\{z = a^2\}$$

Beispiel (3)

Partial Correctness Assertions

Korrekthei

Hoare-Kalki

7...voicupae

axiom

Kompositionsoder

Sequenzregel

Auswahlregel (if-then-else-Regel)

Iterationsrege (while-Regel)

Invariante:
$$z = y^2$$

$$a \ge 0 \land y = 0 \land z = 0 \Rightarrow z = y^2$$

$$\{z = y^2 \land y \neq a\}$$

$$z \leftarrow z + 2y + 1$$

$$y \leftarrow y + 1$$

$$\{z = y^2\}$$

Beispiel (4)

Partial Correctness Assertions

Korrekthei

Hoare-Kalkü

Zuweisungs

Kompositions

Sequenzregel

Auswahlregel (if-then-else-Regel)

Iterationsregel (while-Regel)

$$\{z = y^2 \land y \neq a\}$$

$$z \leftarrow z + 2y + 1$$

$$\{z = (y + 1)^2\}$$

$$\{z = y^2 \land y \neq a\}$$

$$\{z + 2y + 1 = (y + 1)^2\}$$

$$z = y^{2} \land y \neq a$$

$$\Rightarrow z + 2y + 1 = y^{2} + 2y + 1 = (y + 1)^{2}$$

$$I \land \neg B \equiv z = y^2 \land y = a \Rightarrow z = a^2$$

Ergänzungen

Partial Correctness Assertions

Korrekthe

Hoare-Kalki

Kompositions oder

Auswahlregel (if-then-else-Regel)

Iterationsrege (while-Regel)

- Programmverifizierer (Invarianten schwierig)
- Alternative: wp-Kalkül
- Zuweisung, Addition, Subtraktion, sequentielle Ausführung, WHILE-Schleife genügt für Turing-Berechenbarkeit

Quellen

Partial Correctness Assertions

Korrekthe

Hoare-Kalki

Komposition

oder Sequenzregel

Auswahlregel (if-then-else-Regel)

Iterationsrege (while-Regel)

Beispiel

- Gumm, H. P.; Sommer, M.: Einführung in die Informatik.
 8. Auflage. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2009
- Ohlbach, H. J.; Eisinger, N.; Hammer, M.: Programmverifikation mit dem Hoare-Kalkül. URL: http://www.pst.ifi.lmu.de/lehre/SS06/ infoII/material/hoare-kalkuel.pdf

Stand: 10.01.2011