

Prefissi SI (Notazione Scientifica)

Simbolo	Nome	Fattore
G	giga	10^9
M	mega	10^6
k	kilo	10^3
h	etto	10^2
da	deca	10^1
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}

Procedimento transitorio:

- Per $t \rightarrow 0^-$,
 - calcolare variabile di stato prima dell'inizio del transitorio
 - In questa fase il condensatore/induttore si comporta come circuito aperto/cortocircuito
 - Sfrutterò nella fase 2 la continuità della variabile di stato
- Per $t \rightarrow 0^+$ (per var. NON di stato es. v_x, i_x)
 - (Eventuale chiusura interruttore)
 - Sfrutto continuità variabile di stato:**
 $v_C(t_0^-) = v_C(t_0^+) / i_L(t_0^-) = i_L(t_0^+)$
 - Sostituisco al transitorio GENERATORE IDEALE DI TENSIONE/ CORRENTE con valore pari alla variabile di stato appena calcolata**

$$E = V_C(t \rightarrow 0^-) \quad I = I_L(t \rightarrow 0^-)$$

- Per $t \rightarrow \infty$ / $t > 0$:

(a) Soluzione di tipo esponenziale

i. Formule variabili di stato:

$$\begin{aligned} V_C(t) &= V_{C_\infty} + [V_C(0) - V_{C_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \\ I_L(t) &= I_{L_\infty} + [I_L(0) - I_{L_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

ii. Formule per le grandezze non di stato:

$$\begin{aligned} I_C(t) &= I_{C_\infty} + [I_C(0^+) - I_{C_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \\ V_L(t) &= V_{L_\infty} + [V_L(0^+) - V_{L_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

iii. Qui, siamo ancora a regime: il condensatore/induttore si comporta come circuito aperto/cortocircuito

iv. Cerco la variabile di stato per $t \rightarrow \infty$

v. Cerco τ :

- Mi serve R_{eq} ai morsetti di dove c'è transitorio
- Spengo generatori non pilotati**
- uso generatore sonda (c.g.) - cerco corrente che passa sul ramo della sonda in funzione di V_S : $? \rightarrow I_S(V_S)$

$$R_{eq} = \frac{V_S}{I_S(V_S)}$$

D. Calcolo τ :

$$\tau = C \cdot R_{eq} = \frac{L}{R_{eq}}$$

Grafico

- Traccio asintoto
- Sfrutto proprietà dell'esponenziale: tangente al grafico in $t = 0$ interseca il valore asintotico dopo $\Delta t = \tau$
- Dopo $t = 5\tau$ la funzione assume valore asintotico

Resistenze e Alimentazioni

Resistenze in parallelo:

- Caso con 2 resistenze:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

- Caso generale (n resistenze):

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

△ NOTA IMPORTANTE - Tensioni di alimentazione

Le tensioni fornite dalle alimentazioni sono le massime e minime possibili nel circuito.

I NODI della rete NON possono mai avere tensioni:

- Più alte di V_{max} (alimentazione massima)
- Più basse di V_{min} (alimentazione minima)

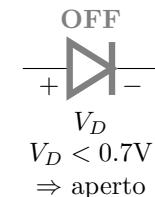
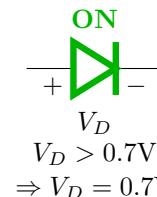
ATTENZIONE: Questo vale per le tensioni dei NODI (riferite a massa).

Le cadute di tensione (misurate tra due nodi diversi) possono superare questi limiti!

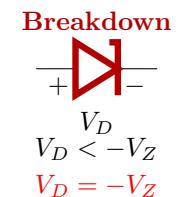
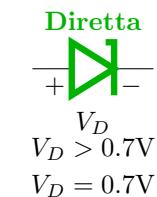
Uso pratico: Fondamentale quando si fanno ipotesi sullo stato dei diodi (ON/OFF). Se un'ipotesi porta un nodo oltre V_{max} o sotto V_{min} , l'ipotesi è sbagliata.

Diodi

- Diodo normale:

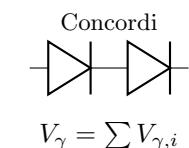
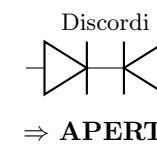


- Diodo Zener:



ATTENZIONE: In breakdown, la tensione $V_D = -V_Z$ ha polarità opposta rispetto ai +0.7V della conduzione diretta!

- Configurazioni in serie:



★ TRUCCO PRATICO - Verifica stato diodo:
Quando sei in un intorno della soglia ($V_D \approx 0.7V$, anche infinitesimamente superiore), le correnti sono molto basse.

\Rightarrow Per verificare se il diodo si accende puoi ignorare le resistenze in serie ($I \approx 0 \Rightarrow \Delta V_R \approx 0$).

Uso nei transitori: A fine esercizio, verifica che l'ipotesi sul diodo (ON/OFF) resti valida in:

- \hat{T}^- (istante prima della transizione)
- \hat{T}^+ (istante dopo della transizione)
- $t \rightarrow \infty$ (regime)

Capacità: Formule e Comportamento

1. Tensione del condensatore:

$$V_C(t) = V_C(0^+) + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)] \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$V_C(0^+)$: iniziale; $V_C(\infty^*)$: a regime; $\infty^* \neq \infty$

2. Corrente: $I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$

Proprietà: La corrente varia istantaneamente; La tensione NON commuta: $V_C(t_0^-) = V_C(t_0^+)$

★ REGOLA D'ORO - A REGIME

A regime ($t \rightarrow \infty$): $\frac{dV_C}{dt} = 0 \Rightarrow I_C = 0$
Condensatore = CIRCUITO APERTO

Per calcolare $V_C(\infty)$:

1. Sostituisci C con circuito aperto
2. Risovi il circuito semplificato
3. Calcola la tensione nel punto dove c'era C

Ese: $V \xrightarrow{R_1} \bullet \xrightarrow{R_2} \text{GND} + C \parallel R_2$
 $\Rightarrow V_C(\infty) = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ (partitore)

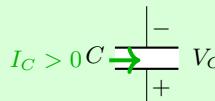
3. Ripple: $\Delta V_{out} = V_{picco} \frac{\Delta T}{\tau} = V_{picco} \frac{T}{f \cdot \tau}$

4. Comportamento fisico ($Q = C \cdot V$; $I = C \frac{dV}{dt}$)

CARICA ($\frac{dV_C}{dt} > 0$): Corrente ENTRA ($I_C > 0$)

Il condensatore accumula energia; $V_C \uparrow$

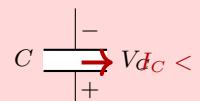
Corrente ENTRA



SCARICA ($\frac{dV_C}{dt} < 0$): Corrente ESCE ($I_C < 0$)

Il condensatore rilascia energia; $V_C \downarrow$

Corrente ESCE



Regola: $V_C \uparrow \Rightarrow$ CARICA; $V_C \downarrow \Rightarrow$ SCARICA; segno I_C indica verso

Transitori con gradini multipli

Formula tempo centrale \hat{T} :

$$V_C(\hat{T}) = V_C(0^+)_{\hat{T}} + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)_{\hat{T}}] \left(1 - e^{-\frac{\hat{T}}{\tau}}\right)$$

Prassi: segnale rettangolare
salita → plateau → discesa

Procedimento step-by-step:

1. FASE 1 - Salita

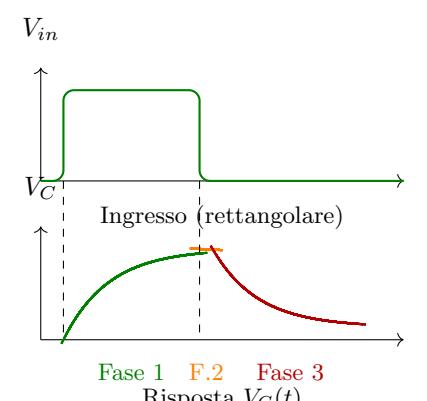
- Analizza $t = 0^-$ (condizioni iniziali)
- $V_C(0^+)$ per continuità
- Determina stato diodi
- Calcola $V_C(\infty^*)$
- Applica formula con τ

2. FASE 2 - Plateau

- Se durata $\gg 5\tau$: regime
- Se durata $< 5\tau$: calcola V_C fine
- Verifica diodi (Box 7)

3. FASE 3 - Discesa

- $V_C(0^+) = V_C(\text{fine plateau})$
- Ridetermina stato diodi
- Nuovo $V_C(\infty^*)$
- Applica formula



Verifica ipotesi stato diodi

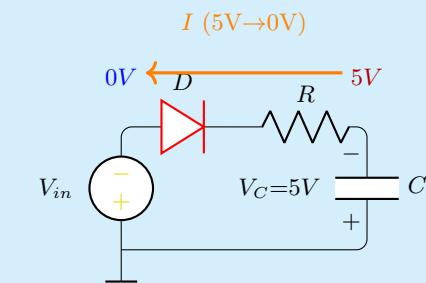
△ VERIFICA FONDAMENTALE

Verifica ipotesi diodo (ON/OFF) rimanga valida per tutto il transitorio

FASE 0: Metodo intuitivo

Regola: I scorre da V_+ a V_-

- 1) $V_C(0^+)$ continuità
- 2) Trova V_{max}
- 3) I va da V_{max} a V_{min}
- 4) Compatibile con diodo?
- 5) No \Rightarrow cambia stato



1. Ipotesi (es: D ON)

2. Risovi (ON: gen 0.7V; OFF: aperto)

3. Calcola $V_C(t)$

4. Verifica $\forall t$:

ON: $I_D(t) > 0$? No \rightarrow errore

OFF: $I_D(t) < 0.7V$? No \rightarrow errore

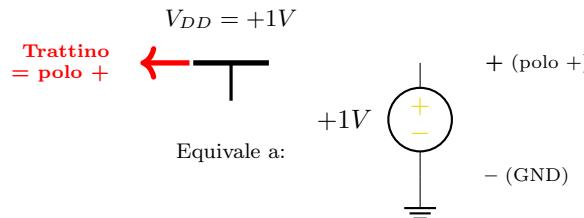
5. Se errore: dividi in 2 fasi (t^* cambio), ricalcola

Notazione alimentazioni

NOTAZIONE ALIMENTAZIONI

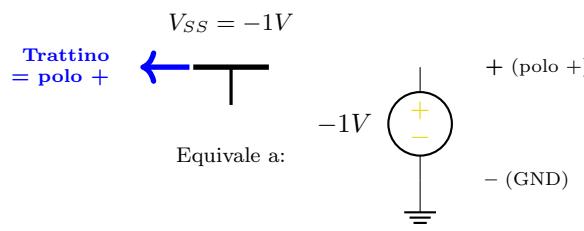
REGOLA D'ORO: Il trattino indica SEMPRE il polo + del generatore, sia con tensione positiva che negativa!

