Kacper Błaszczyk 251485
Maciej Miazek 251589

Rok akademicki *2024/25*
środa, 16:00

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 1

Opis rozwiązania

Zaimplementowanie i porównanie ze sobą dwóch metod rozwiązywania równań nieliniowych (wariant 03A):
Oszacowanie dokładności wyniku: $|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon$

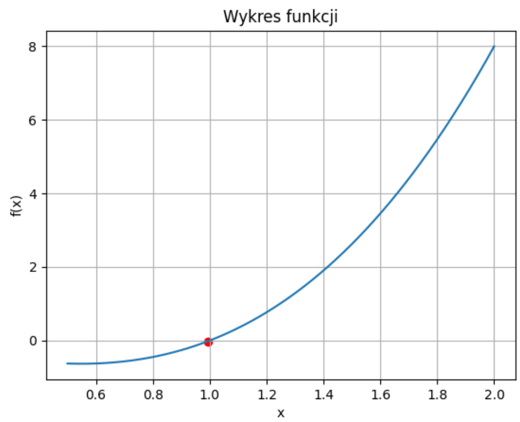
Metoda bisekcji

1. Określamy przedział $[a; b]$ dla którego $f(a)f(b) < 0$
2. Obliczamy wartość $x_i = \frac{a+b}{2}$
3. Analizujemy przypadki:
    a. Jeśli $f(x_i) = 0$ pierwiastek został znaleziony
    b. Jeśli $f(x_i)f(b) < 0$ to określamy nowy przedział $[x_i; b]$
    c. Jeśli $f(x_i)f(a) < 0$ to określamy nowy przedział $[a; x_i]$
4. Powracamy do kroku 2.

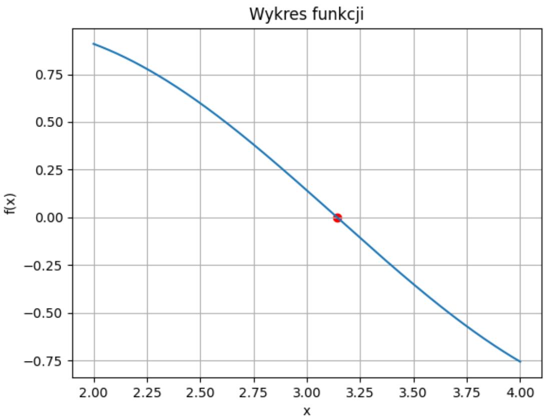
Regula falsi – jest metodą analogiczną z tym wyjątkiem, że w kroku 2. wartość x_i obliczamy $x_i = a - \frac{f(a)(b-a)}{f(b)-f(a)}$

Wyniki

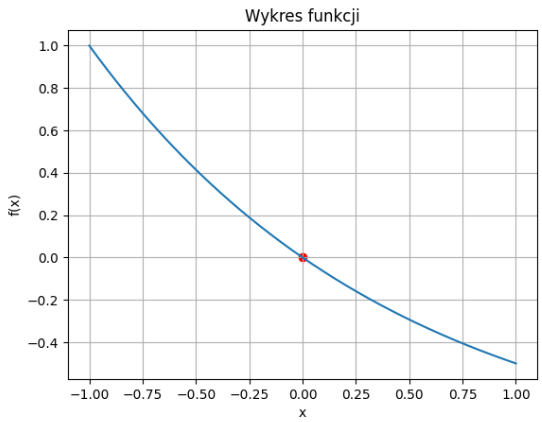
Funkcja	$[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}]$	**Dokładność**	**Liczba iteracji**	$\boldsymbol{x_0}$ **wyznaczone metodą bisekcji**	$\boldsymbol{x_0}$ **wyznaczone regułą falsi**	**Analitycznie miejsce zerowe**
$f(x) = x^3 + x^2 - 2x$	$\left[\frac{1}{2}; 2\right]$	1×10^{-3}		1,000	0,998	$x_0 = 1$
			10	1,000	0,993	



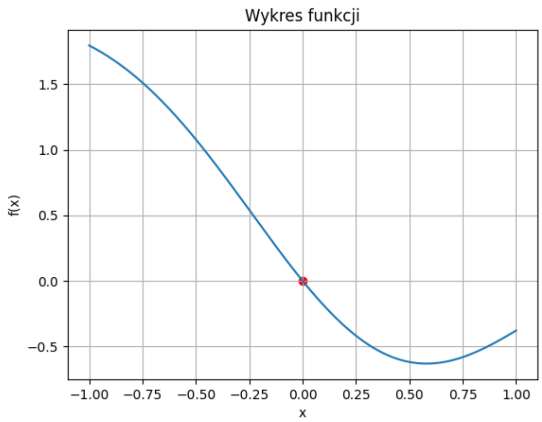
$g(x) = \sin(x)$	$[2; 4]$	1×10^{-3}		3,141	3,141	$x_0 = \pi$
			10	3,1416	3,1415	

