

## Prefissi SI (Notazione Scientifica)

Simbolo	Nome	Fattore
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
k	kilo	$10^3$
h	etto	$10^2$
da	deca	$10^1$
d	deci	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	micro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$

### Procedimento transitorio:

- Per  $t \rightarrow 0^-$ ,
  - calcolare variabile di stato prima dell'inizio del transitorio
  - In questa fase il **condensatore/induttore** si comporta come **circuito aperto/cortocircuito**
  - Sfrutterò nella fase 2 la continuità della variabile di stato
- Per  $t \rightarrow 0^+$  (per var. **NON** di stato es.  $v_x, i_x$ )
  - (Eventuale chiusura interruttore)
  - Sfrutto continuità variabile di stato:**  $v_C(t_0^-) = v_C(t_0^+) / i_L(t_0^-) = i_L(t_0^+)$
  - Sostituisco al transitorio GENERATORE IDEALE DI TENSIONE/ CORRENTE con valore pari alla variabile di stato appena calcolata**

$$E = V_C(t \rightarrow 0^-) \quad I = I_L(t \rightarrow 0^-)$$

- Per  $t \rightarrow \infty$  /  $t > 0$  :

#### (a) Soluzione di tipo esponenziale

i. Formule variabili di stato:

$$V_C(t) = V_{C_\infty} + [V_C(0) - V_{C_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_L(t) = I_{L_\infty} + [I_L(0) - I_{L_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ii. Formule per le grandezze **non di stato**:

$$I_C(t) = I_{C_\infty} + [I_C(0^+) - I_{C_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_L(t) = V_{L_\infty} + [V_L(0^+) - V_{L_\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

iii. Qui, siamo **ancora a regime**: il **condensatore/induttore** si comporta come **circuito aperto/cortocircuito**

iv. Cerco la variabile di stato per  $t \rightarrow \infty$

v. Cerco  $\tau$ :

A. Mi serve  $R_{eq}$  ai morsetti di dove c'è transitorio

B. **Spengo generatori non pilotati**

C. uso **generatore sonda (c.g.)** - cerco corrente che passa sul ramo della sonda in funzione di  $V_S$ :  $? \rightarrow I_S(V_S)$

$$R_{eq} = \frac{V_S}{I_S(V_S)}$$

D. Calcolo  $\tau$ :

$$\tau = C \cdot R_{eq} = \frac{L}{R_{eq}}$$

### Grafico

- Traccio asintoto
- Sfrutto **proprietà dell'esponenziale**: tangente al grafico in  $t = 0$  interseca il valore asintotico dopo  $\Delta t = \tau$
- Dopo  $t = 5\tau$  la funzione assume valore asintotico

#### Condensatore - Carica/Scarica RC

##### Carica e Scarica RC - Casi Semplici

###### Costante di tempo:

$$\tau = R \cdot C$$

Unità:  $[\Omega] \cdot [F] = [s]$

###### CARICA del condensatore

Condensatore inizialmente scarico ( $V_C(0) = 0$ ), caricato a  $V_{finale}$ :

$$V_C(t) = V_{finale} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$I_C(t) = \frac{V_{finale}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tensione **sale** da 0 a  $V_{finale}$ , la corrente **scende** da  $I_{max}$  a 0

###### SCARICA del condensatore

Condensatore inizialmente carico a  $V_0$ , scaricato a 0:

$$V_C(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_C(t) = -\frac{V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tensione **scende** da  $V_0$  a 0, corrente negativa (verso opposto)

###### ★ Carica a CORRENTE COSTANTE:

Se il condensatore è caricato da una corrente costante  $I$ :

$$V_C(t) = V_C(0) + \frac{I \cdot t}{C}$$

$$\text{oppure: } \Delta V_C = \frac{I \cdot \Delta t}{C}$$

(Usata per errore da  $I_B$  nel S&H!)

###### Valori notevoli:

$t$	Carica	Scarica
$\tau$	63.2% di $V_f$	36.8% di $V_0$
$3\tau$	95% di $V_f$	5% di $V_0$
$5\tau$	99.3% di $V_f$	$\approx 0$

⇒ Dopo  $5\tau$  si considera raggiunto il regime!

### Resistenze e Alimentazioni

#### Resistenze in parallelo:

##### 1. Caso con 2 resistenze:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

##### 2. Caso generale (n resistenze):

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

#### △ NOTA IMPORTANTE - Tensioni di alimentazione

Le tensioni fornite dalle alimentazioni sono le **massime e minime** possibili nel circuito.

**I NODI** della rete **NON** possono mai avere tensioni:

- Più alte di  $V_{max}$  (alimentazione massima)
- Più basse di  $V_{min}$  (alimentazione minima)

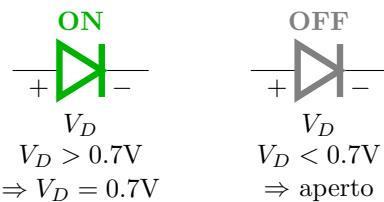
**ATTENZIONE:** Questo vale per le tensioni dei **NODI** (riferite a massa).

Le **cadute di tensione** (misurate tra due nodi diversi) possono superare questi limiti!

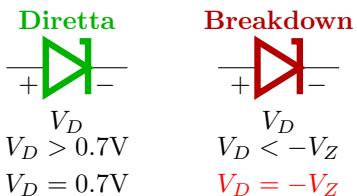
**Uso pratico:** Fondamentale quando si fanno ipotesi sullo stato dei diodi (ON/OFF). Se un'ipotesi porta un nodo oltre  $V_{max}$  o sotto  $V_{min}$ , l'ipotesi è **sbagliata**.

## Diodi

### 1. Diodo normale:

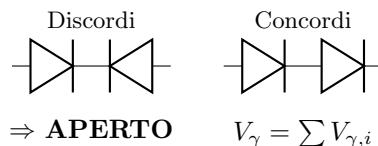


### 2. Diodo Zener:



**ATTENZIONE:** In breakdown, la tensione  $V_D = -V_Z$  ha polarità **opposta** rispetto ai +0.7V della conduzione diretta!

### 3. Configurazioni in serie:



#### ★ TRUCCO PRATICO - Verifica stato diodo:

Quando sei in un intorno della soglia ( $V_D \approx 0.7V$ , anche infinitesimamente superiore), le correnti sono molto basse.

$\Rightarrow$  Per verificare se il diodo si accende puoi ignorare le resistenze in serie ( $I \approx 0 \Rightarrow \Delta V_R \approx 0$ ).

**Usa nei transitori:** A fine esercizio, verifica che l'ipotesi sul diodo (ON/OFF) resti valida in:

- $\hat{T}^-$  (istante prima della transizione)
- $\hat{T}^+$  (istante dopo della transizione)
- $t \rightarrow \infty$  (regime)

### Diodi - Esercizio Tipico (1/2)

#### Esercizio Tipico Diodi - Algoritmo

##### a) Caratteristica statica $I_{out}$ vs $V_{in}$

###### Step 1: Ipotizza stato diodo

- Parti da  $V_{in}$  molto negativo  $\Rightarrow$  diodo probabilmente OFF
- Oppure parti da  $V_{in}$  molto positivo  $\Rightarrow$  diodo probabilmente ON

###### Step 2: Risolvi il circuito con l'ipotesi

- Diodo ON: sostituisci con  $V_\gamma$  (es. 0.7V)
- Diodo OFF: sostituisci con circuito aperto

###### Step 3: Trova $V_{in}$ di commutazione

- Diodo ON  $\rightarrow$  OFF: trova  $V_{in}$  per cui  $I_D = 0$
- Diodo OFF  $\rightarrow$  ON: trova  $V_{in}$  per cui  $V_D = V_\gamma$

###### Step 4: Calcola $I_{out}(V_{in})$ in ogni regione

- Scrivi l'espressione di  $I_{out}$  per ogni stato
- Disegna la caratteristica (spesso lineare a tratti)

#### ★ TRUCCO per trovare la soglia:

Per trovare  $V_{in}$  di commutazione:

- Metti il diodo al limite:  $V_D = V_\gamma$  e  $I_D = 0$
- In questa condizione le R in serie al diodo hanno  $\Delta V = 0$
- Risolvi il circuito semplificato per trovare  $V_{in,soglia}$

#### △ Circuito tipico (raddrizzatore + filtro):

$$V_{in} \rightarrow D_1 \rightarrow C_1 \parallel R_1 \rightarrow V_{out}$$

- $D_1$  ON:  $V_{out} = V_{in} - V_\gamma$  (C si carica)
- $D_1$  OFF:  $V_{out}$  dipende dalla scarica di C su R

$$\text{Soglia: } V_{in} = V_{out} + V_\gamma$$

### Diodi - Esercizio Tipico (2/2)

#### Esercizio Tipico Diodi - Ripple

##### b) Tensione di ripple e tensione inversa max

Dati tipici:  $V_{in} = V_m \sin(2\pi f_{int} t)$ ,  $C_1$ ,  $R_1$ ,  $V_\gamma$

###### Step 1: Tensione massima su C

$$V_{out,max} = V_m - V_\gamma$$

###### Step 2: Calcolo del ripple

Se  $RC \gg T$  (scarica lenta), approssimazione lineare:

$$\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{R_1 C_1 f_{int}} = \frac{V_m - V_\gamma}{R_1 C_1 f_{int}}$$

Formula esatta (scarica esponenziale):

$$V_{out,min} = V_{out,max} \cdot e^{-T/R_1 C_1}$$

$$\Delta V_{ripple} = V_{out,max} - V_{out,min}$$

###### Step 3: Tensione inversa massima sul diodo

Quando  $V_{in} = -V_m$  e  $V_{out} \approx V_{out,max}$ :

$$V_{D,inv,max} = V_{out,max} - (-V_m) = V_{out,max} + V_m$$

$$V_{D,inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$$

#### ★ FORMULE RAPIDE:

- $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$
- $\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{RC \cdot f}$  (se  $RC \gg T$ )
- $V_{inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$
- Duty cycle diodo  $\approx \frac{\Delta V_{ripple}}{2\pi V_m}$  (piccolo!)

#### △ VERIFICA FINALE:

- Il diodo deve sopportare  $V_{inv,max} \Rightarrow$  scegliere diodo adeguato
- Se  $\Delta V_{ripple}$  troppo grande  $\Rightarrow$  aumentare  $C$  o  $R$
- Il diodo conduce solo per una piccola frazione del periodo!

## Diodo + Condensatore

**Diodo + Condensatore: Come Gestirli Insieme**

### ★ REGOLA FONDAMENTALE:

Per la **caratteristica statica** ( $I_{out}$  vs  $V_{in}$ ):

⇒ Il condensatore è un **CIRCUITO APERTO!**

Perché? In DC (statica)  $I_C = C \frac{dV}{dt} = 0$

⇒ Tutta la corrente passa solo per  $R_1$

**Caratteristica statica - Algoritmo:**

1. Sostituisci  $C$  con circuito aperto

2. Ora hai solo:  $V_{in} \rightarrow D_1 \rightarrow R_1 \rightarrow$  massa

3. Ipotizza stato diodo:

**Diodo OFF** ( $V_{in} < V_\gamma$ ):

$I_{out} = 0$  (circuito aperto)

**Diodo ON** ( $V_{in} \geq V_\gamma$ ):

$I_{out} = \frac{V_{in}-V_\gamma}{R_1}$

4. Soglia di commutazione:  $V_{in} = V_\gamma$

△ Per il **RIPPLE** invece:

Il condensatore **NON** è aperto! È un elemento dinamico.

**Diodo ON:**  $C$  si carica rapidamente

$V_{out} \approx V_{in} - V_\gamma$  (segue l'ingresso)

**Diodo OFF:**  $C$  si scarica lentamente su  $R$

$V_{out}(t) = V_{out,max} \cdot e^{-t/RC}$

⇒ Il diodo si spegne quando  $V_{in} < V_{out} + V_\gamma$

### ★ RIASSUNTO:

- **Caratteristica statica:**  $C$  = aperto, analisi DC
- **Ripple:**  $C$  = elemento attivo, analisi dinamica
- La soglia del diodo dipende da  $V_{out}$  (che dipende da  $C$ !)

## Raddrizzatore Singola Semionda

**Raddrizzatore a Singola Semionda**

**SCOPO:** Tagliare la parte negativa di  $V_{in}$  e scalare in ampiezza di  $V_\gamma$

### ★ RICONOSCIMENTO:

- 1 solo diodo in serie al carico
- $V_{in}$  sinusoidale  $\rightarrow D \rightarrow R_{load}$ , no  $C$  (o  $C$  piccolo)

**FUNZIONAMENTO:**

Semionda + ( $V_{in} > V_\gamma$ ):  $D$  ON  $\Rightarrow V_{out} = V_{in} - V_\gamma$

Semionda - ( $V_{in} < V_\gamma$ ):  $D$  OFF  $\Rightarrow V_{out} = 0$

⇒ Taglia parte negativa, scala ampiezza di  $V_\gamma$

**FORMULE:**

$$\bullet V_{out,max} = V_m - V_\gamma \text{ (scalata!)} \quad \bullet V_{out,medio} = \frac{V_m - V_\gamma}{\pi}$$

$$\bullet V_{inv,max} = V_m \quad \bullet f_{ripple} = f_{in}$$

### ★ SANITY CHECK:

- $V_{out} \geq 0$  **sempre** (parte negativa tagliata!)
- Forma d'onda: "gobbe" sinusoidali alternate a zeri
- Aampiezza ridotta:  $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$  (non  $V_m$ !)

## Rilevatore di Picco

**Rilevatore di Picco (Peak Detector)**

**SCOPO:** "Ricordare" il **valore massimo** raggiunto dal segnale

### ★ RICONOSCIMENTO:

- $D + C$  senza  $R_L$  (o  $R_L$  molto grande,  $R_L C \gg T$ )
- Il condensatore **non si scarica**

**FUNZIONAMENTO:**

1.  $V_{in}$  sale  $\Rightarrow D$  ON,  $C$  si carica,  $V_{out} = V_{in} - V_\gamma$

2.  $V_{in}$  scende  $\Rightarrow D$  OFF,  $V_{out}$  **resta al picco!**

3. Nuovo picco solo se  $V_{in} > V_{out} + V_\gamma$

**FORMULE:**

- $V_{out} = V_{in,max} - V_\gamma = V_m - V_\gamma$  (a regime)
- Con  $R_L$ :  $\tau = R_L C$ , ripple  $\Delta V \approx \frac{V_{out}}{R_L C f}$

### ★ SANITY CHECK:

- $V_{out}$  può solo **salire o restare costante**, MAI scendere!
- Forma d'onda: rampa che sale, poi **piatta** al valore di picco
- Se  $V_{out}$  scende  $\Rightarrow$  NON è un rilevatore di picco puro

## RC + Diodo: Analisi STATICHE

**Esercizio RC + Diodo: ANALISI STATICHE**

**QUANDO:** Ti chiedono caratteristica statica  $I_{out}$  vs  $V_{in}$  (o  $V_{out}$  vs  $V_{in}$ )

### ★ REGOLA FONDAMENTALE:

In analisi **statica** (DC):

$C = \text{CIRCUITO APERTO}$

Perché  $I_C = C \frac{dV}{dt} = 0$  in DC!

⇒ **Ignora il condensatore**, analizza solo  $D$  e  $R$

**PROCEDURA:**

1. Modellizza  $D$  come **aperto** (OFF)  $\Rightarrow$  Calcola  $V_{out}$ ,  $I_{out}$  con  $D$  aperto
2. Modellizza  $D$  come **generatore**  $V_\gamma$  (ON)  $\Rightarrow$  Calcola  $V_{out}$ ,  $I_{out}$  con  $D = V_\gamma$
3. Trova  $V_{in}$  di soglia (dove  $D$  commuta)  $\Rightarrow$  Imponi  $V_D = V_\gamma$  e  $I_D = 0$
4. Disegna la caratteristica unendo i due tratti

△ **NON devi verificare le ipotesi sul diodo!**

Devi solo capire cosa succede a  $V_{out}$  e  $I_D$  nei due casi (ON/OFF) e trovare dove avviene la transizione.

## RC + Diodo: Analisi DINAMICA (1/2)

**Esercizio RC + Diodo: ANALISI DINAMICA**

**QUANDO:** Ti chiedono ripple,  $V_{out}(t)$ , tensione inversa massima

### ★ STRATEGIA GENERALE:

1. Analizza prima l'effetto del **diodo da solo** (come se  $C$  non ci fosse: raddrizzatore puro)
2. Poi "aggiusta" il grafico con l'effetto di  $C$  (il condensatore "tiene su" la tensione)

**COMPORTAMENTO TIPICO (singola semionda):**

**Fase 1 - Carica** ( $D$  ON):

- $V_{in} > V_{out} + V_\gamma \Rightarrow V_{out}$  segue  $V_{in} - V_\gamma$
- $V_{out}$  sale fino a  $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$

**Fase 2 - Scarica** ( $D$  OFF):

- $V_{in} < V_{out} + V_\gamma \Rightarrow D$  si spegne
- $C$  si scarica su  $R_L$ :  $V_{out}(t) = V_{out,max} \cdot e^{-t/\tau}$
- con  $\tau = R_L C$

### ★ IMPORTANTE: Confronta $\tau$ con $T$ !

- Se  $\tau \gg T$ : scarica lenta,  $C$  non arriva a regime  $\Rightarrow$  Approssima  $V_{out,min}$  con esponenziale troncato
- Se  $\tau \sim T$ : scarica significativa ogni periodo

## RC + Diodo: Analisi DINAMICA (2/2)

Analisi Dinamica: Calcolo Ripple e  $V_{inv,max}$

### ★ CALCOLO DEL RIPPLE:

1.  $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$
2. Trova  $V_{out,min}$  (alla fine della scarica):  
Se  $\tau \gg T$ :  $V_{out,min} = V_{out,max} \cdot e^{-T/\tau}$
3. Ripple:

$$\Delta V_{ripple} = V_{out,max} - V_{out,min}$$

Approssimazione (se  $\tau \gg T$ ):

$$\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{R_L C f} = \frac{V_m - V_\gamma}{R_L C f}$$

### ★ CALCOLO $V_{inv,max}$ (tensione inversa max):

1. Scrivi  $V_D = V_{in} - V_{out}$  (tensione sul diodo)
2. Massimizza  $|V_D|$  quando  $D$  è OFF:
  - $V_{in}$  è al minimo ( $-V_m$ )
  - $V_{out}$  è ancora alto (vicino a  $V_{out,max}$ )
3. Quindi:

$$V_{inv,max} = V_{out} - V_{in,min} \approx (V_m - V_\gamma) - (-V_m)$$

$$V_{inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$$

### △ TRUCCO: Valore a metà scarica

Se serve  $V_{out}$  a metà della fase di scarica:

$$V_{out,meta'} \approx V_{out,max} - \frac{\Delta V_{ripple}}{2}$$

(approssimazione lineare della scarica esponenziale)

## Capacità: Formule e Comportamento

### 1. Tensione del condensatore:

$$V_C(t) = V_C(0^+) + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)] \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$V_C(0^+)$ : iniziale;  $V_C(\infty^*)$ : a regime;  $\infty^* \neq \infty$

### 2. Corrente: $I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$

**Proprietà:** La corrente varia istantaneamente; La tensione NON commuta:  $V_C(t_0^-) = V_C(t_0^+)$

### ★ REGOLA D'ORO - A REGIME

A regime ( $t \rightarrow \infty$ ):  $\frac{dV_C}{dt} = 0 \Rightarrow I_C = 0$

**Condensatore = CIRCUITO APERTO**

Per calcolare  $V_C(\infty)$ :

1. Sostituisci C con circuito aperto
2. Risovi il circuito semplificato
3. Calcola la tensione nel punto dove c'era C

Ese:  $V \xrightarrow{R_1} \bullet \xrightarrow{R_2} \text{GND} + C \parallel R_2$   
 $\Rightarrow V_C(\infty) = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}$  (partitore)

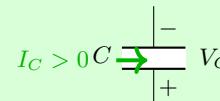
### 3. Ripple: $\Delta V_{out} = V_{picco} \frac{\Delta T}{\tau} = V_{picco} \frac{T}{f \tau}$

### 4. Comportamento fisico ( $Q = C \cdot V$ ; $I = C \frac{dV}{dt}$ )

**CARICA** ( $\frac{dV_C}{dt} > 0$ ): Corrente ENTRA ( $I_C > 0$ )

Il condensatore accumula energia;  $V_C \uparrow$

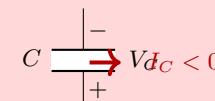
Corrente ENTRA



**SCARICA** ( $\frac{dV_C}{dt} < 0$ ): Corrente ESCE ( $I_C < 0$ )

Il condensatore rilascia energia;  $V_C \downarrow$

Corrente ESCE



**Regola:**  $V_C \uparrow \Rightarrow$  CARICA;  $V_C \downarrow \Rightarrow$  SCARICA; segno  $I_C$  indica verso

## Transitori con gradini multipli

### Formula tempo centrale $\hat{T}$ :

$$V_C(\hat{T}) = V_C(0^+)_{\hat{T}} + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)_{\hat{T}}] \left(1 - e^{-\frac{\hat{T}}{\tau}}\right)$$

**Prassi:** segnale rettangolare  
salita → plateau → discesa

Procedimento step-by-step:

### 1. FASE 1 - Salita

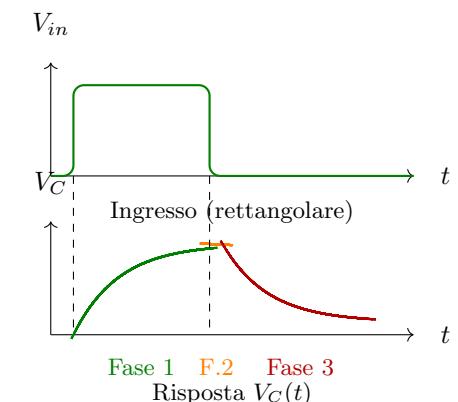
- Analizza  $t = 0^-$  (condizioni iniziali)
- $V_C(0^+)$  per continuità
- Determina stato diodi
- Calcola  $V_C(\infty^*)$
- Applica formula con  $\tau$

### 2. FASE 2 - Plateau

- Se durata  $\gg 5\tau$ : regime
- Se durata  $< 5\tau$ : calcola  $V_C$  fine
- Verifica diodi (Box 7)

### 3. FASE 3 - Discesa

- $V_C(0^+) = V_C$  (fine plateau)
- Ridetermina stato diodi
- Nuovo  $V_C(\infty^*)$
- Applica formula



## Verifica ipotesi stato diodi

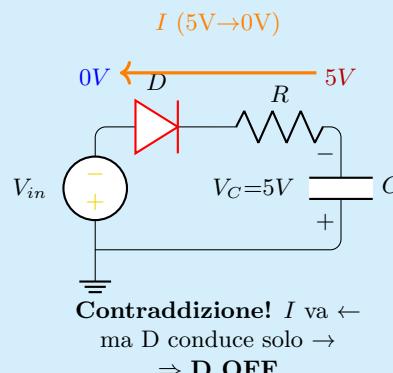
### △ VERIFICA FONDAMENTALE

Verifica ipotesi diodo (ON/OFF) rimanga valida per tutto il transitorio

#### FASE 0: Metodo intuitivo

**Regola:**  $I$  scorre da  $V_+$  a  $V_-$

- 1)  $V_C(0^+)$  continuità
- 2) Trova  $V_{max}$
- 3)  $I$  va da  $V_{max}$  a  $V_{min}$
- 4) Compatibile con diodo?
- 5) No  $\Rightarrow$  cambia stato



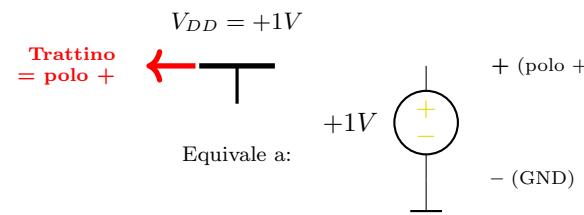
1. Ipotesi (es: D ON)
2. Risolvi (ON: gen 0.7V; OFF: aperto)
3. Calcola  $V_C(t)$
4. Verifica  $\forall t$ :
  - ON:**  $I_D(t) > 0$ ? No  $\rightarrow$  errore
  - OFF:**  $V_D(t) < 0.7V$ ? No  $\rightarrow$  errore
5. Se errore: dividi in 2 fasi ( $t^*$  cambio), ricalcola

## Notazione alimentazioni

### NOTAZIONE ALIMENTAZIONI

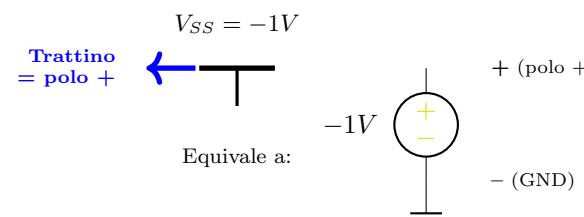
**REGOLA D'ORO:** Il trattino indica SEMPRE il polo + del generatore, sia con tensione positiva che negativa!