Caso 1: $V_{DD} = +1V$ (alimentazione positiva)



Tensione $+1V \rightarrow$ polo + sul trattino, tutto normale

Caso 2: $V_{SS} = -1V$ (alimentazione negativa)



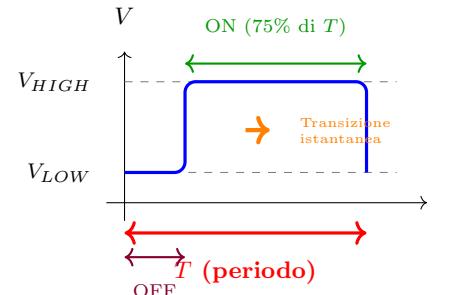
Tensione $-1V \rightarrow$ polo + è comunque sul trattino!

TRUCCO: Con $V_{SS} = -1V$ puoi ridisegnare il generatore invertendo polarità E segno: diventa $+1V$ con polo + su GND. Utile per evitare tensioni negative nei calcoli.

Onda Quadra Ideale - Guida al Disegno

- Transizioni verticali istantanee (tempo di salita/discesa = 0)
- Due livelli costanti: V_{HIGH} e V_{LOW}

DUTY CYCLE DEFAULT: Se non specificato, un'onda quadra ha duty cycle 50% (HIGH = LOW = $T/2$)



COME DISEGNARE A MANO:

1. Segna i livelli V_{HIGH} e V_{LOW} con righe orizzontali
2. Scegli quanti quadretti = T (es: 4 quadretti = 1 periodo)
3. Disegna righe verticali per le transizioni
4. Collega con righe orizzontali ai livelli

COME TROVARE IL PERIODO T :

Il periodo è la distanza tra due punti identici del ciclo:

- Da LOW a LOW (stesso punto)
- Da HIGH a HIGH (stesso punto)
- Da salita a salita successiva
- Da discesa a discesa successiva

Trucco: Scegli un punto qualsiasi e conta i quadretti fino a quando si ripete!

Esempio pratico (duty cycle 75%):

- Se $T = 10\mu s$ e vuoi disegnare 2 periodi
- Usa 4 quadretti per ogni periodo (tot. 8 quadretti)
- Duty cycle 75%: 1 quadretto LOW (OFF), poi 3 quadretti HIGH (ON)
- Ripeti il pattern: 1 LOW, 3 HIGH per il 2° periodo

Formazione del Canale nei MOSFET

1. Zona OFF (o Cutoff):

- (a) Non c'è formazione del canale.
- (b) Il dispositivo è spento e non permette il flusso di corrente tra drain e source.

2. Zona Ohmica (o Triodo):

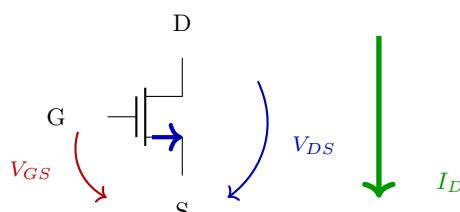
- (a) Si forma un canale.
- (b) Quando il gate è abbastanza polarizzato (cioè $V_{GS} > V_{Tn}$ per nMOS o $V_{GS} < V_{Tp}$ per pMOS), si forma un canale conduttivo tra il drain e il source.
- (c) Il dispositivo si comporta come un **resistore il cui valore varia in base alla tensione V_{GS}** .

3. Zona di Saturazione (o Pinch-off):

- (a) Si forma un canale.
- (b) Il canale diventa "strozzato" o "pinched-off" vicino al drain (per il nMOS) o vicino al source (per il pMOS).
- (c) Anche se la tensione V_{DS} aumenta ulteriormente, la corrente I_D rimane costante.
- (d) Questo comportamento è **analogo a quello di un generatore di corrente**.

Simboli e convenzioni nMOS/pMOS

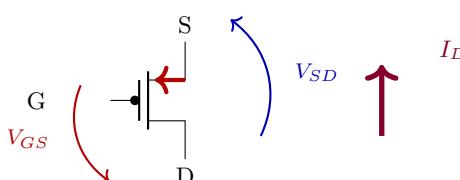
nMOS:



nMOS: Gate a sinistra, Drain in alto, Source in basso

Corrente: Da Drain → Source (verso il basso)

pMOS:

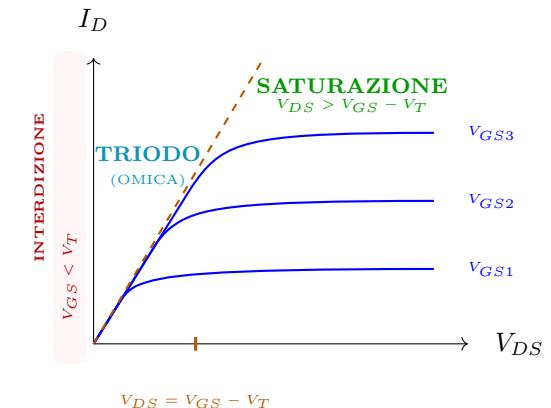


pMOS: Gate a sinistra, Source in alto, Drain in basso

Corrente: Da Source → Drain (verso il basso)

NOTA: Nel pMOS il source è in alto (invertito rispetto a nMOS)!

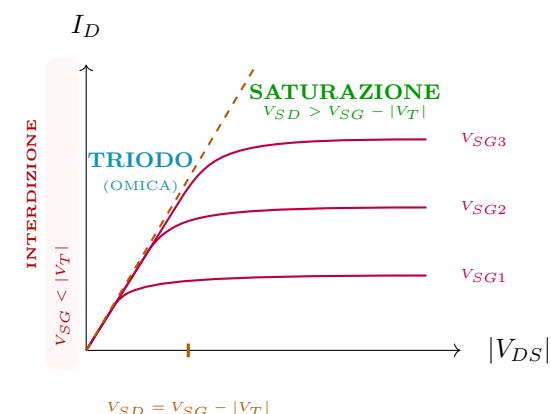
Caratteristica I-V nMOS



Zone di funzionamento:

- **INTERDIZIONE:** $V_{GS} < V_T \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO (OMICA):** $V_{GS} > V_T$ e $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$
- **SATURAZIONE:** $V_{GS} > V_T$ e $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

Caratteristica I-V pMOS



Zone di funzionamento:

- **INTERDIZIONE:** $V_{SG} < |V_T| \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO (OMICA):** $V_{SG} > |V_T|$ e $V_{SD} < (V_{SG} - |V_T|)$
- **SATURAZIONE:** $V_{SG} > |V_T|$ e $V_{SD} > (V_{SG} - |V_T|)$

nMOS - Metodo operativo

PRIMO CONTROLLO: V_{GS} vs V_T

1. Se $V_{GS} < V_T \Rightarrow$ MOSFET OFF

- $I_D = 0$ (circuito aperto)
- Non c'è conduzione

2. Se $V_{GS} > V_T \Rightarrow$ MOSFET ON

- Proseguire al SECONDO CONTROLLO

SECONDO CONTROLLO (solo se ON): V_{DS} vs $(V_{GS} - V_T)$

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = V_{GS} - V_T$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE:** Se $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n(V_{GS} - V_T)^2$$

Nota: La corrente dipende SOLO da V_{GS}

2. **ZONA OHMICA (Triodo):** Se $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

Nota: La corrente dipende da V_{GS} E V_{DS}

Formula alternativa:

$$I_D = \frac{1}{2}K_n V_{OV} \left(V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right)$$

Direzione corrente: In nMOS, I_D scorre da **Drain** → **Source**

pMOS - Metodo operativo

PROCEDIMENTO OPERATIVO PER pMOS

★ STEP 0 - CONTROLLO POLARITÀ

Prima di tutto, verifica che:

$$V_S > V_G$$

Se $V_S \leq V_G \rightarrow$ pMOS OFF (anche se $|V_{GS}| \geq |V_T|$!)

Motivo: Il modulo $|V_{GS}|$ nasconde il segno! Potresti avere $|V_{GS}| \geq |V_T|$ ma con polarità sbagliata (es. $V_{GS} > 0$), e il pMOS sarebbe OFF.

