Traitement mathématiques des images (I) Traitement ponctuel

bruno.colombel@univ-amu.fr

DUT Informatique IUT d'Aix-Marseille Site d'Arles

2019 - 2020

Images numériques

Histogrammes et grandeurs statistiques

Traitement ponctuel des images numériques

Exemples

Étalement de l'histogramme

Égalisation de l'histogramme

Sommaire

Images numériques

Histogrammes et grandeurs statistiques

Traitement ponctuel des images numériques

Exemples

Étalement de l'histogramme

Égalisation de l'histogramme

Images numériques

On distingue deux types d'images numériques :

- ▶ les images matricielles;
- les images vectorielles

➤ Composée d'objets géométriques individuels (segments de droite, polygones, arcs de cercle, etc.)

- Composée d'objets géométriques individuels (segments de droite, polygones, arcs de cercle, etc.)
- dessinée à nouveau à chaque visualisation, ce qui engendre des calculs sur la machine.

- ➤ Composée d'objets géométriques individuels (segments de droite, polygones, arcs de cercle, etc.)
- dessinée à nouveau à chaque visualisation, ce qui engendre des calculs sur la machine.
- ► Avantages : On peut l'agrandir indéfiniment sans perdre la qualité initiale

- ➤ Composée d'objets géométriques individuels (segments de droite, polygones, arcs de cercle, etc.)
- dessinée à nouveau à chaque visualisation, ce qui engendre des calculs sur la machine.
- ► Avantages : On peut l'agrandir indéfiniment sans perdre la qualité initiale
- ▶ Inconvénients : une qualité photo-réaliste nécessite une puissance de calcul importante et de beaucoup de mémoire.

► Une image matricielle (ou image bitmap) est composée d'une matrice de points à plusieurs dimensions

- ► Une image matricielle (ou image bitmap) est composée d'une matrice de points à plusieurs dimensions
- chaque dimension peut représenter :

- ► Une image matricielle (ou image bitmap) est composée d'une matrice de points à plusieurs dimensions
- chaque dimension peut représenter :
 - ▶ l'espace ;

- ► Une image matricielle (ou image bitmap) est composée d'une matrice de points à plusieurs dimensions
- chaque dimension peut représenter :
 - ▶ l'espace ;
 - luminosité;

- ► Une image matricielle (ou image bitmap) est composée d'une matrice de points à plusieurs dimensions
- chaque dimension peut représenter :
 - ► l'espace;
 - luminosité;
 - couleur;

- ► Une image matricielle (ou image bitmap) est composée d'une matrice de points à plusieurs dimensions
- chaque dimension peut représenter :
 - ▶ l'espace ;
 - luminosité;
 - couleur;

Les moyens de visualisation actuels reposent essentiellement sur les images matricielles

Nous nous intéresserons aux images matricielles.

Lorsqu'une image est numérisée, la numérisation se fait dans deux espaces :

Nous nous intéresserons aux images matricielles.

Lorsqu'une image est numérisée, la numérisation se fait dans deux espaces :

Nous nous intéresserons aux images matricielles.

Lorsqu'une image est numérisée, la numérisation se fait dans deux espaces :

1. Espace spatial

 l'image (2D) est numérisée suivant l'axe des abscisses et des ordonnées

Nous nous intéresserons aux images matricielles.

Lorsqu'une image est numérisée, la numérisation se fait dans deux espaces :

- l'image (2D) est numérisée suivant l'axe des abscisses et des ordonnées
- on parle d'échantillonnage

Nous nous intéresserons aux images matricielles.

Lorsqu'une image est numérisée, la numérisation se fait dans deux espaces :

- l'image (2D) est numérisée suivant l'axe des abscisses et des ordonnées
- on parle d'échantillonnage
- les échantillons de cet espace sont nommés *pixels* (picture element)

Nous nous intéresserons aux images matricielles.

Lorsqu'une image est numérisée, la numérisation se fait dans deux espaces :

- l'image (2D) est numérisée suivant l'axe des abscisses et des ordonnées
- on parle d'échantillonnage
- les échantillons de cet espace sont nommés pixels (picture element)
- leur nombre constitue la définition de l'image

2. Espace des couleurs

2. Espace des couleurs

les différentes valeurs de luminosité que peut prendre un pixel sont numérisées pour représenter sa couleur et son intensité

2. Espace des couleurs

- les différentes valeurs de luminosité que peut prendre un pixel sont numérisées pour représenter sa couleur et son intensité
- on parle de quantification

2. Espace des couleurs

- les différentes valeurs de luminosité que peut prendre un pixel sont numérisées pour représenter sa couleur et son intensité
- on parle de *quantification*
- La précision dans cet espace dépend du nombre de bits sur lesquels on code la luminosité et est appelée *profondeur* de l'image.

