

A vertical decorative element on the left side of the slide, consisting of a cluster of blue, yellow, and dark blue hexagons of various sizes.

M1104

Introduction aux bases de données

MODULE : Algèbre & Modèle relationnelle

A decorative element on the right side of the slide, featuring a cluster of blue, yellow, and dark blue hexagons of various sizes, mirroring the one on the left.

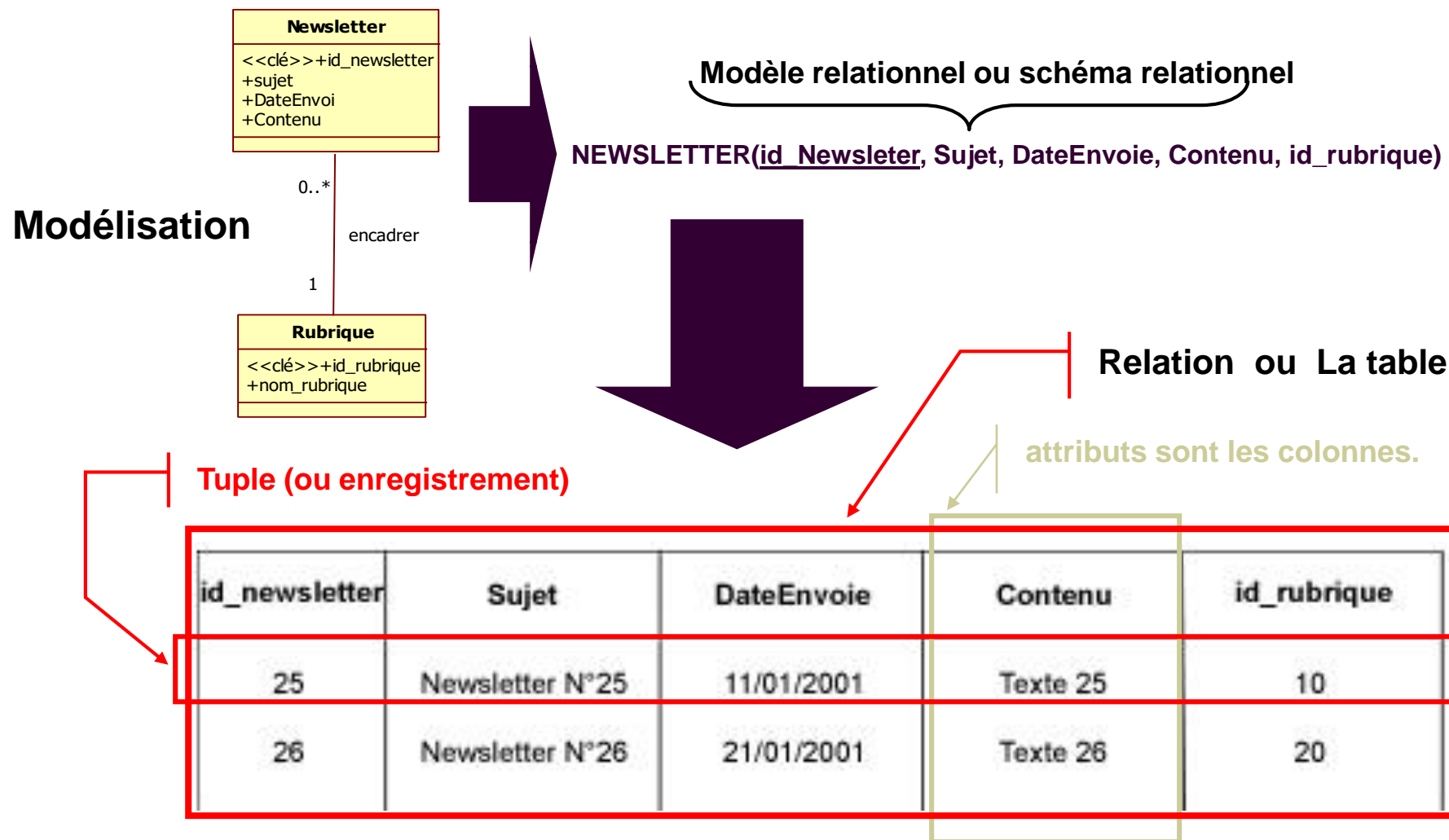
NOTION D'ALGÈBRE RELATIONNELLE

A decorative graphic on the left side of the slide consists of a vertical arrangement of small blue, yellow, and black dots, with larger blue and yellow hexagons at the bottom.