Step 1: Calcolare $|V_{GS}|$

(solo se hai verificato $V_S > V_G$)

Step 2: PRIMO CONTROLLO - $|V_{GS}|$ vs $|V_T|$

1. Se $|V_{GS}| < |V_T| \Rightarrow$ MOSFET OFF

- $I_D = 0$ (circuito aperto)
- Non c'è conduzione

2. Se $|V_{GS}| > |V_T| \Rightarrow$ MOSFET ON

- Calcolare $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$
- Proseguire allo Step 3

Step 3: SECONDO CONTROLLO - $|V_{DS}|$ vs V_{OV}

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE:** Se $|V_{DS}| > V_{OV}$

$$I_D = K_p \cdot V_{OV}^2 = K_p (|V_{GS}| - |V_T|)^2$$

Nota: La corrente dipende SOLO dall'overdrive

2. **ZONA OHMICA (Triodo):** Se $|V_{DS}| < V_{OV}$

$$I_D = K_p [2V_{OV} \cdot |V_{DS}| - |V_{DS}|^2]$$

dove $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$

Nota: La corrente dipende da V_{OV} E $|V_{DS}|$

Direzione corrente: In pMOS, I_D scorre da **Source** → **Drain**

Riepilogo: nMOS vs pMOS

Grandezze da calcolare per determinare lo stato:

nMOS	pMOS
V_{GS}	$ V_{GS} $
V_T	$ V_T $
$V_{OV} = V_{GS} - V_T$	$V_{OV} = V_{GS} - V_T $
V_{DS}	$ V_{DS} $

Controlli identici:

1. Se V_{GS} (o $|V_{GS}|$) $< V_T$ (o $|V_T|$) \Rightarrow OFF
2. Se ON: confronta V_{DS} (o $|V_{DS}|$) con V_{OV}

La procedura è identica, solo che per pMOS si usano i valori assoluti.

MOSFET simmetrici - Source e Drain a runtime

★ MOSFET SIMMETRICI

I MOSFET sono dispositivi simmetrici: Source e Drain NON sono fissi ma vengono determinati dalle tensioni a runtime!

Come identificare i terminali negli esercizi:

GATE (sempre indicato):

- nMOS: gate senza pallino
- pMOS: gate con pallino (•)

SOURCE e DRAIN (determinati a runtime): Se non indicati esplicitamente nel testo, si determinano in base alle tensioni dei nodi.

Regole per determinare SOURCE:

1. nMOS

Il SOURCE è il nodo alla tensione più BASSA tra i due terminali non-gate.

Il DRAIN è l'altro terminale (tensione più alta).

2. pMOS

Il SOURCE è il nodo alla tensione più ALTA tra i due terminali non-gate.

Il DRAIN è l'altro terminale (tensione più bassa).

★ ATTENZIONE - Riassegnazione a RUNTIME

Durante l'esercizio, le tensioni ai nodi possono cambiare!

⇒ Source e Drain possono essere riassegnati in base alle nuove tensioni.

Devi verificare quale nodo ha la tensione più alta/bassa in ogni fase dell'analisi!

Esempio pratico (nMOS):

Inizialmente: Nodo A = 3V, Nodo B = 1V ⇒ Source = B (1V, più basso), Drain = A (3V)

Dopo un transitorio: Nodo A = 0.5V, Nodo B = 2V ⇒ Source = A (0.5V, più basso), Drain = B (2V)

I terminali sono stati invertiti!

Perché è importante: V_{GS} e V_{DS} dipendono da quale terminale è il Source. Per calcolare correttamente le formule, devi identificare Source e Drain correttamente in ogni momento. La zona di funzionamento (saturazione/omica) dipende da V_{DS} , quindi dall'identificazione corretta dei terminali.

Regola pratica - MOSFET ON/OFF veloce

REGOLA PRATICA VELOCE:

Come capire subito se un MOSFET è probabilmente ON o OFF?

nMOS:

Gate a GND (0V) → probabilmente OFF

Se il gate è a massa, V_{GS} è molto basso (o negativo se source è più alto), quindi $V_{GS} < V_T \rightarrow$ OFF

Gate a V_{DD} → probabilmente ON

Se il gate è all'alimentazione, V_{GS} è alto (assumendo source a GND o comunque più basso), quindi $V_{GS} > V_T \rightarrow$ ON

pMOS:

Gate a GND (0V) → probabilmente ON

Se il gate è a massa, V_{SG} è alto (assumendo source a V_{DD} o comunque più alto), quindi $V_{SG} > |V_T| \rightarrow$ ON

Gate a V_{DD} → probabilmente OFF

Se il gate è all'alimentazione, V_{SG} è molto basso (o negativo se source è più basso), quindi $V_{SG} < |V_T| \rightarrow$ OFF

Riassunto veloce:

	Gate = GND	Gate = V_{DD}
nMOS	OFF	ON
pMOS	ON	OFF

ATTENZIONE: Questa è una regola approssimata che assume:

- Per nMOS: source vicino a GND
- Per pMOS: source vicino a V_{DD}

Se il source è collegato diversamente (es. nMOS con source a V_{DD} , pMOS con source a GND), la regola NON vale! Devi sempre calcolare V_{GS} o V_{SG} correttamente.

Parametro K (Transconduttanza)

$$K = \frac{1}{2}\mu \cdot C_{OX} \cdot \frac{W}{L}$$

Dove:

- μ = mobilità dei portatori nel canale
- C_{OX} = capacità specifica dell'ossido
- W/L = dimensioni fisiche del MOSFET (Width/Length)

△ NOTA IMPORTANTE - Fattore 1/2

K può essere definito SENZA il fattore $\frac{1}{2}$ al suo interno. In tal caso, le formule delle correnti devono essere riadattate:

• Saturazione:

$$I = \frac{K}{2}(V_{GS} - V_T)^2 \text{ invece di } I = K(V_{GS} - V_T)^2$$

• Omica:

$$I = K \left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

$$\text{invece di } I = K [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

Semplificazioni MOSFET

★ CONDIZIONE FONDAMENTALE:

Tutti i GATE devono essere in COMUNE (stessa tensione al gate)

1. MOSFET in PARALLELO

- GATE in comune
- SOURCE in comune (vengono mantenuti)

Formula:

$$K_{eq} = K_1 + K_2 + \dots + K_n$$

Se tutte uguali: $K_{eq} = n \cdot K$

Es: 3 nMOS con $K = 0.5 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 1.5 \text{ mA/V}^2$

2. MOSFET in SERIE

- GATE in comune
- SOURCE equivalente = SOURCE più BASSO

Formula:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n}$$

Per 2 MOS: $K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$

Se uguali: $K_{eq} = \frac{K}{n}$

Es: 2 nMOS $K_1 = 1$, $K_2 = 2 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 0.67 \text{ mA/V}^2$

Nota: Queste semplificazioni evitano calcoli complessi nei circuiti.

Analisi Porte Logiche

Quando usare: Dopo aver fatto semplificazioni (serie/parallelo), quando $V_{DS} = V_{OUT}$ e devi capire la zona di funzionamento.

IPOTESI: Se ti hanno chiesto l'espressione logica della porta, puoi ipotizzare che sia **ideale**:

- V_{OUT} ha valori logici **ALTO** e **BASSO**
- $V_{OUT} = V_{DS}$ del MOSFET (dopo semplificazioni)

METODO:

1. Uscita logica BASSA ("0")

$V_{OUT} \approx 0V \rightarrow V_{DS}$ piccola $\rightarrow V_{DS} < V_{OV} \rightarrow$ **ZONA OMICA**

2. Uscita logica ALTA ("1")

$V_{OUT} \approx V_{DD} \rightarrow V_{DS}$ grande $\rightarrow V_{DS} > V_{OV} \rightarrow$ **ZONA SATURAZIONE**

Nota: Questo metodo ti permette di **ipotizzare** la zona di funzionamento senza fare calcoli complessi. Poi puoi verificare con le formule.

Esempio pratico:

Se $V_{OUT} = 0V$ (logica bassa) e hai $V_{OV} = 2V$:

$V_{DS} \approx 0V < 2V \rightarrow$ OMICA ✓

Se $V_{OUT} = 5V$ (logica alta) e hai $V_{OV} = 2V$:

$V_{DS} \approx 5V > 2V \rightarrow$ SATURAZIONE ✓

Resistenza di canale

Resistenza di Canale (R_{CH} o R_{eq})

Quando usare: Calcolare la corrente nel MOSFET quando:

- $V_{OUT} = V_{DS}$ (l'uscita coincide con la tensione drain-source)
- $V_{OUT} \approx 0V$ (uscita logica bassa)

La **resistenza di canale** è la resistenza equivalente del MOSFET in un intorno di $V_{DS} = 0V$

FORMULA:

$$R_{CH} = R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove $V_{OV} = V_{GS} - V_T$

Nota: K può essere il K del singolo MOSFET o il K_{eq} del MOSFET equivalente (dopo semplificazioni serie/parallelo)

Origine: Derivata di I_D rispetto a V_{DS} calcolata in $V_{DS} = 0$ (approssimazione di Taylor al primo ordine)

QUANDO È VALIDA:

- ✓ $V_{DS} \approx 0V$ (uscita logica bassa)
- ✓ MOSFET in zona OMICA
- ✓ Calcoli approssimativi di corrente
 - ✗ Se V_{DS} NON è vicino a 0V
 - ✗ In altri punti di lavoro (devi ricalcolare la derivata nel punto specifico)

★ SANITY CHECK

Dopo aver calcolato I_D usando R_{CH} , **DEVI** verificare:

$$V_{R_{CH}} \ll V_{OV}$$

Dove $V_{R_{CH}}$ è la tensione ai capi della resistenza equivalente (= V_{DS} del MOSFET).

Se $V_{R_{CH}} \approx V_{OV}$ o maggiore, l'approssimazione **NON È VALIDA!**

Esempio pratico:

Se $K = 1 \text{ mA/V}^2$, $V_{GS} = 3V$, $V_T = 1V$:

$$V_{OV} = 3V - 1V = 2V$$

$$R_{CH} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{1}{4} \text{ k}\Omega = 250 \Omega$$

Con $V_{DS} = 0.1V$:

$$I_D \approx \frac{V_{DS}}{R_{CH}} = \frac{0.1V}{250\Omega} = 0.4 \text{ mA}$$

Verifica: $V_{DS} = 0.1V \ll V_{OV} = 2V \checkmark$ OK!