#### Caso 1: $V_{DD} = +1V$ (alimentazione positiva)



Tensione  $+1V \rightarrow$  polo + sul trattino, tutto normale

#### Caso 2: $V_{SS} = -1V$ (alimentazione negativa)



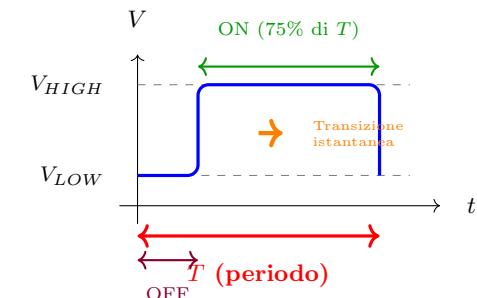
Tensione  $-1V \rightarrow$  polo + è comunque sul trattino!

**TRUCCO:** Con  $V_{SS} = -1V$  puoi ridisegnare il generatore invertendo polarità E segno: diventa  $+1V$  con polo + su GND. Utile per evitare tensioni negative nei calcoli.

## Onda Quadra Ideale - Guida al Disegno

- Transizioni verticali istantanee (tempo di salita/discesa = 0)
- Due livelli costanti:  $V_{HIGH}$  e  $V_{LOW}$

**DUTY CYCLE DEFAULT:** Se non specificato, un'onda quadra ha **duty cycle 50%** ( $HIGH = LOW = T/2$ )



### COME DISEGNARE A MANO:

1. Segna i livelli  $V_{HIGH}$  e  $V_{LOW}$  con righe orizzontali
2. Scegli quanti quadretti =  $T$  (es: 4 quadretti = 1 periodo)
3. Disegna righe verticali per le transizioni
4. Collega con righe orizzontali ai livelli

### COME TROVARE IL PERIODO $T$ :

Il periodo è la distanza tra **due punti identici** del ciclo:

- Da LOW a LOW (stesso punto)
- Da HIGH a HIGH (stesso punto)
- Da salita a salita successiva
- Da discesa a discesa successiva

**Trucco:** Scegli un punto qualsiasi e conta i quadretti fino a quando si ripete!

### Esempio pratico (duty cycle 75%):

- Se  $T = 10\mu s$  e vuoi disegnare 2 periodi
- Usa 4 quadretti per ogni periodo (tot. 8 quadretti)
- Duty cycle 75%: **1 quadretto LOW (OFF), poi 3 quadretti HIGH (ON)**
- Ripeti il pattern: 1 LOW, 3 HIGH per il 2° periodo

## Formazione del Canale nei MOSFET

### 1. Zona OFF (o Cutoff):

- (a) Non c'è formazione del canale.
- (b) Il dispositivo è spento e non permette il flusso di corrente tra drain e source.

### 2. Zona Ohmica (o Triodo):

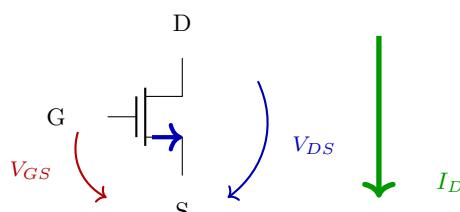
- (a) Si forma un canale.
- (b) Quando il gate è abbastanza polarizzato (cioè  $V_{GS} > V_{Tn}$  per nMOS o  $V_{GS} < V_{Tp}$  per pMOS), si forma un canale conduttivo tra il drain e il source.
- (c) Il dispositivo si comporta come un **resistore il cui valore varia in base alla tensione  $V_{GS}$** .

### 3. Zona di Saturazione (o Pinch-off):

- (a) Si forma un canale.
- (b) Il canale diventa "strozzato" o "pinched-off" vicino al drain (per il nMOS) o vicino al source (per il pMOS).
- (c) Anche se la tensione  $V_{DS}$  aumenta ulteriormente, la corrente  $I_D$  rimane costante.
- (d) Questo comportamento è **analogo a quello di un generatore di corrente**.

## Simboli e convenzioni nMOS/pMOS

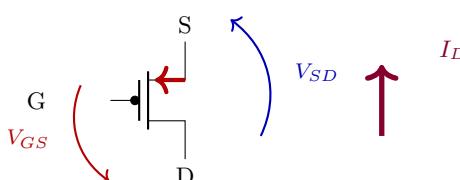
### nMOS:



**nMOS:** Gate a sinistra, Drain in alto, Source in basso

**Corrente:** Da Drain → Source (verso il basso)

### pMOS:

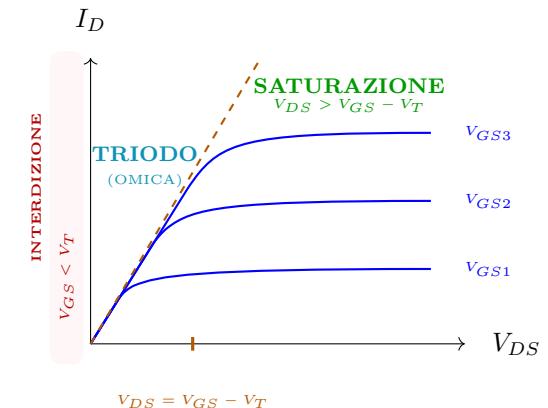


**pMOS:** Gate a sinistra, Source in alto, Drain in basso

**Corrente:** Da Source → Drain (verso il basso)

**NOTA:** Nel pMOS il source è in alto (invertito rispetto a nMOS)!

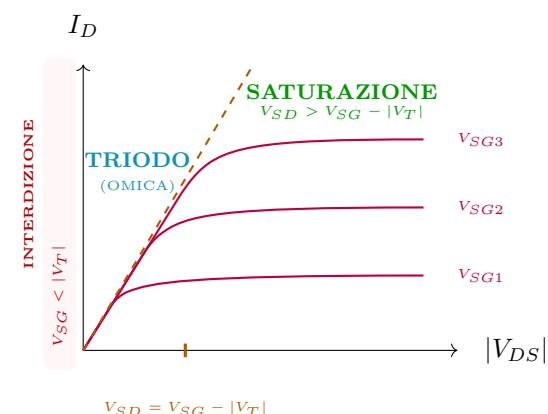
## Caratteristica I-V nMOS



### Zone di funzionamento:

- **INTERDIZIONE:**  $V_{GS} < V_T \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO (OMICA):**  $V_{GS} > V_T$  e  $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$
- **SATURAZIONE:**  $V_{GS} > V_T$  e  $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

## Caratteristica I-V pMOS



### Zone di funzionamento:

- **INTERDIZIONE:**  $V_{SG} < |V_T| \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO (OMICA):**  $V_{SG} > |V_T|$  e  $V_{SD} < (V_{SG} - |V_T|)$
- **SATURAZIONE:**  $V_{SG} > |V_T|$  e  $V_{SD} > (V_{SG} - |V_T|)$

## nMOS - Metodo operativo

### PRIMO CONTROLLO: $V_{GS}$ vs $V_T$

1. Se  $|V_{GS}| < V_T \Rightarrow \text{MOSFET OFF}$

- $I_D = 0$  (circuito aperto)
- Non c'è conduzione

2. Se  $|V_{GS}| > V_T \Rightarrow \text{MOSFET ON}$

- Proseguire al SECONDO CONTROLLO

### SECONDO CONTROLLO (solo se ON): $V_{DS}$ vs $(V_{GS} - V_T)$

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = V_{GS} - V_T$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE:** Se  $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n(V_{GS} - V_T)^2$$

**Nota:** La corrente dipende **SOLO** da  $V_{GS}$

2. **ZONA OHMICA (Triodo):** Se  $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

**Nota:** La corrente dipende da  $V_{GS}$  **E**  $V_{DS}$

**Direzione corrente:** In nMOS,  $I_D$  scorre da **Drain** → **Source**

## pMOS - Metodo operativo

### PROCEDIMENTO OPERATIVO PER pMOS

#### ★ STEP 0 - CONTROLLO POLARITÀ

Prima di tutto, verifica che:

$$V_S > V_G$$

Se  $V_S \leq V_G \rightarrow \text{pMOS OFF}$  (anche se  $|V_{GS}| \geq |V_T|!$ )

**Motivo:** Il modulo  $|V_{GS}|$  nasconde il segno! Potresti avere  $|V_{GS}| \geq |V_T|$  ma con polarità sbagliata (es.  $V_{GS} > 0$ ), e il pMOS sarebbe OFF.

#### Step 1: Calcolare $|V_{GS}|$

(solo se hai verificato  $V_S > V_G$ )

#### Step 2: PRIMO CONTROLLO - $|V_{GS}|$ vs $|V_T|$

1. Se  $|V_{GS}| < |V_T| \Rightarrow \text{MOSFET OFF}$

- $I_D = 0$  (circuito aperto)
- Non c'è conduzione

2. Se  $|V_{GS}| > |V_T| \Rightarrow \text{MOSFET ON}$

- Calcolare  $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$
- Proseguire allo Step 3

#### Step 3: SECONDO CONTROLLO - $|V_{DS}|$ vs $V_{OV}$

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE:** Se  $|V_{DS}| > V_{OV}$

$$I_D = K_p \cdot V_{OV}^2 = K_p(|V_{GS}| - |V_T|)^2$$

**Nota:** La corrente dipende **SOLO** dall'overdrive

2. **ZONA OHMICA (Triodo):** Se  $|V_{DS}| < V_{OV}$

$$I_D = K_p [2V_{OV} \cdot |V_{DS}| - |V_{DS}|^2]$$

$$\text{dove } V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$$

**Nota:** La corrente dipende da  $V_{OV}$  **E**  $|V_{DS}|$

**Direzione corrente:** In pMOS,  $I_D$  scorre da **Source** → **Drain**

## pMOS - Formule $V_{SG}/V_{SD}$

### pMOS — Formule con $V_{SG}/V_{SD}$ (senza moduli)

Definendo  $V_{SG} = V_S - V_G$  e  $V_{SD} = V_S - V_D$  (entrambe **positive** quando pMOS è ON):

ON se  $V_{SG} > |V_T|$  (equiv. a  $V_S > V_G + |V_T|$ )

$$V_{OV} = V_{SG} - |V_T|$$

**Saturazione** ( $V_{SD} > V_{OV}$ ):

$$I_D = K_p(V_{SG} - |V_T|)^2$$

**Ohmica** ( $V_{SD} < V_{OV}$ ):

$$I_D = K_p [2(V_{SG} - |V_T|)V_{SD} - V_{SD}^2]$$

Equivalenti alle formule con  $|V_{GS}|/|V_{DS}|$ , ma  $V_{SG}$  e  $V_{SD}$  sono sempre  $> 0$  per pMOS ON ⇒ niente moduli.

### Riepilogo: nMOS vs pMOS

**Grandezze da calcolare per determinare lo stato:**

nMOS	pMOS
$V_{GS}$	$ V_{GS} $
$V_T$	$ V_T $
$V_{OV} = V_{GS} - V_T$	$V_{OV} =  V_{GS}  -  V_T $
$V_{DS}$	$ V_{DS} $

**Controlli identici:**

1. Se  $V_{GS}$  (o  $|V_{GS}|$ )  $< V_T$  (o  $|V_T|$ ) ⇒ OFF
2. Se ON: confronta  $V_{DS}$  (o  $|V_{DS}|$ ) con  $V_{OV}$

La **procedura** è **identica**, solo che per pMOS si usano i **valori assoluti**.

## MOSFET simmetrici - Source e Drain a runtime

### ★ MOSFET SIMMETRICI

I MOSFET sono dispositivi simmetrici: Source e Drain NON sono fissi ma vengono determinati dalle tensioni a runtime!

Come identificare i terminali negli esercizi:

GATE (sempre indicato):

- nMOS: gate senza pallino
- pMOS: gate con pallino (•)

SOURCE e DRAIN (determinati a runtime): Se non indicati esplicitamente nel testo, si determinano in base alle tensioni dei nodi.

Regole per determinare SOURCE:

#### 1. nMOS

Il SOURCE è il nodo alla tensione più BASSA tra i due terminali non-gate.

Il DRAIN è l'altro terminale (tensione più alta).

#### 2. pMOS

Il SOURCE è il nodo alla tensione più ALTA tra i due terminali non-gate.

Il DRAIN è l'altro terminale (tensione più bassa).

### ★ ATTENZIONE - Riassegnazione a RUNTIME

Durante l'esercizio, le tensioni ai nodi possono cambiare!

⇒ Source e Drain possono essere riassegnati in base alle nuove tensioni.

Devi verificare quale nodo ha la tensione più alta/bassa in ogni fase dell'analisi!

Esempio pratico (nMOS):

Inizialmente: Nodo A = 3V, Nodo B = 1V ⇒ Source = B (1V, più basso), Drain = A (3V)

Dopo un transitorio: Nodo A = 0.5V, Nodo B = 2V ⇒ Source = A (0.5V, più basso), Drain = B (2V)

I terminali sono stati invertiti!

Perché è importante:  $V_{GS}$  e  $V_{DS}$  dipendono da quale terminale è il Source. Per calcolare correttamente le formule, devi identificare Source e Drain correttamente in ogni momento. La zona di funzionamento (saturazione/omica) dipende da  $V_{DS}$ , quindi dall'identificazione corretta dei terminali.

## Regola pratica - MOSFET ON/OFF veloce

### REGOLA PRATICA VELOCE:

Come capire subito se un MOSFET è probabilmente ON o OFF?

nMOS:

Gate a GND (0V) → probabilmente OFF

Se il gate è a massa,  $V_{GS}$  è molto basso (o negativo se source è più alto), quindi  $V_{GS} < V_T \rightarrow$  OFF

Gate a  $V_{DD}$  → probabilmente ON

Se il gate è all'alimentazione,  $V_{GS}$  è alto (assumendo source a GND o comunque più basso), quindi  $V_{GS} > V_T \rightarrow$  ON

pMOS:

Gate a GND (0V) → probabilmente ON

Se il gate è a massa,  $V_{SG}$  è alto (assumendo source a  $V_{DD}$  o comunque più alto), quindi  $V_{SG} > |V_T| \rightarrow$  ON

Gate a  $V_{DD}$  → probabilmente OFF

Se il gate è all'alimentazione,  $V_{SG}$  è molto basso (o negativo se source è più basso), quindi  $V_{SG} < |V_T| \rightarrow$  OFF

Riassunto veloce:

	Gate = GND	Gate = $V_{DD}$
nMOS	OFF	ON
pMOS	ON	OFF

ATTENZIONE: Questa è una regola approssimata che assume:

- Per nMOS: source vicino a GND
- Per pMOS: source vicino a  $V_{DD}$

Se il source è collegato diversamente (es. nMOS con source a  $V_{DD}$ , pMOS con source a GND), la regola NON vale! Devi sempre calcolare  $V_{GS}$  o  $V_{SG}$  correttamente.

## Parametro K (Transconduttanza)

$$K = \frac{1}{2}\mu \cdot C_{OX} \cdot \frac{W}{L}$$

Dove:

- $\mu$  = mobilità dei portatori nel canale
- $C_{OX}$  = capacità specifica dell'ossido
- $W/L$  = dimensioni fisiche del MOSFET (Width/Length)

### △ NOTA IMPORTANTE - Fattore 1/2

K può essere definito SENZA il fattore  $\frac{1}{2}$  al suo interno. In tal caso, le formule delle correnti devono essere riadattate:

• Saturazione:

$$I = \frac{K}{2}(V_{GS} - V_T)^2 \text{ invece di } I = K(V_{GS} - V_T)^2$$

• Omica:

$$I = K \left[ (V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

$$\text{invece di } I = K [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

## Semplificazioni MOSFET

### ★ CONDIZIONE FONDAMENTALE:

Tutti i GATE devono essere in COMUNE (stessa tensione al gate)

#### 1. MOSFET in PARALLELO

- GATE in comune
- SOURCE in comune (vengono mantenuti)

Formula:

$$K_{eq} = K_1 + K_2 + \dots + K_n$$

Se tutte uguali:  $K_{eq} = n \cdot K$

Es: 3 nMOS con  $K = 0.5 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 1.5 \text{ mA/V}^2$

#### 2. MOSFET in SERIE

- GATE in comune
- SOURCE equivalente = SOURCE più BASSO

Formula:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n}$$

Per 2 MOS:  $K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$

Se uguali:  $K_{eq} = \frac{K}{n}$

Es: 2 nMOS  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 2 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 0.67 \text{ mA/V}^2$

Nota: Queste semplificazioni evitano calcoli complessi nei circuiti.

## Analisi Porte Logiche

**Quando usare:** Dopo aver fatto semplificazioni (serie/parallelo), quando  $V_{DS} = V_{OUT}$  e devi capire la zona di funzionamento.

**IPOTESI:** Se ti hanno chiesto l'espressione logica della porta, puoi ipotizzare che sia **ideale**:

- $V_{OUT}$  ha valori logici **ALTO** e **BASSO**
- $V_{OUT} = V_{DS}$  del MOSFET (dopo semplificazioni)

### METODO:

#### 1. Uscita logica BASSA ("0")

$V_{OUT} \approx 0V \rightarrow V_{DS}$  piccola  $\rightarrow V_{DS} < V_{OV} \rightarrow$  **ZONA OMICA**

#### 2. Uscita logica ALTA ("1")

$V_{OUT} \approx V_{DD} \rightarrow V_{DS}$  grande  $\rightarrow V_{DS} > V_{OV} \rightarrow$  **ZONA SATURAZIONE**

*Nota:* Questo metodo ti permette di **ipotizzare** la zona di funzionamento senza fare calcoli complessi. Poi puoi verificare con le formule.

### Esempio pratico:

Se  $V_{OUT} = 0V$  (logica bassa) e hai  $V_{OV} = 2V$ :

$V_{DS} \approx 0V < 2V \rightarrow$  OMICA ✓

Se  $V_{OUT} = 5V$  (logica alta) e hai  $V_{OV} = 2V$ :

$V_{DS} \approx 5V > 2V \rightarrow$  SATURAZIONE ✓

## Resistenza di canale

### Resistenza di Canale ( $R_{CH}$ o $R_{eq}$ )

**Quando usare:** Calcolare la corrente nel MOSFET quando:

- $V_{OUT} = V_{DS}$  (l'uscita coincide con la tensione drain-source)
- $V_{OUT} \approx 0V$  (uscita logica bassa)

La **resistenza di canale** è la resistenza equivalente del MOSFET in un intorno di  $V_{DS} = 0V$

### FORMULA:

$$R_{CH} = R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove  $V_{OV} = V_{GS} - V_T$

*Nota:*  $K$  può essere il  $K$  del singolo MOSFET o il  $K_{eq}$  del MOSFET equivalente (dopo semplificazioni serie/parallelo)

*Origine:* Derivata di  $I_D$  rispetto a  $V_{DS}$  calcolata in  $V_{DS} = 0$  (approssimazione di Taylor al primo ordine)

### QUANDO È VALIDA:

- ✓  $V_{DS} \approx 0V$  (uscita logica bassa)
- ✓ MOSFET in zona OMICA
- ✓ Calcoli approssimativi di corrente
  - ✗ Se  $V_{DS}$  NON è vicino a 0V
  - ✗ In altri punti di lavoro (devi ricalcolare la derivata nel punto specifico)

### ★ SANITY CHECK

Dopo aver calcolato  $I_D$  usando  $R_{CH}$ , **DEVI** verificare:

$$V_{R_{CH}} \ll V_{OV}$$

Dove  $V_{R_{CH}}$  è la tensione ai capi della resistenza equivalente (=  $V_{DS}$  del MOSFET).

Se  $V_{R_{CH}} \approx V_{OV}$  o maggiore, l'approssimazione **NON È VALIDA!**

### Esempio pratico:

Se  $K = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_{GS} = 3V$ ,  $V_T = 1V$ :

$$V_{OV} = 3V - 1V = 2V$$

$$R_{CH} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{1}{4} \text{ k}\Omega = 250 \Omega$$

Con  $V_{DS} = 0.1V$ :

$$I_D \approx \frac{V_{DS}}{R_{CH}} = \frac{0.1V}{250\Omega} = 0.4 \text{ mA}$$

**Verifica:**  $V_{DS} = 0.1V \ll V_{OV} = 2V \checkmark$  OK!

## Carica di un condensatore con MOSFET

**Scenario:** MOSFET utilizzato per caricare un condensatore (es. in porte logiche, circuiti di trasferimento carica)

**Nota importante:** La tensione massima/minima raggiungibile sul condensatore dipende dal **tipo di MOSFET**!

### REGOLA MNEMONICA:

Gli nMOS NON sono bravi a CARICARE

I pMOS NON sono bravi a SCARICARE

### CARICA - 1. Con pMOS

**Carica COMPLETA:** Il condensatore si carica fino a  $V_{DD}$

$$V_{C,max} = V_{DD}$$

*Motivo:* Nel pMOS, la corrente scorre da Source (alto) → Drain (basso). Il pMOS può rimanere acceso fino a quando il condensatore raggiunge  $V_{DD}$ , perché il Source è collegato a  $V_{DD}$  e mantiene sempre  $V_{SG} > |V_T|$ .

### CARICA - 2. Con nMOS

**Carica LIMITATA:** Il condensatore si carica solo fino a:

$$V_{C,max} = V_G - V_T$$

*Motivo:* Nel nMOS, quando il condensatore (collegato al Drain) si carica, aumenta  $V_D$ . Quando  $V_D$  raggiunge  $V_G - V_T$ , si ha  $V_{GS} = V_G - V_S = V_G - (V_G - V_T) = V_T \rightarrow$  il MOSFET **si spegne** (entra in interdizione). **Non può caricare oltre** perché  $V_{GS} = V_T$  è la condizione di soglia (OFF).

### Esempio pratico (CARICA):

Se  $V_G = 5V$  e  $V_T = 1V$  per un nMOS:

$$V_{C,max} = 5V - 1V = 4V \text{ (non } 5V!)$$

Con pMOS invece:  $V_{C,max} = V_{DD}$  (carica completa)

## Scarica di un condensatore con MOSFET

**Comportamento SPECULARE alla carica**

### SCARICA - 1. Con nMOS

**Scarica COMPLETA:** Il condensatore si scarica fino a GND (0V)

$$V_{C,min} = 0V$$

*Motivo:* Nel nMOS, il Source è collegato a GND e la corrente scorre dal condensatore (Drain) verso GND. Il nMOS rimane acceso finché  $V_{GS} > V_T$ . Dato che  $V_S = 0V$  (GND), finché  $V_G > V_T$  il transistor resta acceso e può scaricare completamente il condensatore.

### SCARICA - 2. Con pMOS

**Scarica LIMITATA:** Il condensatore si scarica solo fino a:

$$V_{C,min} = V_G + |V_T|$$

*Motivo:* Nel pMOS, quando il condensatore (collegato al Source) si scarica, diminuisce  $V_S$ . Quando  $V_S$  scende fino a  $V_G + |V_T|$ , si ha  $V_{SG} = |V_T| \rightarrow$  il MOSFET si spegne. **Non può scaricare oltre** perché  $V_{SG} = |V_T|$  è la condizione di soglia (OFF).

