Prefissi SI (Notazione Scientifica)

Simbolo	**Nome**	**Fattore**
G	giga	10^9
M	mega	10^6
k	kilo	10^3
h	etto	10^2
da	deca	10^1
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}

Procedimento transitori:

1. Per $t \to 0^-$,
   (a) **calcolare variabile di stato prima dell'inizio del transitorio**
   (b) In questa fase il **condensatore**/**induttore** si comporta come **circuito aperto**/**cortocircuito**
   (c) Sfrutterò nella fase 2 la continuitá della variabile di stato
2. Per $t \to 0^+$ (per var. **NON** di stato es. v_x, i_x) ,
   (a) (Eventuale chiusura interruttore)
   (b) **Sfrutto continuitá variabile di stato:** $v_C(t_0^-) = v_C(t_0^+)$/ $i_L(t_0^-) = i_L(t_0^+)$
   (c) **Sostituisco al transitorio** GENERATORE IDEALE DI **TENSIONE**/ **CORRENTE** con **valore pari alla variabile di stato appena calcolata**

$$E = V_C(t \to 0^-) \quad I = I_L(t \to 0^-)$$

3. Per $t \to \infty$ / $t > 0$:
   (a) **Soluzione di tipo esponenziale**
      i. Formule variabili di stato:

$$V_C(t) = V_{C_\infty} + [V_C(0) - V_{C_\infty}]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$I_L(t) = I_{L_\infty} + [I_L(0) - I_{L_\infty}]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

      ii. Formule per le grandezze **non di stato**:

$$I_C(t) = I_{C_\infty} + [I_C(0^+) - I_{C_\infty}]e^{\frac{-t}{\tau}}$$
$$V_L(t) = V_{L_\infty} + [V_L(0^+) - V_{L_\infty}]e^{\frac{-t}{\tau}}$$

      iii. Qui, siamo **ancora a regime**: il **condensatore**/**induttore** si comporta come **circuito aperto**/**cortocircuito**
      iv. Cerco la variabile di stato per $t \to \infty$
      v. Cerco τ:
         A. Mi serve R_{eq} ai morsetti di dove c'é transitorio
         B. **Spengo generatori non pilotati**
         C. uso **generatore sonda (c.g.)** - cerco corrente che passa sul ramo della sonda in funzione di V_S: ? $\to I_S(V_S)$

$$R_{\text{eq}} = \frac{V_S}{I_S(V_S)}$$

         D. Calcolo τ:

$$\tau = C \cdot R_{\text{eq}} = \frac{L}{R_{\text{eq}}}$$

Grafico

1. Traccio asintoto
2. Sfrutto **proprietá dell'esponenziale**: tangente al grafico in $t = 0$ interseca il valore asintotico dopo $\Delta t = \tau$
3. Dopo $t = 5\tau$ la funzione assume valore asintotico

Condensatore - Carica/Scarica RC

Carica e Scarica RC - Casi Semplici

Costante di tempo:

$$\boxed{\tau = R \cdot C}$$

Unità: $[\Omega] \cdot [F] = [s]$

CARICA del condensatore

Condensatore inizialmente scarico ($V_C(0) = 0$), caricato a V_{finale}:

$$\boxed{V_C(t) = V_{finale} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

$$\boxed{I_C(t) = \frac{V_{finale}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

La tensione **sale** da 0 a V_{finale}, la corrente **scende** da I_{max} a 0

SCARICA del condensatore

Condensatore inizialmente carico a V_0, scaricato a 0:

$$\boxed{V_C(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\boxed{I_C(t) = -\frac{V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

La tensione **scende** da V_0 a 0, corrente negativa (verso opposto)

★ Carica a CORRENTE COSTANTE:

Se il condensatore è caricato da una corrente costante I:

$$\boxed{V_C(t) = V_C(0) + \frac{I \cdot t}{C}}$$

oppure: $\boxed{\Delta V_C = \frac{I \cdot \Delta t}{C}}$

(Usata per errore da I_B nel S&H!)

Valori notevoli:

t	Carica	Scarica
τ	63.2% di V_f	36.8% di V_0
3τ	95% di V_f	5% di V_0

Resistenze e Alimentazioni

Resistenze in parallelo:

1. **Caso con 2 resistenze:**

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

2. **Caso generale (n resistenze):**

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

△ NOTA IMPORTANTE - Tensioni di alimentazione

Le tensioni fornite dalle alimentazioni sono le **massime e minime** possibili nel circuito.

I NODI della rete NON possono mai avere tensioni:

- Più alte di $V_{\max}$ (alimentazione massima)
- Più basse di $V_{\min}$ (alimentazione minima)

ATTENZIONE: Questo vale per le tensioni dei **NODI** (riferite a massa).
Le **cadute di tensione** (misurate tra due nodi diversi) possono superare questi limiti!

Uso pratico: Fondamentale quando si fanno ipotesi sullo stato dei diodi (ON/OFF). Se un'ipotesi porta un nodo oltre $V_{\max}$ o sotto $V_{\min}$, l'ipotesi è **sbagliata**.

Diodi

1. Diodo normale:

ON	OFF
V_D	V_D
$V_D > 0.7$V	$V_D < 0.7$V
$\Rightarrow V_D = 0.7$V	$\Rightarrow$ aperto

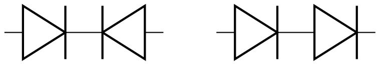
2. Diodo Zener:

Diretta	Breakdown
V_D	V_D
$V_D > 0.7$V	$V_D < -V_Z$
$V_D = 0.7$V	$V_D = -V_Z$

ATTENZIONE: In breakdown, la tensione $V_D = -V_Z$ ha polarità **opposta** rispetto ai +0.7V della conduzione diretta!