Pour résumer :

Pour résumer :

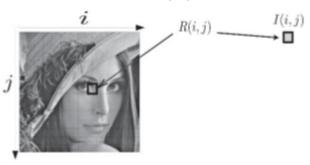
1. **L'échantillonnage** est le procédé de discrétisation spatiale d'une image

Pour résumer :

- 1. **L'échantillonnage** est le procédé de discrétisation spatiale d'une image
 - On associe à chaque zone rectangulaire R(i,j) d'une image continue une unique valeur I(i,j).

Pour résumer :

- 1. **L'échantillonnage** est le procédé de discrétisation spatiale d'une image
 - On associe à chaque zone rectangulaire R(i,j) d'une image continue une unique valeur I(i,j).



Pour résumer :

2. La quantification désigne la limitation du nombre de valeurs différentes que peut prendre I(i,j).

Pour résumer :

2. La quantification désigne la limitation du nombre de valeurs différentes que peut prendre I(i,j).



En général, un niveau de gris est codé sur 8 bits :

2⁸niveau de gris différents codés de 0 à 255

En général, un niveau de gris est codé sur 8 bits :

2⁸niveau de gris différents codés de 0 à 255

Dans ce cas,

I(i,j) = n est la valeur du niveau de gris

En général, un niveau de gris est codé sur 8 bits :

2⁸niveau de gris différents codés de 0 à 255

Dans ce cas,

I(i,j) = n est la valeur du niveau de gris

Image couleur:

le mélange de trois composantes donne une couleur;

En général, un niveau de gris est codé sur 8 bits :

2⁸niveau de gris différents codés de 0 à 255

Dans ce cas,

I(i,j) = n est la valeur du niveau de gris

Image couleur:

- le mélange de trois composantes donne une couleur;
- chaque composante « peut être considérée » comme une image en niveaux de gris;

En général, un niveau de gris est codé sur 8 bits :

2⁸niveau de gris différents codés de 0 à 255

Dans ce cas,

I(i,j) = n est la valeur du niveau de gris

Image couleur:

- le mélange de trois composantes donne une couleur;
- chaque composante « peut être considérée » comme une image en niveaux de gris;
- La théorie se fait sur les images en niveau de gris

Image normalisée

La plupart des logiciels acceptent des matrices dont les coefficients apprtiennent à $\left[0;1\right]$

La plupart des logiciels acceptent des matrices dont les coefficients apprtiennent à [0;1]

► On parle d'image normalisée

La plupart des logiciels acceptent des matrices dont les coefficients apprtiennent à $\left[0;1\right]$

- ► On parle d'image normalisée
- avantage : formules simplifiées

La plupart des logiciels acceptent des matrices dont les coefficients apprtiennent à $\left[0;1\right]$

- On parle d'image normalisée
- avantage : formules simplifiées

Nous travaillerons en général sur 8 bits

La plupart des logiciels acceptent des matrices dont les coefficients apprtiennent à [0;1]

- ► On parle d'image normalisée
- avantage : formules simplifiées

Nous travaillerons en général sur 8 bits

comprendre l'aspect discret du codage

Il faut distinguer :

Il faut distinguer :

1. transformations ponctuelles:

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur

Il faut distinguer :

1. transformations ponctuelles:

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur

2. transformations locales:

La correction d'un pixel dépend de sa valeur et de celle de ses voisins

Il faut distinguer:

1. transformations ponctuelles:

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur

2. transformations locales:

La correction d'un pixel dépend de sa valeur et de celle de ses voisins

3. transformations globales :

La correction d'un pixel dépend de la valeur de tous les autres pixels

- 1. le traitement ponctuel des images
 - Histogrammes

- 1. le traitement ponctuel des images
 - Histogrammes
 - Transformations

- 1. le traitement ponctuel des images
 - Histogrammes
 - Transformations
- 2. le traitement local des images :
 - ► **Filtrage** : convolution