#### Esempio pratico (SCARICA):

Se  $V_G = 2V$  e  $|V_T| = 1V$  per un pMOS:

$$V_{C,min} = 2V + 1V = 3V \text{ (non può scendere sotto!)}$$

Con nMOS invece:  $V_{C,min} = 0V$  (scarica completa)

### △ CONSEGUENZA PRATICA - Simmetria CARICA/SCARICA

**CARICA:** pMOS completa ( $\rightarrow V_{DD}$ ), nMOS limitata ( $\rightarrow V_G - V_T$ )

**SCARICA:** nMOS completa ( $\rightarrow GND$ ), pMOS limitata ( $\rightarrow V_G + |V_T|$ )

Nelle porte logiche cMOS:

- pMOS nella rete pull-up (PUN)  $\rightarrow$  porta uscita a  $V_{DD}$
- nMOS nella rete pull-down (PDN)  $\rightarrow$  porta uscita a GND

## Valutazione logica circuiti ibridi/intermedi (PTL)

**Scenario:** Circuiti con un solo MOSFET + condensatore (non completamente cMOS)

### ★ SOGLIA LOGICA: $\frac{V_{DD}}{2}$

Per la tabella di verità, l'uscita è considerata:

- HIGH se  $V_{OUT} > \frac{V_{DD}}{2}$
- LOW se  $V_{OUT} < \frac{V_{DD}}{2}$

### Caso 1: nMOS sulla pull-up + condensatore

**Problema:** nMOS carica solo fino a  $V_{C,max} = V_G - V_T$

**Valutazione logica:**

Se  $V_G - V_T > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **HIGH** (logicamente "1")

Se  $V_G - V_T < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **LOW** (logicamente "0")

**Esempio:**  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 4V$ ,  $V_T = 1V$

$$V_{C,max} = 4V - 1V = 3V$$

$$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$$

$3V > 2.5V \rightarrow$  Uscita = **HIGH** (anche se non raggiunge  $V_{DD}$ !)

### Caso 2: pMOS sulla pull-down + condensatore

**Problema:** pMOS scarica solo fino a  $V_{C,min} = V_G + |V_T|$

**Valutazione logica:**

Se  $V_G + |V_T| < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **LOW** (logicamente "0")

Se  $V_G + |V_T| > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **HIGH** (logicamente "1")

**Esempio:**  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 1V$ ,  $|V_T| = 1V$

$$V_{C,min} = 1V + 1V = 2V$$

$$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$$

$2V < 2.5V \rightarrow$  Uscita = **LOW** (anche se non raggiunge GND!)

*Nota importante:* Questa valutazione si usa SOLO per le tabelle di verità dei circuiti ibridi. Nei circuiti cMOS completi, l'uscita raggiunge sempre  $V_{DD}$  o GND.

## Tempo di propagazione

### Tempo di propagazione ( $\tau$ o $t_{prop}$ )

**Definizione:** Tempo impiegato a raggiungere la soglia della porta logica successiva.

**Convenzione:** Se non specificato, si prende:

$$V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$$

### Metodo 1: Approssimazione a corrente costante

$$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}}$$

Dove:

- $\Delta V = V_{finale} - V_{iniziale}$
- $V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$  (sempre!)
- $C$  = capacità di carico
- $I_{sat}$  = corrente di saturazione del MOSFET

**Esempio:** Se  $V_{DD} = 5V$  e  $V_{iniziale} = 0V$ :  
La transizione è da 0V a  $\frac{5V}{2} = 2.5V$  (NON a 5V!)

$$\Delta V = 2.5V - 0V = 2.5V$$

## PTL vs CMOS Logic

**Confronto:** Due approcci diversi per implementare porte logiche

### 1. CMOS (Complementary MOS Logic)

#### Struttura:

- Rete PUN (pMOS) - pull-up network
- Rete PDN (nMOS) - pull-down network
- Sempre una rete ON, l'altra OFF

#### Vantaggi:

- Uscita sempre a  $V_{DD}$  o GND (livelli completi)
- Potenza statica = 0 (nessun percorso VDD → GND)
- Immunità al rumore elevata

#### Svantaggi:

- Richiede reti complementari (più transistor)
- Area maggiore

### 2. PTL (Pass Transistor Logic)

#### Struttura:

- Usa singoli transistor (nMOS o pMOS)
- I transistor "passano" i segnali da ingresso a uscita
- NON usa reti complementari

#### Vantaggi:

- Meno transistor (area ridotta)
- Circuiti più semplici

#### Svantaggi:

##### • Livelli degradati:

- nMOS carica solo fino a  $V_G - V_T$
- pMOS scarica solo fino a  $V_G + |V_T|$
- Immunità al rumore ridotta
- Potenza statica ≠ 0 (possibili percorsi VDD → GND)

#### CONFRONTO RAPIDO:

**CMOS:** Livelli completi, 0 potenza statica, + area  
**PTL:** Livelli degradati, potenza statica, - area

## Tempo di propagazione - PTL (metodo accurato)

### ★ PROBLEMA - Approssimazione a corrente costante

L'approssimazione con  $I = I_{sat}$  (corrente costante in saturazione) è molto SOTTOSTIMATA per la PTL!

**Motivo:** Nella PTL, durante la carica/scarica, il MOSFET passa dalla zona di saturazione alla zona omica, e la corrente diminuisce drasticamente.

### METODO CORRETTO - Approssimazione RC

#### Ipotesi da considerare:

1. La corrente finale è circa zero (quando  $V_C \approx V_G - V_T$  per nMOS)
2. La corrente a metà tensione ( $V_{DD}/2$ ) è quella che determina il tempo
3. Sostituisci il transistor con una resistenza equivalente calcolata in zona omica

#### Procedura:

**Step 1:** Calcola la resistenza equivalente in zona omica

$$R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove  $V_{OV} = V_{GS} - V_T$  al punto di lavoro considerato (tipicamente a  $V_{OUT} = \frac{V_{DD}}{2}$ )

**Step 2:** Calcola il tempo di propagazione come circuito RC

$$\tau_{prop} = R_{eq} \cdot C$$

#### Esempio pratico (nMOS in PTL):

$V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 5V$ ,  $V_T = 1V$ ,  $K = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $C = 10 \text{ pF}$

A metà tensione ( $V_{OUT} = 2.5V$ ):

$V_{GS} = 5V$  (gate fisso),  $V_S = 2.5V$  (source al condensatore)

$$V_{OV} = 5V - 1V = 4V$$

$$R_{eq} = \frac{1}{2 \cdot 1.4} = 0.125 \text{ k}\Omega = 125 \Omega$$

$$\tau_{prop} = 125 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 1.25 \text{ ns}$$

#### Confronto con approssimazione a corrente costante:

Se usassi  $I_{sat} = K \cdot V_{OV}^2 = 1 \cdot 4^2 = 16 \text{ mA}$  (molto sovrastimato!)

$$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}} = \frac{2.5 \cdot 10 \cdot 10^{-12}}{16 \cdot 10^{-3}} = 1.56 \text{ ns}$$

Il metodo RC è più accurato perché considera la diminuzione della corrente!

## Potenza statica

### Potenza statica

**Definizione:** Potenza consumata dal circuito quando gli ingressi e le uscite **NON commutano** (analisi statica).

**Importante:** In analisi statica, il condensatore si comporta come se non ci fosse (circuito aperto).

#### Formula:

$$P_{statica} = I \cdot V_{DD}$$

Dove:

- $I$  = corrente che scorre nel MOSFET/circuito
- $V_{DD}$  = tensione di alimentazione

**Nota:** Poiché il condensatore è un circuito aperto in regime stazionario (nessun  $\frac{dV}{dt}$ ), si calcola solo la corrente continua che scorre attraverso i MOSFET.

**cMOS standard:**  $P_{statica} = 0$  sempre. Non esistono configurazioni che consumano potenza statica.

**cMOS non standard:** Possono avere configurazioni in cui  $P_{statica} \neq 0$ .

### ★ IMPORTANTE - Calcolo $V_{GS}$

In analisi statica, se il source dell'nMOS **NON è a massa** (ma collegato a un'altra alimentazione):

**NON** usare  $V_G$  direttamente, ma calcolare:

$$V_{GS} = V_G - V_S$$

Lo stesso vale per pMOS se il source **NON è a  $V_{DD}$** .

## Potenza dinamica

**Definizione:** Potenza consumata durante le commutazioni degli ingressi uscite.

### ★ CONDIZIONE FONDAMENTALE

Prima di applicare la formula, verificare che:

$$\tau_{prop} \leq \frac{T_{in}}{2}$$

Dove:

- $\tau_{prop}$  = tempo di propagazione
- $T_{in}$  = periodo del segnale di ingresso

Se  $\tau_{prop} > \frac{T_{in}}{2}$ , il circuito **NON ha tempo** di raggiungere il regime prima della prossima commutazione  $\Rightarrow$  la formula **NON è valida**.

*Nota pratica:* Se hai calcolato  $\tau_{prop}$  per una transizione (es. high  $\rightarrow$  low) ma la potenza dinamica riguarda la transizione opposta (low  $\rightarrow$  high), verifica l'**ordine di grandezza**. Se  $K_n$  e  $K_p$  sono comparabili numericamente, i due tempi di propagazione saranno multipli ma **stesso ordine di grandezza**. Se  $\tau_{prop} \ll \frac{T_{in}}{2}$  (molto minore), sei a posto anche senza calcolare l'altro! **ATTENZIONE:** Questa assunzione vale **SOLO** se  $K_n \approx K_p$ . Se i valori di  $K$  sono molto diversi, devi calcolare entrambi i tempi di propagazione.

### Formula generale:

$$P_D = V_{DD} \sum_i (V_{OH,i} - V_{OL,i}) \cdot C_i \cdot f_i$$

### Caso semplificato (un solo nodo d'uscita):

$$P_D = V_{DD} \cdot (V_{OH} - V_{OL}) \cdot C_L \cdot f_{out}$$

Dove:

- $V_{DD}$  = tensione di alimentazione
- $V_{OH}$  = tensione output HIGH (valore massimo)
- $V_{OL}$  = tensione output LOW (valore minimo)
- $C_L$  = capacità del carico
- $f_{out}$  = frequenza di uscita

### Come determinare $V_{OH}$ e $V_{OL}$ :

Sono i valori massimo e minimo dell'uscita durante le commutazioni.

### Metodi:

- Dal grafico di  $V_{out}(t)$  (se richiesto in precedenza)
- Forniti direttamente nel testo dell'esercizio
- Analizzando le transizioni del circuito

## Duty Cycle

### Duty Cycle (ciclo di lavoro)

**Definizione:** Il **duty cycle**  $\delta$  è il rapporto tra il tempo in cui il segnale è HIGH e il periodo totale:

$$\delta = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{HIGH}}{T_{HIGH} + T_{LOW}}$$

Espresso in percentuale:  $\delta\% = \delta \times 100$

### Esempi comuni:

- $\delta = 0.5$  (50%)  $\rightarrow$  onda quadra simmetrica (HIGH e LOW stesso tempo)
- $\delta = 0.25$  (25%)  $\rightarrow$  segnale HIGH per 25% del periodo
- $\delta = 0.75$  (75%)  $\rightarrow$  segnale HIGH per 75% del periodo

*Relazione con la potenza dinamica:* Se il duty cycle  $\neq 50\%$ , può influenzare la frequenza effettiva delle commutazioni complete. In molti esercizi si assume duty cycle = 50% (onda quadra simmetrica).

## Porte cMOS - Definizione

**Definizione:** Una porta logica **cMOS** (Complementary MOS) è composta da due reti complementari:

- **PUN** (Pull-Up Network): rete di **pMOS**
- **PDN** (Pull-Down Network): rete di **nMOS**

### ★ REGOLA FONDAMENTALE

In qualsiasi configurazione di ingresso:

#### Solo UNA rete è attiva (ON) alla volta

- Se PUN è ON  $\rightarrow$  PDN è OFF (uscita =  $V_{DD}$ )
- Se PDN è ON  $\rightarrow$  PUN è OFF (uscita = GND)

### Significato PRATICO negli esercizi:

#### 1. Potenza statica = 0

Poiché una rete è sempre OFF, non c'è percorso diretto tra  $V_{DD}$  e GND  $\rightarrow P_{statica} = 0$

#### 2. Analisi per stati logici

Per ogni combinazione di ingressi, verifica:

- Quali MOSFET sono ON/OFF
- Quale rete (PUN o PDN) è attiva
- Output =  $V_{DD}$  se PUN ON, = GND se PDN ON

### Esempio: cMOS Inverter

#### Ingresso ALTO ("1"):

- nMOS ON  $\rightarrow$  PDN attiva  $\rightarrow$  Uscita = GND ("0")
- pMOS OFF  $\rightarrow$  PUN spenta

#### Ingresso BASSO ("0"):

- pMOS ON  $\rightarrow$  PUN attiva  $\rightarrow$  Uscita =  $V_{DD}$  ("1")
- nMOS OFF  $\rightarrow$  PDN spenta

*Nota:* Le reti sono **complementari**: se PUN realizza  $f$ , PDN realizza  $\bar{f}$

## Costruzione PUN da PDN

**Problema:** Data la rete Pull-Down (PDN) con nMOS, costruire la rete Pull-Up (PUN) con pMOS

### ★ METODO - Trasformazione DUALE

In pratica: INVERSIONE RICORSIVA di SERIE e PARALLELO

Dalla PDN alla PUN:

1. SERIE  $\rightarrow$  PARALLELO
2. PARALLELO  $\rightarrow$  SERIE
3. nMOS  $\rightarrow$  pMOS
4. Gate (ingressi)  $\rightarrow$  RIMANGONO UGUALI

### PROCEDURA MECCANICA:

**Step 1:** Identifica la struttura della PDN

- Individua le connessioni SERIE
- Individua le connessioni PARALLELO

**Step 2:** Applica la trasformazione

- Ogni SERIE diventa PARALLELO
- Ogni PARALLELO diventa SERIE
- Sostituisci nMOS con pMOS
- Mantieni gli stessi gate

### Esempio pratico:

**PDN:** nMOS(A) in SERIE con [nMOS(B) — nMOS(C)]

### Applicazione trasformazione:

- A in SERIE  $\rightarrow$  A in PARALLELO
- (B — C)  $\rightarrow$  (B in SERIE con C)

**PUN:** pMOS(A) in PARALLELO con [pMOS(B) in SERIE con pMOS(C)]

In formula:  $PUN = A \parallel (B \cdot C)$

**Verifica:** Le due reti sono complementari

- PDN:  $f = A \cdot (B + C)$
- PUN:  $\bar{f} = \overline{A} + (\overline{B} \cdot \overline{C}) = \overline{A} \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \checkmark$

*Nota:* Questo metodo garantisce che solo una rete sia ON alla volta (proprietà fondamentale delle porte cMOS)

## GUIDA - Tabella di Verità Reti CMOS

### ★ METODO SISTEMATICO:

Per ogni combinazione di ingressi (A, B, C...):

1. Determina quali MOSFET sono **ON/OFF**
2. Verifica se esiste **percorso** da  $V_{DD}$  a OUT (PUN)
3. Verifica se esiste **percorso** da GND a OUT (PDN)
4. Determina l'uscita in base ai percorsi attivi

### ★ REGOLA ON/OFF dei MOSFET:

**nMOS:** Gate = "1" ( $V_{DD}$ )  $\Rightarrow$  **ON**  
Gate = "0" (GND)  $\Rightarrow$  **OFF**

**pMOS:** Gate = "0" (GND)  $\Rightarrow$  **ON**  
Gate = "1" ( $V_{DD}$ )  $\Rightarrow$  **OFF**

Mnemonico: nMOS ON con HIGH, pMOS ON con LOW

### ★ DETERMINAZIONE USCITA:

PUN	PDN	OUT
Percorso	No percorso	$V_{DD}$ ("1")
No percorso	Percorso	GND ("0")
No percorso	No percorso	<b>Hi-Z</b>
Percorso	Percorso	<b>Contention!</b>

Contention  $\neq$  cortocircuito ideale! L'uscita si assesta a un valore intermedio ( $V_{OL}$  o  $V_{OH}$ ) determinato dal rapporto delle  $K$ . Solo in cMOS pura questo caso non si verifica mai.  
 $\Rightarrow$  Vedi box "Contention PUN/PDN"

### ★ ALTA IMPEDENZA (Hi-Z):

Cos'è: L'uscita è "scollegata" - né HIGH né LOW

Quando si verifica:

- Entrambe le reti PUN e PDN sono **OFF**
- Nessun percorso verso  $V_{DD}$  né verso GND

Nella tabella: Si indica con "Z" o "Hi-Z"

Fisicamente: L'uscita "galleggia" al valore precedente (se c'è C) o è indefinita

### △ ATTENZIONE - Circuiti NON cMOS:

Nei circuiti **cMOS puri**: sempre una sola rete ON  $\Rightarrow$  mai Hi-Z

Hi-Z si verifica in:

- Transmission gate (TG) quando è aperto
- Buffer tri-state quando è disabilitato
- Circuiti PTL (Pass Transistor Logic)
- Reti con segnali di enable/disable

## Livelli di Tensione e Soglia Logica

### ★ LIVELLI DI TENSIONE (se richiesti):

cMOS ideale:

- OUT = "1"  $\Rightarrow$   $V_{OUT} = V_{DD}$
- OUT = "0"  $\Rightarrow$   $V_{OUT} = 0V$  (GND)

PTL / Pass Transistor:

- nMOS passa LOW bene:  $V_{OUT} = 0V$
- nMOS passa HIGH male:  $V_{OUT} = V_{DD} - V_T$  (degradato!)
- pMOS passa HIGH bene:  $V_{OUT} = V_{DD}$
- pMOS passa LOW male:  $V_{OUT} = |V_T|$  (degradato!)

### ★ SOGLIA LOGICA (per valutazione):

Se  $V_{OUT}$  non è esattamente  $V_{DD}$  o GND:

- $V_{OUT} > \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow$  Logicamente "1"
- $V_{OUT} < \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow$  Logicamente "0"

Es:  $V_{DD} = 3V$ ,  $V_T = 0.5V \Rightarrow$  nMOS passa  $2.5V > 1.5V \Rightarrow$  "1"

## Riconoscere Rete cMOS Completa

Come riconoscere una rete cMOS completa (complementare)

Una rete è **cMOS pura** se PUN e PDN sono **duali**: per ogni combinazione di ingressi, **una sola** rete è ON.

$\Rightarrow$  Uscita **sempre** definita: solo "1" o "0", mai Hi-Z né cortocircuito.

### ★ CHECKLIST "a occhio":

1. La PDN usa solo nMOS
2. La PUN usa solo pMOS
3. PUN è il **duale topologico** della PDN:  
serie  $\leftrightarrow$  parallelo
4. **Stesso numero** di transistor sopra e sotto
5. **Stessi segnali** di ingresso in entrambe le reti

### △ NON è cMOS pura se:

- Manca una delle due reti (PUN o PDN)
- Ci sono segnali di enable/disable separati
- La topologia **non è duale** (serie/parallelo non si corrispondono)
- Sono presenti **transmission gate** o pass transistor  
 $\Rightarrow$  Possibili stati **Hi-Z** o **cortocircuito!**

## Complementare vs Non Complementare — Cosa Fare

Cosa fare: complementare vs non complementare

### ★ STEP 1: Guardo la rete — è complementare?

Stesso numero di MOS sopra/sotto, stessi segnali, topologia duale (serie $\leftrightarrow$ parallelo)?

- **SÌ**  $\Rightarrow$  uscita sempre 0 o 1, **basta** la tabella
- **NO**  $\Rightarrow$  prosegui allo Step 2

### ★ STEP 2: Per ogni riga della tabella

Stabilisci quali reti sono ON (percorso verso rail):

Situazione	Uscita
Solo PUN ON	$V_{DD}$
Solo PDN ON	0V
Entrambe ON	<b>Contention</b> $\Rightarrow$ Step 3
Nessuna ON	<b>Hi-Z</b>

### ★ STEP 3: Calcolo valore contention

Chi "vince"? La rete con  $K_{eq}$  più grande tira l'uscita verso il proprio rail.

- PDN vince  $\Rightarrow$  uscita bassa ( $V_{OL}$ ):  
nMOS ohmica, pMOS saturazione
- PUN vince  $\Rightarrow$  uscita alta ( $V_{OH}$ ):  
pMOS ohmica, nMOS saturazione

Poi:  $I_{PUN} = I_{PDN}$  (Metodo 1 o 2, vedi box Calcolo)

## Contention PUN/PDN - Teoria

### Contention: PUN e PDN entrambe ON

Se la rete **non è cMOS pura**, può accadere che PUN e PDN siano **entrambe ON**  $\Rightarrow$  **non** è un semplice cortocircuito: l'uscita si assesta a un valore intermedio determinato dal rapporto delle correnti.

#### ★ REGOLA CHIAVE:

È il **valore dell'uscita** a determinare le zone di funzionamento:

**Se  $V_{OUT}$  è basso** (PDN "vince"):

- pMOS:  $|V_{DS}| \approx V_{DD} - V_{OL}$  grande  $\Rightarrow$  **saturazione**
- nMOS:  $V_{DS} \approx V_{OL}$  piccolo  $\Rightarrow$  **ohmica**

**Se  $V_{OUT}$  è alto** (PUN "vince"):

- pMOS:  $|V_{DS}| \approx V_{DD} - V_{OH}$  piccolo  $\Rightarrow$  **ohmica**

- nMOS:  $V_{DS} \approx V_{OH}$  grande  $\Rightarrow$  **saturazione**

#### ★ PROCEDIMENTO GENERALIZZATO:

1. Ipotizzare uscita bassa/alta  $\Rightarrow$  fissa le zone
2. Scrivere  $I_{PUN} = I_{PDN}$  (regime stazionario)
3. Usare le formule appropriate:

**nMOS** ( $V_{GS,n} = V_G - V_S$ ,  $V_{DS,n} = V_D - V_S$ ):  
Sat:  $I_n = K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})^2$

Ohm:  $I_n = K_n [2(V_{GS,n} - V_{Tn})V_{DS,n} - V_{DS,n}^2]$

**pMOS** ( $V_{SG,p} = V_S - V_G$ ,  $V_{SD,p} = V_S - V_D$ ):  
Sat:  $I_p = |K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)^2$

Ohm:  $I_p = |K_p| [2(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)V_{SD,p} - V_{SD,p}^2]$

4. Risolvere per  $V_{OUT}$  (o per  $K_p/K_n$ )

5. Verificare consistenza delle ipotesi sulle zone

#### ★ MOS IN SERIE — $K$ EQUIVALENTE:

$N$  transistor **uguali** in serie (stesso  $K$ ):

$$K_{eq} = \frac{K}{N}$$

Es: 2 nMOS in serie con  $K_n$  ciascuno  $\Rightarrow K_{n,eq} = \frac{K_n}{2}$

$N$  transistor in **parallelo**:

$$K_{eq} = N \cdot K$$

#### △ SOSTITUZIONE RAPIDA (nei calcoli di contention):

$D = V_{OUT}$  (sempre in mezzo),  $S_n = GND$ ,  $S_p = V_{DD}$

$$\Rightarrow V_{OV} = V_{DD} - V_T$$

$$V_{DS,n} = V_{OUT}$$

$$V_{SD,p} = V_{DD} - V_{OUT}$$

## Contention PUN/PDN - Calcolo

### Contention: Metodi di Calcolo $V_{OL}/V_{OH}$

#### △ SETUP (esempio: uscita bassa, $V_{OL}$ ):

pMOS (sat.) = nMOS eq. (ohm.):

$$|K_p|(V_{DD} - |V_T|)^2 = K_{n,eq} [2(V_{GS,n} - V_T)V_{OL} - V_{OL}^2]$$

#### ★ METODO 1: Equazione completa (esatto)

Si risolve l'equazione  $I_{sat} = I_{ohm}$  per  $V_{OL}$ :

$\Rightarrow$  Equazione di **2° grado** in  $V_{OL}$ , si risolve con formula risolutiva.

