



Esperimenti MIP per una classe di problemi di assegnamento quadratico

Laureando: Mattia Toffolon Relatore: Prof. Domenico Salvagnin

Padova, 18 luglio 2023

Indice



- Introduzione al problema di assegnamento quadratico
- Istanze Tai*c
- Modellazione algebrica
- Risultati sperimentali
- Conclusioni

Quadratic assignment problem



Il problema di ottimizzazione di assegnamento quadratico (QAP) consiste nell'assegnare n unità in n posizioni differenti. Sono noti il flusso di informazioni in trasferimento per ogni coppia di unità e la distanza tra ogni posizione e le altre.

L'assegnamento ottimale è quello che minimizza la somma dei prodotti flusso \times distanza.

$$\min_{\pi \in P(n)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{\pi_i \pi_j}$$

Istanze Tai*c



La classe di problemi QAP studiata è quella delle istanze Tai*c.

Queste posso essere generate tramite il metodo "Densità di grigio". Esso si fonda sull'utilizzo di una griglia $n_1 \times n_2$ (= n) dalla quale è possibile ricavare i parametri di distanza. Quelli di flusso invece, sono a valore unitario o nullo in base alla densità considerata.

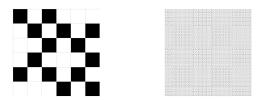


Figura: Esempio di griglia "Densità di grigio" ed un suo possibile utilizzo

Modellazione algebrica



Le diverse fasi in cui si è articolata la modellazione algebrica del problema di ottimizzazione sono state:

- individuazione degli insiemi
- individuazione dei parametri
- individuazione delle variabili
- definizione dei vincoli e della funzione obiettivo
- linearizzazione del modello
- semplificazione del modello

Le ultime due fasi sono state necessarie per portare il modello in forma MIP e per ridurre il costo computazionale richiesto per risolvere le istanze.

Modellazione algebrica



Il modello risultante dalla modellazione algebrica è il seguente:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} b_{ij} \cdot y_{ij} \\ &\sum_{i \in I} x_i = n_1 \\ &y_{ij} \leq x_i & \forall i, j \in I \\ &y_{ij} \leq x_j & \forall i, j \in I \\ &y_{ij} \geq x_i + x_j - 1 & \forall i, j \in I \\ &x_i, y_{ij} \in \{0, 1\} & \forall i, j \in I \end{aligned}$$

Si nota come, dato n il numero di unità e di posizioni, è necessario prendere in esame n^2 variabili. Deriva da qui l'elevata complessità di risoluzione delle istanze del problema.

Ringraziamenti



Grazie per l'attenzione!





Esperimenti MIP per una classe di problemi di assegnamento quadratico

Laureando: Mattia Toffolon Relatore: Prof. Domenico Salvagnin

Padova, 18 luglio 2023