3. Configurazioni in serie:

Discordi	Concordi
$\Rightarrow$ **APERTO**	$V_\gamma = \sum V_{\gamma,i}$



★ TRUCCO PRATICO - Verifica stato diodo:
Quando sei **in un intorno della soglia** ($V_D \approx 0.7V$, anche infinitesimamente superiore), le **correnti sono molto basse**.
$\Rightarrow$ Per verificare se il diodo si accende puoi **ignorare le resistenze in serie** (I $\approx 0 \Rightarrow \Delta V_R \approx 0$).
Uso nei transitori: A fine esercizio, verifica che l'ipotesi sul diodo (ON/OFF) resti valida in:

- $\hat{T}^-$ (istante prima della transizione)
- $\hat{T}^+$ (istante dopo della transizione)
- $t \to \infty$ (regime)

Diodi - Esercizio Tipico (1/2)

Esercizio Tipico Diodi - Algoritmo

a) Caratteristica statica I_{out} vs V_{in}

Step 1: Ipotizza stato diodo
- Parti da V_{in} molto negativo $\Rightarrow$ diodo probabilmente OFF
- Oppure parti da V_{in} molto positivo $\Rightarrow$ diodo probabilmente ON

Step 2: Risolvi il circuito con l'ipotesi
- Diodo ON: sostituisci con V_γ (es. 0.7V)
- Diodo OFF: sostituisci con circuito aperto

Step 3: Trova V_{in} di commutazione
- Diodo ON $\to$ OFF: trova V_{in} per cui $I_D = 0$
- Diodo OFF $\to$ ON: trova V_{in} per cui $V_D = V_\gamma$

Step 4: Calcola $I_{out}(V_{in})$ in ogni regione
- Scrivi l'espressione di I_{out} per ogni stato
- Disegna la caratteristica (spesso lineare a tratti)

★ TRUCCO per trovare la soglia:
Per trovare V_{in} di commutazione:
- Metti il diodo **al limite**: $V_D = V_\gamma$ e $I_D = 0$
- In questa condizione le R in serie al diodo hanno $\Delta V = 0$
- Risolvi il circuito semplificato per trovare $V_{in,soglia}$

△ Circuito tipico (raddrizzatore + filtro):
$V_{in} \to D_1 \to C_1 \parallel R_1 \to V_{out}$
- D_1 ON: $V_{out} = V_{in} - V_\gamma$ (C si carica)
- D_1 OFF: V_{out} dipende dalla scarica di C su R

Soglia: $V_{in} = V_{out} + V_\gamma$

Diodi - Esercizio Tipico (2/2)

Esercizio Tipico Diodi - Ripple

b) Tensione di ripple e tensione inversa max

Dati tipici: $V_{in} = V_m \sin(2\pi f_{in} t)$, C_1, R_1, V_γ

Step 1: Tensione massima su C

$$V_{out,max} = V_m - V_\gamma$$

Step 2: Calcolo del ripple
Se $RC \gg T$ (scarica lenta), approssimazione lineare:

$$\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{R_1 C_1 f_{in}} = \frac{V_m - V_\gamma}{R_1 C_1 f_{in}}$$

Formula esatta (scarica esponenziale):

$$V_{out,min} = V_{out,max} \cdot e^{-T/R_1 C_1}$$

$$\Delta V_{ripple} = V_{out,max} - V_{out,min}$$

Step 3: Tensione inversa massima sul diodo
Quando $V_{in} = -V_m$ e $V_{out} \approx V_{out,max}$:

$$V_{D,inv,max} = V_{out,max} - (-V_m) = V_{out,max} + V_m$$

$$\boxed{V_{D,inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma}$$

★ FORMULE RAPIDE:
- $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$
- $\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{RC \cdot f}$ (se $RC \gg T$)
- $V_{inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$
- Duty cycle diodo $\approx \frac{\Delta V_{ripple}}{2\pi V_m}$ (piccolo!)

△ VERIFICA FINALE:
- Il diodo deve sopportare $V_{inv,max} \Rightarrow$ scegliere diodo adeguato
- Se ΔV_{ripple} troppo grande $\Rightarrow$ aumentare C o R
- Il diodo conduce solo per una piccola frazione del periodo!

Diodo + Condensatore

Diodo + Condensatore: Come Gestirli Insieme

★ REGOLA FONDAMENTALE:

Per la **caratteristica statica** (I_{out} vs V_{in}):

$\Rightarrow$ Il condensatore è un **CIRCUITO APERTO**!

Perché? In DC (statica) $I_C = C\frac{dV}{dt} = 0$

$\Rightarrow$ Tutta la corrente passa solo per R_1

Caratteristica statica - Algoritmo:

1. Sostituisci C con circuito aperto
2. Ora hai solo: $V_{in} \to D_1 \to R_1 \to$ massa
3. Ipotizza stato diodo:

Diodo OFF ($V_{in} < V_\gamma$):
$I_{out} = 0$ (circuito aperto)

Diodo ON ($V_{in} \geq V_\gamma$):
$I_{out} = \frac{V_{in}-V_\gamma}{R_1}$

4. Soglia di commutazione: $V_{in} = V_\gamma$

△ Per il RIPPLE invece:

Il condensatore **NON** è aperto! È un elemento dinamico.