Introduction

- ❑ L'algèbre relationnel est un support mathématique (théorie des ensembles...) cohérent sur lequel repose le modèle relationnel.
- ❑ L'algèbre relationnel est au SQL (Structured Query Language) se qu'est l'algorithme à la programmation.
- ❑ L'algèbre relationnel à pour but de décrire les opérations qu'il est possible d'appliquer sur des relations pour produire de nouvelles relations.

La partie structurelle : Relation ou Table





La partie opérationnelle

- Deux familles d'opérateurs relationnels
 - 4 opérations ensemblistes
 - Union;
 - Intersection;
 - Différence;
 - Produit cartésien.
 - 4 opérations spécifiques des BD relationnelles
 - Sélection;
 - Projection;
 - Jointure;
 - Division.

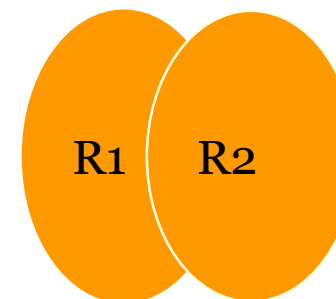
Opérations ensemblistes : l'union

- L'union est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 ayant le même schéma¹ et construisant une troisième relation constituée des n -uplets appartenant à chacune des deux relations R_1 et R_2 sans doublon
- Notation :

■ $R_3 = \text{union}(R_1, R_2)$ (notation formelle)

ou

■ $R_3 : R_1 \cup R_2$ (notation utilisant les opérateurs de l'algèbre relationnelle)



⁽¹⁾ deux relations qui doivent avoir le même nombre d'attributs définis dans le même domaine (ensemble des valeurs permises pour un attribut)

Opérations ensemblistes : l'union

- Exemple : liste des enseignants de la FAC

$R_1 = \text{union}(\text{professeur}, \text{maitre_conference})$

ou

$R_1 = \text{professeur} \cup \text{maitre_conference}$

PROFESSEUR

N°Ens	Nom	Prénom	Matière
12	CHARPIN	Françoise	Economie
15	THERY	Philippe	Droit
16	VOGEL	Louis	Droit
17	BALLE	Francis	Politique

MAITRE_CONFERENCE

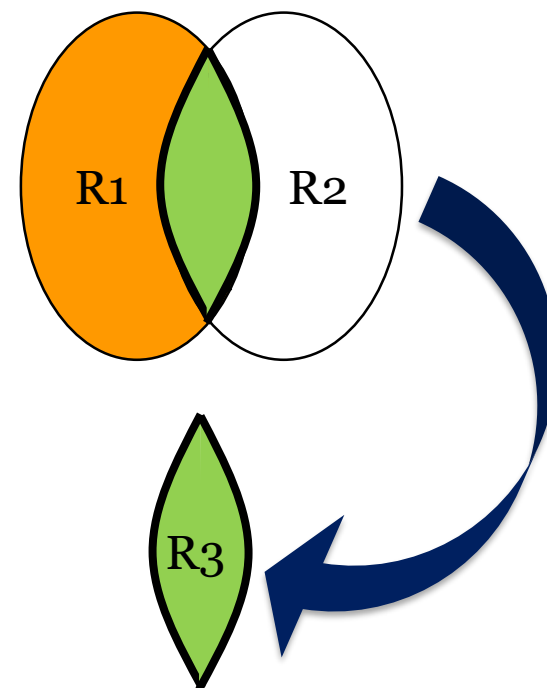
N°Ens	Nom	Prénom	Matière
5	BEL	Liliane	Mathématiques
8	TOPOR	Lucienne	Droit
58	SKALLI	Ali	Economie
67	BERGER	Maria	Informatique