Carica di un condensatore con MOSFET

Scenario: MOSFET utilizzato per caricare un condensatore (es. in porte logiche, circuiti di trasferimento carica)

Nota importante: La tensione massima/minima raggiungibile sul condensatore dipende dal **tipo di MOSFET**!

REGOLA MNEMONICA:

Gli nMOS NON sono bravi a CARICARE
I pMOS NON sono bravi a SCARICARE

CARICA - 1. Con pMOS

Carica COMPLETA: Il condensatore si carica fino a V_{DD}

$$V_{C,max} = V_{DD}$$

Motivo: Nel pMOS, la corrente scorre da Source (alto) → Drain (basso). Il pMOS può rimanere acceso fino a quando il condensatore raggiunge V_{DD} , perché il Source è collegato a V_{DD} e mantiene sempre $V_{SG} > |V_T|$.

CARICA - 2. Con nMOS

Carica LIMITATA: Il condensatore si carica solo fino a:

$$V_{C,max} = V_G - V_T$$

Motivo: Nel nMOS, quando il condensatore (collegato al Drain) si carica, aumenta V_D . Quando V_D raggiunge $V_G - V_T$, si ha $V_{GS} = V_G - V_S = V_G - (V_G - V_T) = V_T \rightarrow$ il MOSFET **si spegne** (entra in interdizione). **Non può caricare oltre** perché $V_{GS} = V_T$ è la condizione di soglia (OFF).

Esempio pratico (CARICA):

Se $V_G = 5V$ e $V_T = 1V$ per un nMOS:

$$V_{C,max} = 5V - 1V = 4V \text{ (non } 5V!)$$

Con pMOS invece: $V_{C,max} = V_{DD}$ (carica completa)

Scarica di un condensatore con MOSFET

Comportamento SPECULARE alla carica

SCARICA - 1. Con nMOS

Scarica COMPLETA: Il condensatore si scarica fino a GND (0V)

$$V_{C,min} = 0V$$

Motivo: Nel nMOS, il Source è collegato a GND e la corrente scorre dal condensatore (Drain) verso GND. Il nMOS rimane acceso finché $V_{GS} > V_T$. Dato che $V_S = 0V$ (GND), finché $V_G > V_T$ il transistor resta acceso e può scaricare completamente il condensatore.

SCARICA - 2. Con pMOS

Scarica LIMITATA: Il condensatore si scarica solo fino a:

$$V_{C,min} = V_G + |V_T|$$

Motivo: Nel pMOS, quando il condensatore (collegato al Source) si scarica, diminuisce V_S . Quando V_S scende fino a $V_G + |V_T|$, si ha $V_{SG} = |V_T| \rightarrow$ il MOSFET si spegne. Non può scaricare oltre perché $V_{SG} = |V_T|$ è la condizione di soglia (OFF).

Esempio pratico (SCARICA):

Se $V_G = 2V$ e $|V_T| = 1V$ per un pMOS:

$$V_{C,min} = 2V + 1V = 3V \text{ (non può scendere sotto!)}$$

Con nMOS invece: $V_{C,min} = 0V$ (scarica completa)

△ CONSEGUENZA PRATICA - Simmetria CARICA/SCARICA

CARICA: pMOS completa ($\rightarrow V_{DD}$), nMOS limitata ($\rightarrow V_G - V_T$)

SCARICA: nMOS completa ($\rightarrow GND$), pMOS limitata ($\rightarrow V_G + |V_T|$)

Nelle porte logiche cMOS:

- pMOS nella rete pull-up (PUN) \rightarrow porta uscita a V_{DD}
- nMOS nella rete pull-down (PDN) \rightarrow porta uscita a GND

Valutazione logica circuiti ibridi/intermedi (PTL)

Scenario: Circuiti con un solo MOSFET + condensatore (non completamente cMOS)

★ SOGLIA LOGICA: $\frac{V_{DD}}{2}$

Per la tabella di verità, l'uscita è considerata:

- HIGH se $V_{OUT} > \frac{V_{DD}}{2}$
- LOW se $V_{OUT} < \frac{V_{DD}}{2}$

Caso 1: nMOS sulla pull-up + condensatore

Problema: nMOS carica solo fino a $V_{C,max} = V_G - V_T$

Valutazione logica:

Se $V_G - V_T > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **HIGH** (logicamente "1")

Se $V_G - V_T < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **LOW** (logicamente "0")

Esempio: $V_{DD} = 5V$, $V_G = 4V$, $V_T = 1V$

$$V_{C,max} = 4V - 1V = 3V$$

$$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$$

$3V > 2.5V \rightarrow$ Uscita = **HIGH** (anche se non raggiunge V_{DD} !)

Caso 2: pMOS sulla pull-down + condensatore

Problema: pMOS scarica solo fino a $V_{C,min} = V_G + |V_T|$

Valutazione logica:

Se $V_G + |V_T| < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **LOW** (logicamente "0")

Se $V_G + |V_T| > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **HIGH** (logicamente "1")

Esempio: $V_{DD} = 5V$, $V_G = 1V$, $|V_T| = 1V$

$$V_{C,min} = 1V + 1V = 2V$$

$$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$$

$2V < 2.5V \rightarrow$ Uscita = **LOW** (anche se non raggiunge GND!)

Nota importante: Questa valutazione si usa SOLO per le tabelle di verità dei circuiti ibridi. Nei circuiti cMOS completi, l'uscita raggiunge sempre V_{DD} o GND.

Tempo di propagazione

Tempo di propagazione (τ o t_{prop})

Definizione: Tempo impiegato a raggiungere la soglia della porta logica successiva.

Convenzione: Se non specificato, si prende:

$$V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$$

Metodo 1: Approssimazione a corrente costante

$$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}}$$

Dove:

- $\Delta V = V_{finale} - V_{iniziale}$
- $V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$ (sempre!)
- C = capacità di carico
- I_{sat} = corrente di saturazione del MOSFET

Esempio: Se $V_{DD} = 5V$ e $V_{iniziale} = 0V$:
La transizione è da 0V a $\frac{5V}{2} = 2.5V$ (NON a 5V!)

$$\Delta V = 2.5V - 0V = 2.5V$$

PTL vs CMOS Logic

Confronto: Due approcci diversi per implementare porte logiche

1. CMOS (Complementary MOS Logic)

Struttura:

- Rete PUN (pMOS) - pull-up network
- Rete PDN (nMOS) - pull-down network
- Sempre una rete ON, l'altra OFF

Vantaggi:

- Uscita sempre a V_{DD} o GND (livelli completi)
- Potenza statica = 0 (nessun percorso VDD → GND)
- Immunità al rumore elevata

Svantaggi:

- Richiede reti complementari (più transistor)
- Area maggiore

2. PTL (Pass Transistor Logic)

Struttura:

- Usa singoli transistor (nMOS o pMOS)
- I transistor "passano" i segnali da ingresso a uscita
- NON usa reti complementari

Vantaggi:

- Meno transistor (area ridotta)
- Circuiti più semplici

Svantaggi:

• Livelli degradati:

- nMOS carica solo fino a $V_G - V_T$
- pMOS scarica solo fino a $V_G + |V_T|$

- Immunità al rumore ridotta
- Potenza statica ≠ 0 (possibili percorsi VDD → GND)

CONFRONTO RAPIDO:

CMOS: Livelli completi, 0 potenza statica, + area
PTL: Livelli degradati, potenza statica, - area

Tempo di propagazione - PTL (metodo accurato)

★ PROBLEMA - Approssimazione a corrente costante

L'approssimazione con $I = I_{sat}$ (corrente costante in saturazione) è molto SOTTOSTIMATA per la PTL!

Motivo: Nella PTL, durante la carica/scarica, il MOSFET passa dalla zona di saturazione alla zona omica, e la corrente diminuisce drasticamente.

METODO CORRETTO - Approssimazione RC

Ipotesi da considerare:

1. La corrente finale è circa zero (quando $V_C \approx V_G - V_T$ per nMOS)
2. La corrente a metà tensione ($V_{DD}/2$) è quella che determina il tempo
3. Sostituisci il transistor con una resistenza equivalente calcolata in zona omica

Procedura:

Step 1: Calcola la resistenza equivalente in zona omica

$$R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove $V_{OV} = V_{GS} - V_T$ al punto di lavoro considerato (tipicamente a $V_{OUT} = \frac{V_{DD}}{2}$)

Step 2: Calcola il tempo di propagazione come circuito RC

$$\tau_{prop} = R_{eq} \cdot C$$

Esempio pratico (nMOS in PTL):

$V_{DD} = 5V$, $V_G = 5V$, $V_T = 1V$, $K = 1 \text{ mA/V}^2$, $C = 10 \text{ pF}$

A metà tensione ($V_{OUT} = 2.5V$):

$V_{GS} = 5V$ (gate fisso), $V_S = 2.5V$ (source al condensatore)

$$V_{OV} = 5V - 1V = 4V$$

$$R_{eq} = \frac{1}{2 \cdot 1.4} = 0.125 \text{ k}\Omega = 125 \Omega$$

$$\tau_{prop} = 125 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 1.25 \text{ ns}$$

Confronto con approssimazione a corrente costante:

Se usassi $I_{sat} = K \cdot V_{OV}^2 = 1 \cdot 4^2 = 16 \text{ mA}$ (molto sovrastimato!)

$$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}} = \frac{2.5 \cdot 10 \cdot 10^{-12}}{16 \cdot 10^{-3}} = 1.56 \text{ ns}$$

Il metodo RC è più accurato perché considera la diminuzione della corrente!