Diodo ON: C si carica rapidamente
$V_{out} \approx V_{in} - V_\gamma$ (segue l'ingresso)

Diodo OFF: C si scarica lentamente su R
$V_{out}(t) = V_{out,max} \cdot e^{-t/RC}$

$\Rightarrow$ Il diodo si spegne quando $V_{in} < V_{out} + V_\gamma$

★ RIASSUNTO:
- **Caratteristica statica**: C = aperto, analisi DC
- **Ripple**: C = elemento attivo, analisi dinamica
- La soglia del diodo dipende da V_{out} (che dipende da C!)

Capacità: Formule e Comportamento

1. Tensione del condensatore:

$$V_C(t) = V_C(0^+) + \left[V_C(\infty^*) - V_C(0^+)\right]\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$V_C(0^+)$: iniziale; $V_C(\infty^*)$: a regime; $\infty^* \neq \infty$

2. Corrente: $I_C(t) = C\frac{dV_C(t)}{dt}$
Proprietà: La **corrente** varia **istantaneamente**; La **tensione** NON commuta: $V_C(t_0^-) = V_C(t_0^+)$

★ REGOLA D'ORO - A REGIME

A regime ($t \to \infty$): $\frac{dV_C}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{I_C = 0}$
Condensatore = CIRCUITO APERTO

Per calcolare $V_C(\infty)$:

1. Sostituisci C con **circuito aperto**
2. Risolvi il circuito semplificato
3. Calcola la tensione nel punto dove c'era C

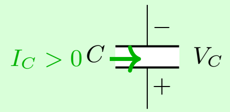
Es: $V \xrightarrow{R_1} \bullet \xrightarrow{R_2}$ GND + C $\parallel R_2$
$\Rightarrow V_C(\infty) = V\frac{R_2}{R_1+R_2}$ (partitore)

3. Ripple: $\Delta V_{out} = V_{picco}\frac{\Delta T}{\tau} = V_{picco}\frac{T}{f \cdot \tau}$

4. Comportamento fisico ($Q = C \cdot V$; $I = C\frac{dV}{dt}$)

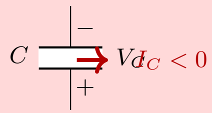
CARICA ($\frac{dV_C}{dt} > 0$): Corrente **ENTRA** ($I_C > 0$)
Il condensatore accumula energia; $V_C \uparrow$

Corrente ENTRA



SCARICA ($\frac{dV_C}{dt} < 0$): Corrente **ESCE** ($I_C < 0$)
Il condensatore rilascia energia; $V_C \downarrow$

Corrente ESCE



Regola: $V_C \uparrow \Rightarrow$ CARICA; $V_C \downarrow \Rightarrow$ SCARICA; segno I_C indica verso

Transitori con gradini multipli

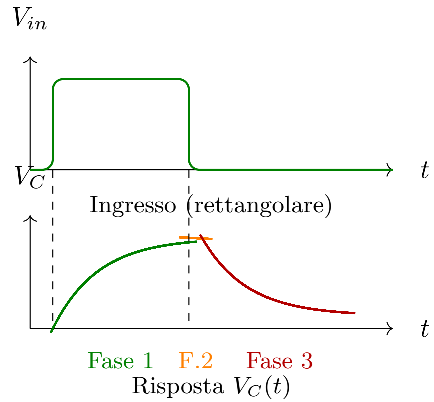
Formula tempo centrale $\hat{T}$:

$$V_C(\hat{T}) = V_C(0^+)_{\hat{T}} + \left[V_C(\infty^*) - V_C(0^+)_{\hat{T}}\right]\left(1 - e^{-\frac{\hat{T}}{\tau}}\right)$$

Prassi: segnale rettangolare
<u>salita</u> $\to$ <u>plateau</u> $\to$ <u>discesa</u>

Procedimento step-by-step:

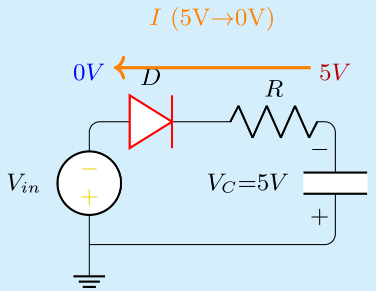
1. **FASE 1 - Salita**
   - Analizza $t = 0^-$ (condizioni iniziali)
   - $V_C(0^+)$ per continuità
   - Determina stato diodi
   - Calcola $V_C(\infty^*)$
   - Applica formula con τ
2. **FASE 2 - Plateau**
   - Se durata $\gg 5\tau$: regime
   - Se durata $< 5\tau$: calcola V_C fine
   - Verifica diodi (Box 7)
3. **FASE 3 - Discesa**
   - $V_C(0^+) = V_C$(fine plateau)
   - Ridetermina stato diodi
   - Nuovo $V_C(\infty^*)$
   - Applica formula



Verifica ipotesi stato diodi

△ VERIFICA FONDAMENTALE
Verifica ipotesi diodo (ON/OFF) rimanga valida per tutto il transitorio

FASE 0: Metodo intuitivo
Regola: I scorre da V_+ a V_-
1) $V_C(0^+)$ continuità 2) Trova $V_{\max}$ 3) I va da $V_{\max}$ a $V_{\min}$
4) Compatibile con diodo? 5) No ⇒ cambia stato