Relation résultat

N°Ens	Nom	Prénom	Matière
12	CHARPIN	Françoise	Economie
15	THERY	Philippe	Droit
16	VOGEL	Louis	Droit
17	BALLE	Francis	Politique
5	BEL	Liliane	Mathématiques
8	TOPOR	Lucienne	Droit
58	SKALLI	Ali	Economie
67	BERGER	Maria	Informatique

Opérations ensemblistes : l'intersection

- L'intersection est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 ayant le même schéma et construisant une troisième relation dont les n-tuples sont constitués de ceux appartenant aux deux relations,
- Notation :
 - $R_3 = \text{intersection}(R_1, R_2)$
ou
 - $R_3 : R_1 \cap R_2$



Opérations ensemblistes : l'intersection

- Exemple :
les personnes qui sont étudiant et membre du CA
 $R1 = \text{intersection} (\text{Etudiants}, \text{MembreCA})$
ou $R1 = \text{Etudiants} \cap \text{MembreCA}$

Relation : Etudiants		
NumEtud	NomEtud	PrenomEtud
1	Durad	Pierre
10	Vla	Jean
20	Plan	René
30	Bir	Yann
40	Triri	Saele

Relation : MembreCA		
NumEtud	NomEtud	PrenomEtud
21	Remy	Eric
25	Raffin	Romain
52	Thon	Sébastien
40	Triri	Saele
10	Vla	Jean

Relation résultat

Relation : R1		
NumEtud	NomEtud	PrenomEtud
40	Triri	Saele
10	Vla	Jean

Opérations ensemblistes : Différence

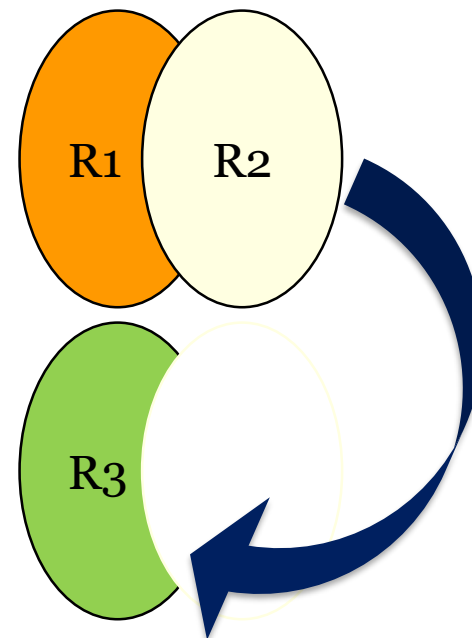
- La différence est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 ayant le même schéma et construisant une troisième relation dont les n -tuples sont constitués de ceux ne se trouvant que dans la relation R_1 et pas dans la relation R_2 ;

- Notation :

- $R_3 = \text{difference}(R_1, R_2)$

ou

- $R_3 = R_1 - R_2$



Opérations ensemblistes : Différence

- Exemple :
les personnes qui sont étudiant et PAS membre du CA

$R1 = \text{difference}(\text{Etudiants}, \text{MembreCA})$

ou

$R1 = \text{Etudiants} - \text{MembreCA}$

Relation : Etudiants

NumEtud	NomEtud	PrenomEtud
1	Durad	Pierre
10	Vla	Jean
20	Plan	René
30	Bir	Yann
40	Triri	Saele

Relation : MembreCA

NumEtud	NomEtud	PrenomEtud
21	Remy	Eric
25	Raffin	Romain
52	Thon	Sébastien
40	Triri	Saele
10	Vla	Jean

