Online Approval Committee Elections

V. Do [1,3], M. Hervouin [1] J. Lang [1] P. Skowron [2]

[1]*LAMSADE, Paris* [2]University of Warsaw [3]Facebook AI

Definition

- Un ensemble de votants : $C = \{1 \dots n\}$
- Un ensemble de candidats : $N\{1 \dots m\}$
- Vote pour un comité de taille $k \in [|1, m|]$

Les candidats sont présentés un à un aux votants qui décident indiviuellement de l'approuver ou non, puis collectivement de son éventuelle sélection dans le comité. A chaque étape, on a donc une décision irrévocable avec une information incomplète.

Exemple : le Dim Sum

Principe : les plats à partager sont présentés un par un aux clients qui doivent décider de les accepter ou non.
Trois amis : Alice, Bob et Charlie vont dans un de ces restaurants en s'étant fixé un budget de 2 plats.

	Alice	Bob	Charlie
🧀	✗	✓	✓
🍜	✓	✓	✗
🍰	✓	✓	✓
🍉	✓	✓	✓

Le tableau ci dessus présente les plats proposés au groupe, l'idéal serait de choisir le gateau et les fruits, mais la décision est beaucoup plus dure à prendre sur le coup ! Un processus qui aurait choisi ces deux plats aurait été mauvais si aucun n'avait aimé les deux derniers (décision dans l'incertain/ le risque).

Première approche : les fonctions de score

Le problème étudié s'approche de celui des élections de comité par approbation, à la différence qu'on étudie la version "en ligne" en prenant des décisions avec une information partielle.

Une des approches utilisées pour trouver le meilleur comité (ou menu ici) est de donner des scores à chaque comité possible en fonction du nombre de membres approuvés par les votants. Pour ces méthodes, on va sommer les scores donnés par les votants, et la manière dont un votant va évaluer les comités définit une règle.

- Approval Voting (AV) : On compte le nombre de membres approuvés.
- Chamberlin-Courant (CC) : 1 si un membre est approuvé, 0 sinon
- Proportionnal Approval Voting : Idem que AV mais on applique ensuite la fonction harmonique H

Exemple : Les scores de {🧀, 🍜} et le score optimal pour chaque règle

	Alice	Bob	Charlie	Total	{🍰, 🍉}
🧀	✗	✓	✓		
🍜	✓	✓	✗		
AV	1	2	1	4	6
CC	1	1	1	3	3
PAV	1	1.5	1	2.5	5

Utilisation des Markov Decision Process pour trouver la meileure stratégie

Le but, est de trouver quel système de décision va maximiser l'espérence de score, pour ce faire on peut utiliser les MDPs si l'on a des informations utiles sur les préférences. Dans cet exemple, on a à l'avance l'information que chaque votant a une chance sur deux d'aimer un futur plat.

Le tableau représente les états d'un MDP qui étudie notre exemple avec la règle AV, les informations données sont le nombre de candidats passés/ séléctionnés (lignes) et le nombre d'approbation pour le candidat présent.

	$\gamma = 0$	$\gamma = 1$	$\gamma = 2$	$\gamma = 3$
$(4, 2)$	N, 0	N, 0	N, 0	N, 0
$(4, 1)$	O, 0	O, 1	O, 2	O, 3
$(3, 2)$	N, 0	N, 0	N, 0	N, 0
$(3, 1)$	N, $3/2$	N, $3/2$	O, 2	O, 3
$(3, 0)$	O, $3/2$	O, $5/2$	O, $7/2$	O, $9/2$
$(2, 1)$	N, $15/8$	N, $15/8$	O, 2	O, 3
$(2, 0)$	N, $21/8$	O, $23/8$	O, $31/8$	O, $39/8$
$(1, 0)$	N, $75/16$	N, $75/16$	N, $75/16$	O, $81/16$

Voici les décisions prises pour l'exemple cité :

	Alice	Bob	Charlie	Décision
🧀	✗	✓	✓	✗
🍜	✓	✓	✗	✓
🍰	✓	✓	✓	✓
🍉	✓	✓	✓	✗

Approche axiomatique

Comme pour les élections à un seul vainqueur, un pan de la recherche pour les élections de comités s'intéresse à la satisfactions de propriétés par les systèmes de vote, nous nous sommes penchés sur les propriétés de proportionnalité.

Voici les trois propriétés étudiées :

- Justified Representation : (JR) Un groupe d'au moins $\frac{n}{k}$ votants d'accords sur un candidat doit avoir au moins un représentant
- Proportional Justified Representation : (PJR) Pour $l \leq k$, un groupe d'au moins $l \times \frac{n}{k}$ votants d'accord sur l candidats doit avoir au moins l représentants
- Extended Justified Representation : (EJR) Pour $l \leq k$, dans un groupe d'au moins $l \times \frac{n}{k}$ votants d'accord sur l candidats, l'un d'eux doit avoir l représentants.

N.B. EJR $\implies$ PJR $\implies$ JR

Le processus précédent ne respecte pas JR

	Alice	Bob	Charlie	Décision
🧀	✗	✓	✓	✗
🍜	✗	✗	✗	✗
🍰	✗	✗	✗	✓
🍉	✗	✗	✗	✓

Un algorithme qui satisfait PJR

Voici commment marche l'algorithme sur notre exemple : on donne à chaque ami $k = 2$ pièces d'une monnaie fictive, chaque fois qu'un candidat apparaît, le recruter coûte $n = 3$ pièces, les personnes qui l'approuvent doivent donc se partager ce prix s'ils ont assez d'argent, sinon le candidat est refusé.

	Alice	Bob	Charlie	Décision
🧀	✗	$ $	$	✓
🍜	✓	✓	✗	✗
🍰	$ $	✓	$	✓
🍉	✓	✓	✓	✗

A propos de EJR

Nous avons prouvé qu'il était impossible de toujours satisfaire EJR pour un algorithme, cependant en étudiant la relaxation α-EJR (les groupes doivent être plus larges d'un facteur α pour avoir des représentants) nous avons eu les résultats suivants :

- Un algorithme qui satisfait $H(k)$-EJR (non polynomial)
- L'impossibilité de satisfaire $(1 - \epsilon)H(k)$-EJR ($\epsilon > 0$)
- Un algorithme polynomial qui satisfait $\omega(k)$-EJR (avec $\omega(k)^k = k$)

References

[1] Haris Aziz, Markus Brill, Vincent Conitzer, Edith Elkind, Rupert Freeman, and Toby Walsh. Justified representation in approval-based committee voting. 48(2):461–485, 2017.

[2] Mohammad Hossein Bateni, Mohammadtaghi Hajiaghayi, and Morteza Zadimoghaddam. Submodular secretary problem and extensions. *ACM Transactions on Algorithms (TALG)*, 9(4):1–23, 2013.

[3] Dimitri P Bertsekas, Dimitri P Bertsekas, Dimitri P Bertsekas, and Dimitri P Bertsekas. *Dynamic programming and optimal control*, volume 1. Athena scientific Belmont, MA, 1995.

[4] Martin Lackner and Piotr Skowron. Multi-winner voting with approval preferences. Technical Report arXiv:2007.01795 [cs.GT], arXiv.org, 2020.

[5] Luis Sánchez-Fernández, Edith Elkind, Martin Lackner, Norberto Fernández, Jesus A. Fisteus, Pablo Basanta Val, and Piotr Skowron. Proportional justified representation. pages 670–676, 2017.

[6] Piotr Skowron. Proportionality degree of multiwinner rules. 2021.

Lien vers l'article complet

matthieu.hervouin@dauphine.eu