Riarrangiando:  $K_{n,eq}V_{OL}^2 - 2K_{n,eq}(V_{GS,n} - V_T)V_{OL} + I_{sat,p} = 0$

**Pro:** Risultato esatto

**Contro:** Richiede risoluzione eq. 2° grado

#### ★ METODO 2: Approssimazione $R_{DS,on}$ (più rapido)

Il MOS in **ohmica** con  $V_{DS}$  piccolo si comporta come una **resistenza**. Per  $N$  MOS uguali in serie:  $R_{DS,on,eq} = N \cdot R_{DS,on}$

**Caso A — Uscita bassa** (nMOS in ohmica):

$$R_{DS,on,n} = \frac{1}{2K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})}$$

$$I_{sat,p} = |K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)^2$$

$$V_{OL} \approx I_{sat,p} \cdot R_{DS,on,n,eq}$$

**Caso B — Uscita alta** (pMOS in ohmica):

$$R_{DS,on,p} = \frac{1}{2|K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)}$$

$$I_{sat,n} = K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})^2$$

$$V_{OH} \approx V_{DD} - I_{sat,n} \cdot R_{DS,on,p,eq}$$

**Pro:** Calcolo diretto, nessuna eq. 2° grado

**Contro:** Approssimazione (trascura  $V_{DS}^2$ ).

Valida se  $V_{OUT}$  è vicino al rail della rete che "vince"

#### ★ QUANDO USARE QUALE:

- Valore **esatto** richiesto  $\Rightarrow$  Metodo 1
- **Dimensionare**  $K_p/K_n$  dato  $V_{OL,max}$   $\Rightarrow$  Metodo 2
- $V_{OL}$  piccolo rispetto a  $V_{GS} - V_T$   $\Rightarrow$  Metodo 2 OK
- In **dubbio**: Metodo 2, poi verificare con Metodo 1

## $R_{DS,on}$ — Riepilogo Formule

### $R_{DS,on}$ — Riepilogo e Significato Fisico

#### ★ COS'È:

Quando un MOS è in zona **ohmica** con  $V_{DS}$  piccolo, il canale si comporta come una **resistenza controllata dal gate**:

$$I_{DS} \approx 2K(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS}$$

$$\text{Quindi: } R_{DS,on} = \frac{V_{DS}}{I_{DS}} = \frac{1}{2K(V_{GS} - V_T)}$$

#### ★ FORMULE:

**nMOS:**

$$R_{DS,on,n} = \frac{1}{2K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})}$$

**pMOS:**

$$R_{DS,on,p} = \frac{1}{2|K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)}$$

**$N$  MOS uguali in serie:**  $R_{DS,on,eq} = N \cdot R_{DS,on}$

**$N$  MOS uguali in parallelo:**  $R_{DS,on,eq} = \frac{R_{DS,on}}{N}$

#### ★ APPLICAZIONE ALLA CONTENTIONE:

La rete che "vince" (più forte) è in ohmica  $\Rightarrow$  modellata come  $R_{DS,on}$ .

La rete che "perde" (più debole) è in saturazione  $\Rightarrow$  generatore di corrente  $I_{sat}$ .

**Uscita bassa** (PDN vince):

$$V_{OL} \approx I_{sat,p} \cdot R_{DS,on,n,eq}$$

**Uscita alta** (PUN vince):

$$V_{OH} \approx V_{DD} - I_{sat,n} \cdot R_{DS,on,p,eq}$$

## Soglia Logica della Porta ( $V_M$ )

### Soglia Logica della Porta ( $V_M$ )

#### ★ COS'È:

$V_M$  è il punto della caratteristica  $V_{OUT}(V_{IN})$  in cui:

$$V_{IN} = V_{OUT} = V_M$$

È la tensione alla quale la porta "commuta": separa la zona in cui l'uscita è HIGH dalla zona in cui è LOW.

Idealmente:  $V_M = \frac{V_{DD}}{2}$  (margini di rumore simmetrici)

#### ★ COME SI CALCOLA:

Nel punto  $V_M$ :  $V_{IN} = V_{OUT} = V_M$

⇒ Entrambi i MOS sono in **saturazione** (entrambi hanno  $|V_{DS}| = V_M$  che è "grande")

#### Procedimento:

1. Porre  $V_{IN} = V_{OUT} = V_M$
2. Entrambi i MOS in **saturazione**
3. Imporre  $I_n = I_p$ :

$$K_n(V_M - V_{Tn})^2 = |K_p|(V_{DD} - V_M - |V_{Tp}|)^2$$

4. Risolvere per  $V_M$

#### ★ SOLUZIONE (inverter cMOS):

Prendendo la radice:

$$\sqrt{K_n}(V_M - V_{Tn}) = \sqrt{|K_p|}(V_{DD} - V_M - |V_{Tp}|)$$

Risolvendo per  $V_M$ :

$$V_M = \frac{V_{Tn} + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}(V_{DD} - |V_{Tp}|)}}{1 + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}}}$$

Se  $V_{Tn} = |V_{Tp}| = V_T$ :

$$V_M = \frac{V_T + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}(V_{DD} - V_T)}}{1 + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}}}$$

Se inoltre  $K_n = |K_p|$ :  $V_M = \frac{V_{DD}}{2}$

#### △ PER PORTE COMPLESSE (NAND, NOR...):

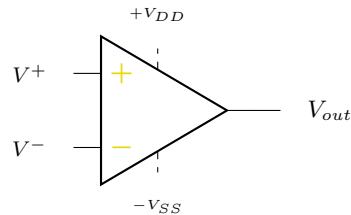
Stessa logica, ma si usa  $K_{n,eq}$  o  $K_{p,eq}$ :

- **NAND** ( $N$  nMOS in serie):  $K_{n,eq} = \frac{K_n}{N}$   
⇒  $V_M$  si **alza** (PDN più debole)
- **NOR** ( $N$  pMOS in serie):  $K_{p,eq} = \frac{|K_p|}{N}$   
⇒  $V_M$  si **abbassa** (PUN più debole)

Si sostituisce  $K_{eq}$  nella formula e si calcola  $V_M$  per il **caso peggiore** (un solo ingresso attivo nella rete in serie).

## OpAmp - Introduzione e Caratteristica

### Amplificatore Operazionale (OpAmp)

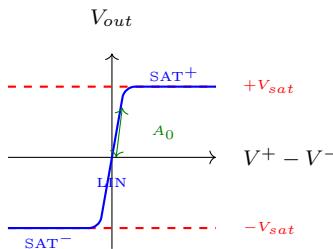


### Equazione fondamentale:

$$V_{out} = A_0 \cdot (V^+ - V^-)$$

dove  $A_0$  = guadagno ad anello aperto ( $A_0 \rightarrow \infty$  ideale)

### Caratteristica $V_{out}$ vs $(V^+ - V^-)$ :



### ZONA LINEARE (tra le saturazioni):

$$V_{out} = A_0 \cdot (V^+ - V^-)$$

L'OpAmp amplifica la differenza degli ingressi

### ZONA di SATURAZIONE:

- Se  $(V^+ - V^-) > 0$  (anche di poco):  $V_{out} = +V_{sat}$
- Se  $(V^+ - V^-) < 0$  (anche di poco):  $V_{out} = -V_{sat}$

L'uscita "toccava" le alimentazioni e non va oltre!

#### ★ I trattini (- - -) nel grafico:

Indicano i limiti di saturazione  $\pm V_{sat}$ .

L'uscita si "appiattisce" su questi valori e non segue più  $(V^+ - V^-)$ !

### Valori tipici di $V_{sat}$ :

- Rail-to-rail:  $V_{sat} = V_{alim}$  esattamente
- Standard:  $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$

## Impedenza con Condensatori

### Impedenza del condensatore:

$$Z_C(s) = \frac{1}{sC}$$

Con  $s = j\omega$ : modulo  $|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$ , fase  $\angle Z_C = -90^\circ$

### Comportamento del condensatore in base alla frequenza:

Freq.	$Z_C$	Equiv.	Effetto
DC ( $\omega = 0$ )	$\infty$	Aperto	Cancella ramo
Alta ( $\omega \rightarrow \infty$ )	0	Corto	Filo (a GND)

#### ★ DC ( $\omega = 0$ ): $Z_C = \frac{1}{0 \cdot C} \rightarrow \infty \rightarrow \text{APERTO}$

Il condensatore è carico, blocca la corrente continua.

#### ★ Alta freq. ( $\omega \rightarrow \infty$ ): $Z_C = \frac{1}{\infty \cdot C} \rightarrow 0 \rightarrow \text{CORTO}$

Il condensatore non ha tempo di caricarsi, la corrente passa libera.

Nota: Se C è collegato a massa, il nodo va a GND.

### Configurazioni comuni:

#### 1. C in PARALLELO con R:

$$Z(s) = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{1 + sRC}$$

Notazione comoda per paralleli:  $Z = (R^{-1} + Z_C^{-1})^{-1}$

Più facile da manipolare rispetto a  $\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$

Polo in:  $\omega_p = \frac{1}{RC}$

#### 2. C in SERIE con R:

$$Z(s) = R + \frac{1}{sC} = \frac{1 + sRC}{sC}$$

Zero in:  $\omega_z = \frac{1}{RC}$

#### ★ CONTROLLI (SANITY CHECKS)

Dopo aver calcolato impedenze (serie/parallelo):

##### 1. Controllo Dimensionale:

- L'impedenza Z deve avere dimensione di  $\Omega$  (ohm)
- Il coefficiente  $\tau$  che moltiplica  $s$  deve essere in [s]
- Relazione utile:  $[F] \cdot [\Omega] = [s]$
- Es:  $RC$  ha dimensioni  $[\Omega] \cdot [F] = [s]$  ✓

##### 2. Controllo a Frequenza Nulla ( $s = 0$ ):

- A  $s = 0$  (DC), il condensatore è APERTO
- Sostituisci  $s = 0$  in  $Z(s)$  calcolata
- Deve dare la stessa  $R_{eq}$  ottenuta considerando C aperto

Es:  $Z = \frac{R}{1 + sRC}|_{s=0} = R$  (corretto: C aperto lascia R)

## Forma Standard per Bode

Data una funzione di trasferimento generica come  $T(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ , portala in forma:

### Trasferimento vs Guadagno:

- **Guadagno** = numero puro (adimensionale):  $\frac{V_{out}}{V_{in}}$
- **Trasferimento** = ha unità di misura: es.  $\frac{V_{out}}{V_{in}} [\Omega]$

Esempio: amplificatore a **transimpedenza** ha trasferimento in  $\Omega$

$$T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})(1+s\tau_{z2}) \dots}{(1+s\tau_{p1})(1+s\tau_{p2}) \dots}$$

Dove:

- $K$  = guadagno costante (può essere assente se  $K = 1$ )
- $s^n$  = poli/zeri nell'origine (può essere assente se  $n = 0$ )
  - $n > 0$ : zeri nell'origine,  $n < 0$ : poli nell'origine
- $\tau_{zi} = \frac{1}{\omega_{zi}}$  = costante di tempo dello zero  $i$ -esimo
- $\tau_{pi} = \frac{1}{\omega_{pi}}$  = costante di tempo del polo  $i$ -esimo

### Procedimento:

1. Fattorizza numeratore e denominatore
2. Porta ogni fattore  $(s + a)$  nella forma  $(1 + st)$ :  
 $(s + a) = a(1 + s/a) \rightarrow$  raccolta  $a$  in  $K$ , con  $\tau = 1/a$
3. Raccogli tutti i coefficienti costanti in  $K$
4. Eventuali  $s$  isolati formano il termine  $s^n$

Nota: In questa forma, poli e zeri sono immediatamente visibili:  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$  e  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$

### Conversione Scala Logaritmica $\leftrightarrow$ Lineare

#### Da LINEARE a dB (logaritmica):

$$|T|_{dB} = 20 \log_{10}(|T|_{lin})$$

#### Da dB a LINEARE:

$$|T|_{lin} = 10^{|T|_{dB}/20}$$

#### Valori utili da ricordare:

- 0 dB  $\leftrightarrow$  1 (lineare)
- 20 dB  $\leftrightarrow$  10 (lineare)
- -20 dB  $\leftrightarrow$  0.1 (lineare)
- 3 dB  $\leftrightarrow$   $\sqrt{2} \approx 1.41$  (lineare)
- -3 dB  $\leftrightarrow$   $1/\sqrt{2} \approx 0.707$  (lineare)
- 6 dB  $\leftrightarrow$  2 (lineare)

## Bode - Diagramma del Modulo

Data  $T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})(1+s\tau_{z2}) \dots}{(1+s\tau_{p1})(1+s\tau_{p2}) \dots}$

### Punto di partenza per il tracciamento:

- Se  $n = 0$ : calcola  $|T(0)|$  e  $\angle T(0)$  (sostituisci  $s = 0$ )
- Se  $n \neq 0$ : **NON PUO** calcolare  $s = 0$  (singolarità!) → vedi box dedicato

### Tracciamento del Modulo:

#### 1. Contributo di $K$ (guadagno costante):

Retta orizzontale a:  $20 \log_{10} |K|$  dB

- Se  $K > 0$ :  $20 \log_{10} |K|$  dB
- Se  $K < 0$ :  $20 \log_{10} |K|$  dB (modulo positivo)

#### △ ATTENZIONE - Modulo SEMPRE positivo!

Se a basse frequenze calcoli un valore **negativo**, devi prendere il **valore assoluto** prima di convertire in dB!

Esempio: Se  $T(0) = -10 \Rightarrow |T(0)| = 10$

⇒ Nel Bode:  $20 \log_{10}(10) = 20$  dB

Il segno negativo influenza solo la **FASE** (+180), non il modulo!

#### 2. Contributo di $s^n$ (poli/zeri nell'origine):

Retta passante per (1, 0 dB) con pendenza:

- $+20n$  dB/dec se  $n > 0$  (zeri nell'origine)
- $-20|n|$  dB/dec se  $n < 0$  (poli nell'origine)

#### 3. Contributo degli ZERI ( $1 + s\tau_z$ ):

Per  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$ :

- $\omega < \omega_z$ : contributo  $\approx 0$  dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_z$ : punto di spigolo
- $\omega > \omega_z$ : pendenza +20 dB/dec

#### 4. Contributo dei POLI ( $1 + s\tau_p$ ):

Per  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ :

- $\omega < \omega_p$ : contributo  $\approx 0$  dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_p$ : punto di spigolo
- $\omega > \omega_p$ : pendenza -20 dB/dec

#### 5. Tracciamento finale (METODO PRATICO):

a) Parte da  $K \cdot s^n$  con pendenza iniziale

b) Costante fino alla 1<sup>a</sup> singolarità

c) Ordina poli e zeri per frequenza crescente

d) Ad ogni singolarità (da sinistra a destra):

- Per ogni **zero**: aggiungi +20 dB/dec alla pendenza
- Per ogni **polo**: aggiungi -20 dB/dec alla pendenza

d) Esempio: se hai pendenza 0 e incontri zero → diventa +20 dB/dec

poi incontri polo → diventa 0 dB/dec

#### Guadagno di Banda (GBW):

Per amplificatori con 1 polo dominante:

$$GBW = |A_0| \cdot \omega_p$$

Dove  $A_0$  è il guadagno a basse frequenze (prima del polo)

## Bode - Metodo Generale Unificato

### ★ METODO GENERALE UNIFICATO per Bode del Modulo

#### PASSO 1: Analisi Strutturale (Scomposizione Visiva)

Guarda  $G(s)$  e identifica col dito questi tre elementi (no calcoli, solo riconoscimento):

#### 1. Il Guadagno Statico ( $K$ ):

Raccogli tutti i numeri costanti che moltiplicano la funzione.  
⇒ Determina l'altezza verticale del grafico.

#### 2. I Termini Binomiali ( $1 + sr$ ) (singolarità standard):

- Se è al **NUMERATORE** ( $s, s^2$ ): è uno **ZERO** (grafico sale)
- Se è al **DENOMINATORE** ( $1/s, 1/s^2$ ): è un **POLO** (grafico scende)

#### 3. La "S" Isolata ( $s^n$ ):

Cerca le  $s$  che NON sono sommate a 1 (es:  $s, s^2, 1/s, 1/s^2$ )

- Se al **NUMERATORE** ( $s, s^2$ ): hai ***n* Zeri nell'origine**
- Se al **DENOMINATORE** ( $1/s, 1/s^2$ ): hai ***n* Poli nell'origine**
- Se non c'è:  $n = 0$

#### PASSO 2: Calcolo delle Frequenze di Taglio

Prendi tutti i **Termini Binomiali** (Passo 1, punto 2) e calcola:

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$$

**Lista Ordinata:** metti le frequenze in ordine crescente  $f_1 < f_2 < f_3 \dots$

⇒ Questi sono i "paletti" verticali sull'asse delle frequenze.

#### PASSO 3: Il Confronto Cruciale (L'Attacco del Grafico)

Decidi come inizia il grafico a sinistra. Guarda solo la "S" Isolata (Passo 1, punto 3).

**CASO A:** Nessuna "S" Isolata (singolarità NON in zero)

- **Comportamento:** Il grafico parte **PIATTO** (orizzontale)
- **Valore di partenza:** Converti  $K$  da lineare a dB:

$$[K]_{dB} = 20 \log_{10}([K]_{lin})$$

- **Azione:** Disegna retta orizzontale fino alla prima freq.  $f_1$

**CASO B:** Presenza di "S" Isolata (singolarità IN zero)

- **Comportamento:** Il grafico parte **IN PENDENZA**
  - Zero in origine ( $s$ ): parte **salendo** (+20 dB/dec)
  - Polo in origine ( $1/s$ ): parte **scendendo** (-20 dB/dec)

#### • Punto di Ancoraggio (IL TRUCCO):

Non calcolare la retta iniziale (difficile!)

Scegli  $f_{test}$  dopo la prima singolarità o nel "centro banda".  
Calcola il modulo con  $s = j2\pi f_{test}$

Segna quel punto e usalo come **perno** per le pendenze

#### PASSO 4: Tracciamento Dinamico (Disegno)

Percorri l'asse delle frequenze da **sinistra a destra**:

1. Avanza fino alla prima frequenza  $f_1$

#### 2. Applica la modifica:

- Se  $f_1$  era un **POLO**: **sottrai** 20 alla pendenza  
(es: eri piatto 0 → diventi -20 dB/dec)
- Se  $f_1$  era uno **ZERO**: **aggiungi** 20 alla pendenza  
(es: scendevi -20 → diventi piatto 0)

3. Prosegui fino a  $f_2$  e ripeti

## Formule Rapide di Navigazione sul Bode

### ★ REGOLE AUREE per muoversi sul grafico

**1. Sulla DISCESA (-20 dB/dec): Legge del Prodotto Costante**

$$G \cdot f = \text{Costante}$$

Usa: Da  $(G_1, f_1)$  trovo  $G_2$  a frequenza  $f_2$ :

$$G_2 = \frac{G_1 \cdot f_1}{f_2}$$

Mnemonica: "Più vado avanti in frequenza, più il guadagno scende: il loro prodotto resta uguale."

**2. Sulla SALITA (+20 dB/dec): Legge del Rapporto Costante**

$$\frac{G}{f} = \text{Costante}$$

Usa: Da  $(G_1, f_1)$  trovo  $G_2$  a frequenza  $f_2$ :

$$G_2 = G_1 \cdot \frac{f_2}{f_1}$$

Mnemonica: "Se la frequenza raddoppia, il guadagno raddoppia."

Caso Generale: pendenza  $\pm n \cdot 20$  dB/dec

DISCESA ( $-n \cdot 20$  dB/dec):

$$G \cdot f^n = \text{Cost.} \Rightarrow G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^n$$

SALITA ( $+n \cdot 20$  dB/dec):

$$\frac{G}{f^n} = \text{Cost.} \Rightarrow G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^n$$

Pendenza Discesa Salita

Pendenza	Discesa	Salita
$\pm 20$ dB/dec	$G \cdot f$	$G/f$
$\pm 40$ dB/dec	$G \cdot f^2$	$G/f^2$
$\pm 60$ dB/dec	$G \cdot f^3$	$G/f^3$

Intersezione con asse 0 dB:  $G = 1$

△ WARNING CRITICO:

Quando cerchi l'intersezione con l'asse 0 dB, usa:

$$G_{\text{lineare}} = 1 \quad (\text{NON } 0!)$$

Motivo:  $0 \text{ dB} \Leftrightarrow G_{\text{lin}} = 1$

Se metti 0 nella moltiplicazione, annulli tutto!

Esempio pratico:

Plateau a  $G = 100$  che finisce in polo a  $f = 1$  kHz.

A che frequenza taglio l'asse 0 dB scendendo?

Usa regola discesa:  $G_1 \cdot f_1 = G_2 \cdot f_2$

$$100 \cdot 1\text{k} = 1 \cdot f_x \Rightarrow f_x = 100 \text{ kHz}$$

## Bode - Singolarità in Zero ( $n \neq 0$ )

Caso:  $T(s) = s\tau_0 \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})}{(1+s\tau_{p1})}$  (zero nell'origine)

Procedimento:

**1. Trova il punto di partenza (intersezione con 0 dB):**

$$\text{Frequenza: } f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0} \quad \text{oppure} \quad \omega_0 = \frac{1}{\tau_0}$$

$\Rightarrow$  A  $\omega = \omega_0$  il contributo di  $s\tau_0$  vale **0 dB**

**2. Traccia la retta con pendenza +20 dB/dec passante per il punto  $(\omega_0, 0 \text{ dB})$**

**3. Aggiungi i contributi di poli/zeri:**

- A  $\omega_{z1} = 1/\tau_{z1}$ : pendenza +20 dB/dec
- A  $\omega_{p1} = 1/\tau_{p1}$ : pendenza -20 dB/dec

△ Se polo nell'origine (es.  $\frac{1}{s\tau_0}$ ):

- Pendenza iniziale -20 dB/dec
- Stesso punto di partenza:  $(\omega_0 = 1/\tau_0, 0 \text{ dB})$

### FASE con singolarità in zero:

**Zero nell'origine ( $s^n$  al numeratore):**

Fase iniziale:  $+90^\circ \cdot n$  (costante  $\forall \omega$ )

**Polo nell'origine ( $s^n$  al denominatore):**

Fase iniziale:  $-90^\circ \cdot n$  (costante  $\forall \omega$ )

Poi aggiungi i contributi dei poli/zeri normali ( $\pm 90^\circ$  ciascuno)

## Bode - Diagramma della Fase

Tracciamento della Fase:

**1. Contributo di K:**

- Se  $K > 0$  (cioè  $T(0) > 0$ ): fase =  $0^\circ$
- Se  $K < 0$  (cioè  $T(0) < 0$ ): fase =  $-180^\circ$

Se  $T(0) < 0$ , parti da  $-180^\circ$  e somma i contributi

**2. Contributo di  $s^n$ :**

Fase costante:  $+90^\circ \cdot n$  per ogni frequenza

**3. Contributo degli ZERI ( $1 + s\tau_z$ ):**

Transizione centrata in  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$ :

- $\omega < \omega_z/10$ : fase  $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_z$ : fase =  $+45^\circ$
- $\omega > 10\omega_z$ : fase  $\approx +90^\circ$

Transizione lineare tra  $\omega_z/10$  e  $10\omega_z$

**4. Contributo dei POLI ( $1 + s\tau_p$ ):**

Transizione centrata in  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ :

- $\omega < \omega_p/10$ : fase  $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_p$ : fase =  $-45^\circ$
- $\omega > 10\omega_p$ : fase  $\approx -90^\circ$

Transizione lineare tra  $\omega_p/10$  e  $10\omega_p$

**5. Tracciamento finale:**

a) Parti dalla fase iniziale:

- Se  $T(0) > 0$ : parte da  $0^\circ + 90^\circ \cdot n$
- Se  $T(0) < 0$ : parte da  $-180^\circ + 90^\circ \cdot n$

b) Somma algebrica dei contributi di poli e zeri:

- Zeri:  $+90^\circ$  asintoticamente (transizione da  $\omega_z/10$  a  $10\omega_z$ )
- Poli:  $-90^\circ$  asintoticamente (transizione da  $\omega_p/10$  a  $10\omega_p$ )

c) I contributi si **sovrappongono** se poli/zeri sono vicini

### ★ ERRORE COMUNE

Nel modulo, le pendenze si **sommano** ad ogni polo/zero

Nella fase, i contributi si **sovrappongono** (somma algebrica delle fasi)

## Intersezione 0 dB in Bode

**Problema:** Il diagramma passa vicino a 0 dB nei pressi di una singolarità. Interseca prima o dopo?

### Regola di Conservazione Guadagno-Frequenza:

Su un tratto con pendenza costante di  $m$  dB/dec, vale:

$$|T(\omega)| \cdot \omega^{m/20} = \text{costante}$$

### Metodo pratico (verifica per ipotesi):

**IPOTESI:** Supponi che la retta continui **indisturbata** con la stessa pendenza (cioè che interseca 0 dB PRIMA della singolarità)

- Identifica un punto noto sul tratto:  $(\omega_1, |T(\omega_1)|)$

Es: a basse frequenze, spesso  $|T(0)| = K$

- Con pendenza  $m$  dB/dec costante, calcola  $\omega_0$  dove  $|T| = 1$ :

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|^{20/m}$$

**ATTENZIONE:**  $|T(\omega_1)|$  in scala **LINEARE**, non in dB!

Se hai il valore in dB:  $|T| = 10^{(\text{dB}/20)}$

- Confronta  $\omega_0$  con la singolarità  $\omega_s$ :

- Se  $\omega_0 < \omega_s$ : ipotesi **CORRETTA** → interseca prima  
La retta raggiunge 0 dB prima di cambiare pendenza
- Se  $\omega_0 > \omega_s$ : ipotesi **ERRATA** → interseca dopo  
La pendenza cambia prima di raggiungere 0 dB

### Casi comuni:

**Pendenza 0 dB/dec** ( $m = 0$ ): costante, già noto

**Pendenza -20 dB/dec** ( $m = -20$ ):

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|$$

Questa è la formula del **GBW** (Guadagno di Banda)!