Potenza statica

Potenza statica

Definizione: Potenza consumata dal circuito quando gli ingressi e le uscite **NON commutano** (analisi statica).

Importante: In analisi statica, il condensatore si comporta come se non ci fosse (circuito aperto).

Formula:

$$P_{statica} = I \cdot V_{DD}$$

Dove:

- I = corrente che scorre nel MOSFET/circuito
- V_{DD} = tensione di alimentazione

Nota: Poiché il condensatore è un circuito aperto in regime stazionario (nessun $\frac{dV}{dt}$), si calcola solo la corrente continua che scorre attraverso i MOSFET.

cMOS standard: $P_{statica} = 0$ sempre. Non esistono configurazioni che consumano potenza statica.

cMOS non standard: Possono avere configurazioni in cui $P_{statica} \neq 0$.

★ IMPORTANTE - Calcolo V_{GS}

In analisi statica, se il source dell'nMOS **NON è a massa** (ma collegato a un'altra alimentazione):

NON usare V_G direttamente, ma calcolare:

$$V_{GS} = V_G - V_S$$

Lo stesso vale per pMOS se il source **NON è a V_{DD}** .

Potenza dinamica

Definizione: Potenza consumata durante le commutazioni degli ingressi uscite.

★ CONDIZIONE FONDAMENTALE

Prima di applicare la formula, verificare che:

$$\tau_{prop} \leq \frac{T_{in}}{2}$$

Dove:

- τ_{prop} = tempo di propagazione
- T_{in} = periodo del segnale di ingresso

Se $\tau_{prop} > \frac{T_{in}}{2}$, il circuito **NON ha tempo** di raggiungere il regime prima della prossima commutazione \Rightarrow la formula **NON è valida**.

Nota pratica: Se hai calcolato τ_{prop} per una transizione (es. high \rightarrow low) ma la potenza dinamica riguarda la transizione opposta (low \rightarrow high), verifica l'**ordine di grandezza**. Se K_n e K_p sono comparabili numericamente, i due tempi di propagazione saranno multipli ma **stesso ordine di grandezza**. Se $\tau_{prop} \ll \frac{T_{in}}{2}$ (molto minore), sei a posto anche senza calcolare l'altro! **ATTENZIONE:** Questa assunzione vale **SOLO** se $K_n \approx K_p$. Se i valori di K sono molto diversi, devi calcolare entrambi i tempi di propagazione.

Formula generale:

$$P_D = V_{DD} \sum_i (V_{OH,i} - V_{OL,i}) \cdot C_i \cdot f_i$$

Caso semplificato (un solo nodo d'uscita):

$$P_D = V_{DD} \cdot (V_{OH} - V_{OL}) \cdot C_L \cdot f_{out}$$

Dove:

- V_{DD} = tensione di alimentazione
- V_{OH} = tensione output HIGH (valore massimo)
- V_{OL} = tensione output LOW (valore minimo)
- C_L = capacità del carico
- f_{out} = frequenza di uscita

Come determinare V_{OH} e V_{OL} :

Sono i valori massimo e minimo dell'uscita durante le commutazioni.

Metodi:

- Dal grafico di $V_{out}(t)$ (se richiesto in precedenza)
- Forniti direttamente nel testo dell'esercizio
- Analizzando le transizioni del circuito

Duty Cycle

Duty Cycle (ciclo di lavoro)

Definizione: Il **duty cycle** δ è il rapporto tra il tempo in cui il segnale è HIGH e il periodo totale:

$$\delta = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{HIGH}}{T_{HIGH} + T_{LOW}}$$

Espresso in percentuale: $\delta\% = \delta \times 100$

Esempi comuni:

- $\delta = 0.5$ (50%) \rightarrow onda quadra simmetrica (HIGH e LOW stesso tempo)
- $\delta = 0.25$ (25%) \rightarrow segnale HIGH per 25% del periodo
- $\delta = 0.75$ (75%) \rightarrow segnale HIGH per 75% del periodo

Relazione con la potenza dinamica: Se il duty cycle $\neq 50\%$, può influenzare la frequenza effettiva delle commutazioni complete. In molti esercizi si assume duty cycle = 50% (onda quadra simmetrica).

Porte cMOS - Definizione

Definizione: Una porta logica **cMOS** (Complementary MOS) è composta da due reti complementari:

- **PUN** (Pull-Up Network): rete di **pMOS**
- **PDN** (Pull-Down Network): rete di **nMOS**

★ REGOLA FONDAMENTALE

In qualsiasi configurazione di ingresso:

Solo UNA rete è attiva (ON) alla volta

- Se PUN è ON \rightarrow PDN è OFF (uscita = V_{DD})
- Se PDN è ON \rightarrow PUN è OFF (uscita = GND)

Significato PRATICO negli esercizi:

1. Potenza statica = 0

Poiché una rete è sempre OFF, non c'è percorso diretto tra V_{DD} e GND $\rightarrow P_{statica} = 0$

2. Analisi per stati logici

Per ogni combinazione di ingressi, verifica:

- Quali MOSFET sono ON/OFF
- Quale rete (PUN o PDN) è attiva
- Output = V_{DD} se PUN ON, = GND se PDN ON

Esempio: cMOS Inverter

Ingresso ALTO ("1"):

- nMOS ON \rightarrow PDN attiva \rightarrow Uscita = GND ("0")
- pMOS OFF \rightarrow PUN spenta

Ingresso BASSO ("0"):

- pMOS ON \rightarrow PUN attiva \rightarrow Uscita = V_{DD} ("1")
- nMOS OFF \rightarrow PDN spenta

Nota: Le reti sono **complementari**: se PUN realizza f , PDN realizza \bar{f}

Costruzione PUN da PDN

Problema: Data la rete Pull-Down (PDN) con nMOS, costruire la rete Pull-Up (PUN) con pMOS

★ METODO - Trasformazione DUALE

In pratica: INVERSIONE RICORSIVA di SERIE e PARALLELO

Dalla PDN alla PUN:

1. SERIE \rightarrow PARALLELO
2. PARALLELO \rightarrow SERIE
3. nMOS \rightarrow pMOS
4. Gate (ingressi) \rightarrow RIMANGONO UGUALI

PROCEDURA MECCANICA:

Step 1:

- Individua le connessioni SERIE
- Individua le connessioni PARALLELO

Step 2:

- Applica la trasformazione
 - Ogni SERIE diventa PARALLELO
 - Ogni PARALLELO diventa SERIE
 - Sostituisci nMOS con pMOS
 - Mantieni gli stessi gate

Esempio pratico:

PDN: nMOS(A) in SERIE con [nMOS(B) — nMOS(C)]

Applicazione trasformazione:

- A in SERIE \rightarrow A in PARALLELO
- (B — C) \rightarrow (B in SERIE con C)

PUN: pMOS(A) in PARALLELO con [pMOS(B) in SERIE con pMOS(C)]

In formula: $PUN = A \parallel (B \cdot C)$

Verifica:

- PDN: $f = A \cdot (B + C)$
- PUN: $\bar{f} = \overline{A} + (\overline{B} \cdot \overline{C}) = \overline{A} \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \checkmark$

Nota: Questo metodo garantisce che solo una rete sia ON alla volta (proprietà fondamentale delle porte cMOS)

Impedenza con Condensatori

Impedenza del condensatore:

$$Z_C(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$$

Con modulo: $|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$ e fase: $\angle Z_C = -90^\circ$

Comportamento del condensatore in base alla frequenza:

Freq.	Z_C	Equiv.	Effetto
DC ($\omega = 0$)	∞	Aperto	Cancella ramo
Alta ($\omega \rightarrow \infty$)	0	Corto	Filo (a GND)

★ DC ($\omega = 0$): $Z_C = \frac{1}{0 \cdot C} \rightarrow \infty \rightarrow \text{APERTO}$

Il condensatore è carico, blocca la corrente continua.

★ Alta freq. ($\omega \rightarrow \infty$): $Z_C = \frac{1}{\infty \cdot C} \rightarrow 0 \rightarrow \text{CORTO}$

Il condensatore non ha tempo di caricarsi, la corrente passa libera.

Nota: Se C è collegato a massa, il nodo va a **GND**.

Configurazioni comuni:

1. C in PARALLELO con R:

$$Z(j\omega) = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

Notazione comoda per paralleli: $Z = (R^{-1} + Z_C^{-1})^{-1}$

Più facile da manipolare rispetto a $\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$

Polo in: $\omega_p = \frac{1}{RC}$

2. C in SERIE con R:

$$Z(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

Zero in: $\omega_z = \frac{1}{RC}$

★ CONTROLLI (SANITY CHECKS)

Dopo aver calcolato impedenze (serie/parallelo):

1. Controllo Dimensionale:

- L'impedenza Z deve avere dimensione di Ω (ohm)
- Il coefficiente τ che moltiplica s deve essere in [s]
- Relazione utile: $[F] \cdot [\Omega] = [s]$
- Es: RC ha dimensioni $[\Omega] \cdot [F] = [s]$ ✓

2. Controllo a Frequenza Nulla ($s = 0$):

- A $s = 0$ (DC), il condensatore è APERTO
- Sostituisci $s = 0$ in $Z(s)$ calcolata
- Deve dare la stessa R_{eq} ottenuta considerando C aperto

Es: $Z = \frac{R}{1+sRC}|_{s=0} = R$ (corretto: C aperto lascia R)

Forma Standard per Bode

Data una funzione di trasferimento generica come $T(s) = \frac{V_{out}}{I_{in}}$, portala in forma:

$$T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})(1+s\tau_{z2})\dots}{(1+s\tau_{p1})(1+s\tau_{p2})\dots}$$

Dove:

- K = guadagno costante (può essere assente se $K = 1$)
- s^n = poli/zeri nell'origine (può essere assente se $n = 0$)
 $n > 0$: zeri nell'origine, $n < 0$: poli nell'origine
- $\tau_{zi} = \frac{1}{\omega_{zi}}$ = costante di tempo dello zero i -esimo
- $\tau_{pi} = \frac{1}{\omega_{pi}}$ = costante di tempo del polo i -esimo

Procedimento:

1. Fattorizza numeratore e denominatore
2. Porta ogni fattore $(s + a)$ nella forma $(1 + s\tau)$:
 $(s + a) = a(1 + s/a) \rightarrow$ raccolta a in K , con $\tau = 1/a$
3. Raccogli tutti i coefficienti costanti in K
4. Eventuali s isolati formano il termine s^n

Nota: In questa forma, poli e zeri sono immediatamente visibili: $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ e $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$

Conversione Scala Logaritmica \leftrightarrow Lineare

Da LINEARE a dB (logaritmica):

$$|T|_{dB} = 20 \log_{10}(|T|_{lin})$$

Da dB a LINEARE:

$$|T|_{lin} = 10^{|T|_{dB}/20}$$

Valori utili da ricordare:

- 0 dB \leftrightarrow 1 (lineare)
- 20 dB \leftrightarrow 10 (lineare)
- -20 dB \leftrightarrow 0.1 (lineare)
- 3 dB \leftrightarrow $\sqrt{2} \approx 1.41$ (lineare)
- -3 dB \leftrightarrow $1/\sqrt{2} \approx 0.707$ (lineare)
- 6 dB \leftrightarrow 2 (lineare)

Bode - Diagramma del Modulo

$$\text{Data } T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})(1+s\tau_{z2})\dots}{(1+s\tau_{p1})(1+s\tau_{p2})\dots}$$

Punto di partenza per il tracciamento:

- Se $n = 0$: calcola $|T(0)|$ e $\angle T(0)$ (sostituisci $s = 0$)
- Se $n \neq 0$: NON puoi calcolare a $s = 0$ (singolarità!) → vedi box dedicato

Tracciamento del Modulo:

1. Contributo di K (guadagno costante):

Retta orizzontale a: $20 \log_{10} |K|$ dB

- Se $K > 0$: $20 \log_{10} K$ dB
- Se $K < 0$: $20 \log_{10} |K|$ dB (modulo positivo)

2. Contributo di s^n (poli/zeri nell'origine):

Retta passante per (1, 0 dB) con pendenza:

- $+20n$ dB/dec se $n > 0$ (zeri nell'origine)
- $-20|n|$ dB/dec se $n < 0$ (poli nell'origine)

3. Contributo degli ZERI ($1 + s\tau_z$):

Per $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$:

- $\omega < \omega_z$: contributo ≈ 0 dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_z$: punto di spigolo
- $\omega > \omega_z$: pendenza $+20$ dB/dec

4. Contributo dei POLI ($1 + s\tau_p$):

Per $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$:

- $\omega < \omega_p$: contributo ≈ 0 dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_p$: punto di spigolo
- $\omega > \omega_p$: pendenza -20 dB/dec

5. Tracciamento finale (METODO PRATICO):

a) Parte da $K \cdot s^n$ con pendenza iniziale

Se $n = 0$: costante fino alla 1^a singolarità

b) Ordina poli e zeri per frequenza crescente

c) Ad ogni singolarità (da sinistra a destra):

- Per ogni zero: aggiungi $+20$ dB/dec alla pendenza
- Per ogni polo: aggiungi -20 dB/dec alla pendenza

d) Esempio: se hai pendenza 0 e incontri zero → diventa $+20$ dB/dec

poi incontri polo → diventa 0 dB/dec

Guadagno di Banda (GBW):

Per amplificatori con 1 polo dominante:

$$\text{GBW} = |A_0| \cdot \omega_p$$

Dove A_0 è il guadagno a basse frequenze (prima del polo)

Bode - Metodo Generale Unificato

★ METODO GENERALE UNIFICATO per Bode del Modulo

PASSO 1: Analisi Strutturale (Scomposizione Visiva)

Guarda $G(s)$ e identifica col dito questi tre elementi (no calcoli, solo riconoscimento):

1. Il Guadagno Statico (K):

Raccogli tutti i numeri costanti che moltiplicano la funzione.
⇒ Determina l'altezza verticale del grafico.

2. I Termini Binomiali ($1 + s\tau$) (singolarità standard):

- Se è al NUMERATORE: è uno ZERO (grafico sale)
- Se è al DENOMINATORE: è un POLO (grafico scende)

3. La "S" Isolata (s^n):

Cerca le s che NON sono sommate a 1 (es: s , s^2 , $1/s$, $1/s^2$)

- Se al NUMERATORE (s, s^2): hai n Zeri nell'origine
- Se al DENOMINATORE ($1/s, 1/s^2$): hai n Poli nell'origine
- Se non c'è: $n = 0$

PASSO 2: Calcolo delle Frequenze di Taglio

Prendi tutti i Termini Binomiali (Passo 1, punto 2) e calcola:

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$$

Lista Ordinata: metti le frequenze in ordine crescente $f_1 < f_2 < f_3 \dots$

⇒ Questi sono i "paletti" verticali sull'asse delle frequenze.

PASSO 3: Il Confronto Cruciale (L'Attacco del Grafico)

Decidi come inizia il grafico a sinistra. Guarda solo la "S" Isolata (Passo 1, punto 3).

CASO A: Nessuna "S" Isolata (singolarità NON in zero)

- Comportamento: Il grafico parte PIATTO (orizzontale)
- Valore di partenza: Converti K da lineare a dB

$$|K|_{dB} = 20 \log_{10}(|K|_{lin})$$

- Azione: Disegna retta orizzontale fino alla prima freq. f_1

CASO B: Presenza di "S" Isolata (singolarità IN zero)

- Comportamento: Il grafico parte IN PENDENZA
 - Zero in origine (s): parte salendo (+20 dB/dec)
 - Polo in origine ($1/s$): parte scendendo (-20 dB/dec)

• Punto di Ancoraggio (IL TRUCCO):

Non calcolare la retta iniziale (difficile!)
Scelgi f_{test} dopo la prima singolarità o nel "centro banda"
Calcola il modulo con $s = j2\pi f_{test}$
Segna quel punto e usalo come perno per le pendenze

PASSO 4: Tracciamento Dinamico (Disegno)

Percorri l'asse delle frequenze da sinistra a destra:

1. Avanza fino alla prima frequenza f_1

2. Applica la modifica:

- Se f_1 era un POLO: sottra 20 alla pendenza
(es: eri piatto 0 → diventi -20 dB/dec)
- Se f_1 era uno ZERO: aggiungi 20 alla pendenza
(es: scendevi -20 → diventi piatto 0)

3. Proseguì fino a f_2 e ripeti

Formule Rapide di Navigazione sul Bode

★ REGOLE AUREE per muoversi sul grafico

1. Sulla DISCESA (-20 dB/dec): Legge del Prodotto Costante

$$G \cdot f = \text{Costante}$$

Uso: Da (G_1, f_1) trovo G_2 a frequenza f_2 :

$$G_2 = \frac{G_1 \cdot f_1}{f_2}$$

Mnemonica: "Più vado avanti in frequenza, più il guadagno scende: il loro prodotto resta uguale."

2. Sulla SALITA (+20 dB/dec): Legge del Rapporto Costante

$$\frac{G}{f} = \text{Costante}$$

Uso: Da (G_1, f_1) trovo G_2 a frequenza f_2 :

$$G_2 = G_1 \cdot \frac{f_2}{f_1}$$

Mnemonica: "Se la frequenza raddoppia, il guadagno raddoppia."

Caso Generale: pendenza $\pm n \cdot 20$ dB/dec

DISCESA ($-n \cdot 20$ dB/dec):

$$G \cdot f^n = \text{Cost.} \Rightarrow G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^n$$

SALITA ($+n \cdot 20$ dB/dec):

$$\frac{G}{f^n} = \text{Cost.} \Rightarrow G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^n$$

Pendenza	Discesa	Salita
± 20 dB/dec	$G \cdot f$	G/f
± 40 dB/dec	$G \cdot f^2$	G/f^2
± 60 dB/dec	$G \cdot f^3$	G/f^3

Intersezione con asse 0 dB: $G = 1$

△ WARNING CRITICO:

Quando cerchi l'intersezione con l'asse 0 dB, usa:

$$G_{\text{lineare}} = 1 \quad (\text{NON } 0!)$$

Motivo: $0 \text{ dB} \Leftrightarrow G_{\text{lin}} = 1$

Se metti 0 nella moltiplicazione, annulla tutto!

