

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 2

Opis rozwiązania

Zaimplementowano metodę eliminacji Gaussa (wariant 1) w celu rozwiązywania układu N równań liniowych z N niewiadomymi, Użytkownik ma możliwość wprowadzania współczynników układu równań poprzez wczytanie ich w pliku, Program automatycznie wybiera element podstawowy oraz wykrywa sytuację, kiedy układ jest sprzeczny albo nieoznaczony,

Metoda eliminacji Gaussa

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Polega na:

1. Sprowadzeniu układu równań zapisanego w postaci $Ax = B$ do postaci z macierzą trójkątną górną
2. Przeprowadzeniu eliminacji za pomocą przekształceń elementarnych
3. Rozwiązaniu otrzymanego w ten sposób układu o macierzy trójkątnej górnej
4. Przeprowadzeniu obliczeń za pomocą algorytmu podstawiania w tył

Wyniki

Układy z jednym rozwiązaniem (a,d,f,g,h,j)

$$a) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 33 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0 \\ 2,0 \\ 3,0 \end{bmatrix}$$

$$d) \begin{bmatrix} 0,5 & -0,0625 & 0,1875 & 0,0625 \\ -0,0625 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1875 & 0 & 0,375 & 0,125 \\ 0,0625 & 0 & 0,125 & 0,25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -1,625 \\ 1 \\ 0,4375 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,0 \\ -3,0 \\ 1,5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$f) \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 \\ 1 \\ 21 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,0 \\ 3,0 \\ -4,0 \\ 5,0 \end{bmatrix}$$

Układy nieoznaczone (b,i)

$$b) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ -4 & -10 & -14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 20 \\ -40 \end{bmatrix}$$

Układ nieoznaczony (rozwiązania URL zależą od 1 parametru)

$$i) \begin{bmatrix} 6 & -4 & 2 \\ -5 & 5 & 2 \\ 0,9 & 0,9 & 3,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 11 \\ 13,5 \end{bmatrix}$$

Układ nieoznaczony (rozwiązania URL zależą od 1 parametru)

Układy sprzeczne (c,e)

$$c) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ -4 & -10 & -14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 20 \\ -20 \end{bmatrix}$$

Układ sprzeczny

$$e) \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 7 & 8 & 1 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Układ sprzeczny

Wnioski

Program określa rodzaj układów równań liniowych oraz oblicza ich rozwiązania w dużą dokładnością.