Contraddizione! I va ←
ma D conduce solo →
⇒ **D OFF**

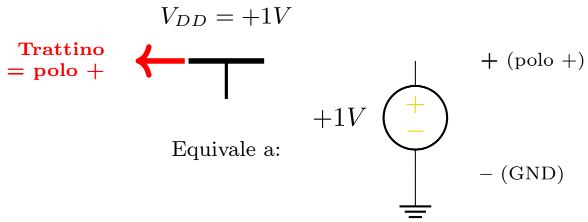
1. Ipotesi (es: D ON)
2. Risolvi (ON: gen 0.7V; OFF: aperto)
3. Calcola $V_C(t)$
4. Verifica $\forall t$:
   - **ON:** $I_D(t) > 0$? No → errore
   - **OFF:** $V_D(t) < 0.7$V? No → errore
5. Se errore: dividi in 2 fasi (t^* cambio), ricalcola

Notazione alimentazioni

NOTAZIONE ALIMENTAZIONI

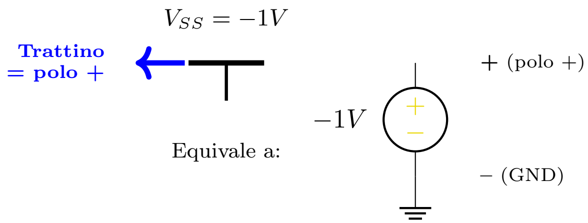
REGOLA D'ORO: Il **trattino** indica SEMPRE il **polo + del generatore**, sia con tensione positiva che negativa!

Caso 1: $V_{DD} = +1V$ (alimentazione positiva)



Tensione $+1V$ → polo + sul trattino, tutto normale

Caso 2: $V_{SS} = -1V$ (alimentazione negativa)



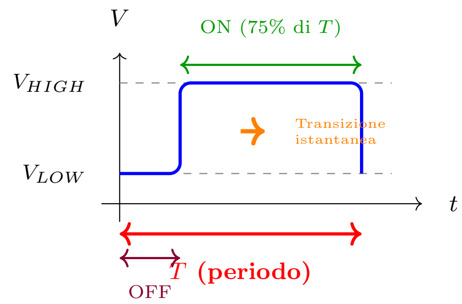
Tensione $-1V$ → polo + è comunque sul trattino!

TRUCCO: Con $V_{SS} = -1V$ puoi ridisegnare il generatore invertendo polarità E segno: diventa $+1V$ con polo + su GND. Utile per evitare tensioni negative nei calcoli.

Onda Quadra Ideale - Guida al Disegno

- Transizioni **verticali istantanee** (tempo di salita/discesa = 0)
- Due livelli costanti: V_{HIGH} e V_{LOW}

DUTY CYCLE DEFAULT: Se non specificato, un'onda quadra ha **duty cycle 50%** (HIGH = LOW = $T/2$)



COME DISEGNARE A MANO:
1. Segna i livelli V_{HIGH} e V_{LOW} con righe orizzontali
2. Scegli quanti quadretti = T (es: 4 quadretti = 1 periodo)
3. Disegna righe verticali per le transizioni
4. Collega con righe orizzontali ai livelli

COME TROVARE IL PERIODO T:
Il periodo è la distanza tra **due punti identici** del ciclo:
- Da LOW a LOW (stesso punto)
- Da HIGH a HIGH (stesso punto)
- Da salita a salita successiva
- Da discesa a discesa successiva

Trucco: Scegli un punto qualsiasi e conta i quadretti fino a quando si ripete!

Esempio pratico (duty cycle 75%):
- Se $T = 10\mu s$ e vuoi disegnare 2 periodi
- Usa 4 quadretti per ogni periodo (tot. 8 quadretti)
- Duty cycle 75%: **1 quadretto LOW** (OFF), poi **3 quadretti HIGH** (ON)
- Ripeti il pattern: 1 LOW, 3 HIGH per il 2° periodo

Formazione del Canale nei MOSFET

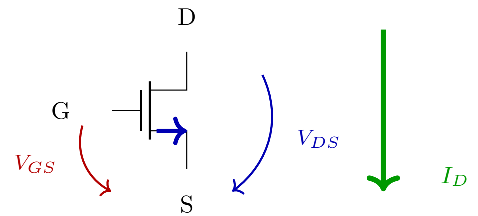
1. **Zona OFF (o Cutoff):**
   (a) Non c'è formazione del canale.
   (b) Il dispositivo è spento e non permette il flusso di corrente tra drain e source.

2. **Zona Ohmica (o Triodo):**
   (a) Si forma un canale.
   (b) Quando il gate è abbastanza polarizzato (cioè $V_{GS} > V_{Tn}$ per nMOS o $V_{GS} < V_{Tp}$ per pMOS), si forma un canale conduttivo tra il drain e il source.
   (c) Il dispositivo si comporta come un **resistore il cui valore varia in base alla tensione** V_{GS}.

