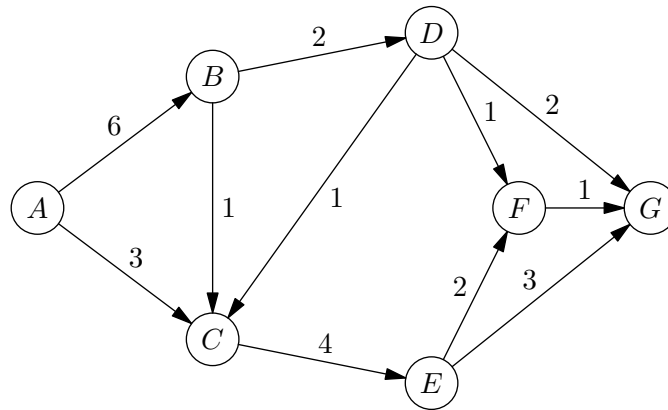


**Exercice 1 :** Considérons le graphe suivant :



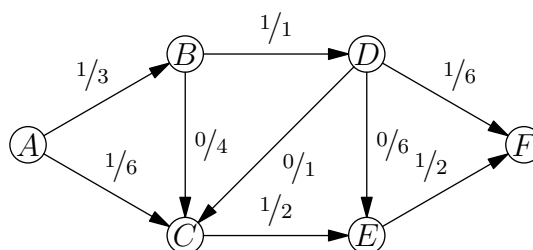
1. Ce graphe représente-t-il un flot de transport ? Si oui, quels sont ses éléments caractéristiques ?
2. Déterminer une coupe minimale de ce flot.  
Que peut-on en déduire ?
3. Trouver un flot maximal pour ce réseau.

**Exercice 2 :** Considérons le réseau de transports dont la matrice des capacités est donnée par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Quelles sont les conditions à vérifier (sur la matrice) pour affirmer que c'est bien un réseau de transports ?
2. Représenter le graphe dont la matrice est  $A$ .
3. En utilisant une coupe de ce graphe et le graphe des différences, donner un flot maximum pour ce réseau de transports.
4. Quelles sont les canalisations saturées à remplacer préférentiellement pour augmenter le flux total de ce réseau ?

**Exercice 3 :** On considère le flot suivant :



### Définition 1

Soit  $\mathcal{R} = (\mathcal{G}, c, s, p)$  un réseau de transport. On note  $\mathcal{S}$  l'ensemble de ses sommets et  $\mathcal{A}$  celui de ses arcs. Pour un flot  $\varphi$  sur  $\mathcal{R}$ , le graphe d'écart est un graphe tel que :

- ses sommets sont les sommets de  $\mathcal{G}$  et ont le même rôle que dans  $\mathcal{G}$  ;
- les arêtes de  $\mathcal{G}$  indiquent de combien on peut augmenter le flot pour arriver à saturation ;  
on ajoute alors les arcs dans le sens contraire pondérés du flot si ce flot est non nul.

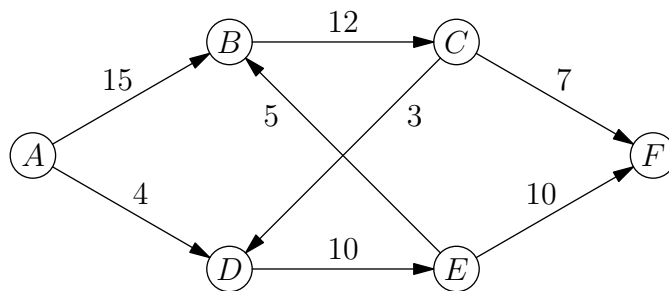
1. Ce flot est-il maximal ? Justifier.
2. Tracer le graphe d'écart de ce flot.

### Théorème 1

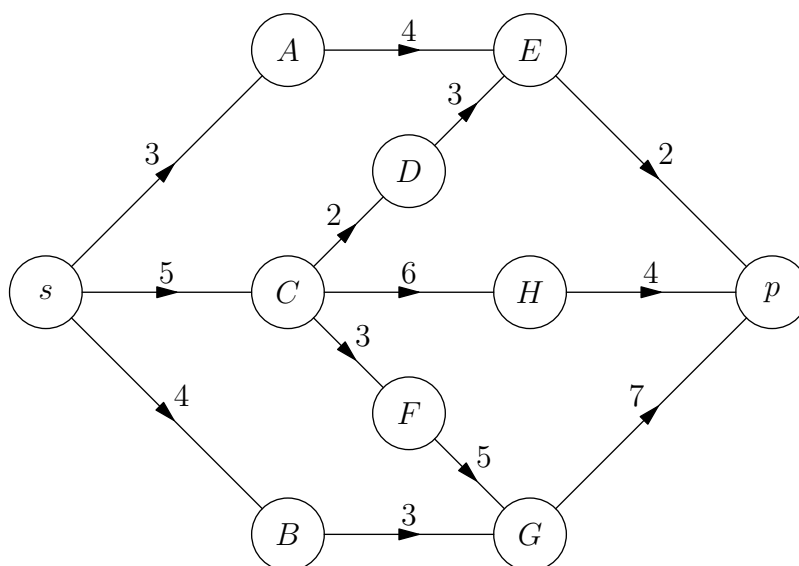
Dans un réseau de transport, tout flot peut être augmenté de la valeur du minimum du poids des arcs d'un chemin reliant la source au puits sur le graphe d'écart.

3. En utilisant la théorème précédent, déterminer un flot maximal.  
Est-ce la seule solution ?

**Exercice 4 :** En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, déterminer le flot maximum des réseaux de transport suivants :



Réseau 1



Réseau 2