- 1. le traitement ponctuel des images
 - Histogrammes
 - Transformations
- 2. le traitement local des images :
 - ► **Filtrage** : convolution
 - Recherche de contours reconnaissance de formes : fonctions de deux variables

- 1. le traitement ponctuel des images
 - Histogrammes
 - Transformations
- 2. le traitement local des images :
 - Filtrage : convolution
 - Recherche de contours reconnaissance de formes : fonctions de deux variables
 - Morphologie : théorie des ensembles

- 1. le traitement ponctuel des images
 - Histogrammes
 - Transformations
- 2. le traitement local des images :
 - Filtrage : convolution
 - Recherche de contours reconnaissance de formes : fonctions de deux variables
 - Morphologie : théorie des ensembles
- 3. le traitement global des images :
 - Analyse de Fourier

Sommaire

lmages numériques

Histogrammes et grandeurs statistiques

Traitement ponctuel des images numériques

Exemples

Étalement de l'histogramme

Égalisation de l'histogramme

Définition

L'histogramme d'une image est l'histogramme de la série de données correspondant aux niveaux de gris des pixels.

Définition

- L'histogramme d'une image est l'histogramme de la série de données correspondant aux niveaux de gris des pixels.
- C'est une fonction discrète définie pour tout $p \in \{0, 1, 2, \dots, 255\}$ par :

 $h_p = h(p) =$ Nombre des pixels ayant p pour niveau de gris

Définition

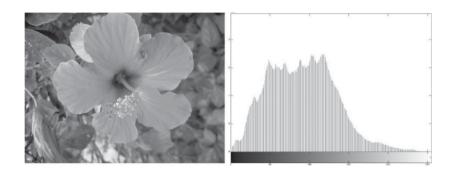
- L'histogramme d'une image est l'histogramme de la série de données correspondant aux niveaux de gris des pixels.
- C'est une fonction discrète définie pour tout $p \in \{0, 1, 2, \dots, 255\}$ par :

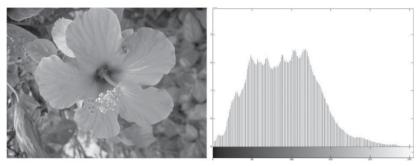
$$h_p = h(p) =$$
 Nombre des pixels ayant p pour niveau de gris

Définition

Dynamique d'une image
$$= [(h_p)_{min}; (h_p)_{max}]$$

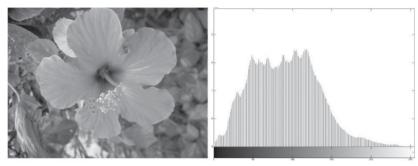






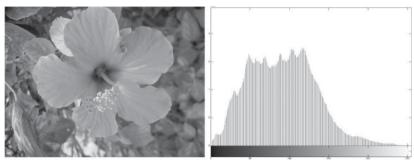
Informations sur:

▶ la dynamique réelle de l'image (nombre de niveaux de gris réellement utilisés)



Informations sur:

- ▶ la dynamique réelle de l'image (nombre de niveaux de gris réellement utilisés)
- similitude avec une distribution statistique connue



Informations sur:

- la dynamique réelle de l'image (nombre de niveaux de gris réellement utilisés)
- similitude avec une distribution statistique connue
- pics significatifs etc.

Luminance d'une image

Définition

La *luminance* (ou brillance) est définie comme la moyenne de tous les pixels de l'image

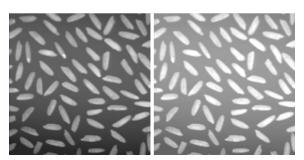
$$\mu = \frac{1}{256} \sum_{p=0}^{255} h_p$$

Luminance d'une image

Définition

La *luminance* (ou brillance) est définie comme la moyenne de tous les pixels de l'image

$$\mu = \frac{1}{256} \sum_{p=0}^{255} h_p$$



seule la luminance est différente

Le contraste peut être défini de plusieurs façons :

Le contraste peut être défini de plusieurs façons :

1. Écart-type des variations des niveaux de gris

$$\sigma^2 = \frac{1}{256} \sum_{p=0}^{255} h_p \times (p - \mu)^2$$

Le contraste peut être défini de plusieurs façons :