3. **Zona di Saturazione (o Pinch-off):**
   (a) Si forma un canale.
   (b) Il canale diventa "strozzato"o "pinched-off"vicino al drain (per il nMOS) o vicino al source (per il pMOS).
   (c) Anche se la tensione V_{DS} aumenta ulteriormente, la corrente I_D rimane costante.
   (d) Questo comportamento è **analogo a quello di un generatore di corrente.**

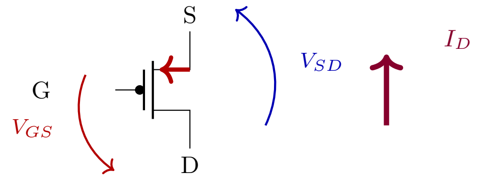
Simboli e convenzioni nMOS/pMOS

nMOS:



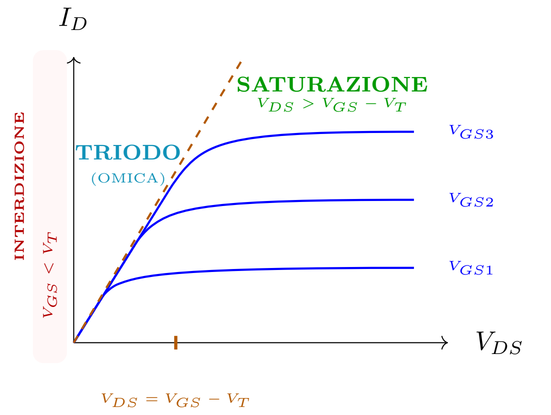
nMOS: Gate a sinistra, Drain in alto, Source in basso
Corrente: Da Drain → Source (verso il basso)

pMOS:



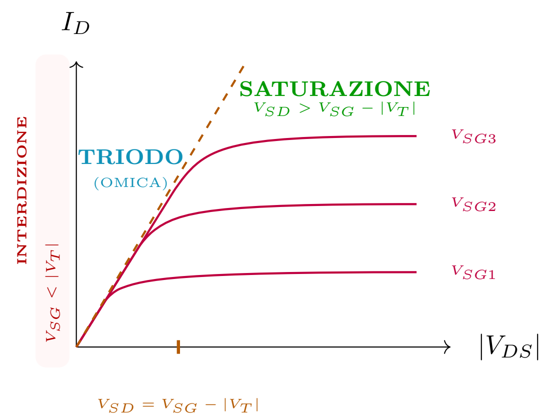
pMOS: Gate a sinistra, Source in alto, Drain in basso
Corrente: Da Source → Drain (verso il basso)
NOTA: Nel pMOS il source è in alto (invertito rispetto a nMOS)!

Caratteristica I-V nMOS



Zone di funzionamento:
- **INTERDIZIONE**: $V_{GS} < V_T \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO**: $V_{GS} > V_T$ e $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$
- **SATURAZIONE**: $V_{GS} > V_T$ e $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

Caratteristica I-V pMOS



Zone di funzionamento:
- **INTERDIZIONE**: $V_{SG} < |V_T| \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO**: $V_{SG} > |V_T|$ e $V_{SD} < (V_{SG} - |V_T|)$
- **SATURAZIONE**: $V_{SG} > |V_T|$ e $V_{SD} > (V_{SG} - |V_T|)$

nMOS - Metodo operativo

PRIMO CONTROLLO: V_{GS} vs V_T

1. Se $V_{GS} < V_T$ ⇒ **MOSFET OFF**
   - $I_D = 0$ (circuito aperto)
   - Non c'è conduzione
2. Se $V_{GS} > V_T$ ⇒ **MOSFET ON**
   - Proseguire al **SECONDO CONTROLLO**

SECONDO CONTROLLO (solo se ON): V_{DS} vs $(V_{GS} - V_T)$

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = V_{GS} - V_T$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE**: Se $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n(V_{GS} - V_T)^2$$

Nota: La corrente dipende **SOLO da** V_{GS}

2. **ZONA OHMICA (Triodo)**: Se $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n\left[2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2\right]$$

Nota: La corrente dipende da V_{GS} **E** V_{DS}

Formula alternativa:

$$I_D = \frac{1}{2}K_n V_{OV}\left(V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right)$$

Direzione corrente: In nMOS, I_D scorre da **Drain** → **Source**

pMOS - Metodo operativo

PROCEDIMENTO OPERATIVO PER pMOS

★ STEP 0 - CONTROLLO POLARITÀ

Prima di tutto, verifica che:

$$V_S > V_G$$

Se $V_S \leq V_G$ → **pMOS OFF** (anche se $|V_{GS}| \geq |V_T|$!)

Motivo: Il modulo $|V_{GS}|$ nasconde il segno! Potresti avere $|V_{GS}| \geq |V_T|$ ma con polarità sbagliata (es. $V_{GS} > 0$), e il pMOS sarebbe OFF.

Step 1: Calcolare $|V_{GS}|$

(solo se hai verificato $V_S > V_G$)

Step 2: PRIMO CONTROLLO - $|V_{GS}|$ vs $|V_T|$

1. Se $|V_{GS}| < |V_T|$ ⇒ **MOSFET OFF**
   - $I_D = 0$ (circuito aperto)
   - Non c'è conduzione
2. Se $|V_{GS}| > |V_T|$ ⇒ **MOSFET ON**
   - Calcolare $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$
   - Proseguire allo **Step 3**