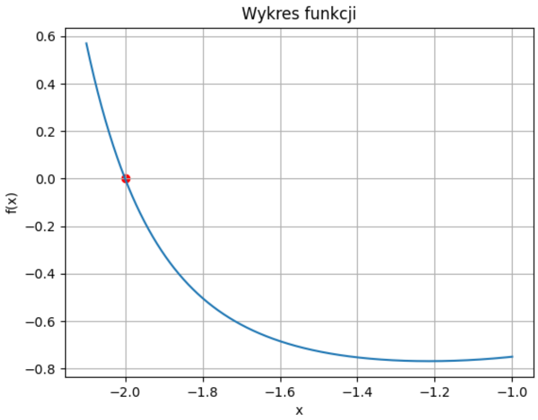
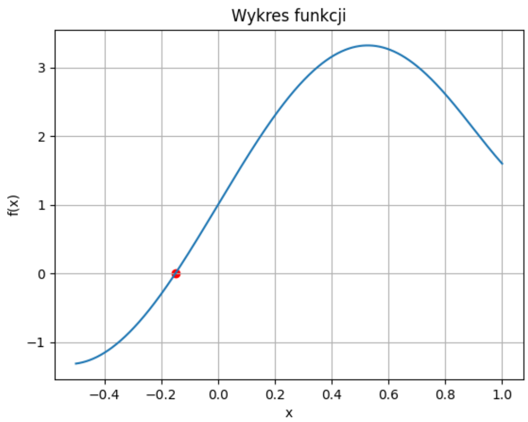
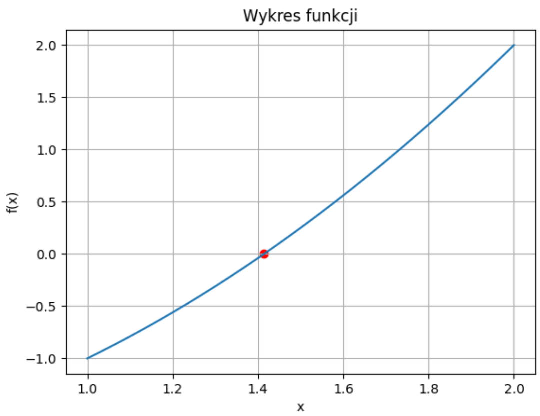


$h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x} - 1$	$[-1; 1]$	1×10^{-3}		0,000	0,000	$x_0 = 0$
			10	0,000	0,000	



$(f \circ g)(x)$	$[-1; 1]$	1×10^{-3}		0,000	0,000	$x_0 = 0$
			10	0,000	0,000	



<table>
<tr><td rowspan="2">$(h \circ f)(x)$</td><td rowspan="2">$[-2.1; -1]$</td><td>1×10^{-3}</td><td></td><td>$-1{,}999$</td><td>$-2{,}000$</td><td rowspan="2">$x_0 = -2$</td></tr>
<tr><td></td><td>10</td><td>$-1{,}9995$</td><td>$-1{,}9999$</td></tr>
<tr><td colspan="7">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$w(x) =$
$3{,}7x^5 - 10x^3 + 6{,}9x + 1$</td><td rowspan="2">$\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$</td><td>$1 \times 10^{-3}$</td><td></td><td>$-0{,}1491$</td><td>$-0{,}1498$</td><td rowspan="2">$x_0 \approx -0{,}149754$</td></tr>
<tr><td></td><td>10</td><td>$-0{,}1491$</td><td>$-0{,}1498$</td></tr>
<tr><td colspan="7">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$p(x) = x^2 - 2$</td><td rowspan="2">$[1; 2]$</td><td>1×10^{-3}</td><td></td><td>$1{,}4150$</td><td>$1{,}4141$</td><td rowspan="2">$x_0 = \sqrt{2}$</td></tr>
<tr><td></td><td>10</td><td>$1{,}4145$</td><td>$1{,}4142$</td></tr>
<tr><td colspan="7">
</td></tr>
</table>

Wnioski

Obliczenia dla zadanej dokładności lub liczby iteracji dają satysfakcjonujące wyniki. Metoda bisekcji jest prosta, zawsze dają wynik (przy prawidłowym przedziale) oraz jest łatwa w implementacji. Natomiast regula falsi jest metodą bardziej efektywną.