

Sujet TD n°01

Les tables de hachage

Notions abordées

- ✓ Table de hachage
- ✓ Sondage linéaire, quadratique, double hachage

Chaînage linéaire

On dispose d'une table de hachage de taille 13 dont les collisions sont résolues par liste chaînée, et dont la fonction de hachage est $h(k) = k \bmod 13$.

- 1) Après avoir calculé leur hash code, exécutez l'algorithme d'insertion dans la table pour les paires clés/valeurs suivantes : {5,A}; {28,B}; {19,C}; {15,D}; {20,E}; {33,F}; {12,G}; {17,H}; {10,I}.
- 2) Calculer le facteur de charge τ pour cette table de hachage.
- 3) Calculer la probabilité que l'insertion d'une nouvelle paire entraîne une collision.

Adressage ouvert

Soit une table de hachage de taille m pour laquelle les collisions sont gérées par le biais d'un sondage linéaire et dont la fonction de hachage est définie par :

$$h: \begin{cases} \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \llbracket 0, m-1 \rrbracket \\ (k, i) \rightarrow (h'(k) + i) \bmod m \end{cases}$$

Où $h'(k) = k \bmod m$ et i est le nombre de tentative d'insertion avant qu'il n'y ait plus de collision.

- 1) Ecrire la trace de l'insertion dans une table de taille $m = 13$ des paires clés/valeurs {5,A}; {28,B}; {19,C}; {15,D}; {20,E}; {33,F}; {12,G}; {17,H}; {10,I} en utilisant la fonction de hachage $h'(k) = k \bmod 13$. Combien de collision y a-t-il eu ?
- 2) Quel est le taux de charge et la probabilité de collision de cette table ?
- 3) On considère maintenant la fonction de hachage suivante :

$$h: \begin{cases} \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \llbracket 0, m-1 \rrbracket \\ (k, i) \rightarrow (h'(k) + c_1 \times i + c_2 \times i^2) \bmod m \end{cases}$$

De quel type de fonction de hachage s'agit-il ? Quel est son avantage par rapport à la méthode précédente ? Quels sont ces inconvénients ? Ecrire la trace de l'insertion dans une table de taille $m = 13$ des paires clés/valeurs {5,A}; {28,B}; {19,C}; {15,D}; {20,E}; {33,F}; {12,G}; {17,H}; {10,I} en utilisant la fonction de hachage $h'(k) = k \bmod 9$ avec $c_1 = 1$ et $c_2 = 2$.

- 4) On considère maintenant la fonction de hachage suivante :

$$h: \begin{cases} \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \llbracket 0, m-1 \rrbracket \\ (k, i) \rightarrow (h_1(k) + i \times h_2(k)) \bmod m \end{cases}$$

Où $h_1(k) = k \bmod 13$ et $h_2(k) = 1 + (k \bmod 12)$

Ecrire la trace de l'insertion dans une table de taille $m = 13$ des paires clés/valeurs {5,A}; {28,B}; {19,C}; {15,D}; {20,E}; {33,F}; {12,G}; {17,H}; {10,I}. Que se passe-t-il si $h_2(k)$ et m ne sont pas premiers entre eux ? Quel problème cela pose-t-il ?

- 5) Que se passe-t-il si l'on supprime certaines clés d'une table de hachage avec adressage ouvert ? Comment peut-on résoudre ce problème ?
- 6) Ecrire le pseudo code permettant d'insérer une paire dans une table de hachage de taille m à adressage ouvert avec sondage (linéaire, quadratique ou double hachage).
- 7) Ecrire le pseudo code permettant de rechercher la valeur associée à une clé dans une table de hachage de taille m à adressage ouvert avec sondage (linéaire, quadratique ou double hachage).