Step 3: SECONDO CONTROLLO - $|V_{DS}|$ vs V_{OV}

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE**: Se $|V_{DS}| > V_{OV}$

$$I_D = K_p \cdot V_{OV}^2 = K_p(|V_{GS}| - |V_T|)^2$$

Nota: La corrente dipende **SOLO dall'overdrive**

2. **ZONA OHMICA (Triodo)**: Se $|V_{DS}| < V_{OV}$

$$I_D = K_p\left[2V_{OV} \cdot |V_{DS}| - |V_{DS}|^2\right]$$

dove $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$

Nota: La corrente dipende da V_{OV} **E** $|V_{DS}|$

Direzione corrente: In pMOS, I_D scorre da **Source** → **Drain**

Riepilogo: nMOS vs pMOS

Grandezze da calcolare per determinare lo stato:

nMOS	pMOS
V_{GS}	$\|V_{GS}\|$
V_T	$\|V_T\|$
$V_{OV} = V_{GS} - V_T$	$V_{OV} = \|V_{GS}\| - \|V_T\|$
V_{DS}	$\|V_{DS}\|$

Controlli identici:

1. Se V_{GS} (o $|V_{GS}|$) $< V_T$ (o $|V_T|$) ⇒ OFF
2. Se ON: confronta V_{DS} (o $|V_{DS}|$) con V_{OV}

La **procedura è identica**, solo che per pMOS si usano i **valori assoluti**.

MOSFET simmetrici - Source e Drain a runtime

★ MOSFET SIMMETRICI
I MOSFET sono dispositivi **simmetrici**: Source e Drain **NON sono fissi** ma vengono determinati dalle **tensioni a runtime**!

Come identificare i terminali negli esercizi:

GATE (sempre indicato):
- **nMOS**: gate **senza pallino**
- **pMOS**: gate **con pallino** (•)

SOURCE e DRAIN (determinati a runtime): Se non indicati esplicitamente nel testo, si determinano in base alle **tensioni dei nodi**.

Regole per determinare SOURCE:

1. nMOS
Il **SOURCE** è il nodo alla **tensione più BASSA** tra i due terminali non-gate.
Il DRAIN è l'altro terminale (tensione più alta).

2. pMOS
Il **SOURCE** è il nodo alla **tensione più ALTA** tra i due terminali non-gate.
Il DRAIN è l'altro terminale (tensione più bassa).

★ ATTENZIONE - Riassegnazione a RUNTIME
Durante l'esercizio, le tensioni ai nodi possono **cambiare**!
⇒ Source e Drain possono essere **riassegnati** in base alle nuove tensioni.
Devi **verificare quale nodo ha la tensione più alta/bassa** in ogni fase dell'analisi!

Esempio pratico (nMOS):
Inizialmente: Nodo A = 3V, Nodo B = 1V ⇒ Source = B (1V, più basso), Drain = A (3V)
Dopo un transitorio: Nodo A = 0.5V, Nodo B = 2V ⇒ Source = A (0.5V, più basso), Drain = B (2V)
I terminali sono stati **invertiti**!

Perché è importante: V_{GS} e V_{DS} dipendono da quale terminale è il Source. Per calcolare correttamente le formule, devi identificare Source e Drain correttamente in ogni momento. La zona di funzionamento (saturazione/omica) dipende da V_{DS}, quindi dall'identificazione corretta dei terminali.

Regola pratica - MOSFET ON/OFF veloce

REGOLA PRATICA VELOCE:
Come capire subito se un MOSFET è probabilmente ON o OFF?

nMOS:

Gate a GND (0V) → probabilmente **OFF**
Se il gate è a massa, V_{GS} è molto basso (o negativo se source è più alto), quindi $V_{GS} < V_T$ → OFF

Gate a V_{DD} → probabilmente **ON**
Se il gate è all'alimentazione, V_{GS} è alto (assumendo source a GND o comunque più basso), quindi $V_{GS} > V_T$ → ON

---

pMOS:

Gate a GND (0V) → probabilmente **ON**
Se il gate è a massa, V_{SG} è alto (assumendo source a V_{DD} o comunque più alto), quindi $V_{SG} > |V_T|$ → ON

Gate a V_{DD} → probabilmente **OFF**
Se il gate è all'alimentazione, V_{SG} è molto basso (o negativo se source è più basso), quindi $V_{SG} < |V_T|$ → OFF

Riassunto veloce:

	Gate = GND	Gate = V_{DD}
nMOS	OFF	ON
pMOS	ON	OFF

ATTENZIONE: Questa è una regola **approssimata** che assume:
- Per nMOS: source vicino a GND
- Per pMOS: source vicino a V_{DD}

Se il source è collegato diversamente (es. nMOS con source a V_{DD}, pMOS con source a GND), la regola **NON vale**! Devi sempre calcolare V_{GS} o V_{SG} correttamente.

Parametro K (Transconduttanza)

$$K = \frac{1}{2}\mu \cdot C_{OX} \cdot \frac{W}{L}$$

Dove:

- μ = mobilità dei portatori nel canale
- C_{OX} = capacità specifica dell'ossido
- W/L = dimensioni fisiche del MOSFET (Width/Length)

△ NOTA IMPORTANTE - Fattore 1/2
K può essere definito **SENZA** il fattore $\frac{1}{2}$ al suo interno. In tal caso, le formule delle correnti devono essere **riadattate**:

- **Saturazione:**
  $I = \frac{K}{2}(V_{GS} - V_T)^2$ invece di $I = K(V_{GS} - V_T)^2$
- **Omica:**
  $I = K\left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$
  invece di $I = K\left[2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2\right]$

Semplificazioni MOSFET

★ CONDIZIONE FONDAMENTALE:
Tutti i **GATE devono essere in COMUNE** (stessa tensione al gate)