Relation résultat

Relation : R1

NumEtud	NomEtud	PrenomEtud
1	Durad	Pierre
20	Plan	René
30	Bir	Yann

Opérations ensemblistes : **Produit cartésien**

- Le produit cartésien est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 et qui construit une troisième relation regroupant exclusivement toutes les possibilités de combinaison des occurrences des relations R_1 et R_2 .
- C'est une multiplication :
nb lignes de R_1 X nb lignes de R_2
- Notation :
 - $R_3 = \text{produit}(R_1, R_2)$
 - ou
 - $R_3 = R_1 \times R_2$

Opérations ensemblistes : Produit cartésien

■ Exemple : $R_3 = \text{COUREUR} \times \text{PAYS}$

Relation : COUREUR			
NumCoureur	NomCoureur	CodeEquipe	CodePays
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA
61	ROMINGER Tony	COF	SUI
91	BOARDMAN Chris	GAN	G-B
114	CIPOLLINI Mario	SAE	ITA

Relation : PAYS	
CodePays	NomPays
ALL	Allemagne
FRA	France
SUI	Suisse
G-B	Grande -Bretagne

Relation
résultat

NumCoureur	NomCoureur	CodeEquipe	CodePays	CodePays	NomPays
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL	ALL	Allemagne
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL	FRA	France
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL	SUI	Suisse
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL	G-B	Grande -Bretagne
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA	ALL	Allemagne
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA	FRA	France
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA	SUI	Suisse
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA	G-B	Grande -Bretagne

Opérations spécifiques : la sélection

- La sélection (parfois appelée restriction) génère une relation regroupant exclusivement toutes les occurrences de la relation R qui satisfont l'expression logique E.

Relation R		
Col ₁	Col ₂	Col ₃

- Notation :

- $R_1 = \text{SELECTION} (R, \text{Expression})$

- $R_1 = \sigma (E)R$
 - Relation sur laquelle s'applique la restriction
 - Expression Logique
 - la Sélection (ou restriction) - σ est la lettre grecque sigma.

Opérations spécifiques : la sélection

- Exemple : Quels sont les coureurs suisses ?

$R_1 = \text{SELECTION}(\text{COUREUR}, \text{CodePays} = \text{"SUI"})$

ou

$R_1 = \sigma(\text{CodePays} = \text{"SUI"})\text{COUREUR}$

Relation : COUREUR			
NumCoureur	NomCoureur	CodeEquipe	CodePays
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA
61	ROMINGER Tony	COF	SUI
91	BOARDMAN Chris	GAN	G-B
114	CIPOLLINI Mario	SAE	ITA

Relation résultat

Relation : R1			
NumCoureur	NomCoureur	CodeEquipe	CodePays
61	ROMINGER Tony	COF	SUI

Opérations spécifiques : la projection

- Relation restreinte aux attributs spécifiés dans la projection

Relation R					
Col ₁	Col ₂	Col ₃	Col ₄	Col ₅	Col ₆

- Notation :

- $R_1 = \text{Projection} (R, \text{Col}_1 \dots \text{Col}_i)$

- $R_1 = \Pi (\text{Col}_1 \dots \text{Col}_i) R$

Relation sur laquelle s'applique
la restriction

Liste des attributs à *afficher*

la projection - Π est la lettre grecque pi .

Opérations spécifiques : la projection

- Exemple : Nom et nationalité des coureurs ?

$R_1 = \text{PROJECTION}(\text{COUREUR}, \text{NomCoureur}, \text{CodePays})$

ou

$R_1 = \Pi_{(\text{NomCoureur}, \text{CodePays})} \text{COUREUR}$

Relation : COUREUR				
NumCoureur	NomCoureur	CodeEquipe	CodePays	
8	ULLRICH Jan	T	Relation : R1	
31	JALABERT Laurent	C		
61	ROMINGER Tony	C		
91	BOARDMAN Chris	G	NomCoureur	CodePays
114	CIPOLLINI Mario	S	ULLRICH Jan	ALL
			JALABERT Laurent	FRA
			ROMINGER Tony	SUI
			BOARDMAN Chris	G-B
			CIPOLLINI Mario	ITA

