



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA



DIPARTIMENTO  
DI INGEGNERIA  
DELL'INFORMAZIONE

# Esperimenti MIP per una classe di problemi di assegnamento quadratico

Laureando: Mattia Toffolon

Relatore: Prof. Domenico Salvagnin

*Padova, 18 luglio 2023*

- Introduzione al problema di assegnamento quadratico
- Istanze Tai\*c
- Modellazione algebrica
- Risultati sperimentali
- Conclusioni

# Quadratic assignment problem

Il problema di ottimizzazione di assegnamento quadratico (QAP) consiste nell'assegnare  **$n$  unità** in  **$n$  posizioni** differenti. Sono noti il flusso di informazioni da trasferire da ogni unità alle altre e per ogni coppia di posizioni la distanza che le separa.

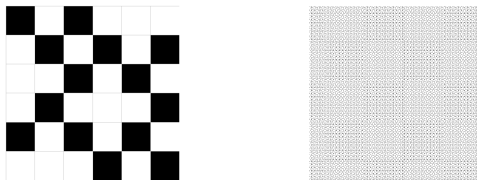
L'assegnamento ottimale è quello che rende **minima** la **somma dei prodotti flusso x distanza** relativi ad ogni coppia di unità.

Matematicamente, il problema può essere espresso come segue

$$\min_{\pi \in P(n)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{\pi_i \pi_j}$$

La classe di problemi QAP studiata è quella delle istanze Tai\*c.

Queste posso essere generate tramite il metodo "Densità di grigio". Esso si fonda sull'utilizzo di una griglia  $n_1 \times n_2 (= n)$  dalla quale è possibile ricavare i parametri di distanza. Quelli di flusso invece, sono a valore unitario o nullo in base alla densità considerata.



**Figura:** Esempio di griglia "Densità di grigio" ed un suo possibile utilizzo

Le diverse fasi in cui si è articolata la modellazione algebrica del problema di ottimizzazione sono state:

- individuazione degli insiemi
- individuazione dei parametri
- individuazione delle variabili
- definizione dei vincoli e della funzione obiettivo
- linearizzazione del modello
- semplificazione del modello

Le ultime due fasi sono state necessarie per portare il modello in forma MIP e per ridurre il costo computazionale richiesto per risolvere le istanze.

Il modello risultante dalla modellazione algebrica è il seguente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} b_{ij} \cdot y_{ij} \\ \sum_{i \in I} x_i &= n_1 \\ y_{ij} &\leq x_i \quad \forall i, j \in I \\ y_{ij} &\leq x_j \quad \forall i, j \in I \\ y_{ij} &\geq x_i + x_j - 1 \quad \forall i, j \in I \\ x_i, y_{ij} &\in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in I \end{aligned}$$

Si nota come, dato  $n$  il numero di unità e di posizioni, è necessario prendere in esame  $n^2$  variabili. Deriva da qui l'elevata complessità di risoluzione delle istanze del problema.

Grazie per l'attenzione!



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA



DIPARTIMENTO  
DI INGEGNERIA  
DELL'INFORMAZIONE

# Esperimenti MIP per una classe di problemi di assegnamento quadratico

Laureando: Mattia Toffolon

Relatore: Prof. Domenico Salvagnin

*Padova, 18 luglio 2023*