**Pendenza +20 dB/dec** ( $m = +20$ ):

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{|T(\omega_1)|}$$

### ★ UTILITÀ PRATICA

Questo metodo evita di dover disegnare con precisione il diagramma per capire l'ordine di intersezione e singolarità, garantendo il tracciamento corretto dopo entrambi i punti.

## Calcolo Guadagno a Frequenze Specifiche

Quando ti chiedono il guadagno a una frequenza specifica:

### CASO 1: Lontano dalle singolarità ( $\geq 1$ decade)

Usa il **diagramma sintotico** (approssimazione):

- Se  $\omega < \omega_p/10$  o  $\omega > 10\omega_p$ : il polo/zero ha effetto trascurabile
- Leggi il valore dal diagramma asintotico con la pendenza corrente

**Esempio:** Con pendenza -20 dB/dec da  $\omega_1$  a  $\omega_2$ :

$$|T(\omega_2)|_{\text{dB}} = |T(\omega_1)|_{\text{dB}} - 20 \log_{10} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)$$

### CASO 2: Esattamente sulla singolarità ( $\omega = \omega_p$ o $\omega_z$ )

Usa le **formule esatte**:

#### Modulo:

- Polo:  $|1 + j\omega_p \tau_p| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow -3 \text{ dB}$
- Zero:  $|1 + j\omega_z \tau_z| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow +3 \text{ dB}$

#### Fase:

- Polo:  $\angle(1 + j\omega_p \tau_p) = \arctan(1) \rightarrow -45^\circ$
- Zero:  $\angle(1 + j\omega_z \tau_z) = \arctan(1) \rightarrow +45^\circ$

### CASO 3: Vicino alle singolarità ( $< 1$ decade ma $\neq$ singolarità)

Usa i **numeri complessi**, sostituendo  $s = j\omega$ :

$$T(j\omega) = K \cdot (j\omega)^n \cdot \frac{(1 + j\omega \tau_{z1})(1 + j\omega \tau_{z2}) \cdots}{(1 + j\omega \tau_{p1})(1 + j\omega \tau_{p2}) \cdots}$$

- Sostituisci il valore numerico di  $\omega$
- Calcola ogni termine:  $|1 + j\omega \tau| = \sqrt{1 + (\omega \tau)^2}$
- Moltiplica/dividi i moduli per ottenere  $|T(j\omega)|$
- Converti in dB:  $20 \log_{10} |T(j\omega)|$

#### Regola pratica:

- Lontano → diagramma sintotico (veloce)
- Esattamente sopra →  $\pm 3$  dB,  $\pm 45^\circ$  (immediato)
- Vicino → numeri complessi (calcolo esatto)

## Bode - Polo e Zero Coincidenti

### Polo e Zero alla STESSA Frequenza

**Situazione:** Un polo e uno zero coincidono:  $\omega_p = \omega_z$

### Esempio:

$$T(s) = K \cdot \frac{1 + s\tau}{1 + s\tau} \cdot \frac{1}{1 + s\tau_2}$$

dove il polo e lo zero a  $\omega = 1/\tau$  coincidono.

### Effetto sul MODULO: si COMPENSANO

- Polo: -20 dB/dec
- Zero: +20 dB/dec

⇒ Effetto netto: 0 dB/dec

Il modulo **non cambia pendenza** a quella frequenza!  
È come se polo e zero **non esistessero** per il modulo.

### Effetto sulla FASE: NON si compensano!

- Polo: -90 (da 0 a -90 attorno a  $\omega_p$ )
- Zero: +90 (da 0 a +90 attorno a  $\omega_z$ )

**MA:** la transizione di fase avviene su **2 decadì** ( $\omega/10$  a  $10\omega$ )

⇒ Alla frequenza  $\omega_p = \omega_z$ :

Polo: -45 Zero: +45

Fase netta a  $\omega_p = \omega_z$ :  $-45 + 45 = 0$

### ★ MA c'è un TRANSITORIO di fase!

**Prima** di  $\omega_p = \omega_z$  (es. a  $\omega_p/10$ ):

Polo: ≈ 0, Zero: ≈ 0 ⇒ Fase ≈ 0

**Dopo**  $\omega_p = \omega_z$  (es. a  $10\omega_p$ ):

Polo: ≈ -90, Zero: ≈ +90 ⇒ Fase ≈ 0

⇒ Alla fine si compensano, ma **durante la transizione** la fase può avere una “gobba”!

### ★ RIASSUNTO:

	Modulo	Fase
Effetto	Si compensano	Si compensano
A $\omega_p = \omega_z$	Nessun cambio	0 netto
Transitorio	Nessuno	Possibile “gobba”

⇒ In pratica: polo e zero coincidenti si **cancellano** (semplificazione algebrica)!

## Guadagno Reale vs Ideale

### ★ ESAME: Calcolo del GUADAGNO REALE

Calcolo del guadagno d'anello  $G_{loop}$ :

1. Spegni tutti i generatori (incluso  $V_{in}$ !)
2. Taglia l'anello (apri il feedback)
3. Inserisci generatore di test  $V_t$  nel punto di taglio
4. Usa la caratteristica dell'OpAmp:  

$$V_y = A(s) \cdot (V^+ - V^-) \quad \text{con } A(s) = \frac{A_0}{1+s\tau_0}$$
5. Scrivi  $G_{loop} = \frac{V_y}{V_t}$

$$G_{loop} = \frac{V_y}{V_t} = A(s) \cdot \beta$$

$A(s)$  = guadagno ad anello aperto dell'OpAmp:

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

- $A_0 = A(0)$  = guadagno a freq. 0 (punto partenza Bode,  $\sim 10^5 \cdot 10^6$ )
- $\tau_0 = \frac{1}{\omega_p}$  = costante di tempo polo dominante (polo dominante = polo a freq. più bassa)

GBWP (Gain-Bandwidth Product):

$$\text{GBWP} = A_0 \cdot f_0$$

dove  $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$  = frequenza del polo. In questo corso gli OpAmp hanno **sempre una singola singolarità**.

$\beta$  = fattore di retroazione (dipende da  $R_f$ ,  $R_G$ )

### △ ATTENZIONE: $V^+ = V^-$ NON vale qui!

L'ipotesi  $V^+ = V^-$  è valida solo per OpAmp retroazionati (ideali in catena chiusa).

Nel calcolo di  $G_{loop}$  l'anello è **aperto** ⇒ devi usare  $V_{out} = A(s) \cdot (V^+ - V^-)$

Relazione tra i guadagni:

$$G_A = -G_{loop} \cdot G_{id}$$

$G_A$  = guadagno di andata,  $G_{loop}$  = guadagno d'anello,  $G_{id}$  = guadagno ideale

Formula guadagno reale:

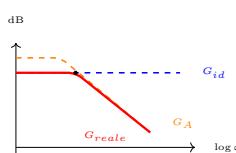
$$G_{real} = \frac{G_{ideale}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}$$

### ★ METODO GRAFICO (più veloce!)

Procedimento:

1. Traccia il Bode del guadagno ideale  $G_id$
2. Traccia il Bode del guadagno d'andata  $G_A$
3. Per ogni frequenza: prendi il valore più BASSO tra i due grafici

⇒ Il risultato è il Bode del guadagno reale



Perché funziona:

- Se  $|G_{loop}| \gg 1$ :  $G_{real} \approx G_{id}$
- Se  $|G_{loop}| \ll 1$ :  $G_{real} \approx G_A$  (segue l'andata)

⇒ Il guadagno reale è **limitato** dal più piccolo dei due!

## Guadagno Reale - Intersezioni

### △ ATTENZIONE alle INTERSEZIONI

Problema tipico:

$G_A$  e  $G_{id}$  hanno zeri/poli a frequenze diverse ⇒ le intersezioni possono essere **non ovvie**.

Caso comune:

- $G_A$  sale poi diventa piatto (a un certo valore)
- $G_{id}$  sale poi diventa piatto (a valore **diverso**)

Domanda: L'intersezione è **prima o dopo** il prossimo polo?

Metodo per ipotesi:

1. **Fai un'ipotesi** su quale tratto (salita/discesa/piatto) interseca

2. Usa le **regole di navigazione**:

- Discesa:  $G \cdot f = \text{cost}$
- Salita:  $G/f = \text{cost}$

3. Calcola la frequenza di intersezione  $f_x$

4. **Verifica**: Se  $f_x$  viene **più alta** del polo successivo ⇒ **ipotesi sbagliata!**

Rifai con pendenza diversa (es: crescente invece che decrescente)

Alla fine:

Per ogni frequenza, evidenzia il **punto più basso** tra  $G_A$  e  $G_{id}$  ⇒ ottieni  $G_{real}$

### ★ NOTA su $A_0$ e GBW:

Se non viene dato  $A_0$  ma viene dato  $\tau_0$ :

- Potrebbe essere dato il **GBW** (prodotto guadagno-banda)
- Oppure c'è un altro modo per risolvere l'esercizio

Ricorda:  $\text{GBW} = A_0 \cdot \omega_p = A_0 / \tau_0$

Calcolo analitico di  $G_{id}$ :

Se richiesto esplicitamente, può portare a **equazioni di 2° grado in s** (conti lunghi).

⇒ Raramente richiesto all'esame.

## Margine di Fase e Stabilità

### ★ MARGINE DI FASE e STABILITÀ

Procedimento:

1. Disegna il Bode di  $G_{loop}$  (modulo e fase)
2. Trova la **frequenza di crossover**  $f_c$ : frequenza dove  $|G_{loop}| = 0 \text{ dB}$  (taglia l'asse orizzontale)
3. Leggi la **fase** di  $G_{loop}$  a  $f_c$ :  $\phi(f_c)$
4. Calcola il **margine di fase**:

$$\text{PM} = 360 + \phi(f_c)$$

Formula esplicita per  $\phi(f_c)$ :

$$\phi(f_c) = 180^\circ - \sum_i \arctan\left(\frac{f_c}{f_{pi}}\right) + \sum_j \arctan\left(\frac{f_c}{f_{zj}}\right)$$

•  $f_c$  = frequenza di crossover (dove  $|G_{loop}| = 0 \text{ dB}$ )

•  $f_{pi}$  = frequenza del polo  $i$ -esimo

•  $f_{zj}$  = frequenza dello zero  $j$ -esimo

I poli **sottraggono** fase, gli zeri **aggiungono** fase.

Classificazione della stabilità:

Margine di Fase	Sistema
$\text{PM} > 45$	Asintoticamente stabile
$\text{PM} = 0$	Criticamente stabile
$\text{PM} < 0$	Instabile

### △ NOTA PRATICA:

•  $\text{PM} \approx 60-70$ : risposta ben smorzata

•  $\text{PM} \approx 45$ : leggero overshoot

•  $\text{PM} < 45$ : oscillazioni/overshoot significativo

Regola: Più alto il PM, più stabile il sistema

### △ SISTEMA CON 2 POLI PRIMA DI $f_c$ :

Se  $f_c$  viene **dopo** entrambi i poli (cioè  $f_{p1}, f_{p2} < f_c$ ):

⇒ Sistema **SICURAMENTE INSTABILE**

(fase già a  $-180$  prima del taglio)

### △ $f_c$ a meno di 1 decade dal 2° polo:

Se  $f_{p1} < f_c < f_{p2}$  ma  $f_c < 10 \cdot f_{p2}$ :

⇒ Il grafico **ideale** della fase **NON è affidabile**!

⇒ Devi calcolare il **PM analiticamente** con gli arctan

Verifica:  $f_c > 10 \cdot f_{p2}$ ? ⇒ OK grafico ideale

Es:  $f_{p2} = 15.92 \text{ kHz}$  ⇒ serve  $f_c > 159.2 \text{ kHz}$

Se  $f_c = 90.9 \text{ kHz} < 159.2 \text{ kHz}$  ⇒ **calcolo analitico!**

Interpretazione grafica:

Il margine di fase è “quanto manca” alla fase per raggiungere  $-360$  (o  $-180$  in alcuni testi) quando il guadagno vale  $0 \text{ dB}$ .

Se la fase è già oltre  $-360$  quando  $|G| = 0 \text{ dB}$  ⇒ sistema **instabile**

## Stabilità - Senza Crossover

**Stabilità:** Modulo che NON taglia 0 dB

### Problema:

Il modulo di  $G_{loop}$  rimane **sempre sopra o sempre sotto** 0 dB  $\Rightarrow$  non esiste  $f_c$ !

Come calcolo il margine di fase se non c'è crossover?

### CASO 1: $|G_{loop}|$ sempre > 0 dB

Il guadagno d'anello è **sempre maggiore di 1**.

**Analisi:** Guarda la **fase** a tutte le frequenze:

- Se la fase **non raggiunge mai**  $-360^\circ$ :  
⇒ Sistema **STABILE**  
(PM > 0 a tutte le frequenze)
- Se la fase **raggiunge o supera**  $-360^\circ$ :  
⇒ Sistema **INSTABILE**  
(il guadagno è > 1 quando la fase è critica)

### CASO 2: $|G_{loop}|$ sempre < 0 dB

Il guadagno d'anello è **sempre minore di 1**.

⇒ Sistema **SEMPRE STABILE**!

**Perché?** Anche se la fase raggiunge  $-360^\circ$ , il guadagno è < 1 quindi il segnale si **attenua** ad ogni giro dell'anello.

⇒ Le oscillazioni si **smorzano** invece di crescere.

PM =  $\infty$  (o indefinito, ma sistema stabile)

### ★ REGOLA PRATICA:

**Condizione di instabilità** (criterio di Barkhausen):

$$|G_{loop}| \geq 1 \quad \text{E} \quad \angle G_{loop} = -360^\circ$$

Servono **ENTRAMBE** le condizioni simultaneamente!

- Se  $|G_{loop}| < 1$  sempre ⇒ **stabile** (non importa la fase)
- Se fase  $\neq -360^\circ$  sempre ⇒ **stabile** (non importa il modulo)

### ★ RIASSUNTO:

Modulo	Fase	Stabilità
Sempre < 0 dB	Qualsiasi	<b>STABILE</b>
Sempre > 0 dB	> $-360^\circ$	<b>STABILE</b>
Sempre > 0 dB	$\leq -360^\circ$	<b>INSTABILE</b>
Taglia 0 dB	–	Usa PM normale

## Stabilità - Segno di $G_{loop}$

**Stabilità dal SEGNO di  $G_{loop}$  (senza Bode)**

### ★ REGOLA VELOCE per la stabilità:

In analisi statica (DC,  $s = 0$ ), il segno di  $G_{loop}$  determina la stabilità:

$$G_{loop}(0) < 0 \Rightarrow \text{STABILE}$$

$$G_{loop}(0) > 0 \Rightarrow \text{INSTABILE}$$

$G_{loop} < 0$  (**NEGATIVO**) ⇒ **STABILE**

Il sistema è in **retroazione negativa**.

**Fisicamente:** una perturbazione viene **contrastata**  
⇒ Il sistema torna all'equilibrio

### Esempi:

- Buffer:  $G_{loop} = -A_0 < 0 \checkmark$
- Amplificatore invertente:  $G_{loop} < 0 \checkmark$
- Amplificatore non invertente:  $G_{loop} < 0 \checkmark$

$G_{loop} > 0$  (**POSITIVO**) ⇒ **INSTABILE**

Il sistema è in **retroazione positiva**.

**Fisicamente:** una perturbazione viene **amplificata**  
⇒ Il sistema "scappa" verso saturazione

### Esempi:

- Trigger di Schmitt:  $G_{loop} > 0$  (bistabile)
- Comparatore con retroaz. positiva

### Perché funziona (intuizione):

$G_{loop} = A_0 \cdot \beta$  dove  $\beta$  = fattore di retroazione

- Se  $\beta$  inverte il segno ⇒  $G_{loop} < 0 \Rightarrow$  stabile
- Se  $\beta$  mantiene il segno ⇒  $G_{loop} > 0 \Rightarrow$  instabile

Il segno negativo indica che il feedback **contrasta** l'errore!

### △ ATTENZIONE - Quando serve Bode:

Questa regola vale per **analisi DC** (stabilità asintotica).

Per sistemi con **poli/zeri** a frequenze specifiche, serve comunque il Bode per verificare il **margine di fase** a tutte le frequenze!

## Quando fare il Bode di $G_{loop}$

**Quando fare il Bode di  $G_{loop}$ ?**

### ★ SCOPO del Bode di $G_{loop}$ :

Analizzare la **STABILITÀ** del sistema retroazionato e calcolare il **margine di fase**.

### Quando È UTILE farlo:

#### 1. Verifica stabilità con poli/zeri:

Se il sistema ha singolarità, il segno DC non basta!  
⇒ Serve il margine di fase

#### 2. L'esercizio chiede il margine di fase:

$$\text{PM} = 360 + \phi(f_c)$$

#### 3. Progettare una compensazione:

Per stabilizzare un sistema instabile

#### 4. Trovare $G_{reale}$ a una certa frequenza:

$$G_{reale} = \min(G_A, G_{id}) \text{ dipende da } G_{loop}$$

### Quando NON serve farlo:

#### • Analisi statica (DC): basta il segno di $G_{loop}(0)$

#### • Sistema semplice senza poli/zeri critici

#### • Buffer ideale: $G_{loop} = -A_0 < 0 \Rightarrow$ stabile

#### • Trigger di Schmitt: già sai che è bistabile

### ★ PROCEDIMENTO Bode di $G_{loop}$ :

#### 1. Apri l'anello (taglia il feedback)

#### 2. Inserisci generatore di test $V_t$

#### 3. Calcola $G_{loop} = V_y/V_t$

#### 4. Disegna Bode (modulo e fase)

#### 5. Trova $f_c$ dove $|G_{loop}| = 0$ dB

#### 6. Leggi fase a $f_c \Rightarrow$ calcola PM

### ★ RIASSUNTO:

Obiettivo	Serve Bode $G_{loop}$ ?
Stabilità DC	NO (usa segno)
Margine di fase	<b>SÌ</b>
$G_{reale}$ vs frequenza	<b>SÌ</b>
Compensazione	<b>SÌ</b>

## OpAmp - Retroazione e Saturazione

### Retroazione e Saturazione dell'OpAmp

#### RETROAZIONE NEGATIVA

**Condizione:**  $V_{out}$  ritorna su  $V^-$  (morsetto invertente)

**Comportamento:**

- Sistema **STABILE**
- L'OpAmp **NON satura** (lavora in zona lineare)
- Vale l'ipotesi:  $V^+ = V^-$
- Vale l'ipotesi:  $I^+ = I^- = 0$

⇒ Usare le formule degli amplificatori (inv, non-inv, sommatore...)

#### RETROAZIONE POSITIVA

**Condizione:**  $V_{out}$  ritorna su  $V^+$  (morsetto non invertente)

**Comportamento:**

- Sistema **INSTABILE / BISTABILE**
- L'OpAmp **SATURA** sempre!
- $V_{out} = +V_{sat}$  oppure  $V_{out} = -V_{sat}$
- **NON vale**  $V^+ = V^-$

⇒ L'uscita si comporta come **generatore indipendente!**

#### ★ Come capire DOVE satura:

Con retroazione positiva, confronta  $V^+$  e  $V^-$ :

- Se  $V^+ > V^- \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$
- Se  $V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$

L'OpAmp "amplifica" la differenza  $V^+ - V^-$  fino a saturare!

#### ★ REGOLA PRATICA - Riconoscimento:

Guarda dove va  $V_{out}$ :

- $V_{out}$  torna su  $V^- \Rightarrow$  Retroaz. **NEGATIVA** ⇒ **NON satura**
- $V_{out}$  torna su  $V^+ \Rightarrow$  Retroaz. **POSITIVA** ⇒ **SATURA**

(Se non c'è retroazione, l'OpAmp è in **anello aperto** e satura!)

#### △ Caso COMPARATORE (no retroazione):

Senza retroazione, l'OpAmp ha guadagno  $A_0 \rightarrow \infty$ :

⇒ Anche una piccola differenza  $V^+ - V^-$  porta a saturazione!  
⇒  $V_{out} = +V_{sat}$  se  $V^+ > V^-$ , altrimenti  $V_{out} = -V_{sat}$

## OpAmp - Riconoscere Configurazione

### Come Riconoscere la Configurazione

#### ★ REGOLA FONDAMENTALE:

**Retroazione** = esiste un **percorso** da  $V_{out}$  verso un ingresso dell'OpAmp.

Il percorso può passare attraverso:

- Resistenze ( $R_f$ )
- Condensatori
- Reti di componenti
- Collegamento diretto (buffer)

⇒ **Non serve** collegamento diretto!

#### PASSO 1: C'è retroazione?

Parti da  $V_{out}$  e chiediti:

"Posso raggiungere  $V^+$  o  $V^-$  seguendo un percorso?"

- **SÌ** ⇒ C'è retroazione (vai al passo 2)
- **NO** ⇒ **Anello aperto** (comparatore) ⇒ **SATURA!**

#### PASSO 2: Su quale morsetto arriva?

Segui il percorso da  $V_{out}$ :

- Arriva su  $V^- \Rightarrow$  **Retroazione NEGATIVA**  
⇒ Stabile, NON satura, vale  $V^+ = V^-$
- Arriva su  $V^+ \Rightarrow$  **Retroazione POSITIVA**  
⇒ Bistabile, SATURA, Trigger di Schmitt

#### △ ATTENZIONE - Casi misti:

Se  $V_{out}$  arriva su **ENTRAMBI**  $V^+$  e  $V^-$ :

⇒ Analizza quale retroazione **domina**

⇒ Di solito la negativa (se  $R_f$  su  $V^-$  è più "forte")

#### ★ TRUCCO VELOCE:

Guarda la resistenza di feedback  $R_f$ :

- $R_f$  collega  $V_{out}$  a  $V^- \Rightarrow$  Amplificatore (inv/non-inv)
- $R_f$  collega  $V_{out}$  a  $V^+ \Rightarrow$  Trigger di Schmitt
- Nessuna  $R_f \Rightarrow$  Comparatore (satura!)

## OpAmp - Saturazione dell'Uscita

### Saturazione dell'Uscita dell'OpAmp

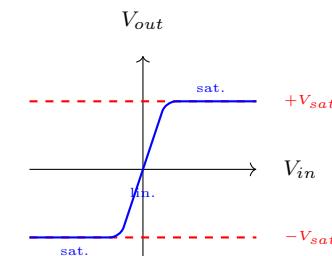
L'uscita dell'OpAmp **non può superare** le tensioni di alimentazione!

#### Limiti di saturazione:

$$-V_{sat} \leq V_{out} \leq +V_{sat}$$

- $+V_{sat} \approx +V_{DD}$  (alimentazione positiva)
  - $-V_{sat} \approx -V_{SS}$  (o  $\approx 0V$  se alim. singola)
- (OpAmp reali:  $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$ )

#### Caratteristica $V_{out}$ vs $V_{in}$ :



I trattini orizzontali (- -) indicano i livelli di saturazione:  
l'uscita si appiattisce e non segue più l'ingresso!