1. MOSFET in PARALLELO
- GATE in comune
- SOURCE in comune (vengono mantenuti)

Formula:
$$K_{eq} = K_1 + K_2 + \cdots + K_n$$

Se tutte uguali: $K_{eq} = n \cdot K$

Es: 3 nMOS con $K = 0.5$ mA/V² → $K_{eq} = 1.5$ mA/V²

---

2. MOSFET in SERIE
- GATE in comune
- SOURCE equivalente = SOURCE più BASSO

Formula:
$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \cdots + \frac{1}{K_n}$$

Per 2 MOS: $K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$
Se uguali: $K_{eq} = \frac{K}{n}$

Es: 2 nMOS $K_1 = 1$, $K_2 = 2$ mA/V² → $K_{eq} = 0.67$ mA/V²

Nota: Queste semplificazioni evitano calcoli complessi nei circuiti.

Analisi Porte Logiche

Quando usare: Dopo aver fatto semplificazioni (serie/parallelo), quando $V_{DS} = V_{OUT}$ e devi capire la zona di funzionamento.

IPOTESI: Se ti hanno chiesto l'espressione logica della porta, puoi ipotizzare che sia **ideale**:

- V_{OUT} ha valori logici **ALTO** e **BASSO**
- $V_{OUT} = V_{DS}$ del MOSFET (dopo semplificazioni)

METODO:

1. Uscita logica BASSA ("0")

$V_{OUT} \approx 0V \to V_{DS}$ piccola $\to V_{DS} < V_{OV} \to$ **ZONA OMICA**

2. Uscita logica ALTA ("1")

$V_{OUT} \approx V_{DD} \to V_{DS}$ grande $\to V_{DS} > V_{OV} \to$ **ZONA SATURAZIONE**

Nota: Questo metodo ti permette di **ipotizzare** la zona di funzionamento senza fare calcoli complessi. Poi puoi verificare con le formule.

Esempio pratico:
Se $V_{OUT} = 0V$ (logica bassa) e hai $V_{OV} = 2V$:
$V_{DS} \approx 0V < 2V \to$ OMICA ✓
Se $V_{OUT} = 5V$ (logica alta) e hai $V_{OV} = 2V$:
$V_{DS} \approx 5V > 2V \to$ SATURAZIONE ✓

Resistenza di canale

Resistenza di Canale (R_{CH} o R_{eq})

Quando usare: Calcolare la corrente nel MOSFET quando:
- $V_{OUT} = V_{DS}$ (l'uscita coincide con la tensione drain-source)
- $V_{OUT} \approx 0V$ (uscita logica bassa)

La **resistenza di canale** è la resistenza equivalente del MOSFET in un **intorno di** $V_{DS} = 0V$

FORMULA:

$$R_{CH} = R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove $V_{OV} = V_{GS} - V_T$

Nota: K può essere il K del singolo MOSFET o il K_{eq} del MOSFET equivalente (dopo semplificazioni serie/parallelo)

Origine: Derivata di I_D rispetto a V_{DS} calcolata in $V_{DS} = 0$ (approssimazione di Taylor al primo ordine)

QUANDO È VALIDA:
✓ $V_{DS} \approx 0V$ (uscita logica bassa)
✓ MOSFET in zona OMICA
✓ Calcoli approssimativi di corrente

× Se V_{DS} NON è vicino a 0V
× In altri punti di lavoro (devi ricalcolare la derivata nel punto specifico)

★ SANITY CHECK
Dopo aver calcolato I_D usando R_{CH}, **DEVI verificare**:

$$V_{R_{CH}} \ll V_{OV}$$

Dove $V_{R_{CH}}$ è la tensione ai capi della resistenza equivalente ($= V_{DS}$ del MOSFET).

Se $V_{R_{CH}} \approx V_{OV}$ o maggiore, l'approssimazione **NON è valida**!

Esempio pratico:
Se $K = 1$ mA/V², $V_{GS} = 3V$, $V_T = 1V$:
$V_{OV} = 3V - 1V = 2V$
$R_{CH} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{1}{4}$ k$\Omega = 250\ \Omega$
Con $V_{DS} = 0.1V$:
$I_D \approx \frac{V_{DS}}{R_{CH}} = \frac{0.1V}{250\Omega} = 0.4$ mA
Verifica: $V_{DS} = 0.1V \ll V_{OV} = 2V$ ✓ OK!

Carica di un condensatore con MOSFET

Scenario: MOSFET utilizzato per caricare un condensatore (es. in porte logiche, circuiti di trasferimento carica)

Nota importante: La tensione massima/minima raggiungibile sul condensatore dipende dal **tipo di MOSFET**!

REGOLA MNEMONICA:
Gli nMOS NON sono bravi a CARICARE
I pMOS NON sono bravi a SCARICARE

CARICA - 1. Con pMOS

Carica COMPLETA: Il condensatore si carica fino a V_{DD}

$$V_{C,max} = V_{DD}$$

Motivo: Nel pMOS, la corrente scorre da Source (alto) → Drain (basso). Il pMOS può rimanere acceso fino a quando il condensatore raggiunge V_{DD}, perché il Source è collegato a V_{DD} e mantiene sempre $V_{SG} > |V_T|$.

