Diskrete Mathematik und Logik

Universität Konstanz, Wintersemester 2022/23

Dozent: Prof. Dr. Sven Kosub

Ausarbeitung: Dr. Matthias Droth

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Mathematische Grundlagen

1.1 Zuweisung

- Zuweisung als Standardform (linke Seite wird durch rechte Seite definiert):
$$x =_{\text{def}} y \quad \text{oder} \quad X := y\,. \tag{1.1}$$
$\Rightarrow$ „x“ ist der Name für y.
- x und y dürfen beliebig vertauscht werden.

Beispiele:

1. $x =_{\text{def}} 2$,
2. $x =_{\text{def}} 2n + 1$,
3. $f(x) =_{\text{def}} 2n + 1$,
4. $p|q \Leftrightarrow_{\text{def}} \exists k : \; q = k \cdot p$ (es gibt ein k mit $q = k \cdot p$).

Beachte: „$x = y$“ **behauptet** eine Gleichheit $\Rightarrow$ Beweis nötig!

1.2 Iteration

- Definitionsform zum Ausdrücken von Wiederholungen in Variablen, aber mit bestimmten Grenzen:
$$\sum_{k=1}^{n} a_k =_{\text{def}} a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n\,, \quad \prod_{k=1}^{n} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n\,. \tag{1.2}$$

Beispiel: $n! =_{\text{def}} \prod_{k=1}^{n} k$.

- Typisches Problem: Finde werggleichen Ausdruck onhe die Laufvariable k.
  Besipiel: $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$.

1.3 Rekursion

- Definitionsform, bei der die definierte Seite auf der definierenden Seite vorkommen darf: $x =_{\text{def}} \ldots x \ldots$.
- Um unendliche Schachtelungen auszuschließen werden Abbruchbedingungen festgelegt. Ein paar Beispiele:

  1. $n! =_{\text{def}} n \cdot (n-1)!$ für $n \geq 1$ und $0! =_{\text{def}} 1$.
  2. $\text{Euklid}(m, n) =_{\text{def}} \begin{cases} \text{Euklid}\ (\text{mod(n, m), m}) & \text{falls } m \nmid n, \\ m & \text{falls } m | n. \end{cases}$
  3. Fibonacci Reihe: $F_n =_{\text{def}} F_{n-1} + F_{n-2}$ für $n \geq 2$ und mit $F_0 =_{\text{def}} 0$, $F_1 =_{\text{def}} 1$.

  $$\begin{aligned} \Rightarrow F_5 &= F_4 + F_3 \\ &= (F_3 + F_2) + (F_2 + F_1) \\ &= ((F_2 + F_1) + (F_1 + F_0)) + ((F_1 + F_0) + F_1) \\ &= (((F_1 + F_0) + F_1) + (F_1 + F_0)) + ((F_1 + F_0) + F_1) \\ &= 5F_1 + 3F_0 = 5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 = 5\,. \end{aligned} \tag{1.3}$$

  Merke: Rekursionen werden ausgewertet, indem sie in Iterationen umgewandelt werden.

  4. Ackermann Funktion (auf natürlichen Zahlen x, y):

  $$\begin{aligned} A(0,\, y) &=_{\text{def}} y + 1\,, \\ A(x,\, 0) &=_{\text{def}} x\,, \\ A(x,\, y) &=_{\text{def}} A\left(x-1,\, A(x,\, y-1)\right)\,, \quad \text{für } x \geq 1,\, y \geq 1. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Literaturverzeichnis

[1] G. Baym, *Lectures on Quantum Mechanics* (Addison Wesley, 1993).

[2] F. Schwabl, *Quantenmechanik* und *Quantenmechanik für Fortgeschrittene* (Springer, 2007 und 2005).

[3] W. Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik*, Bände 4, 5/2 und 7 (Springer, 2005, 2006 und 2005).

[4] A. Messiah, *Quantenmechanik 2* (de Gruyter, 1990).

[5] H. Bruus and K. Flensberg, *Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics: An Introduction* (Oxford, 2004).