Relation résultat

Relation résultat

Opérations spécifiques : la jointure

- La jointure est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 qui construit une troisième relation regroupant exclusivement toutes les possibilités de combinaison des occurrences des relations R_1 et R_2 qui satisfont l'expression logique E .
- Notation :
 - $R_3 = \text{jointure} (R_1, R_2, \text{Expression de jointure})$
 - $R_3 = R_1 \bowtie_E R_2$
- La jointure n'est rien d'autre qu'un produit cartésien suivi d'une sélection(restriction) :

$$R_1 \bowtie_E R_2 = \sigma_{(E)} (R_1 \times R_2)$$

Opérations spécifiques : la jointure

- Les différentes jointures : *theta-jointure*
 - c'est une jointure dans laquelle l'expression logique E est une simple comparaison entre un attribut A1 de la relation R1 et un attribut A2 de la relation R2.
 - La theta-jointure est notée

$$R1 \bowtie_E R2$$

Opérations spécifiques : la jointure

■ Exemple de theta-jointure

$R = \text{jointure}(\text{Famille}, \text{Cadeau}, (\text{Age} \leq \text{AgeC}) \text{ ET } (\text{Prix} < 50))$

$R = \text{Famille} \bowtie_{((\text{Age} \leq \text{AgeC}) \text{ ET } (\text{Prix} < 50))} \text{Cadeau}$

Relation Famille		
Nom	Prénom	Age
Fourt	Lisa	6
Juny	Carole	42
Fidus	Laure	16

Relation Cadeau		
AgeC	Article	Prix
99	livre	30
6	poupée	60
20	baladeur	45
10	déguisement	15

Relation R					
Nom	Prénom	Age	AgeC	Article	Prix
Fourt	Lisa	6	99	livre	30
Fourt	Lisa	6	20	baladeur	45
Fourt	Lisa	6	10	déguisement	15
Juny	Carole	42	99	livre	30
Fidus	Laure	16	99	livre	30
Fidus	Laure	16	20	baladeur	45

Relation
résultat

Opérations spécifiques : la jointure

- Les différentes jointures : equi-jointure
 - Une equi-jointure est une theta-jointure dans laquelle l'expression logique E est un test d'égalité entre un attribut A1 de la relation R1 et un attribut A2 de la relation R2.
 - L'equi-jointure est notée

$$R1 \bowtie_{A1=A2} R2$$

Opérations spécifiques : la jointure

■ Exemple d'équi-jointure

$R = \text{jointure}(\text{coureur}, \text{pays}, \text{coureur.CodePays} = \text{pays.CodePays})$

$R = \text{coureur} \bowtie \text{pays}$

Relation : COUREUR

NumCoureur	NomCoureur	CodeEquipe	CodePays
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA
61	ROMINGER Tony	COF	SUI
91	BOARDMAN Chris	GAN	G-B
114	CIPOLLINI Mario	SAE	ITA

Relation : PAYS

CodePays	NomPays
ALL	Allemagne
FRA	France
SUI	Suisse
G-B	Grande -Bretagne

Relation
résultat

NumCoureur	NomCoureur	CodeEquipe	CodePays	CodePays	NomPays
8	ULLRICH Jan	TEL	ALL	ALL	Allemagne
31	JALABERT Laurent	ONC	FRA	FRA	France
61	ROMINGER Tony	COF	SUI	SUI	Suisse
91	BOARDMAN Chris	GAN	G-B	G-B	Grande -Bretagne

Opérations spécifiques : la jointure

- Les différentes jointures : *jointure naturelle*
 - Une jointure naturelle est une equi-jointure dans laquelle les attributs des relations R_1 et R_2 sur lesquelles se feront la jointure portent le même nom. Dans la relation construite, les attributs de jointure ne seront pas dupliqués.
 - La jointure naturelle est notée