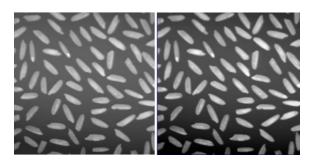
1. Écart-type des variations des niveaux de gris

$$\sigma^2 = \frac{1}{256} \sum_{p=0}^{255} h_p \times (p - \mu)^2$$

2. Variation entre niveaux de gris min et max

$$C = \frac{\max(I(x;y)) - \min(I(x;y))}{\max(I(x;y)) + \min(I(x;y))}$$

Les deux images suivantes possèdent un contraste différent :



Entropie d'une image

Définition

$$E = -\sum_{i=0}^{255} p_i \log_2(p_i)$$

où p_i la proportion $(0 \leqslant p_i \leqslant 1)$ de points de l'image ayant pour niveau de gris i

Entropie d'une image

Définition

$$E = -\sum_{i=0}^{255} p_i \log_2(p_i)$$

où p_i la proportion $(0 \leqslant p_i \leqslant 1)$ de points de l'image ayant pour niveau de gris i

 représente le nombre moyen de bits par pixel nécessaires pour coder toute l'information présente

Entropie d'une image

Définition

$$E = -\sum_{i=0}^{255} p_i \log_2(p_i)$$

où p_i la proportion $(0 \leqslant p_i \leqslant 1)$ de points de l'image ayant pour niveau de gris i

- représente le nombre moyen de bits par pixel nécessaires pour coder toute l'information présente
- utilisée dans les techniques de compression sans perte

Sommaire

Images numériques

Histogrammes et grandeurs statistiques

Traitement ponctuel des images numériques

Exemples

Étalement de l'histogramme

Égalisation de l'histogramme

Sauf mention particulière, nous parlons d'images comportant $N_1 \times N_2$ pixels codés sur 256 niveaux de gris différents.

Objectifs

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur de niveau de gris

Objectifs

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur de niveau de gris

► Recadrage dynamique

Objectifs

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur de niveau de gris

- ► Recadrage dynamique
- Égalisation

Objectifs

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur de niveau de gris

- Recadrage dynamique
- Égalisation
- ▶ Binarisation seuillage

Objectifs

Chaque pixel subit une correction qui ne dépend que de sa valeur de niveau de gris

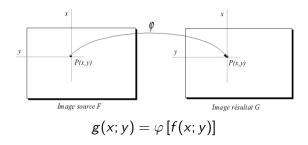
- Recadrage dynamique
- Égalisation
- Binarisation seuillage

Réglage de la luminosité et du contraste

Transformations pontuelles

Le mécanisme des opérations ponctuelles est le plus simple en traitement d'images.

À partir d'une image source, le résultat est établi point par point.



Les coordonnées du point résultat sont supposées identiques à celle du point source dans cette étude.

• $\varphi:I\to I'$: fonction de modification du niveau de gris indépendamment de la localisation géométrique des pixels

À chaque niveau de gris i est associé un niveau de gris i' :

$$i'=\varphi(i)$$

• $\varphi:I\to I'$: fonction de modification du niveau de gris indépendamment de la localisation géométrique des pixels

À chaque niveau de gris i est associé un niveau de gris i' :

$$i' = \varphi(i)$$

Table de transcodage appelée LUT (Look Up Table)

$$[\varphi(0), \varphi(1), \cdots, \varphi(255)]$$



• $\varphi: I \to I'$: fonction de modification du niveau de gris indépendamment de la localisation géométrique des pixels

À chaque niveau de gris i est associé un niveau de gris i' :

$$i' = \varphi(i)$$

Table de transcodage appelée LUT (Look Up Table)

$$[\varphi(0), \varphi(1), \cdots, \varphi(255)]$$

modification sur la répartition des niveaux de gris dans la nouvelle image

• $\varphi: I \to I'$: fonction de modification du niveau de gris indépendamment de la localisation géométrique des pixels

À chaque niveau de gris i est associé un niveau de gris i' :

$$i' = \varphi(i)$$

Table de transcodage appelée LUT (Look Up Table)

$$[\varphi(0), \varphi(1), \cdots, \varphi(255)]$$

- modification sur la répartition des niveaux de gris dans la nouvelle image
- Étude de la répartition statistique des niveaux de gris de l'image initiale



```
Entrées: Une image I de dimension p \times n;
Une transformation locale \varphi;
début
   // Initialisation de la LUT
   pour i variant de 1 à 256 faire
       LUT(i) = \varphi(i);
   fin
    // Utilisation de la LUT
   pour i variant de 1 à p faire
       pour i variant de 1 à n faire
           I'(i,j) = LUT(I(i,j));
       fin
fin
```