#### Zona LINEARE (tra le saturazioni):

$$V_{out} = A_v \cdot V_{in}$$

L'OpAmp amplifica normalmente (pendenza = guadagno  $A_v$ )

#### Zona di SATURAZIONE:

- **Saturazione ALTA:**  $V_{out} = +V_{sat}$  (costante)  
Si verifica quando  $V_{in}$  è "tropo positivo"
  - **Saturazione BASSA:**  $V_{out} = -V_{sat}$  (costante)  
Si verifica quando  $V_{in}$  è "tropo negativo"
- ⇒ L'uscita **non cambia** anche se  $V_{in}$  varia!

#### ★ Quando verificare la saturazione:

Dopo aver calcolato  $V_{out}$  con le formule, controlla:

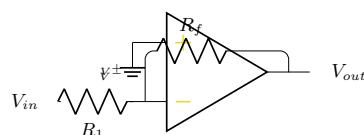
Se  $V_{out,calc} > +V_{sat} \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$

Se  $V_{out,calc} < -V_{sat} \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$

⇒ Le formule valgono **solo** se  $V_{out}$  resta nella zona lineare!

## OpAmp - Retroazione Negativa

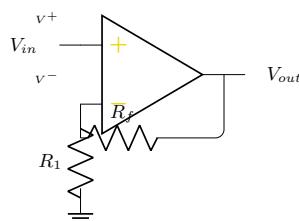
Amplificatore Invertente:



$$V_{out} = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$$

Guadagno:  $A_v = -\frac{R_f}{R_1}$  (segno  $-$  = inversione)  
 $R_1$  = impedenza di ingresso (tra  $V_{in}$  e  $V^-$ )

Amplificatore Non Invertente:



$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$$

Guadagno:  $A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$  (sempre  $\geq 1$ )  
 $R_1$  = impedenza verso GND (tra  $V^-$  e massa)

Buffer (Voltage Follower):

Caso speciale:  $R_f = 0$ ,  $R_1 \rightarrow \infty$  (aperto)

$$V_{out} = V_{in} \quad (A_v = 1)$$

Alta impedenza di ingresso, bassa impedenza di uscita.

### ★ IPOTESI OpAmp IDEALE

- $V^+ = V^-$  (massa virtuale se  $V^+ = 0$ )
- $I^+ = I^- = 0$  (corrente negli ingressi nulla)
- Guadagno ad anello aperto  $A \rightarrow \infty$

△ ATTENZIONE:  $R_1$  ha significato DIVERSO!

**INVERTENTE:**

$R_1 = Z_{in}$  = impedenza di ingresso  
 (tra  $V_{in}$  e  $V^-$ , NON c'è  $R$  verso GND)

**NON INVERTENTE:**

$R_1 = Z_G$  = impedenza verso ground  
 (tra  $V^-$  e massa,  $V_{in}$  entra direttamente su  $V^+$ )

⇒ Stessa formula  $\frac{R_f}{R_1}$ , ma  $R_1$  è diversa!

## OpAmp - Riconoscimento Rapido

$A_v$  = Guadagno di tensione:  $V_{out} = A_v \cdot V_{in}$

### ★ REGOLA D'ORO - Riconoscimento al volo

Dove entra il segnale  $V_{in}$ ?

Entra su $V^-$	Entra su $V^+$
INVERTENTE	NON INVERTENTE
$A_v = -\frac{R_f}{R_1}$	$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$

Procedimento rapido:

#### 1. INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^-$ , $V^+$ a massa)

1.  $V^+ = 0$  (a massa)  $\Rightarrow V^- = 0$  (massa virtuale)
2. Corrente in  $R_1$ :  $I = \frac{V_{in}-0}{R_1} = \frac{V_{in}}{R_1}$
3. Stessa  $I$  passa in  $R_f$  (no corrente in OpAmp)
4.  $V_{out} = 0 - I \cdot R_f = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$

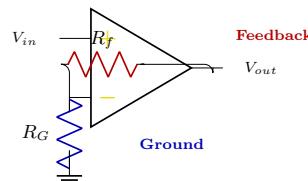
#### 2. NON INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^+$ )

1.  $V^+ = V_{in} \Rightarrow V^- = V_{in}$
2.  $V^-$  sta sul partitore  $R_1-R_f$ :

$$V^- = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_f} = V_{in}$$

$$3. \text{ Risolvo: } V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_1 + R_f}{R_1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$$

$R_f$  (Feedback) e  $R_G$  (Ground) - Definizioni



- $R_f$  = collega  $V^-$  a  $V_{out}$  (chiude l'anello)
- $R_G$  = collega  $V^-$  a massa (riferimento)

Nota:  $R_G$  è anche chiamata  $R_1$  in molti testi

### △ TRUCCO MNEMONICO

- Invertente: segnale entra sul  $-$   $\Rightarrow$  guadagno con  $-$
- Non Inv.: segnale entra sul  $+$   $\Rightarrow$  guadagno  $\geq 1$  (positivo)

$$\text{Formula universale (non inv.): } A_v = 1 + \frac{R_{feedback}}{R_{GND}}$$

Caso misto (sommatore):

Se ci sono più ingressi su  $V^-$  attraverso resistenze diverse:

$$V_{out} = -R_f \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots \right)$$

Ogni ingresso contribuisce con il proprio rapporto  $-\frac{R_f}{R_i}$

## Slew Rate OpAmp

Definizione: Lo Slew Rate (SR) è la massima velocità con cui l'uscita di un OpAmp può variare nel tempo.

$$SR = \left| \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{\max}$$

Unità di misura: V/ $\mu$ s oppure V/s

A cosa serve:

Lo slew rate è una limitazione fisica dell'OpAmp reale:

- Limita la velocità di risposta dell'amplificatore
- Se il segnale richiede una variazione più rapida, l'uscita viene distorta
- Importante per segnali ad alta frequenza o grande ampiezza

Calcolo e Verifica:

Per un segnale sinusoidale  $V_{out}(t) = V_{max} \sin(\omega t)$ :

$$\frac{dV_{out}}{dt} = V_{max} \omega \cos(\omega t)$$

La derivata massima è:

$$\left| \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{\max} = V_{max} \cdot \omega = 2\pi f V_{max}$$

Condizione per evitare distorsione:

$$2\pi f V_{max} \leq SR$$

Oppure, frequenza massima senza distorsione:

$$f_{\max} = \frac{SR}{2\pi V_{max}}$$

### ★ IMPORTANTE

Se  $2\pi f V_{max} > SR$ :

- L'uscita NON segue l'ingresso
- Si ha distorsione del segnale (tipicamente forma triangolare)

Lo slew rate è indipendente dal guadagno (caratteristica dell'OpAmp)

Esempio pratico:

OpAmp con SR = 1 V/ $\mu$ s, segnale con  $V_{max} = 10$  V

$$f_{\max} = \frac{1 \times 10^6 \text{ V/s}}{2\pi \times 10 \text{ V}} \approx 15.9 \text{ kHz}$$

A frequenze superiori, il segnale viene distorto.

## Risposta al Gradino - Sistema 1° Ordine

Sistema del primo ordine:

$$T(s) = \frac{K}{1 + s\tau}$$

Dove:

- $K$  = costante (guadagno statico)
- $\tau$  = costante di tempo (coefficiente di  $s$ )
- Polo in  $\omega_p = \frac{1}{\tau}$

**Risposta al gradino di ampiezza  $X_0$ :**

L'uscita ha andamento **esponenziale**:

$$y(t) = K \cdot X_0 \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

**Valore asintotico** (per  $t \rightarrow \infty$ ):

$$y_\infty = K \cdot X_0$$

Dove  $X_0$  può essere una tensione o una corrente.

**⚠ ATTENZIONE al segno di  $K$ :**

- Se  $K > 0$ : esponenziale **crescente** (parte da 0, sale verso  $K \cdot X_0$ )
- Se  $K < 0$ : esponenziale **decrescente** (parte da 0, scende verso  $K \cdot X_0$ )

**Parametri chiave:**

- $\tau$  = costante di tempo (si legge direttamente dal denominatore come coefficiente di  $s$ )
- Dopo  $t = 5\tau$  l'uscita raggiunge  $\approx 99\%$  del valore finale

**Caso con due poli (raro in questo corso):**

$$T(s) = \frac{K}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

Se i due poli sono **ben separati** (uno molto più lento dell'altro), la dinamica è dominata dal **polo a frequenza minore** (quello con  $\tau$  maggiore).

In questo caso si può approssimare il sistema come se avesse un solo polo dominante.

## DAC R-2R (Resistor Ladder)

### DAC (Digital-to-Analog Converter)

Converte un segnale **digitale** (N bit) in un segnale **analogico** (tensione o corrente proporzionale).

### DAC R-2R (Resistor Ladder)

Rete a scala con sole resistenze di valore  $R$  e  $2R$ .

#### Princípio: Biforazione delle Correnti

Ad ogni nodo la corrente si **divide esattamente a metà**:

- Metà scende verso il ramo  $2R$  (deviatore  $S_i$ )
- Metà prosegue orizzontalmente verso il nodo successivo

#### Perché si divide a metà?

Ad ogni nodo, la  $R_{eq}$  vista "a destra" vale  $2R$  (proprietà della rete R-2R), quindi le due vie hanno **stessa resistenza**  $\Rightarrow$  stessa corrente!

•  $n$  biforazioni:  $I \rightarrow \frac{I}{2^n}$

#### $\triangle$ Se una resistenza cambia (es. $2R \rightarrow R'$ ):

La configurazione R-2R si **rompe**!

- La  $R_{eq}$  vista dal nodo modificato verso destra **non è più**  $2R$
- La corrente **non si divide più a metà**
- Devi ricalcolare con partitore di corrente:

$$I_{ramo} = I_{tot} \cdot \frac{R_{altro}}{R_{ramo} + R_{altro}}$$

#### ★ CASO SEMPLICE: cambio NON sul bit meno significativo

Se la resistenza modificata **non è quella di  $S_0$  (LSB)**:

$\Rightarrow$  Il cambio influenza **solo** sulla corrente di quel ramo!

$\Rightarrow$  Le correnti degli **altri bit restano invariate**

#### Calcolo $V_{out}$ :

$$V_{out} = V_{out,ideale} + \Delta V \cdot S_i$$

dove  $\Delta V$  = errore dovuto al cambio di  $R$ ,  $S_i$  = bit modificato

#### ★ L'errore c'è SOLO se $S_i = 1$ !

$\triangle$  Se cambia la  $R$  di  $S_0$  (**LSB**): tutte le correnti cambiano!

#### ★ TRUCCO: Rinomina la corrente!

Per evitare frazioni, chiama la corrente in uscita (quella che va verso  $V$  con  $R$ ) con un multiplo di  $2^n$ :

#### Esempio con 3 biforazioni:

Invece di  $I_{out} = \frac{I}{8}$ , chiama  $I_{out} = 8I$

$\Rightarrow$  Le correnti ai nodi saranno  $8I, 4I, 2I, I$  (numeri interi!)

#### Procedimento di calcolo:

1. Calcola la **resistenza equivalente** vista dal generatore  $V$

2. Se c'è una  $R$  in serie sotto, sommala a  $R_{eq}$

3. Calcola  $I = \frac{V}{R_{tot}}$

4. Segui le biforazioni per trovare  $I_{out}$

## DAC R-2R - Deviatori e $V_{out}$

### Deviatori (Switch):

- $S_i = 1 \Rightarrow$  deviatore **CHIUSO** (corrente passa)
- $S_i = 0 \Rightarrow$  deviatore **APERTO** (corrente non passa)

### Tutti aperti ( $S_0 = S_1 = S_2 = 0$ ):

$R_{eq} = \infty \Rightarrow$  utile per calcolo errore con  $V_{offset}$

### Formula $V_{out}$ (DAC R-2R a 3 bit):

$$V_{out} = -I_F \cdot R_F$$

dove  $I_F$  = corrente di feedback:

$$I_F = I \cdot S_0 + 2I \cdot S_1 + 4I \cdot S_2$$

Quindi:

$$V_{out} = -I \cdot R_F \cdot (S_0 + 2S_1 + 4S_2)$$

I "+" funzionano come OR: solo i bit a 1 contribuiscono!

## DAC - FSR e LSB

### FSR e LSB (DAC a N bit):

#### LSB (Least Significant Bit):

Tensione corrispondente al bit meno significativo:

$$\text{LSB} = V_{out}(000\dots1) = I \cdot R_F$$

#### FSR (Full Scale Range):

Escursione massima dell'uscita:

$$\text{FSR} = V_{out,max} - V_{out,min}$$

Con  $V_{out,min} = 0$  (tutti i bit a 0):

$$\text{FSR} = V_{out}(111\dots1) = \text{LSB} \cdot 2^N$$

### Relazione LSB-FSR:

$$\text{LSB} = \frac{\text{FSR}}{2^N}$$

**Nota:** Più bit  $N \Rightarrow$  LSB più piccolo  $\Rightarrow$  risoluzione migliore

## DAC - DNL (1/2)

### DNL (Differential Non-Linearity)

Misura lo **scostamento** tra il gradino reale e quello ideale nella caratteristica  $V_{out}$  vs  $S_{in}$ .

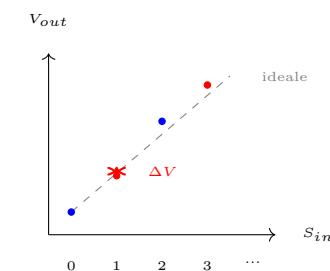
#### DNL Assoluta (in Volt):

$$\text{DNL}_{ABS}(i) = V_{out}(i) - V_{out}(i-1) - \text{LSB}$$

#### DNL Relativa (in LSB):

$$\text{DNL}_{REL}(i) = \frac{\text{DNL}_{ABS}(i)}{\text{LSB}}$$

#### Caratteristica $V_{out}$ vs $S_{in}$ (word):



## DAC - DNL (2/2)

### Calcolo pratico:

Se l'errore è su un **pattern** (es. tutti i dispari):

1. Calcola  $V_{out}$  per un **solo caso** (es. word = 1)
2. Trova  $\text{DNL}_{ABS} = V_{out,reale}(1) - V_{out,ideale}(1)$
3. Dividi per LSB  $\Rightarrow \text{DNL}_{REL}$

**Nota:** La word 0 **non si calcola** (nessun gradino precedente)

#### $\triangle$ ATTENZIONE ai gradini di "ritorno":

Se da 0→1 ho un gradino di  $-\Delta V$  (es. -100 mV):

- $V_{out}(1)$  è **sotto** la retta ideale

Quando passo da 1→2 (e 2 è **corretto**):

- Devo "recuperare" il  $\Delta V$  perso!
- Il gradino 1→2 sarà di  $+\Delta V$  rispetto all'ideale

**⇒ DNL alternata:**  $-\Delta V, +\Delta V, -\Delta V, \dots$

### Interpretazione DNL:

- $\text{DNL}_{REL} = 0 \Rightarrow$  gradino perfetto
- $\text{DNL}_{REL} > 0 \Rightarrow$  gradino più grande
- $\text{DNL}_{REL} < 0 \Rightarrow$  gradino più piccolo
- $\text{DNL}_{REL} = -1 \Rightarrow$  **missing code**

## DAC - Dinamica Transizioni (OpAmp reale)

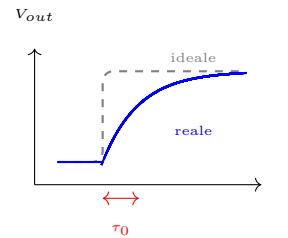
### Dinamica delle Transizioni (OpAmp reale)

Caso ideale: transizione istantanea (gradino perfetto)

Caso reale: OpAmp con guadagno finito e polo

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

⇒ La transizione è un **esponenziale** con  $\tau = \tau_0$



Transizione (es. da 000 a 100):

$$V_{out}(t) = V_{final} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau_0}\right)$$

dove  $\tau_0$  = costante di tempo del polo dell'OpAmp

**Nota:**  $\tau_0$  limita la **velocità** del DAC (settling time)

△ Configurazione influenza  $G_{loop}$ :

Al cambiare della **word** (configurazione deviatori), cambia la  $R_{eq}$  vista dall'OpAmp.

⇒ Cambia il **guadagno d'anello**  $G_{loop}$

⇒ Cambia il **guadagno reale**  $G_{real}$

⇒ Cambiano i **tempi di propagazione!**

**Conseguenza:** Il settling time **dipende dalla word**

## DAC a Correnti Pesate

### DAC a Correnti Pesate

Ogni bit controlla un **generatore di corrente** con peso binario. Le correnti vengono sommate e convertite in tensione.

#### Principio di funzionamento:

Ogni bit  $S_i$  attiva un generatore di corrente  $I_i$ :

$$I_i = 2^i \cdot I_{LSB}$$

dove  $I_{LSB}$  = corrente del bit meno significativo.

#### Corrente totale:

$$I_{tot} = I_{LSB} \cdot (S_0 \cdot 2^0 + S_1 \cdot 2^1 + \dots + S_{N-1} \cdot 2^{N-1})$$

Semplificando:

$$I_{tot} = I_{LSB} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} S_i \cdot 2^i$$

#### Formula $V_{out}$ :

Con OpAmp in configurazione transimpedenza:

$$V_{out} = -I_{tot} \cdot R_F$$

$$V_{out} = -I_{LSB} \cdot R_F \cdot (S_0 + 2S_1 + 4S_2 + \dots)$$

#### ★ ATTENZIONE al VERSO della corrente!

Il segno di  $V_{out}$  dipende dal **verso** della corrente:

- Corrente **entrante** nel nodo  $V^-$  (verso il basso):

$$V_{out} = +R_F \cdot I_{in}$$

- Corrente **uscente** dal nodo  $V^-$  (verso l'alto):

$$V_{out} = -R_F \cdot I_{in}$$

**Regola:** Guarda il verso della freccia della corrente nel circuito!

## DAC Correnti Pesate - Deviatori

### Deviatori (Switch):

- $S_i = 1 \Rightarrow$  corrente  $I_i$  va verso il **sommatore**
- $S_i = 0 \Rightarrow$  corrente  $I_i$  va verso **massa**

**Nota:** Le correnti scorrono **sempre**, cambiano solo direzione!

#### △ Se una corrente cambia (es. $I_2 \rightarrow I'_2$ ):

- Solo il contributo di quel bit cambia
- Gli altri bit **non sono influenzati**

**Errore:**  $\Delta V = (I'_2 - I_2) \cdot R_F \cdot S_2$

★ L'errore c'è SOLO se  $S_i = 1$ !

#### FSR e LSB:

$$\text{LSB} = I_{LSB} \cdot R_F$$

$$\text{FSR} = \text{LSB} \cdot 2^N$$

## DAC Correnti Pesate - DNL

### DNL nel DAC a Correnti Pesate

#### DNL Assoluta (in Volt):

$$\text{DNL}_{ABS}(i) = V_{out}(i) - V_{out}(i-1) - \text{LSB}$$

#### DNL Relativa (in LSB):

$$\text{DNL}_{REL}(i) = \frac{\text{DNL}_{ABS}(i)}{\text{LSB}}$$

#### Calcolo pratico:

Se una corrente  $I_k$  è errata:

- L'errore appare su tutte le word con  $S_k = 1$
- Basta calcolare  $V_{out}$  per **una** word con  $S_k = 1$

**Nota:** La word 0 **non si calcola**

#### △ Gradini di "ritorno":

Stesso principio del DAC R-2R:

Se  $0 \rightarrow 1$  ha  $\text{DNL} = -\Delta V$ , allora  $1 \rightarrow 2$  (se corretto) ha  $\text{DNL} = +\Delta V$

⇒ **DNL alternata** sui pattern affetti

## DAC Correnti Pesate - Dinamica

### Dinamica delle Transizioni

**Caso ideale:** transizione istantanea

**Caso reale:** OpAmp con guadagno finito e polo

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

⇒ Transizione esponenziale con  $\tau = \tau_0$

#### Transizione:

$$V_{out}(t) = V_{final} \cdot (1 - e^{-t/\tau_0})$$

#### △ Configurazione influenza $G_{loop}$ :

Al cambiare della **word**, cambia l'impedenza vista dall'OpAmp.

⇒ Cambia  $G_{loop}$  ⇒ Cambia  $G_{reale}$

⇒ Cambiano i **tempi di propagazione!**

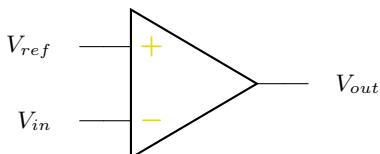
**Conseguenza:** Settling time **dipende dalla word**

## Comparatore a Singola Soglia

### Comparatore a Singola Soglia

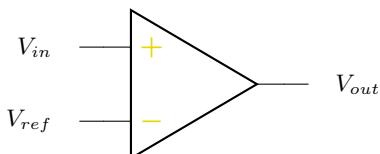
Confronta  $V_{in}$  con una tensione di riferimento  $V_{ref}$  (soglia unica).

**INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^-$ ,  $V_{ref}$  su  $V^+$ ):



$$V_{out} = \begin{cases} +V_{sat} & \text{se } V_{in} < V_{ref} \\ -V_{sat} & \text{se } V_{in} > V_{ref} \end{cases}$$

**NON INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^+$ ,  $V_{ref}$  su  $V^-$ ):



$$V_{out} = \begin{cases} +V_{sat} & \text{se } V_{in} > V_{ref} \\ -V_{sat} & \text{se } V_{in} < V_{ref} \end{cases}$$

Soglia unica:  $V_{TH} = V_{ref}$

### △ PROBLEMA: Rumore!

Se  $V_{in} \approx V_{ref}$ , piccole oscillazioni causano **commutazioni multiple** indesiderate.

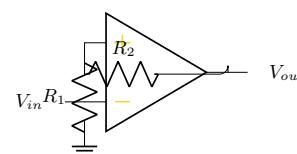
⇒ Soluzione: **Comparatore a doppia soglia (isteresi)**

## Comparatore a Doppia Soglia (Isteresi)

### Comparatore a Doppia Soglia (Trigger di Schmitt)

Usa **retroazione positiva** per creare due soglie diverse: elimina il problema del rumore.

**INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^-$ ):



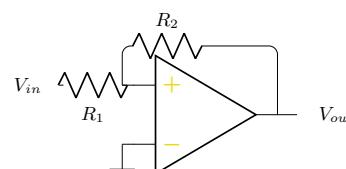
Soglie di commutazione:

$$V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Isteresi:  $\Delta V = V_{TH} - V_{TL} = 2V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

**NON INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^+$ ):



Soglie:

$$V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Nota: segni invertiti rispetto al caso invertente

### △ DIFFERENZA FONDAMENTALE

- Retroazione NEGATIVA ( $R_f$  su  $V^-$ ): sistema **stabile**

- Retroazione POSITIVA ( $R$  su  $V^+$ ): sistema **bistabile**

★ Con retroazione POSITIVA: l'uscita si comporta come un generatore indipendente con valore  $V_{out} = \pm V_{sat}$

### ★ REGOLA D'ORO - Riconoscimento:

- $V_{out}$  rientra su  $V^+ \Rightarrow$  Trigger di Schmitt NON INVERTENTE
- $V_{out}$  rientra su  $V^- \Rightarrow$  Trigger di Schmitt INVERTENTE

△ ATTENZIONE: In entrambi i casi **NON** applicare le regole della retroazione negativa ( $V^+ = V^-$ ,  $I^+ = I^- = 0$ )!  
⇒ Usare analisi con  $V_{out} = \pm V_{sat}$

### OpAmp "Rail-to-Rail":

L'uscita può raggiungere **esattamente** le tensioni di alimentazione:

$$V_{sat}^+ = +V_{DD} \quad V_{sat}^- = -V_{SS} \quad (\text{o } 0V \text{ se singola alim.})$$

**OpAmp standard:**  $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$

⇒ Nei trigger, se "rail-to-rail": usare  $\pm V_{DD}$  nelle formule soglie

## Trigger di Schmitt - Tabella Comparativa

### Trigger di Schmitt - Regola Base

★ **REGOLA UNIVERSALE** (vale SEMPRE):

Condizione	Uscita
$V^+ > V^-$	$V_{out} = +V_{sat}$ (HIGH)
$V^+ < V^-$	$V_{out} = -V_{sat}$ (LOW)

⇒ Questa regola vale per **qualsiasi** OpAmp!