$R_1 \bowtie R_2$

Opérations spécifiques : la jointure

■ Exemple de jointure naturelle

$R = \text{jointure}(\text{Famille}, \text{Cadeau})$

$R = \text{Famille} \bowtie \text{Cadeau}$

Relation Famille		
Nom	Prénom	Age
Fourt	Lisa	6
Juny	Carole	40
Fidus	Laure	20
Choupy	Emma	6

Relation Cadeau		
Age	Article	Prix
40	livre	30
6	poupée	60
20	baladeur	45

Relation résultat

Relation R				
Nom	Prénom	Age	Article	Prix
Fourt	Lisa	6	poupée	60
Juny	Carole	40	livre	30
Fidus	Laure	20	baladeur	45
Choupy	Emma	6	poupée	60

Opérations spécifiques : la division

- La division est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 , telles que le schéma de R_2 est strictement inclus dans celui de R_1 , qui génère une troisième relation regroupant toutes les parties d'occurrences de la relation R_1 qui sont associées à toutes les occurrences de la relation R_2 ;
- Notation :

$$R_3 = R_1 \div R_2$$

Opérations spécifiques : la division

- Exemple : les athlètes qui ont participé à toutes les épreuves

$R_3 = \text{Participer} \div \text{Epreuve}$

Participer

Athlète	Epreuve
Dupont	200 m
Durand	400 m
Dupont	400 m
Martin	110 m H
Dupont	110 m H
Martin	200 m

Epreuve

Epreuve
200 m
400 m
110 m H

R_3

Athlète
Dupont

Relation résultat



Exercices

- Soit les relations :

Journal(code_j, titre, prix, type, periodicite)

Depot(no-depot, nom-depot, adresse, ville, cp)

Livraison(#no-depot, #code-j, date-liv, quantite-livree)

- Requêtes :

1. Quel est le prix et le titre des journaux ?
2. Donnez tous les renseignements connus sur les journaux hebdomadaires ?
3. Donner les codes des journaux livrés à Bordeaux.
4. Donner les numéros des dépôts qui reçoivent des journaux
5. Donner les titres des journaux livrés sur tous les dépôts.



Exercices

- Soit les relations :
Journal(code_j, titre, prix, type, periodicite)
Depot(no-depot, nom-depot, adresse, ville, cp)
Livraison(#no-depot, #code-j, date-liv, quantite-livree)
- Solutions des requêtes :
 1. Quel est le prix et le titre des journaux ?

$R = \text{Projection}(\text{JOURNAL}, \text{titre}, \text{prix})$

ou

$R = \Pi_{(\text{titre}, \text{prix})} \text{journal}$



Exercices

- Soit les relations :

Journal(code_j, titre, prix, type, periodicite)

Depot(no-depot, nom-depot, adresse, ville, cp)

Livraison(#no-depot, #code-j, date-liv, quantite-livree)

- Requêtes :

2. Donnez tous les renseignements connus sur les journaux hebdomadaires ?

R = selection(JOURNAL, periodicite='hebdomadaires')

ou

R : σ (periodicite='hebdomadaires') journal

Exercices

- Soit les relations :

Journal(code_j, titre, prix, type, periodicite)

Depot(no-depot, nom-depot, adresse, ville, cp)

Livraison(#no-depot, #code-j, date-liv, quantite-livree)

- Requêtes :

3. Donner les codes des journaux livrés à Bordeaux.

R1=jointure (depot, livraison, depot.no-depot, livraison.no-depot)

R2=selection(R1, ville='Bordeaux')

R=projection(R2, code_j)

ou

R : $\Pi_{(code_j)} \sigma_{(ville='Bordeaux')}$ (depot \bowtie no-depot, no-depot livraison)

Exercices

- Soit les relations :

Journal(code_j, titre, prix, type, periodicite)

Depot(no-depot, nom-depot, adresse, ville, cp)

Livraison(#no-depot, #code-j, date-liv, quantite-livree)

- Requêtes :