Sommaire

Images numériques

Histogrammes et grandeurs statistiques

Traitement ponctuel des images numériques

Exemples

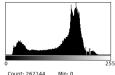
Étalement de l'histogramme

Égalisation de l'histogramme

Image plus claire

Décalage de l'histogramme vers les fortes luminances sans modification de sa forme





Count: 262144 Mean: 136.127 StdDev: 52.323

Min: 0 Max: 239 Mode: 171 (5394)

Image plus claire

Décalage de l'histogramme vers les fortes luminances sans modification de sa forme





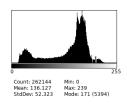


Image plus claire

Décalage de l'histogramme vers les fortes luminances sans modification de sa forme

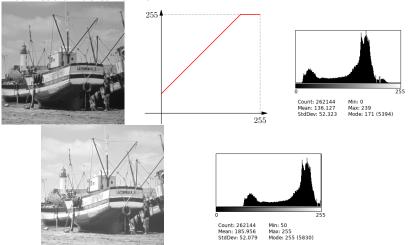
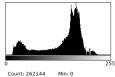


Image plus sombre

Décalage de l'histogramme vers les faibles luminances sans modification de sa forme



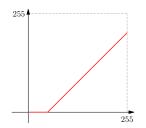


Count: 262144 Mean: 136.127 StdDev: 52.323 Min: 0 Max: 239 Mode: 171 (5394)

Image plus sombre

Décalage de l'histogramme vers les faibles luminances sans modification de sa forme





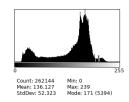
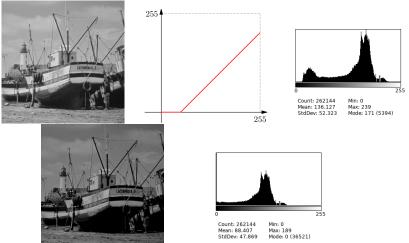


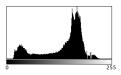
Image plus sombre

Décalage de l'histogramme vers les faibles luminances sans modification de sa forme



Baisse du contraste : l'histogramme est compacté



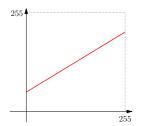


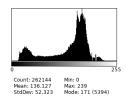
Count: 262144 Mean: 136.127 StdDev: 52.323

Min: 0 Max: 239 Mode: 171 (5394)

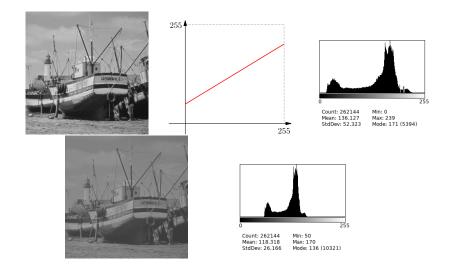
Baisse du contraste : l'histogramme est compacté





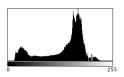


Baisse du contraste : l'histogramme est compacté



Inversion vidéo



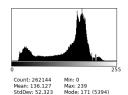


Count: 262144 Mean: 136.127 StdDev: 52.323 Min: 0 Max: 239 Mode: 171 (5394)

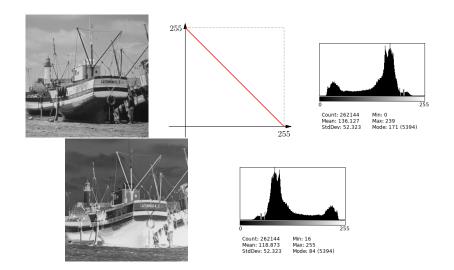
Inversion vidéo





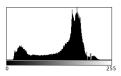


Inversion vidéo



Seuillage

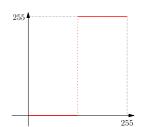


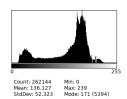


Count: 262144 Mean: 136.127 StdDev: 52.323 Min: 0 Max: 239 Mode: 171 (5394)