★ **TABELLA COMPARATIVA INV vs NON INV:**

Tipo	$V_{in} \uparrow$	$V_{in} \downarrow$
INV	$V_{out} \rightarrow -V_{sat}$	$V_{out} \rightarrow +V_{sat}$
NON INV	$V_{out} \rightarrow +V_{sat}$	$V_{out} \rightarrow -V_{sat}$

Perché?

- **INV:**  $V_{in}$  entra su  $V^-$ , quindi  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V^- \uparrow \Rightarrow V^- > V^+ \Rightarrow$  LOW
- **NON INV:**  $V_{in}$  entra su  $V^+$ , quindi  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V^+ \uparrow \Rightarrow V^+ > V^- \Rightarrow$  HIGH

### △ SCHEMA MENTALE:

1. Guarda dove entra  $V_{in}$  ( $V^+$  o  $V^-$ ?)
2. Se  $V_{in}$  sale, quel terminale sale
3. Applica regola:  $V^+ > V^- \Rightarrow$  HIGH,  $V^+ < V^- \Rightarrow$  LOW  
⇒ L'uscita "segue" chi vince tra  $V^+$  e  $V^-$ !

## Trigger di Schmitt - Funzionamento

### Come Funziona il Trigger di Schmitt

#### INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^-$ , feedback su $V^+$ )

**Idea:** L'ingresso "combatte" contro la retroazione positiva.

- $V_{in}$  basso  $\Rightarrow V^- < V^+ \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$   
La retroazione porta  $V^+ = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2} = V_{TH}$
  - $V_{in}$  sale e supera  $V_{TH} \Rightarrow V^- > V^+ \Rightarrow$  COMMUTA!  
 $V_{out} = -V_{sat} \Rightarrow$  ora  $V^+ = V_{TL}$  (soglia si abbassa!)
  - $V_{in}$  scende sotto  $V_{TL} \Rightarrow V^- < V^+ \Rightarrow$  COMMUTA!
- Comportamento:**  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V_{out} \downarrow$  (invertente!)

#### NON INVERTENTE ( $V_{in}$ e feedback entrambi su $V^+$ )

**Idea:** Ingresso e retroazione si "sommano" su  $V^+$ .

- $V_{in}$  basso  $\Rightarrow V^+$  basso  $\Rightarrow V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$   
Retroazione "tira giù" ancora di più  $V^+$
  - $V_{in}$  sale abbastanza da vincere retroazione negativa:  
 $V^+ > V^- \Rightarrow$  COMMUTA!  $V_{out} = +V_{sat}$   
Ora retroazione "aiuta" a tenere  $V^+$  alto
  - $V_{in}$  deve scendere molto per ricommutare
- Comportamento:**  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V_{out} \uparrow$  (non invertente!)

#### Perché c'è isteresi?

La retroazione positiva sposta la soglia dopo ogni commutazione!

- Dopo  $V_{out} = +V_{sat}$ : soglia diventa  $V_{TH}$  (alta)
  - Dopo  $V_{out} = -V_{sat}$ : soglia diventa  $V_{TL}$  (bassa)
- $\Rightarrow$  Servono variazioni più grandi di  $V_{in}$  per commutare  $\Rightarrow$  immunità al rumore

## Trigger di Schmitt - Caratteristica

### Disegno Caratteristica $V_{out}$ vs $V_{in}$

#### ★ REGOLE FONDAMENTALI:

1.  $V_{in} < V_{TL}$  E  $V_{in} < V_{TH}$  (sotto entrambe):  
 $\Rightarrow V_{out}$  è determinata (HIGH o LOW)
2.  $V_{in} > V_{TL}$  E  $V_{in} > V_{TH}$  (sopra entrambe):  
 $\Rightarrow V_{out}$  è determinata (opposta al caso 1)
3.  $V_{TL} < V_{in} < V_{TH}$  (fra le due soglie):  
 $\Rightarrow V_{out}$  mantiene il valore precedente

#### Regola pratica:

"Per commutare devo attraversare la soglia più lontana"  
 $\Rightarrow$  Da HIGH: devo scendere sotto  $V_{TL}$   
 $\Rightarrow$  Da LOW: devo salire sopra  $V_{TH}$

#### Esempio con ingresso triangolare:

1. Partenza:  $V_{in}$  molto basso  $\Rightarrow V_{out}$  determinata
2.  $V_{in}$  sale, supera  $V_{TL}$ : nessuna commutazione
3.  $V_{in}$  supera  $V_{TH}$ : COMMUTA!
4.  $V_{in}$  scende, rientra sotto  $V_{TH}$ : nessuna commutazione
5.  $V_{in}$  scende sotto  $V_{TL}$ : COMMUTA!

#### ★ METODO DI ANALISI TRIGGER:

1. Riconoscere che è retroazione positiva:  
 $V_{out}$  torna su  $V^+$ ?  $\Rightarrow$  È un Trigger di Schmitt!
2. Calcolare  $V^+$  e  $V^-$  in funzione di  $V_{in}$  e  $V_{out}$   
(usare partitore/sovraposizione)
3. Trovare le soglie: valori di  $V_{in}$  per cui  $V^+ = V^-$   
 $\Rightarrow$  Con  $V_{out} = +V_{sat}$ : trovo  $V_{TH}$   
 $\Rightarrow$  Con  $V_{out} = -V_{sat}$ : trovo  $V_{TL}$

#### Calcolo $V^+$ con sovrapposizione:

Trigger NON INV ( $V^-$  a massa):  
 $V^-$  non influisce su  $V_{out}$  (contributo = 0)  
 $\Rightarrow$  Calcolare solo contributo di  $V_{in}$  e  $V_{out}$  su  $V^+$

## Trigger di Schmitt - Calcolo Soglie

### Calcolo Dettagliato delle Soglie

#### INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^-$ , $R_1-R_2$ su $V^+$ )

**Passo 1:**  $V^- = V_{in}$  (collegamento diretto)

**Passo 2:**  $V^+ =$  partitore tra  $V_{out}$  e massa:

$$V^+ = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Passo 3:** Soglia quando  $V^+ = V^-$ :

$$V_{in} = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Passo 4:** Sostituisco  $V_{out} = \pm V_{sat}$ :

$$\Rightarrow V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (\text{quando } V_{out} \text{ è HIGH})$$

$$\Rightarrow V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (\text{quando } V_{out} \text{ è LOW})$$

#### NON INVERTENTE ( $V_{in}$ e $V_{out}$ entrambi su $V^+$ )

**Passo 1:**  $V^- = 0$  (a massa)

**Passo 2:**  $V^+$  con sovrapposizione:

$$V^+ = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Passo 3:** Soglia quando  $V^+ = V^- = 0$ :

$$V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0$$

$$V_{in} = -V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

**Passo 4:** Sostituisco  $V_{out} = \pm V_{sat}$ :

$$\Rightarrow V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (\text{quando } V_{out} \text{ è LOW, per salire})$$

$$\Rightarrow V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (\text{quando } V_{out} \text{ è HIGH, per scendere})$$

*Nota: nel non invertente  $V_{TL} > V_{TH}$  (soglie "invertite")*

#### △ ATTENZIONE - $V_{ref}$ generale:

Le soglie vanno sempre calcolate in funzione di  $V_{ref}$ !

Se  $V^-$  non è a massa ma a  $V_{ref}$ :

$$V^+ = V^- = V_{ref} \Rightarrow$$
 soglie traslate di  $V_{ref}$

**Con correnti di bias  $I_B$ :** se presenti, possono modificare le tensioni sui nodi  $\Rightarrow$  ricalcolare le soglie tenendo conto della caduta  $I_B \cdot R$

## Trigger di Schmitt - Metodo Calcolo Soglie

### ★ METODO per Calcolare le Soglie

#### STEP 1: Identificare il tipo

- $V_{in}$  entra su  $V^- \Rightarrow$  INVERTENTE
- $V_{in}$  entra su  $V^+ \Rightarrow$  NON INVERTENTE

#### STEP 2: Scrivere le equazioni dei nodi

Per ogni ingresso ( $V^+$  e  $V^-$ ), scrivi la tensione:

- Se collegato diretto:  $V = V_{sorgente}$
- Se partitore resistivo: usa sovrapposizione

Sovrapposizione (nodo con più sorgenti):

$$V_{nodo} = \sum_i V_i \cdot \frac{R_{eq,i}}{R_{tot}}$$

dove  $R_{eq,i}$  = parallelo di tutte le R **tranne** quella verso  $V_i$

#### STEP 3: Imporre la condizione di commutazione

La commutazione avviene quando:

$$V^+ = V^-$$

Sostituisci le equazioni dello Step 2 e risvoli per  $V_{in}$

#### STEP 4: Calcolare $V_{TH}$ e $V_{TL}$

Nell'equazione  $V^+ = V^-$  compare  $V_{out}$ :

- Metti  $V_{out} = +V_{sat} \Rightarrow$  ottieni una soglia
- Metti  $V_{out} = -V_{sat} \Rightarrow$  ottieni l'altra soglia

Quale è  $V_{TH}$  e quale  $V_{TL}$ ?

$V_{TH}$  = soglia da superare **salendo**

$V_{TL}$  = soglia da superare **scendendo**

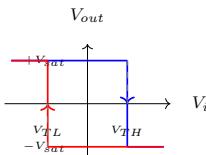
#### △ VERIFICA FINALE:

- INV:  $V_{TH} > V_{TL}$  (soglie "normali")
- NON INV:  $V_{TL} > V_{TH}$  (soglie "invertite" nel nome!)
- Isteresi:  $\Delta V = |V_{TH} - V_{TL}|$

## Trigger di Schmitt - Grafici Isteresi

### Grafici Caratteristica e Isteresi

INVERTENTE: (ciclo percorso in senso antiorario)



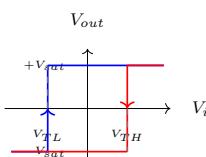
→ Blu:  $V_{in}$  sale  $\Rightarrow$  a  $V_{TH}$  commuta da HIGH a LOW

← Rosso:  $V_{in}$  scende  $\Rightarrow$  a  $V_{TL}$  commuta da LOW a HIGH

#### ★ Come DISEGNARE (INV):

1. Disegna linea ROSSA da SOPRA a SOTTO (partendo da  $+V_{sat}$ )
2. Completo con isteresi alla sua DESTRA

NON INVERTENTE: (ciclo percorso in senso orario)



→ Blu:  $V_{in}$  sale  $\Rightarrow$  a  $V_{TH}$  commuta da LOW a HIGH

← Rosso:  $V_{in}$  scende  $\Rightarrow$  a  $V_{TL}$  commuta da HIGH a LOW

#### ★ Come DISEGNARE (NON INV):

1. Disegna linea BLU da BASSO ad ALTO (partendo da  $-V_{sat}$ )
2. Completo con isteresi alla sua DESTRA

#### Cos'è l'ISTERESI?

È la "memoria" del sistema: l'uscita dipende non solo dal valore attuale di  $V_{in}$ , ma anche dalla storia passata.

Graficamente: è il "rettangolo" tra le due soglie. L'uscita può essere HIGH o LOW nella zona  $V_{TL} < V_{in} < V_{TH} \Rightarrow$  dipende da dove arrivo.

Ampiezza isteresi:  $\Delta V = V_{TH} - V_{TL}$

A cosa serve: il rumore deve superare  $\Delta V$  per causare commutazioni spurie  $\Rightarrow$  immunità al rumore!

#### ★ REGOLA MNEMONICA per disegnare:

1. Guarda dove entra  $V_{in}$ :
    - Entra su  $V^- \Rightarrow$  INVERTENTE
    - Entra su  $V^+ \Rightarrow$  NON INVERTENTE
  2. Disegna la PRIMA transizione verticale:
    - INV: parto da SOPRA ( $+V_{sat}$ ), scendo ↓ ("MENO inverte"  $\Rightarrow$  parto dal PIÙ)
    - NON INV: parto da SOTTO ( $-V_{sat}$ ), salgo ↑ ("PIÙ non inverte"  $\Rightarrow$  parto dal MENO)
  3. La transizione avviene alla soglia PIÙ LONTANA:
    - Se parto da SOPRA  $\Rightarrow$  attraverso  $V_{TH}$  (soglia a destra)
    - Se parto da SOTTO  $\Rightarrow$  attraverso  $V_{TL}$  (soglia a sinistra)
- Regola: devo sempre attraversare la soglia **più lontana** dal mio punto di partenza!

## ADC - Introduzione

### ADC (Analog-to-Digital Converter)

Converte un segnale **analogico** (tensione) in un segnale **digitale** (word a N bit).

**Input:** Tensione analogica  $V_{in}$

**Output:** Word digitale a N bit

#### Range di ingresso:

L'ADC può convertire **solo** tensioni nel range:

$$V_{SS} \leq V_{in} \leq V_{DD}$$

dove  $V_{SS}$  = tensione di alimentazione bassa,  $V_{DD}$  = tensione di alimentazione alta.

#### Principio di funzionamento:

L'ADC suddivide internamente il range  $[V_{SS}, V_{DD}]$  in  $2^N$  **intervalli** (livelli di quantizzazione).

Ogni tensione in ingresso viene "collocata" in uno di questi intervalli  $\Rightarrow$  associata a una word digitale.

**Risoluzione:**  $\Delta V = \frac{V_{DD}-V_{SS}}{2^N}$

#### ⚠ PROBLEMA: Segnale fuori range!

Se  $V_{in} < V_{SS}$  o  $V_{in} > V_{DD}$ , l'ADC **non può convertire** correttamente!

**Soluzione:** Serve un **blocco di condizionamento** (amplificatore + offset) prima dell'ADC per adattare il segnale al range  $[V_{SS}, V_{DD}]$ .

## Catena di Acquisizione

### Catena di Acquisizione

Schema tipico per acquisire un segnale analogico:



#### 1. Condizionamento (opzionale):

Amplificatore + offset per adattare  $V_{in}$  al range ADC

$$V_{out} = A \cdot V_{in} + V_{offset}$$

#### 2. Sample & Hold (S&H):

"Congela" il valore di  $V_{in}$  durante la conversione

#### 3. ADC:

Converte la tensione "congelata" in word digitale

#### Perché serve il S&H?

L'ADC impiega un **tempo finito** per convertire. Se  $V_{in}$  varia durante la conversione, il risultato è **errato**!

$\Rightarrow$  Il S&H "memorizza" il valore all'istante di campionamento

#### ★ Semplificazione S&H:

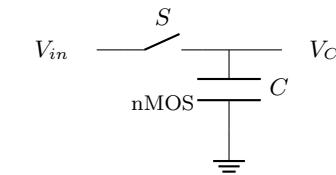
In prima approssimazione il S&H **non introduce offset né guadagno**.

$\Rightarrow$  Per l'**adattamento** tra  $V_{in}$  e ADC, il S&H si considera come un **filo** (passa la tensione inalterata).

## Sample & Hold

### Sample & Hold (S&H)

Circuito che "memorizza" una tensione analogica.



#### Fase di SAMPLE (interruttore chiuso):

Il condensatore  $C$  si carica a  $V_{in}$

$$V_C = V_{in}$$

Il condensatore "segue" le variazioni di  $V_{in}$

#### Fase di HOLD (interruttore aperto):

L'interruttore si apre  $\Rightarrow$  il condensatore **rimane carico** a  $V_{in,0}$  (valore all'istante di apertura)

$V_{in}$  può variare (es. oscillare a  $V_{in,3}$ ), ma  $V_C$  **resta fermo** a  $V_{in,0}$

$\Rightarrow$  L'ADC converte con calma  $V_{in,0}$  senza essere influenzato da oscillazioni!

#### ★ È una MEMORIA ANALOGICA!

Il condensatore "ricorda" il valore di tensione all'istante del campionamento.

#### Perché $C$ non si scarica in fase di HOLD?

- Verso **sinistra**: interruttore **aperto**!
- Verso **destra**: ingresso ADC ha **impedenza infinita** (idealemente)

$\Rightarrow$  Nessun percorso di scarica  $\Rightarrow V_C$  resta costante

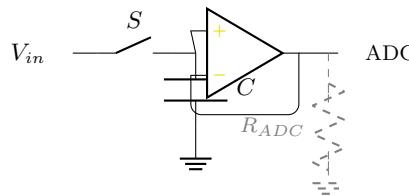
**Implementazione tipica:** nMOS (interruttore) + Condensatore

## Sample & Hold con Buffer

### Sample & Hold con Buffer

Nella realtà, l'ADC ha una resistenza finita verso GND  $\Rightarrow$  il condensatore si scaricherebbe lentamente!

**Soluzione:** Aggiungere un **OpAmp a guadagno 1** (buffer)



#### Come funziona:

- Il buffer ha guadagno 1:  $V_{out} = V^+ = V_C$
  - L'ADC vede una **replica** della tensione sul condensatore
  - L'ingresso  $V^+$  dell'OpAmp ha impedenza **infinita**
- $\Rightarrow$  Il condensatore **non si scarica** anche se  $R_{ADC}$  è bassa!

#### Funzione del buffer:

**Separa** il condensatore dall'ADC (disaccoppiamento di impedenza)

- **Ingresso** buffer: impedenza  $\infty$  (non carica  $C$ )
  - **Uscita** buffer: impedenza  $\approx 0$  (pilota  $R_{ADC}$ )
- $\Rightarrow C$  "vede" impedenza infinita, ADC "vede" sorgente ideale

#### $\triangle$ Senza buffer:

Se  $R_{ADC}$  fosse finita (anche alta), il condensatore si scaricherebbe lentamente attraverso  $R_{ADC}$  durante la fase di HOLD.

$\Rightarrow$  Errore nella conversione (tensione che "calà" nel tempo)

## ADC - Adattamento e Dinamica

### Adattamento del Segnale (Fitting)

**Obiettivo:** Sfruttare al meglio l'**escursione** (dinamica) dell'ADC.

#### ★ PROBLEMA TIPICO D'ESAME:

Dato un segnale  $V_{in} \in [V_{in,min}, V_{in,max}]$ , progettare il circuito di condizionamento per **mappare** il segnale sull'intero range ADC  $[V_{SS}, V_{DD}]$ .

#### Mappatura lineare:

Si vuole che:

- $V_{in,min} \rightarrow V_{SS}$
- $V_{in,max} \rightarrow V_{DD}$

#### Formula del condizionamento:

$$V_{ADC} = A \cdot V_{in} + V_{offset}$$

#### Guadagno:

$$A = \frac{V_{DD} - V_{SS}}{V_{in,max} - V_{in,min}}$$

#### Offset:

$$V_{offset} = V_{SS} - A \cdot V_{in,min}$$

oppure equivalentemente:

$$V_{offset} = V_{DD} - A \cdot V_{in,max}$$

#### Esempio:

$V_{in} \in [-1V, +3V]$ , ADC con  $V_{SS} = 0V$ ,  $V_{DD} = 5V$

$$A = \frac{5-0}{3-(-1)} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$V_{offset} = 0 - 1.25 \cdot (-1) = 1.25V$$

$$\Rightarrow V_{ADC} = 1.25 \cdot V_{in} + 1.25V$$

#### Perché massimizzare la dinamica?

Se il segnale usa solo una **parte** del range ADC, si "sprecano" bit di risoluzione!

$\Rightarrow$  Mappando su tutto il range si sfrutta la **massima risoluzione** disponibile.

## ADC - Metodo Calcolo $V_{REF}$

### Calcolo $V_{REF}$ per Adattamento

#### ★ METODO DI CALCOLO:

1. Calcolare  $V_{ADC}$  in funzione di  $V_{in}$  e  $V_{REF}$
2. Imporre le condizioni di mappatura:
  - $V_{in} = V_{in,min} \Rightarrow V_{ADC} = V_{SS}$
  - $V_{in} = V_{in,max} \Rightarrow V_{ADC} = V_{DD}$
3. Risolvere il sistema per trovare  $V_{REF}$

#### ★ REGOLE per il calcolo di $V_{ADC}$ :

**Sample & Hold:** considerarlo come un **filo**!

(S&H influisce solo in fase di conversione, non modifica il mapping ingresso/uscita)

**Condensatore:** diventa un **aperto**!

(Stiamo studiando l'accoppiamento I/O, non il comportamento in frequenza  $\Rightarrow$  siamo in **DC**  $\Rightarrow s = 0 \Rightarrow C$  aperto)

**Buffer (OpAmp guadagno 1):**  $V_{out} = V^+$

#### Calcolo $V_{ADC}$ con sovrapposizione:

Se il circuito ha  $V_{in}$  e  $V_{REF}$ :

$$V_{ADC} = \underbrace{f_1(V_{in})}_{\text{contributo } V_{in}} + \underbrace{f_2(V_{REF})}_{\text{contributo } V_{REF}}$$

#### Procedimento:

1. Spegni  $V_{REF}$  ( $= 0V$ )  $\Rightarrow$  calcola contributo di  $V_{in}$
2. Spegni  $V_{in}$  ( $= 0V$ )  $\Rightarrow$  calcola contributo di  $V_{REF}$
3. Somma i due contributi

#### $\triangle$ RICORDA:

- Il secondo OpAmp (buffer) ha sempre **guadagno 1**
- Non stai facendo analisi in frequenza  $\Rightarrow$  NO Bode, NO poli/zeri
- È come calcolare la caratteristica statica (tipo esercizi con diodi)

## ADC - Buffer e Errore Statico

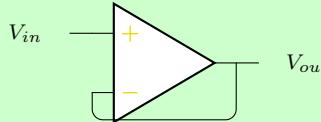
### Buffer prima dell'ADC - Errore Statico

**Buffer = Sample & Hold in analisi statica**

In analisi statica, il S&H si riduce solo all'**OpAmp** (il condensatore è aperto, l'interruttore è un filo).

⇒ "Buffer" è un altro nome per il circuito S&H quando lo analizzi in DC.

#### ★ Buffer di tensione (Voltage Follower):



Configurazione:  $V^-$  collegato direttamente a  $V_{out}$

$$A_v = 1 \Rightarrow V_{out} = V_{in}$$

Ricordalo a memoria per risparmiare conti!

#### △ Errore statico massimo di guadagno:

Se l'esercizio chiede l'errore dovuto a variazione del guadagno  $A_0$  del buffer:

#### ★ SEI SEMPRE IN ANALISI STATICÀ!

⇒ NON introdurre poli/zeri a meno che l'esercizio lo richieda esplicitamente!

Assumi che il buffer non abbia singolarità (né poli né zeri).

#### Guadagno reale del buffer:

Con guadagno ad anello aperto finito  $A_0$ :

$$G_{reale} = \frac{A_0}{1 + A_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}$$

#### Errore rispetto al guadagno ideale (=1):

$$\varepsilon = |G_{ideale} - G_{reale}| = \left| 1 - \frac{A_0}{1 + A_0} \right| = \frac{1}{1 + A_0}$$

Se  $A_0 \gg 1$ :  $\varepsilon \approx \frac{1}{A_0}$

#### ★ TRUCCO VELOCE - Buffer:

Per il buffer (follower):  $G_{loop} = -A_0$

Quindi posso usare direttamente la formula generale:

$$G_{reale} = \frac{G_{ideale}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}$$

⇒ Non serve tagliare l'anello e introdurre generatore di test!

## ADC - Richieste Tipiche d'Esame

### Richieste Tipiche d'Esame - Errori

Le domande più frequenti sul calcolo degli errori nella catena di acquisizione:

#### 1. Errore dovuto a GUADAGNO FINITO

L'OpAmp (buffer) ha  $A_0$  finito invece di  $\infty$ .

**Procedimento:**

- Calcola  $G_{reale} = \frac{1}{1 + 1/A_0}$
- $V_{ADC,R} = V_{ADC,id} \cdot G_{reale}$
- $\varepsilon = |V_{ADC,R} - V_{ADC,id}|$

Il caso peggiore è quando  $V_{ADC,id}$  è massimo!

#### 2. Errore dovuto a $V_{OS}$

Uno o più OpAmp hanno tensione di offset.