Bode - Singolarità in Zero ($n \neq 0$)

Caso: $T(s) = s\tau_0 \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})}{(1+s\tau_{p1})}$ (zero nell'origine)

Procedimento:

1. Trova il punto di partenza (intersezione con 0 dB):

$$\text{Frequenza: } f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0} \quad \text{oppure} \quad \omega_0 = \frac{1}{\tau_0}$$

\Rightarrow A $\omega = \omega_0$ il contributo di $s\tau_0$ vale **0 dB**

2. Traccia la retta con pendenza +20 dB/dec passante per il punto $(\omega_0, 0 \text{ dB})$

3. Aggiungi i contributi di poli/zeri:

- A $\omega_{z1} = 1/\tau_{z1}$: pendenza +20 dB/dec
- A $\omega_{p1} = 1/\tau_{p1}$: pendenza -20 dB/dec

\triangle **Se polo nell'origine (es. $\frac{1}{s\tau_0}$):**

- Pendenza iniziale -20 dB/dec
- Stesso punto di partenza: $(\omega_0 = 1/\tau_0, 0 \text{ dB})$

Bode - Diagramma della Fase

Tracciamento della Fase:

1. Contributo di K:

- Se $K > 0$ (cioè $T(0) > 0$): fase = 0°
- Se $K < 0$ (cioè $T(0) < 0$): fase = -180°

Se $T(0) < 0$, parti da -180° e somma i contributi

2. Contributo di s^n :

Fase costante: $+90^\circ \cdot n$ per ogni frequenza

3. Contributo degli ZERI ($1 + s\tau_z$):

Transizione centrata in $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$:

- $\omega < \omega_z/10$: fase $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_z$: fase = $+45^\circ$
- $\omega > 10\omega_z$: fase $\approx +90^\circ$

Transizione lineare tra $\omega_z/10$ e $10\omega_z$

4. Contributo dei POLI ($1 + s\tau_p$):

Transizione centrata in $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$:

- $\omega < \omega_p/10$: fase $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_p$: fase = -45°
- $\omega > 10\omega_p$: fase $\approx -90^\circ$

Transizione lineare tra $\omega_p/10$ e $10\omega_p$

5. Tracciamento finale:

a) Parti dalla fase iniziale:

- Se $T(0) > 0$: parte da $0^\circ + 90^\circ \cdot n$
- Se $T(0) < 0$: parte da $-180^\circ + 90^\circ \cdot n$

b) Somma algebrica dei contributi di poli e zeri:

- Zeri: $+90^\circ$ asintoticamente (transizione da $\omega_z/10$ a $10\omega_z$)
- Poli: -90° asintoticamente (transizione da $\omega_p/10$ a $10\omega_p$)

c) I contributi si **sovrappongono** se poli/zeri sono vicini

★ ERRORE COMUNE

Nel modulo, le pendenze si **sommano** ad ogni polo/zero

Nella fase, i contributi si **sovrappongono** (somma algebrica delle fasi)

Esempio pratico:

Intersezione 0 dB in Bode

Problema: Il diagramma passa vicino a 0 dB nei pressi di una singolarità. Interseca prima o dopo?

Regola di Conservazione Guadagno-Frequenza:

Su un tratto con pendenza costante di m dB/dec, vale:

$$|T(\omega)| \cdot \omega^{m/20} = \text{costante}$$

Metodo pratico (verifica per ipotesi):

IPOTESI: Supponi che la retta continui **indisturbata** con la stessa pendenza (cioè che interseca 0 dB PRIMA della singolarità)

- Identifica un punto noto sul tratto: $(\omega_1, |T(\omega_1)|)$

Esempio: a basse frequenze, spesso $|T(0)| = K$

- Con pendenza m dB/dec costante, calcola ω_0 dove $|T| = 1$:

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|^{20/m}$$

ATTENZIONE: $|T(\omega_1)|$ in scala LINEARE, non in dB!
Se hai il valore in dB: $|T| = 10^{(\text{dB}/20)}$

- Confronta ω_0 con la singolarità ω_s :

- Se $\omega_0 < \omega_s$: ipotesi **CORRETTA** → interseca prima
La retta raggiunge 0 dB prima di cambiare pendenza
- Se $\omega_0 > \omega_s$: ipotesi **ERRATA** → interseca dopo
La pendenza cambia prima di raggiungere 0 dB

Casi comuni:

Pendenza 0 dB/dec ($m = 0$): costante, già noto

Pendenza -20 dB/dec ($m = -20$):

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|$$

Questa è la formula del **GBW** (Guadagno di Banda)!

Pendenza +20 dB/dec ($m = +20$):

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{|T(\omega_1)|}$$

★ UTILITÀ PRATICA

Questo metodo evita di dover disegnare con precisione il diagramma per capire l'ordine di intersezione e singolarità, garantendo il tracciamento corretto dopo entrambi i punti.

Calcolo Guadagno a Frequenze Specifiche

Quando ti chiedono il guadagno a una frequenza specifica:

CASO 1: Lontano dalle singolarità (≥ 1 decade)

Usa il **diagramma sintotico** (approssimazione):

- Se $\omega < \omega_p/10$ o $\omega > 10\omega_p$: il polo/zero ha effetto trascurabile
- Leggi il valore dal diagramma asintotico con la pendenza corrente

Esempio: Con pendenza -20 dB/dec da ω_1 a ω_2 :

$$|T(\omega_2)|_{\text{dB}} = |T(\omega_1)|_{\text{dB}} - 20 \log_{10} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)$$

CASO 2: Esattamente sulla singolarità ($\omega = \omega_p$ o ω_z)

Usa le **formule esatte**:

Modulo:

- Polo: $|1 + j\omega_p \tau_p| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow -3 \text{ dB}$
- Zero: $|1 + j\omega_z \tau_z| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow +3 \text{ dB}$

Fase:

- Polo: $\angle(1 + j\omega_p \tau_p) = \arctan(1) \rightarrow -45^\circ$
- Zero: $\angle(1 + j\omega_z \tau_z) = \arctan(1) \rightarrow +45^\circ$

CASO 3: Vicino alle singolarità (< 1 decade ma \neq singolarità)

Usa i **numeri complessi**, sostituendo $s = j\omega$:

$$T(j\omega) = K \cdot (j\omega)^n \cdot \frac{(1 + j\omega \tau_{z1})(1 + j\omega \tau_{z2}) \cdots}{(1 + j\omega \tau_{p1})(1 + j\omega \tau_{p2}) \cdots}$$

- Sostituisci il valore numerico di ω
- Calcola ogni termine: $|1 + j\omega \tau| = \sqrt{1 + (\omega \tau)^2}$
- Moltiplica/dividi i moduli per ottenere $|T(j\omega)|$
- Converti in dB: $20 \log_{10} |T(j\omega)|$

Regola pratica:

- Lontano → diagramma sintotico (veloce)
- Esattamente sopra → ± 3 dB, $\pm 45^\circ$ (immediato)
- Vicino → numeri complessi (calcolo esatto)

Guadagno Reale vs Ideale

★ ESAME: Calcolo del GUADAGNO REALE

Calcolo del guadagno d'anello G_{loop} :

- Spegni tutti i generatori (incluso $V_{in}!$)
- Taglia l'anello (apri il feedback)
- Inserisci generatore di test V_t nel punto di taglio
- Usa la caratteristica dell'OpAmp:
 $V_y = A(s) \cdot (V^+ - V^-)$ con $A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$
- Scrivi $G_{loop} = \frac{V_y}{V_t}$

$$G_{loop} = \frac{V_y}{V_t} = A(s) \cdot \beta$$

$A(s)$ = **guadagno ad anello aperto** dell'OpAmp:

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

- $A_0 = A(0)$ = guadagno a freq. 0 (punto partenza Bode, $\sim 10^5$ - 10^6)
- $\tau_0 = \frac{1}{\omega_p}$ = costante di tempo polo dominante
(polo dominante = polo a freq. più bassa)

GBWP (Gain-Bandwidth Product):

$$\text{GBWP} = A_0 \cdot f_0$$

dove $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$ = frequenza del polo. In questo corso gli OpAmp hanno **sempre una singola singolarità**.

β = fattore di retroazione (dipende da R_f , R_G)

△ ATTENZIONE: $V^+ = V^-$ NON vale qui!

L'ipotesi $V^+ = V^-$ è valida solo per OpAmp retroazionati (ideali in catena chiusa).

Nel calcolo di G_{loop} l'anello è **aperto** ⇒ devi usare $V_{out} = A(s) \cdot (V^+ - V^-)$

Relazione tra i guadagni:

$$G_A = -G_{loop} \cdot G_{id}$$

G_A = guadagno di andata, G_{loop} = guadagno d'anello, G_{id} = guadagno ideale

Formula guadagno reale:

$$G_{\text{reale}} = \frac{G_{\text{ideale}}}{1 - \frac{1}{G_{\text{loop}}}}$$

★ METODO GRAFICO (più veloce!)

Procedimento:

- Traccia il Bode del guadagno ideale G_{id}

Guadagno Reale - Intersezioni

△ ATTENZIONE alle INTERSEZIONI

Problema tipico:

G_A e G_{id} hanno zeri/poli a frequenze diverse \Rightarrow le intersezioni possono essere **non ovvie**.

Caso comune:

- G_A sale poi diventa piatto (a un certo valore)
- G_{id} sale poi diventa piatto (a valore **diverso**)

Domanda: L'intersezione è **prima o dopo** il prossimo polo?

Metodo per ipotesi:

1. **Fai un'ipotesi** su quale tratto (salita/discesa/piatto) intersecca
2. Usa le **regole di navigazione**:
 - Discesa: $G \cdot f = \text{cost}$
 - Salita: $G/f = \text{cost}$
3. Calcola la frequenza di intersezione f_x
4. **Verifica:** Se f_x viene **più alta** del polo successivo \Rightarrow ipotesi sbagliata!

Rifai con pendenza diversa (es: crescente invece che decrescente)

Alla fine:

Per ogni frequenza, evidenzia il **punto più basso** tra G_A e $G_{id} \Rightarrow$ ottieni G_{reale}

★ NOTA su A_0 e GBW:

Se non viene dato A_0 ma viene dato τ_0 :

- Potrebbe essere dato il **GBW** (prodotto guadagno-banda)
- Oppure c'è un altro modo per risolvere l'esercizio

Ricorda: $\text{GBW} = A_0 \cdot \omega_p = A_0 / \tau_0$

Margine di Fase e Stabilità

★ MARGINE DI FASE e STABILITÀ

Procedimento:

1. Disegna il Bode di G_{loop} (modulo e fase)
2. Trova la **frequenza di crossover** f_c : frequenza dove $|G_{loop}| = 0 \text{ dB}$ (taglia l'asse **orizzontale**)
3. Leggi la **fase** di G_{loop} a f_c : $\phi(f_c)$
4. Calcola il **margine di fase**:

$$\text{PM} = 360 + \phi(f_c)$$

Formula esplicita per $\phi(f_c)$:

$$\phi(f_c) = 180^\circ - \sum_i \arctan\left(\frac{f_c}{f_{pi}}\right) + \sum_j \arctan\left(\frac{f_c}{f_{zj}}\right)$$

- f_c = frequenza di crossover (dove $|G_{loop}| = 0 \text{ dB}$)
- f_{pi} = frequenza del polo i -esimo
- f_{zj} = frequenza dello zero j -esimo

I poli **sottraggono** fase, gli zeri **aggiungono** fase.