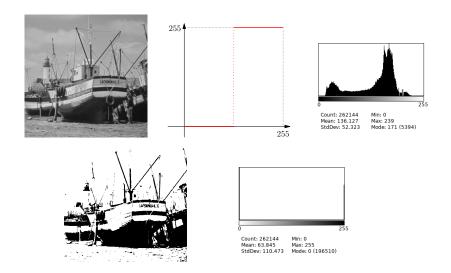
Seuillage







Seuillage



Sommaire

Images numériques

Histogrammes et grandeurs statistiques

Traitement ponctuel des images numériques

Exemples

Étalement de l'histogramme

Égalisation de l'histogramme

▶ image présentant un histogramme concentré dans l'intervalle [a; b]

- ▶ image présentant un histogramme concentré dans l'intervalle [a; b]
- Les valeurs a et b correspondent aux niveaux de gris extrêmes présents dans cette image

Dynamique d'une image = [a; b]

- ▶ image présentant un histogramme concentré dans l'intervalle [a; b]
- Les valeurs a et b correspondent aux niveaux de gris extrêmes présents dans cette image

Dynamique d'une image =
$$[a; b]$$

Le recadrage de dynamique (lu Étalement de l'histogramme) consiste à étendre la dynamique de l'image transformée à l'étendue totale [0; 255]

Plusieurs méthodes possibles :

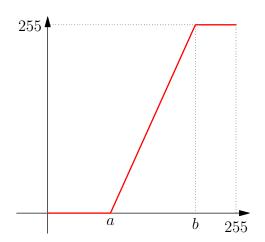
► Transformation linéaire

- ► Transformation linéaire
- Transformation linéaire avec saturation

- ► Transformation linéaire
- Transformation linéaire avec saturation
- Transformation linéaire par morceau

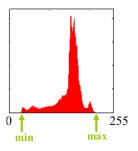
- ► Transformation linéaire
- Transformation linéaire avec saturation
- ► Transformation linéaire par morceau
- Transformation non-linéaire

Transformation linéaire



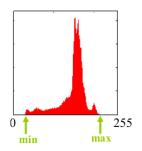
Transformation linéaire : Étalement de l'histogramme

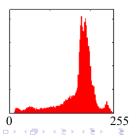




Transformation linéaire : Étalement de l'histogramme



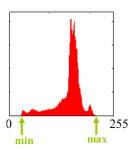


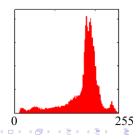


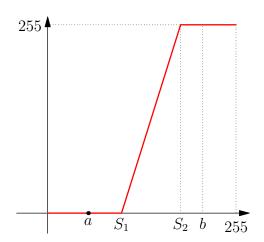
Transformation linéaire : Étalement de l'histogramme



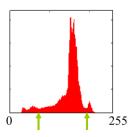




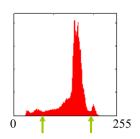


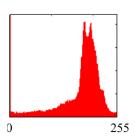






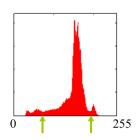


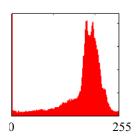




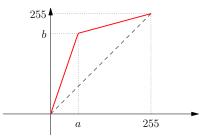




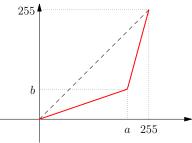




Transformation affine par morceaux

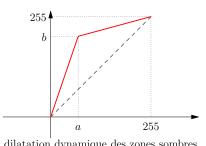


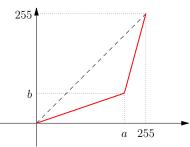
dilatation dynamique des zones sombres



dilatation dynamique des zones claires

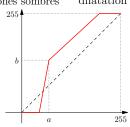
Transformation affine par morceaux



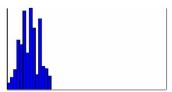


dilatation dynamique des zones sombres

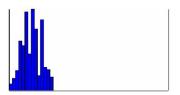
dilatation dynamique des zones claires



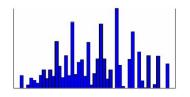












Sommaire

Images numériques

Histogrammes et grandeurs statistiques

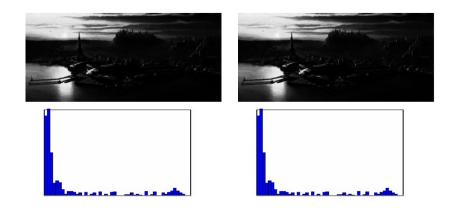
Traitement ponctuel des images numériques

