M2201 : TD 3

Algorithmes sur un graphe valué

24 avril 2019 – B. Colombel

Exercice 1 : **Routage par l'information d'état des liens**
Dans un réseau, le « sommet » A (c'est-à-dire le routeur A) reçoit les paquets d'information d'état des liens de chaque sommet. Il connaît donc les voisins de chaque sommet du graphe ainsi que les coûts associés :

A	coût
B	4
E	5

B	coût
A	4
C	2
F	6

C	coût
B	2
D	7
E	1

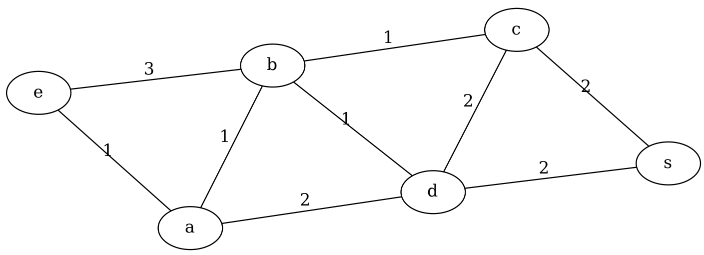
D	coût
C	7
F	3

E	coût
A	5
C	1
F	3

F	coût
B	6
D	3
E	3

1. Aider A à reconstruire le réseau.
2. Calculer les tables de routage de A puis celles de D. Pour chaque sommet donné x, la table de routage contient, pour chaque destination y, son coût total et le premier sommet de la plus courte chaîne allant de x vers y.

Exercice 2 : Pour le graphe valué ci-dessous, déterminer la distance du sommet e au sommet s ainsi que tous les parcours réalisant cette distance.



Exercice 3 : Soit G un graphe dont les arêtes sont pondérées (distances). On donne la matrice des distances suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & \infty & 2 & \infty & \infty & 8 & \infty \\ \infty & 0 & \infty & 1 & \infty & \infty & 2 & \infty \\ \infty & 4 & 0 & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 2 & 8 & \infty & 0 & 9 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & 2 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & 0 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

1. Reconstruire, à partir de cette matrice, le graphe initial.
2. À l'aide de l'algorithme de Dijkstra, trouver le plus court chemin allant de A vers H.

Exercice 4 : On souhaite créer un réseau d'interconnexions électriques dans un pays en voie de développement entre 6 villes, notées $\{1,2,\ldots,6\}$. Une étude a été menée sur les différents coûts de constructions entre ces villes ; on le donne sous forme de la matrice suivante (le coefficient $a_{i,j}$ représentant le coût de construction entre les villes i et j) :

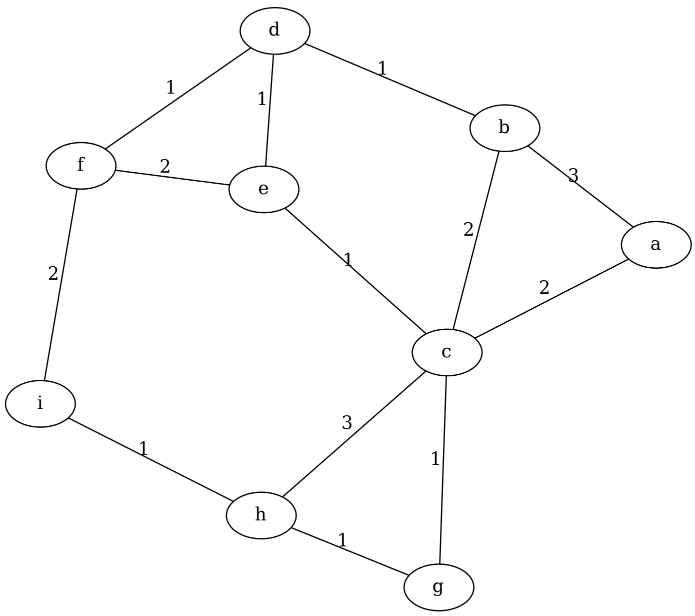
$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & 20 & 30 & \infty & \infty \\ 10 & 0 & 20 & 30 & \infty & 50 \\ 20 & 20 & 0 & 10 & 50 & 70 \\ 30 & 30 & 10 & 0 & 55 & 30 \\ \infty & \infty & 50 & 55 & 0 & 60 \\ \infty & 50 & 70 & 30 & 60 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Construire le graphe représentant ces villes, leurs liens et le coût de la construction de ce lien.

2. À quel problème classique de théorie des graphes ce problème se ramène-t-il ?
3. Résoudre le problème en utilisant les algorithmes classiques.

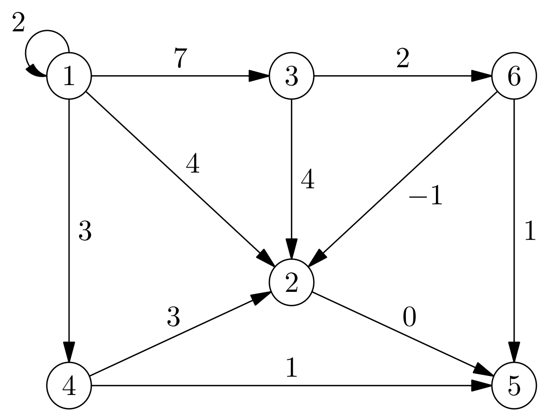
Exercice 5 : On considère le graphe ci-contre.

1. Déterminer la distance entre le sommet a et le sommet i ainsi que tous les parcours réalisant cette distance.
2. Déterminer un arbre recouvrant de poids minimal ; utiliser un algorithme traitant les sommets puis un algorithme traitant les arêtes.



Exercice 6 :

1. Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford pour calculer les distances minimales depuis le sommet 1.
2. Comment adapter l'algorithme pour déterminer les distances maximales ?



Exercice 7 : Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford pour calculer les distances minimales depuis le sommet 3.