Classificazione della stabilità:

Margine di Fase	Sistema
$\text{PM} > 45$	Asintoticamente stabile
$\text{PM} = 0$	Criticamente stabile
$\text{PM} < 0$	Instabile

△ NOTA PRATICA:

- $\text{PM} \approx 60-70$: risposta ben smorzata
- $\text{PM} \approx 45$: leggero overshoot
- $\text{PM} < 45$: oscillazioni/overshoot significativo

Regola: Più alto il PM, più stabile il sistema

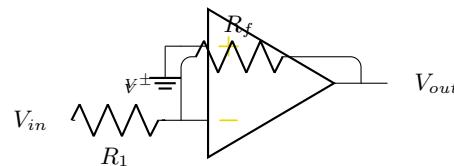
Interpretazione grafica:

Il margine di fase è “quanto manca” alla fase per raggiungere -360 (o -180 in alcuni testi) quando il guadagno vale 0 dB .

Se la fase è già oltre -360 quando $|G| = 0 \text{ dB} \Rightarrow$ sistema **instabile**

OpAmp - Retroazione Negativa

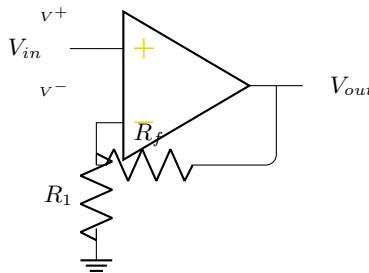
Amplificatore Invertente:



$$V_{out} = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$$

Guadagno: $A_v = -\frac{R_f}{R_1}$ (segno $-$ = inversione)
 R_1 = impedenza di ingresso (tra V_{in} e V^-)

Amplificatore Non Invertente:



$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$$

Guadagno: $A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$ (sempre ≥ 1)
 R_1 = impedenza verso GND (tra V^- e massa)

Buffer (Voltage Follower):

Caso speciale: $R_f = 0, R_1 \rightarrow \infty$ (aperto)

$$V_{out} = V_{in} \quad (A_v = 1)$$

Alta impedenza di ingresso, bassa impedenza di uscita.

★ IPOTESI OpAmp IDEALE

- $V^+ = V^-$ (massa virtuale se $V^+ = 0$)
- $I^+ = I^- = 0$ (corrente negli ingressi nulla)
- Guadagno ad anello aperto $A \rightarrow \infty$

△ ATTENZIONE: R_1 ha significato DIVERSO!

INVERTENTE:

$R_1 = Z_{in}$ = impedenza di ingresso
 (tra V_{in} e V^- , NON c'è R verso GND)

NON INVERTENTE:

OpAmp - Riconoscimento Rapido

A_v = Guadagno di tensione: $V_{out} = A_v \cdot V_{in}$

★ REGOLA D'ORO - Riconoscimento al volo

Dove entra il segnale V_{in} ?

Entra su V^-	Entra su V^+
INVERTENTE	NON INVERTENTE
$A_v = -\frac{R_f}{R_G}$	$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_G}$

Procedimento rapido:

1. INVERTENTE (V_{in} su V^- , V^+ a massa)

- $V^+ = 0$ (a massa) $\Rightarrow V^- = 0$ (massa virtuale)
- Corrente in R_1 : $I = \frac{V_{in}-0}{R_1} = \frac{V_{in}}{R_1}$
- Stessa I passa in R_f (no corrente in OpAmp)
- $V_{out} = 0 - I \cdot R_f = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$

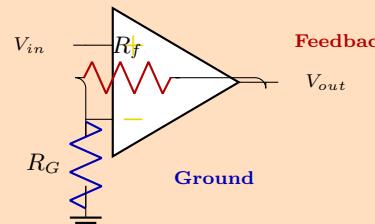
2. NON INVERTENTE (V_{in} su V^+)

- $V^+ = V_{in} \Rightarrow V^- = V_{in}$
- V^- sta sul partitore R_1-R_f :

$$V^- = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_f} = V_{in}$$

$$3. \text{ Risolvo: } V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_1 + R_f}{R_1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$$

R_f (Feedback) e R_G (Ground) - Definizioni



- R_f = collega V^- a V_{out} (chiude l'anello)
- R_G = collega V^- a massa (riferimento)

Nota: R_G è anche chiamata R_1 in molti testi

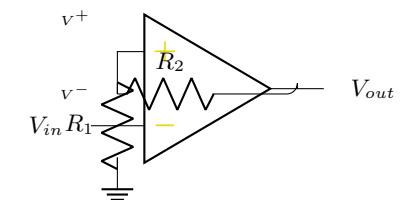
△ TRUCCO MNEMONICO

- Invertente: segnale entra sul $-$ \Rightarrow guadagno con $-$
- Non Inv.: segnale entra sul $+$ \Rightarrow guadagno ≥ 1 (positivo)

$$\text{Formula universale (non inv.): } A_v = 1 + \frac{R_{feedback}}{R_{GND}}$$

OpAmp - Retroazione Positiva (Isteresi)

Comparatore con Isteresi (Trigger di Schmitt):



Tensione sull'ingresso non invertente:

$$V^+ = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Soglie di commutazione:

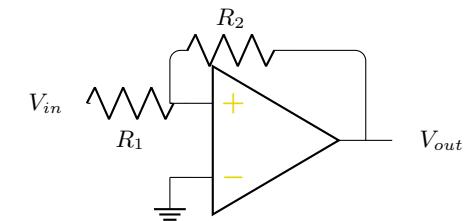
Se V_{out} oscilla tra $\pm V_{sat}$:

$$V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Isteresi: $\Delta V = V_{TH} - V_{TL} = 2V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Comparatore Non Invertente con Isteresi:



Soglie:

$$V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Nota: segni invertiti rispetto al caso invertente

△ DIFFERENZA FONDAMENTALE

- Retroazione NEGATIVA (R_f su V^-): Sistema stabile, uscita proporzionale all'ingresso
- Retroazione POSITIVA (R su V^+): Sistema bistabile, uscita saturata a $\pm V_{sat}$

Slew Rate OpAmp

Definizione: Lo Slew Rate (SR) è la massima velocità con cui l'uscita di un OpAmp può variare nel tempo.

$$SR = \left| \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{max}$$

Unità di misura: V/ μ s oppure V/s

A cosa serve:

Lo slew rate è una **limitazione fisica** dell'OpAmp reale:

- Limita la velocità di risposta dell'amplificatore
- Se il segnale richiede una variazione più rapida, l'uscita viene **distorta**
- Importante per segnali ad alta frequenza o grande ampiezza

Calcolo e Verifica:

Per un segnale sinusoidale $V_{out}(t) = V_{max} \sin(\omega t)$:

$$\frac{dV_{out}}{dt} = V_{max}\omega \cos(\omega t)$$

La derivata massima è:

$$\left| \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{max} = V_{max} \cdot \omega = 2\pi f V_{max}$$

Condizione per evitare distorsione:

$$2\pi f V_{max} \leq SR$$

Ottimamente, frequenza massima senza distorsione:

$$f_{max} = \frac{SR}{2\pi V_{max}}$$

★ IMPORTANTE

Se $2\pi f V_{max} > SR$:

- L'uscita NON segue l'ingresso

- Si ha distorsione del segnale (tipicamente forma triangolare)

Lo slew rate è **indipendente dal guadagno** (caratteristica dell'OpAmp)

Esempio pratico:

OpAmp con SR = 1 V/ μ s, segnale con $V_{max} = 10$ V

$$f_{max} = \frac{1 \times 10^6 \text{ V/s}}{2\pi \times 10 \text{ V}} \approx 15.9 \text{ kHz}$$

A frequenze superiori, il segnale viene distorto.

Risposta al Gradino - Sistema 1° Ordine

Sistema del primo ordine:

$$T(s) = \frac{K}{1 + s\tau}$$

Dove:

- K = costante (guadagno statico)
- τ = costante di tempo (coefficiente di s)
- Polo in $\omega_p = \frac{1}{\tau}$

Risposta al gradino di ampiezza X_0 :

L'uscita ha andamento **esponenziale**:

$$y(t) = K \cdot X_0 \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Valore asintotico (per $t \rightarrow \infty$):

$$y_\infty = K \cdot X_0$$

Dove X_0 può essere una tensione o una corrente.

△ ATTENZIONE al segno di K :

- Se $K > 0$: esponenziale **crescente** (parte da 0, sale verso $K \cdot X_0$)
- Se $K < 0$: esponenziale **decrecente** (parte da 0, scende verso $K \cdot X_0$)

Parametri chiave:

- τ = costante di tempo (si legge direttamente dal denominatore come coefficiente di s)
- Dopo $t = 5\tau$ l'uscita raggiunge $\approx 99\%$ del valore finale

Caso con due poli (raro in questo corso):

$$T(s) = \frac{K}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

Se i due poli sono **ben separati** (uno molto più lento dell'altro), la dinamica è dominata dal **polo a frequenza minore** (quello con τ maggiore).

In questo caso si può approssimare il sistema come se avesse un solo polo dominante.