4. Donner les numéros des dépôts qui reçoivent des journaux

$R_1 = \text{projection}(\text{depot}, \text{no_depot})$

$R_2 = \text{projection}(\text{livraison}, \text{no_depot})$

$R = \text{intersection}(R_1, R_2)$

ou

$R = (\Pi_{(\text{no_depot})} \text{depot}) \cap (\Pi_{(\text{no_depot})} \text{livraison})$

Ou plus simple, la relation livraison ne fait apparaître que les dépôts qui sont livrés :

$R = \Pi_{(\text{no_depot})} \text{livraison}$

Exercices

- Soit les relations :

Journal(code_j, titre, prix, type, periodicite)

Depot(no-depot, nom-depot, adresse, ville, cp)

Livraison(#no-depot, #code-j, date-liv, quantite-livree)

- Requêtes :

5. Donner les titres des journaux livrés sur tous les dépôts.

R1=projection(depot, no_depot)

R2=jointure(livraison, journal)

R3=projection(R2, titre, no_depot)

R=division(R3, R1)

ou

R=($\Pi_{(titre, no_depot)}(livraison \bowtie journal)$) \div ($\Pi_{(no_depot)} depot$)

Remarques sur l'algèbre relationnelle

- **L'algèbre relationnelle permet l'étude des opérateurs entre eux (commutativité, associativité, groupe d'opérateurs minimaux ,...)**
 - **équivalence de certaines expressions**
 - **programmes d'optimisation qui transforment toute requête en sa forme équivalente la plus efficace**
- **L'opération de jointure est très coûteuse : proportionnelle au nombre de n-tuples ($m \cdot n$ pour deux relations jointes)**
 - **toujours préférable de faire les restrictions le plus tôt possible afin de manipuler des tables les plus réduites possibles.**

Pourquoi une requête est-elle **meilleure** qu'une autre ?

Une requête n'est pas l'unique solution d'un problème.

- **efficacités différentes**

- Exemple :

Fournisseur (N°fno, Nom, Adresse, Ville)

Produit (N°prod, Designation, Prix, Poids, Couleur)

Commande (N°comm, #N°fno, #N°prod, , Quantité)

Produit = 8 lignes * 5 colonnes * 10 char = 400 octets

Commande = 10 lignes * 4 colonnes * 10 char = 400 octets

Requête : Références, prix et quantités des produits commandés en plus de 10 exemplaires par commande ?

Pourquoi une requête est-elle **meilleure** qu'une autre ?

Solution 1 :

$R_1 = \text{JOINTURE}(\text{Commande}, \text{Produit})$

$R_2 = \text{SELECTION}(R_1, \text{Quantité} > 10)$

$R_3 = \text{PROJECTION}(R_2, \text{N}^\circ\text{prod}, \text{Prix}, \text{Quantité})$

- R_1 = jointure sur la table Commande et la table Produit = $400 * 400 = 160\ 000$ octets

Pourquoi une requête est-elle **meilleure** qu'une autre ?

Solution 2 :

$R_1 = \text{PROJECTION}(\text{SELECTION}(\text{Commande}, \text{Quantité} > 10), \text{N}^\circ\text{prod}, \text{Quantité})$

$R_2 = \text{JOINTURE}(R_1, \text{PROJECTION}(\text{Produit}, \text{N}^\circ\text{prod}, \text{Prix}))$

$R_3 = \text{PROJECTION}(R_2, \text{N}^\circ\text{prod}, \text{Prix}, \text{Quantité})$

- $R_2 = \text{jointure sur le couple } (\text{N}^\circ\text{prod}, \text{Prix}) \text{ de la table}$
 $\text{Produit} = 8 * 2 * 10 = 160 \text{ octets}$

et

- $\text{sur le couple } (\text{N}^\circ\text{prod}, \text{Quantité}) \text{ de la table}$
 $\text{Commande} = 2 * 2 * 10 = 40 \text{ octets}$
 - ▣ $\text{Total} = 40 * 160 = 6400 \text{ octets}$
- **Gain de 75% (facteur 25) en taille mémoire**