**Procedimento:**

- Sovrapposizione: spegni tutte le sorgenti tranne  $V_{OS}$
- Calcola il contributo di  $V_{OS}$  all'uscita
- Se ci sono più OpAmp: somma i contributi

**Tip:**  $V_{OS}$  sul buffer si propaga direttamente con guadagno  $\approx 1$

#### 3. Errore dovuto a CORRENTE DI BIAS

L'OpAmp ha corrente  $I_B$  entrante o uscente negli ingressi.

**Procedimento:**

- Identifica su quale morsetto scorre  $I_B$  ( $V^+$  o  $V^-$ )
- Trova la resistenza vista da quel morsetto
- Calcola la caduta:  $\Delta V = I_B \cdot R_{eq}$
- Propaga l'errore all'uscita

**Attenzione al verso!** Entrante vs uscente cambia il segno.

#### ★ FORMULA FINALE - Tutti i casi:

$$\varepsilon_{max}[\text{LSB}] = \frac{\varepsilon_{max}}{FSR} = \frac{\varepsilon_{max} \cdot 2^N}{FSR}$$

dove:  $FSR = V_{DD} - V_{SS}$ ,  $N$  = bit dell'ADC

**Caso peggiore:** Valuta  $\varepsilon$  quando  $V_{in}$  è al suo estremo (min o max).

#### △ ERRORI COMBINATI:

Se l'esercizio chiede errore totale con guadagno finito +  $V_{OS}$  +  $I_B$ :

⇒ Usa sovrapposizione! Calcola ogni contributo separatamente.

⇒ Per il caso peggiore: somma i valori assoluti (worst case).

## ADC - Errore da $I_B$ nel S&H

### Errore da $I_B$ nel Sample & Hold

L'errore da corrente di bias va analizzato **separatamente** nelle due fasi!

#### FASE di SAMPLE (switch chiuso):

Lo switch è chiuso  $\Rightarrow$  il condensatore è collegato alla sorgente.

**Verifica:** La corrente  $I_B$  causa variazione di  $V_{ADC}$ ?

$\Rightarrow$  Spesso NO! La sorgente "forza" la tensione sul condensatore,  $I_B$  non ha effetto su  $V_{ADC}$ .

(Dipende dalla topologia: analizza caso per caso)

#### FASE di HOLD (switch aperto):

Lo switch si apre  $\Rightarrow$  il condensatore è **isolato**.

**Idealmente:**  $V_{ADC}$  rimane costante al valore campionato.

**Con  $I_B$ :** La corrente di bias del buffer **carica/scarica** il condensatore!

$\Rightarrow V_{ADC}$  **deriva** (drift) nel tempo!

#### ★ Formula della DERIVA:

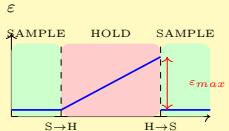
Carica del condensatore a corrente costante:

$$\Delta V = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H}$$

dove:

- $I_B$  = corrente di bias (entrante o uscente)
- $T_{hold}$  = durata della fase di hold
- $C_H$  = capacità del condensatore di hold

#### ★ Andamento dell'ERRORE nel tempo:



- Transizione S→H: errore = 0 (appena campionato)
- Durante HOLD: errore **cresce** linearmente
- **Errore MASSIMO:** appena **prima** di tornare in SAMPLE!

#### ★ ERRORE MASSIMO:

$$\varepsilon_{max} = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H}$$

L'errore è massimo alla fine della fase di hold (dopo tempo  $T_{hold}$ ).

#### ★ DIMENSIONAMENTO di $C_H$ :

Se viene chiesto: "Dimensionare  $C_H$  per avere  $\varepsilon < \varepsilon_{spec}$ "

Dalla formula:  $\varepsilon_{max} = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H} < \varepsilon_{spec}$

$$C_H > \frac{I_B \cdot T_{hold}}{\varepsilon_{spec}}$$

Se  $\varepsilon_{spec}$  è dato in LSB:

$$C_H > \frac{I_B \cdot T_{hold}}{\varepsilon_{spec}}$$

## S&H - Comando nMOS

### Tensioni di Comando nMOS nel S&H

L'nMOS funge da interruttore: va dimensionato  $V_G$  per le fasi ON/OFF.



#### Premessa importante:

- $V_B$  (sinistra) e  $V_\gamma$  (destra, verso buffer) oscillano nel range ADC
- Non sappiamo quale sia Source e quale Drain (dipende dal verso della corrente durante carica/scarica di  $C$ )
- **Negli nMOS:** Source è il terminale a tensione **più bassa**

$\Rightarrow$  Consideriamo i **casi peggiori** agli estremi del range!

#### ★ nMOS ON (fase SAMPLE):

Condizione:  $V_{GS} > V_T$

$$V_G - V_S > V_T$$

**Caso peggiore:**  $V_S$  massima ( $= V_{ADC,max}$ )

Deve valere  $\forall V_S$  nel range, quindi:

$$V_{SH,ON} > V_T + V_{ADC,max}$$

Ese: se  $V_{ADC} \in [-5V, 0V]$  e  $V_T = 0.5V$ :  $V_{SH,ON} > 0.5V$

#### ★ nMOS OFF (fase HOLD):

Condizione:  $V_{GS} < V_T$

$$V_G - V_S < V_T$$

**Caso peggiore:**  $V_S$  minima ( $= V_{ADC,min}$ )

Deve valere  $\forall V_S$  nel range, quindi:

$$V_{SH,OFF} < V_T + V_{ADC,min}$$

Ese: se  $V_{ADC} \in [-5V, 0V]$  e  $V_T = 0.5V$ :  $V_{SH,OFF} < -4.5V$

#### ★ RIASSUNTO:

Fase	Condizione	Caso peggiore
SAMPLE (ON)	$V_{GS} > V_T$	$V_S = V_{ADC,max}$
HOLD (OFF)	$V_{GS} < V_T$	$V_S = V_{ADC,min}$

$$V_{SH,ON} > V_T + V_{ADC,max}$$

$$V_{SH,OFF} < V_T + V_{ADC,min}$$

#### △ Perché questi casi peggiori?

- **ON:** Se  $V_S$  è alta, serve  $V_G$  ancora più alta per avere  $V_{GS} > V_T$
- **OFF:** Se  $V_S$  è bassa, anche una  $V_G$  bassa potrebbe dare  $V_{GS} > V_T$  (accensione indesiderata!)

## S&H - Charge Injection

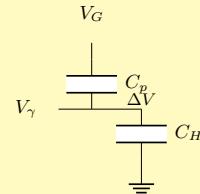
### Errore da Charge Injection

Quando l'nMOS passa da ON a OFF, la carica nel canale viene "miettata" nel condensatore!

#### Cosa succede fisicamente:

- L'nMOS in conduzione ha un **canale** formato da cariche
- Quando  $V_G$  scende (transizione ON→OFF), il canale si "distrugge"
- Le cariche del canale devono andare da qualche parte!
- Una parte va verso il condensatore  $C_H \Rightarrow$  **errore**

#### Modello a capacità parassite:



$C_p$  = capacità parassita Gate-Canale dell'nMOS

$C_H$  = capacità di hold

#### ★ FORMULA del Charge Injection:

$$\Delta V = \Delta V_G \cdot \frac{C_p}{C_p + C_H}$$

dove:

- $\Delta V$  = errore sulla tensione di hold
- $\Delta V_G$  = escursione del gate (da  $V_{SH,ON}$  a  $V_{SH,OFF}$ )
- $C_p$  = capacità parassita gate-canale dell'nMOS
- $C_H$  = capacità del condensatore di hold

#### Interpretazione fisica:

È un **partitore capacitivo!**

La variazione  $\Delta V_G$  si ripartisce tra  $C_p$  e  $C_H$ :

- Se  $C_H \gg C_p$ :  $\Delta V \approx 0$  (errore piccolo)
- Se  $C_H \ll C_p$ :  $\Delta V \approx \Delta V_G$  (errore grande!)

⇒ Serve  $C_H$  grande per minimizzare l'errore

#### ★ Calcolo di $\Delta V_G$ (con SEGNO!):

Per l'nMOS, la transizione ON→OFF richiede di **abbassare**  $V_G$ :

$$\Delta V_G = V_{G,finale} - V_{G,iniziale} = V_{SH,OFF} - V_{SH,ON}$$

**Esempio:** Se  $V_{SH,ON} = +12V$  e  $V_{SH,OFF} = -12V$ :

$$\Delta V_G = -12V - (+12V) = -24V$$

⇒  $\Delta V$  è **NEGATIVO** ⇒ tensione su  $C_H$  scende!

#### △ Perché NEGATIVO per nMOS?

- Per **spegner** un nMOS devo **abbassare**  $V_G$
- $V_G$  scende ⇒  $\Delta V_G < 0$
- Il charge injection **sottrae** carica a  $C_H$

⇒ La tensione sul condensatore **diminuisce**!

#### ★ ATTENZIONE alla terminologia!

## GUIDA - Riconoscere Configurazioni (1/2)

### GUIDA: Riconoscere le Configurazioni OpAmp

#### ★ PASSO 1: C'è retroazione?

Parti da  $V_{out}$ : esiste un percorso verso  $V^+$  o  $V^-$ ?

- NO  $\Rightarrow$  vai a **COMPARATORE**
- SÌ, verso  $V^-$   $\Rightarrow$  vai a **RETROAZ. NEGATIVA**
- SÌ, verso  $V^+$   $\Rightarrow$  vai a **RETROAZ. POSITIVA**

#### COMPARATORE (no retroazione)

L'OpAmp è in **anello aperto**  $\Rightarrow$  **SATURA sempre!**

- $V^+ > V^- \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$
- $V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$

C'è una  $V_{ref}$  su un morsetto?

- SÌ  $\Rightarrow$  Comparatore a **SINGOLA soglia**  
Soglia =  $V_{ref}$
- NO  $\Rightarrow$  Comparatore semplice (soglia = 0V o altra)

#### RETROAZIONE NEGATIVA ( $V_{out}$ torna su $V^-$ )

L'OpAmp **NON** **satura**, lavora in zona **lineare**.

Vale:  $V^+ = V^-$  e  $I^+ = I^- = 0$

#### Il collegamento $V^-$ a $V_{out}$ è **DIRETTO**?

- SÌ (filo diretto)  $\Rightarrow$  **BUFFER** (inseguito)  
 $A_v = 1$ , usato nel S&H
- NO (c'è  $R_f$ )  $\Rightarrow$  **Amplificatore**  
Vai al PASSO 2

#### PASSO 2: Dove entra $V_{in}$ ? (se amplificatore)

- $V_{in}$  entra su  $V^-$  (attraverso  $R_1$ )  $\Rightarrow$  **INVERTENTE**  
 $A_v = -\frac{R_f}{R_1}$
- $V_{in}$  entra su  $V^+ \Rightarrow$  **NON INVERTENTE**  
 $A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$
- Più ingressi su  $V^- \Rightarrow$  **SOMMATORE**  
 $V_{out} = -R_f \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots \right)$

## GUIDA - Riconoscere Configurazioni (2/2)

### RETROAZIONE POSITIVA ( $V_{out}$ torna su $V^+$ )

L'OpAmp **SATURA sempre!** Sistema **bistabile**.

**NON** vale  $V^+ = V^-$

$\Rightarrow$  È un **TRIGGER DI SCHMITT** (comparatore a doppia soglia / isteresi)

Dove entra  $V_{in}$ ?

- $V_{in}$  entra su  $V^- \Rightarrow$  Trigger **INVERTENTE**  
Ciclo percorso in senso **antiorario**
- $V_{in}$  entra su  $V^+ \Rightarrow$  Trigger **NON INVERTENTE**  
Ciclo percorso in senso **orario**

#### ★ SCHEMA RIASSUNTIVO:

Config.	Retroaz.	Satura?
Comparatore	Nessuna	<b>SÌ</b>
Buffer	Neg. (diretto)	NO
Invertente	Neg. ( $R_f$ )	NO
Non Inv.	Neg. ( $R_f$ )	NO
Sommatore	Neg. ( $R_f$ )	NO
Trigger Schmitt	Positiva	<b>SÌ</b>

#### △ TRUCCHI VELOCI:

- Vedi  $R_f$  che va su  $V^-$ ?  $\Rightarrow$  Amplificatore (non satura)
- Vedi  $R$  che va su  $V^+$  da  $V_{out}$ ?  $\Rightarrow$  Trigger (satura)
- Vedi filo diretto  $V^- \rightarrow V_{out}$ ?  $\Rightarrow$  Buffer
- Non vedi nulla che torna indietro?  $\Rightarrow$  Comparatore (satura)
- Vedi condensatore + switch prima dell'OpAmp?  $\Rightarrow$  S&H

#### ★ FLOWCHART VELOCE:

1. Retroazione?  
NO  $\rightarrow$  COMPARATORE (satura)  
SÌ  $\rightarrow$  2. Dove va?
2. Verso  $V^+$  o  $V^-$ ?  
 $V^+ \rightarrow$  TRIGGER (satura)  
 $V^- \rightarrow$  3. Diretto o con R?
3. Collegamento diretto?  
SÌ  $\rightarrow$  BUFFER  
NO  $\rightarrow$  AMPLIFICATORE (inv/non-inv)

## Multivibratore Astabile (1/2)

### Multivibratore Astabile con OpAmp

#### ★ STRUTTURA:

- Trigger di Schmitt + rete RC in retroazione
- L'uscita oscilla tra  $+V_{sat}$  e  $-V_{sat}$  **senza ingresso esterno**

• Il condensatore si carica/scarica attraverso la resistenza

#### Componenti tipici:

- $R_1, R_2$ : partitore per le soglie ( $V_{TH}, V_{TL}$ )
- $R, C$ : rete di timing (determinano il periodo)

#### ★ FUNZIONAMENTO:

1.  $V_{out} = +V_{sat} \Rightarrow C$  si carica verso  $+V_{sat}$   
 $V_C$  sale fino a raggiungere  $V_{TH}$
2.  $V_C = V_{TH} \Rightarrow$  COMMUTA!  $V_{out} = -V_{sat}$   
Ora  $C$  si scarica verso  $-V_{sat}$
3.  $V_C$  scende fino a raggiungere  $V_{TL}$
4.  $V_C = V_{TL} \Rightarrow$  COMMUTA!  $V_{out} = +V_{sat}$   
 $\Rightarrow$  Il ciclo si ripete **indefinitamente!**

#### ★ FORMULE DEL PERIODO:

Soglie (trigger invertente con  $V^-$  a massa tramite  $R_1$ ):

$$V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Semiperiodo (tempo per andare da una soglia all'altra):

$$T_{1/2} = RC \cdot \ln \left( \frac{V_{sat} - V_{TL}}{V_{sat} - V_{TH}} \right)$$

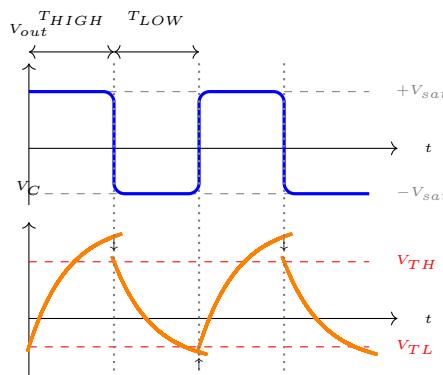
Se simmetrico ( $V_{TH} = -V_{TL} = \beta V_{sat}$  con  $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ ):

$$T = 2RC \cdot \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)$$

Frequenza:  $f = \frac{1}{T}$

## Multivibratore - Forme d'Onda

Grafici  $V_{out}(t)$  e  $V_C(t)$  Allineati



Lettura del grafico:

- Blu:  $V_{out}$  oscilla tra  $\pm V_{sat}$
- Arancio:  $V_C$  oscilla tra  $V_{TL}$  e  $V_{TH}$
- Rosso tratteggiato: soglie  $V_{TH}, V_{TL}$   
 $\Rightarrow$  Quando  $V_C$  tocca una soglia,  $V_{out}$  commuta!

△ Nota:  $V_C$  ha andamento esponenziale, non lineare!  
Il condensatore tenderebbe verso  $\pm V_{sat}$  ma commuta prima.

## Multivibratore Astabile (2/2)

Multivibratore Astabile - Calcoli

### ★ METODO DI CALCOLO DEL PERIODO:

Step 1: Calcola le soglie  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$

Step 2: Scrivi l'equazione di carica/scarica del condensatore:

$$V_C(t) = V_{final} + (V_{iniziale} - V_{final}) \cdot e^{-t/RC}$$

Step 3: Imponi  $V_C(T_{1/2}) = V_{soglia}$  e risovi per  $T_{1/2}$

Step 4:  $T = T_{carica} + T_{scarica}$

### ★ DEFINIZIONE $T_{HIGH}$ e $T_{LOW}$ :

- $T_{HIGH}$ : tempo per cui  $V_C$  va da  $V_{TL}$  a  $V_{TH}$   
(il condensatore si carica verso  $+V_{sat}$ )
- $T_{LOW}$ : tempo per cui  $V_C$  va da  $V_{TH}$  a  $V_{TL}$   
(il condensatore si scarica verso  $-V_{sat}$ )

△ ATTENZIONE: il primo semiperiodo dipende da  $V_C(0)!$

### ★ CASO SIMMETRICO - Duty Cycle 50%:

Se  $|V_{TH}| = |V_{TL}|$  e  $|+V_{sat}| = |-V_{sat}|$ :

- $T_{HIGH} = T_{LOW} \Rightarrow$  onda quadra simmetrica
- Duty Cycle = 50%

Formula semplificata:

$$T = 2RC \cdot \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) \quad \text{con } \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

★ IMPORTANTE: Con alimentazione simmetrica ( $+V_{DD} = -V_{SS}$ ), la frequenza NON dipende da  $V_{DD}$ ! Dipende solo da  $R, C$  e  $\beta$ .

### △ PUNTI CRITICI DA RICORDARE:

- Il condensatore non si carica fino a  $V_{sat}$ !  
 $\Rightarrow$  Commuta prima, quando raggiunge la soglia
- $V_{final}$  nell'esponenziale è  $\pm V_{sat}$  (verso cui tenderebbe)
- $V_{iniziale}$  è la soglia appena superata
- Nel ln: argomento =  $\frac{V_{final} - V_{iniziale}}{V_{final} - V_{final,soglia}}$

### ★ DIMENSIONAMENTO INVERSO:

Dato  $T$  (o  $f$ ), trovare  $R$  e  $C$ :

1. Fissa  $\beta$  (tipicamente 0.5  $\Rightarrow R_1 = R_2$ )

2. Calcola  $RC = \frac{T}{2 \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)}$

3. Scegli  $C$  ragionevole, ricava  $R = \frac{RC}{C}$

## Multivibratore - Comutazione

Meccanismo di Comutazione

### ★ COME FUNZIONA LA COMMUTAZIONE:

Il condensatore  $C$  è collegato a  $V^-$  del trigger (invertente).

Durante  $T_{HIGH}$  ( $V_{out} = +V_{sat}$ ):

- $V_C$  si carica verso  $+V_{sat}$  (sale)
- Quando  $V_C$  supera  $V_{TH} \Rightarrow V^- > V^+$
- Il trigger commuta:  $V_{out} \rightarrow -V_{sat}$

Durante  $T_{LOW}$  ( $V_{out} = -V_{sat}$ ):

- $V_C$  si scarica verso  $-V_{sat}$  (scende)
- Quando  $V_C$  scende sotto  $V_{TL} \Rightarrow V^- < V^+$
- Il trigger commuta:  $V_{out} \rightarrow +V_{sat}$

### ★ PRIMO SEMIPERIODO - Dipende da $V_C(0)!$

Dati iniziali tipici:  $V_C(0)$ ,  $V_{out}(0)$

Caso 1:  $V_{out}(0) = +V_{sat}$

- $V_C$  parte da  $V_C(0)$  e sale verso  $+V_{sat}$
- Commuta quando raggiunge  $V_{TH}$
- Tempo:  $t_1 = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^+ - V_C(0)}{V_{sat}^+ - V_{TH}}\right)$

Caso 2:  $V_{out}(0) = -V_{sat}$

- $V_C$  parte da  $V_C(0)$  e scende verso  $-V_{sat}$
- Commuta quando raggiunge  $V_{TL}$
- Tempo:  $t_1 = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^- - V_C(0)}{V_{sat}^- - V_{TL}}\right)$

⇒ Il primo semiperiodo non è uguale ai successivi!

### △ A REGIME:

Dopo il transitorio iniziale,  $V_C$  oscilla tra  $V_{TL}$  e  $V_{TH}$ .

⇒ Il periodo  $T = T_{HIGH} + T_{LOW}$  è costante

## Multivibratore Astabile - Esame (1/2)

### Multivibratore Astabile - Domande Tipiche

a) Tracciare  $V_C(t)$  da  $t = 0$  a  $t = T_{tot}$

Dati tipici:  $V_C(0) = V_{DD}/2$ ,  $V_{out}(0) = V_{SS}$

Metodo:

1. Calcola  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$  (con le formule delle soglie)
2. Da  $V_C(0)$ , il condensatore va verso  $V_{out}(0)$
3. Scrivi:  $V_C(t) = V_{out} + (V_C(0) - V_{out}) \cdot e^{-t/RC}$
4. Trova  $t_1$  tale che  $V_C(t_1) = \text{soglia} \Rightarrow$  commuta!
5. Ripeti dal nuovo stato fino a  $t = T_{tot}$

Grafico: esponenziali che "rimbalzano" tra  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$

b) Effetto dell'offset  $V_{off}$  sulla frequenza

L'offset **trasla** le soglie:

$$V'_{TH} = V_{TH} + V_{off} \quad V'_{TL} = V_{TL} + V_{off}$$

**Conseguenze:**

- Le soglie **non sono più simmetriche** rispetto a 0
- $T_{carica} \neq T_{scarica} \Rightarrow$  duty cycle  $\neq 50\%$
- Il periodo totale **T cambia!**

**Variazione relativa:**  $\frac{\Delta f}{f} = \frac{f' - f}{f}$

Ricalcola  $T'$  con le nuove soglie e confronta

c) Alimentazione asimmetrica ( $V_{DD} \neq |V_{SS}|$ )

Es:  $V_{DD} = +10V$ ,  $V_{SS} = -10V$  (simmetrico)

vs  $V_{DD} = +10V$ ,  $V_{SS} = -5V$  (asimmetrico)

**Effetto:**

- $+V_{sat} = V_{DD}$ ,  $-V_{sat} = V_{SS}$  (rail-to-rail)
- $V_{TH} \neq |V_{TL}| \Rightarrow$  soglie asimmetriche
- $T_{carica} \neq T_{scarica}$

$\Rightarrow$  Calcola **separatamente** i due semiperiodi!

## Multivibratore Astabile - Esame (2/2)

### Multivibratore Astabile - Domande Tipiche (cont.)

d) Raddoppiare  $f$  senza cambiare  $R_3$  (resistenza timing)

Dalla formula:  $T = 2R_3C \cdot \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$

Opzioni (se  $R_3$  è fissa):

1. Dimezzare  $C$ :  $C' = C/2$   
 $\Rightarrow T' = T/2 \Rightarrow f' = 2f$  ✓
2. Modificare  $\beta$ : cambiare  $R_1$  e/o  $R_2$

Serve:  $\ln\left(\frac{1+\beta'}{1-\beta'}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$

$$\Rightarrow \frac{1+\beta'}{1-\beta'} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

Ricava  $\beta'$  e poi  $R'_1/R'_2$

**Attenzione:**  $\beta$  più piccolo = isteresi minore!

★ FORMULA GENERALE per semiperiodi:

Fase di carica ( $V_{out} = +V_{sat}$ , da  $V_{TL}$  a  $V_{TH}$ ):

$$T_{carica} = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^+ - V_{TL}}{V_{sat}^+ - V_{TH}}\right)$$

Fase di scarica ( $V_{out} = -V_{sat}$ , da  $V_{TH}$  a  $V_{TL}$ ):

$$T_{scarica} = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^- - V_{TH}}{V_{sat}^- - V_{TL}}\right)$$

(Nota:  $V_{sat}^-$  è negativo, quindi attento ai segni!)

**Periodo totale:**  $T = T_{carica} + T_{scarica}$

△ DUTY CYCLE:

$$D = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{carica}}{T_{carica} + T_{scarica}}$$

Se  $D \neq 50\% \Rightarrow$  onda quadra **asimmetrica**