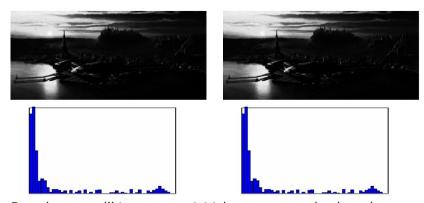
Exemples

Étalement de l'histogramme

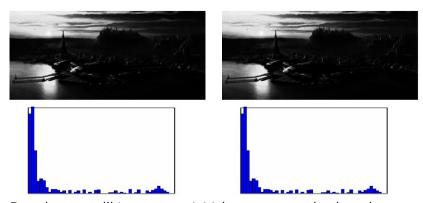








Dans le cas où l'histogramme initial occupe toute la plage de dynamique, aucun changement n'est visible



Dans le cas où l'histogramme initial occupe toute la plage de dynamique, aucun changement n'est visible

Méthode d'égalisation de l'histogramme

Objectifs : histogramme de l'image transformée le plus plat possible

Objectifs : histogramme de l'image transformée le plus plat possible

meilleure répartition des intensités relatives

Objectifs : histogramme de l'image transformée le plus plat possible

- meilleure répartition des intensités relatives
- amélioration du contraste

Objectifs : histogramme de l'image transformée le plus plat possible

- meilleure répartition des intensités relatives
- amélioration du contraste
- augmentation artificielle de la clarté

Définition (Histogramme cumulé)

C'est une fonction du niveau de gris p telle que :

$$H_C(p) = \sum_{i=0}^p h_i$$

Définition (Histogramme cumulé)

C'est une fonction du niveau de gris p telle que :

$$H_C(p) = \sum_{i=0}^p h_i$$

$$\vdash H_C(0) = h_0$$

Définition (Histogramme cumulé)

C'est une fonction du niveau de gris p telle que :

$$H_C(p) = \sum_{i=0}^p h_i$$

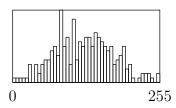
- $\vdash H_C(0) = h_0$
- \vdash $H_C(p+1) = H_C(p) + h_{p+1}$

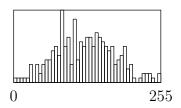
Définition (Histogramme cumulé)

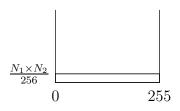
C'est une fonction du niveau de gris p telle que :

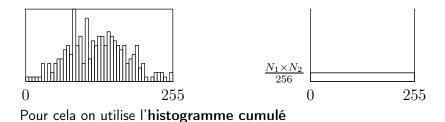
$$H_C(p) = \sum_{i=0}^p h_i$$

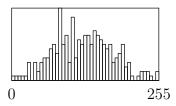
- $\vdash H_C(0) = h_0$
- \vdash $H_C(p+1) = H_C(p) + h_{p+1}$
- ► $H_C(255) = N_1 \times N_2$

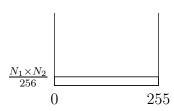




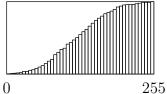


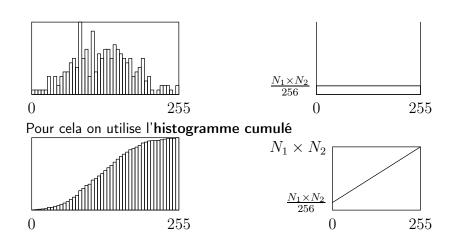


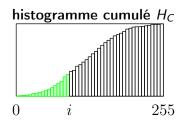




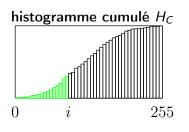
Pour cela on utilise l'histogramme cumulé



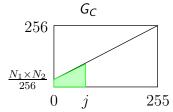


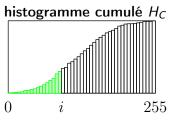


histogramme cumulé idéal G_C

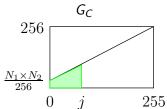


histogramme cumulé idéal

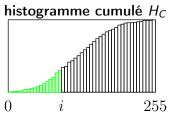




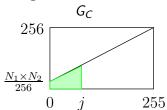
histogramme cumulé idéal



Pour une valeur de i donnée on cherche le j tel que $G_c(j) = H_c(i)$



histogramme cumulé idéal



Pour une valeur de i donnée on cherche le j tel que $G_c(j) = H_c(i)$ Nous verrons en Td que :

$$j = f(i) = \frac{256}{N_1 \times N_2} \sum_{p=0}^{i} h_i$$

