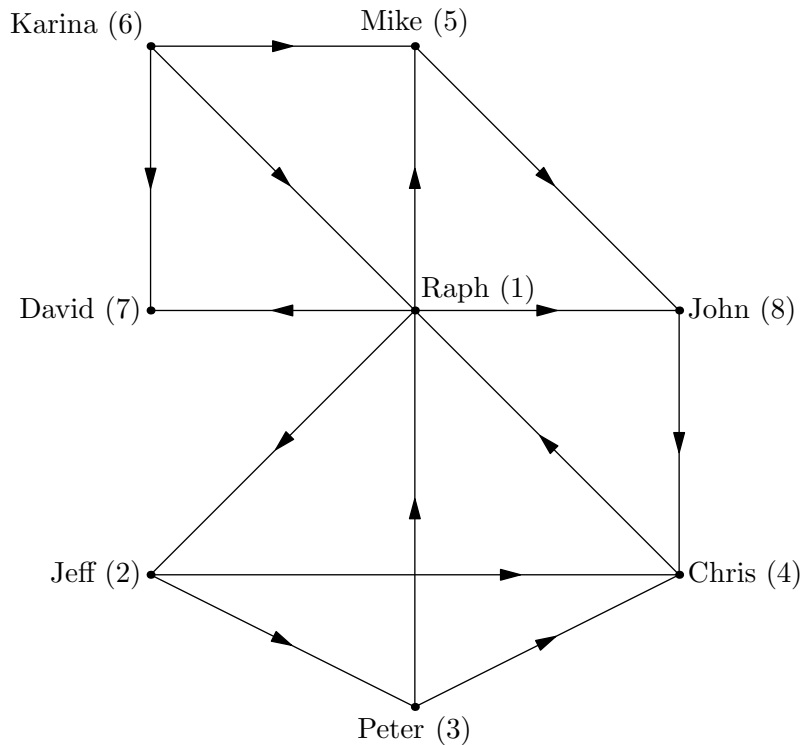


Parcours dans un graphe

20 mars 2019 – B. COLOMBEL

Exercice 1 : On considère le graphe de la figure ci-dessous. Il y a une flèche entre x et y si x connaît l'adresse de y . On considère aussi que certains individus dans cette liste peuvent être des zombies.

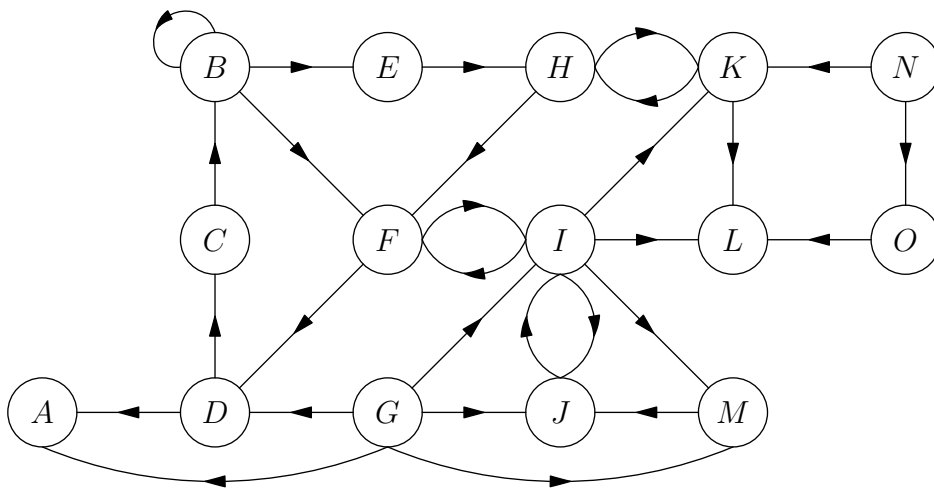


- On considère que chaque nuit, un zombie va mordre et donc transformer en zombie des individus dont il connaît l'adresse et qui ne sont pas encore zombies. Si c'est possible, chaque zombie est obligé de transformer au moins un zombie par nuit. En supposant qu'au départ seule Karina est un zombie, donner quelques possibilités indiquant, in fine, qui a *zombifié* qui ? Dessiner les solutions à l'aide d'un graphe où (x,y) est une arête si x a *zombifié* y .
- On considère maintenant que chaque nuit, chaque zombie va transformer tous les individus dont il connaît l'adresse et qui ne sont pas encore zombies. En supposant qu'au départ seule Karina est un zombie, donner quelques possibilités indiquant, in fine, qui a *zombifié* qui ?
- On suppose maintenant que chaque zombie doit non seulement transformer tous les individus dont il connaît l'adresse et qui ne sont pas encore zombies, mais aussi dans l'ordre croissant de leur numéros. Par exemple, Karina transformera dans l'ordre Raph, Mike puis David. On suppose de plus que chaque nuit les zombies vont mordre à tour de rôle, en commençant par celui qui a été transformé en zombie le plus anciennement. En supposant qu'au départ seule Karina est un zombie, écrire qui a *zombifié* qui, et dans quel ordre.
- On suppose maintenant que pour qu'un zombie transforme un individu en zombi, il doit être équipé du Sceptre Maudit. Chaque nuit, le zombie possédant le sceptre va mordre le premier de ses voisins (par ordre de numéro) qui n'est pas encore zombie, le transformant ainsi ; de plus il lui donne le sceptre. Si le zombie qui a le sceptre n'a pas de voisin à mordre, il donne le sceptre au zombie qui l'a transformé. En supposant qu'au départ Karine a le sceptre, écrire qui a *zombifié* qui, et dans quel ordre.

