TD déduction modulo théorie et variantes

David Delahaye

Faculté des Sciences
David.Delahaye@lirmm.fr

Master Informatique M2 2022-2023

Exercice

Théorie des ensembles (déduction modulo théorie)

- Axiomes :
  - $\forall s, t. s = t \Leftrightarrow \forall x. x \in s \Leftrightarrow x \in t$;
  - $\forall s, t, x. x \in s \cap t \Leftrightarrow x \in s \wedge x \in t$;
  - $\forall s, t, x. x \in s \cup t \Leftrightarrow x \in s \vee x \in t$.
- Transformer ces axiomes en règles de réécriture ;
- Démontrer dans cette théorie avec règles de réécriture :
  - $\forall a, b, c. a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)$;
  - $\forall a, b, c. a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c)$.

Exercice

Théorie des ensembles (superdéduction)

- Axiomes :
  - $\forall s, t.s = t \Leftrightarrow \forall x.x \in s \Leftrightarrow x \in t$;
  - $\forall s, t, x.x \in s \cap t \Leftrightarrow x \in s \wedge x \in t$;
  - $\forall s, t, x.x \in s \cup t \Leftrightarrow x \in s \vee x \in t$.
- Transformer ces axiomes en règles de superdéduction (deux règles par axiome, une règle gauche et une règle droite) ;
- Démontrer dans cette théorie avec superdéduction :
  - $\forall a, b, c.a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)$;
  - $\forall a, b, c.a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c)$.

Exercice

Théorie des ensembles (tableaux et superdéduction)

- Axiomes :
  - $\forall s, t. s = t \Leftrightarrow \forall x. x \in s \Leftrightarrow x \in t$;
  - $\forall s, t, x. x \in s \cap t \Leftrightarrow x \in s \wedge x \in t$;
  - $\forall s, t, x. x \in s \cup t \Leftrightarrow x \in s \vee x \in t$.
- Transformer ces axiomes en règles de superdéduction pour les tableaux selon la méthode vue précédemment ;
- Démontrer en utilisant les tableaux et ces nouvelles règles :
  - $\forall a, b, c. a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c)$;
  - $\forall a, b, c. a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c)$.