Remarque. Les graphes obtenus dans cet exercice s'appellent des *arbres couvrants*.

- La façon de procéder de la question 3 s'appelle *parcours en largeur* ;
- celle de la question 4 s'appelle *parcours en profondeur*.

À chaque fois donner l'ordre de parcours et l'arbre de parcours.

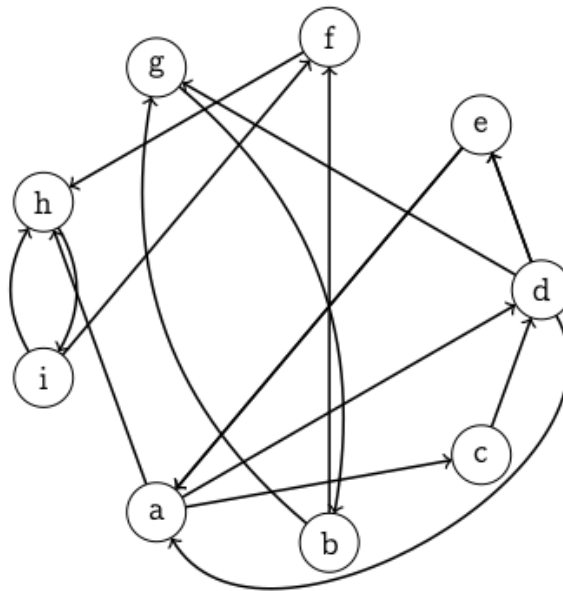


■ Définition 1

On dit que X est un *descendant* du sommet A si, et seulement si, il existe un chemin d'origine A et d'extrémité X ; on dit aussi que X est *accessible* à partir de A . Le sommet A est alors un *ascendant* ou un *ancêtre* du sommet X .

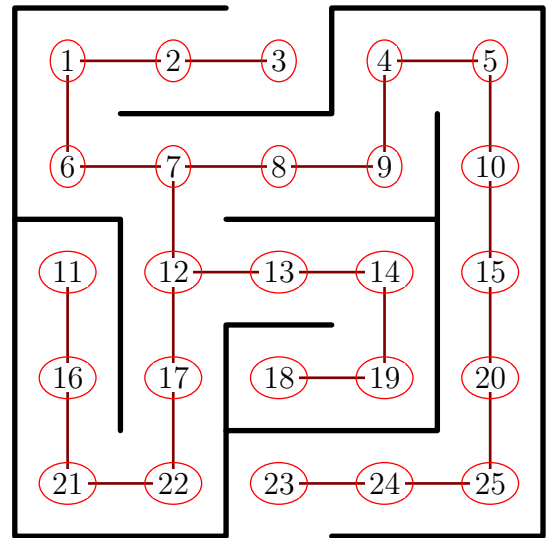
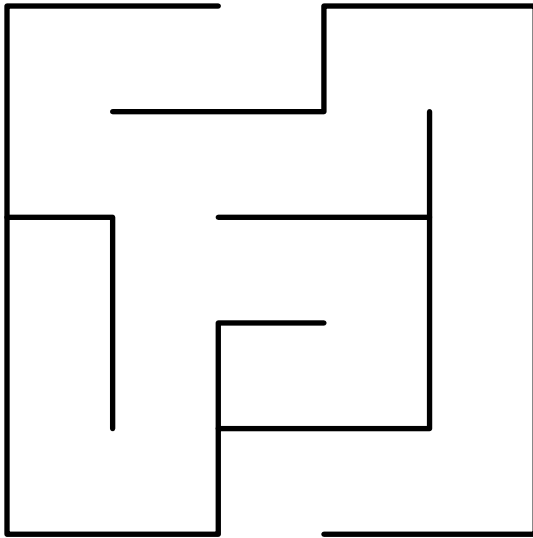
Exercice 3 : La scène se passe dans une administration qui veut améliorer le cadre de vie de ses 9 employés $a; b; c; d; e; f; g; h$ et i et qui travaillent dans une même salle. Ils échangent entre eux des documents, le graphe suivant indique de quelle façon. On cherche une nouvelle organisation pour faciliter le travail de chacun.

1. (a) Faire un parcours en profondeur à partir de a en s'arrêtant dès que la pile est vide. Que représentent pour a les sommets de ce parcours ?
(b) On inverse le sens de toutes les arêtes. Faire un parcours en profondeur à partir de a en s'arrêtant dès que la pile est vide. Que représentent pour a les sommets de ce parcours ?
(c) En déduire la composante fortement connexe à laquelle appartient a .
2. Répondre aux mêmes questions avec b et f .
3. Proposez une meilleure organisation pour le bureau.



Exercice 4 : On considère le labyrinthe ci-contre. Le joueur entre par le haut et cherche la sortie vers le bas.

La labyrinthe est modélisé par un graphe où chaque case est un sommet et deux sommets sont liés si aucun « mur » ne les sépare.



1. Effectuer un parcours en largeur du labyrinthe à partir du sommet 3 en utilisant l'ordre croissant des sommets.
2. Effectuer un parcours en profondeur du labyrinthe à partir du sommet 3 en utilisant l'ordre croissant des sommets.
3. Parmi ces deux algorithmes utilisés, lequel est le plus efficace pour résoudre le problème posé ?
4. En quoi le choix de l'heuristique¹ est-il important ?
5. En réalité, il y a des trésors sur les cases 5, 14 et 21.
Quel est le parcours le plus efficace pour récupérer le maximum de trésors ?

1. c'est-à-dire l'ordre des voisins qui sont mis dans la file ou dans la pile