CARICA - 2. Con nMOS

Carica LIMITATA: Il condensatore si carica **solo fino a**:

$$V_{C,max} = V_G - V_T$$

Motivo: Nel nMOS, quando il condensatore (collegato al Drain) si carica, aumenta V_D. Quando V_D raggiunge $V_G - V_T$, si ha $V_{GS} = V_G - V_S = V_G - (V_G - V_T) = V_T \to$ il MOSFET **si spegne** (entra in interdizione). **Non può caricare oltre** perché $V_{GS} = V_T$ è la condizione di soglia (OFF).

Esempio pratico (CARICA):
Se $V_G = 5V$ e $V_T = 1V$ per un nMOS:
$V_{C,max} = 5V - 1V = 4V$ (non $5V$!)
Con pMOS invece: $V_{C,max} = V_{DD}$ (carica completa)

Scarica di un condensatore con MOSFET

Comportamento SPECULARE alla carica

SCARICA - 1. Con nMOS

Scarica COMPLETA: Il condensatore si scarica fino a **GND (0V)**

$$V_{C,min} = 0V$$

Motivo: Nel nMOS, il Source è collegato a GND e la corrente scorre dal condensatore (Drain) verso GND. Il nMOS rimane acceso finché $V_{GS} > V_T$. Dato che $V_S = 0V$ (GND), finché $V_G > V_T$ il transistor resta acceso e può scaricare completamente il condensatore.

SCARICA - 2. Con pMOS

Scarica LIMITATA: Il condensatore si scarica **solo fino a**:

$$V_{C,min} = V_G + |V_T|$$

Motivo: Nel pMOS, quando il condensatore (collegato al Source) si scarica, diminuisce V_S. Quando V_S scende fino a $V_G + |V_T|$, si ha $V_{SG} = |V_T| \rightarrow$ il MOSFET **si spegne**. **Non può scaricare oltre** perché $V_{SG} = |V_T|$ è la condizione di soglia (OFF).

Esempio pratico (SCARICA):
Se $V_G = 2V$ e $|V_T| = 1V$ per un pMOS:
$V_{C,min} = 2V + 1V = 3V$ (non può scendere sotto!)
Con nMOS invece: $V_{C,min} = 0V$ (scarica completa)

△ CONSEGUENZA PRATICA - Simmetria CARICA/SCARICA

CARICA: pMOS completa ($\rightarrow V_{DD}$), nMOS limitata ($\rightarrow V_G - V_T$)
SCARICA: nMOS completa ($\rightarrow$ GND), pMOS limitata ($\rightarrow V_G + |V_T|$)
Nelle porte logiche cMOS:
- **pMOS** nella rete **pull-up** (PUN) $\rightarrow$ porta uscita a V_{DD}
- **nMOS** nella rete **pull-down** (PDN) $\rightarrow$ porta uscita a GND

Valutazione logica circuiti ibridi/intermedi (PTL)

Scenario: Circuiti con un solo MOSFET + condensatore (non completamente cMOS)

★ SOGLIA LOGICA: $\frac{V_{DD}}{2}$
Per la **tabella di verità**, l'uscita è considerata:
- **HIGH** se $V_{OUT} > \frac{V_{DD}}{2}$
- **LOW** se $V_{OUT} < \frac{V_{DD}}{2}$

Caso 1: nMOS sulla pull-up + condensatore

Problema: nMOS carica solo fino a $V_{C,max} = V_G - V_T$
Valutazione logica:
Se $V_G - V_T > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **HIGH** (logicamente "1")
Se $V_G - V_T < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **LOW** (logicamente "0")

Esempio: $V_{DD} = 5V$, $V_G = 4V$, $V_T = 1V$
$V_{C,max} = 4V - 1V = 3V$
$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$
$3V > 2.5V \rightarrow$ Uscita = **HIGH** (anche se non raggiunge V_{DD}!)

Caso 2: pMOS sulla pull-down + condensatore

Problema: pMOS scarica solo fino a $V_{C,min} = V_G + |V_T|$
Valutazione logica:
Se $V_G + |V_T| < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **LOW** (logicamente "0")
Se $V_G + |V_T| > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$ Uscita = **HIGH** (logicamente "1")

Esempio: $V_{DD} = 5V$, $V_G = 1V$, $|V_T| = 1V$
$V_{C,min} = 1V + 1V = 2V$
$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$
$2V < 2.5V \rightarrow$ Uscita = **LOW** (anche se non raggiunge GND!)

Nota importante: Questa valutazione si usa SOLO per le **tabelle di verità** dei circuiti ibridi. Nei circuiti cMOS completi, l'uscita raggiunge sempre V_{DD} o GND.

Tempo di propagazione

Tempo di propagazione (τ o t_{prop})

Definizione: Tempo impiegato a raggiungere la soglia della porta logica successiva.

Convenzione: Se non specificato, si prende:

$$V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$$

Metodo 1: Approssimazione a corrente costante

$$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}}$$

Dove:
- $\Delta V = V_{finale} - V_{iniziale}$
- $V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$ (sempre!)
- C = capacità di carico
- I_{sat} = corrente di saturazione del MOSFET

Esempio: Se $V_{DD} = 5V$ e $V_{iniziale} = 0V$:
La transizione è da $0V$ a $\frac{5V}{2} = 2.5V$ (NON a 5V!)

$$\Delta V = 2.5V - 0V = 2.5V$$

PTL vs CMOS Logic

Confronto: Due approcci diversi per implementare porte logiche

1. CMOS (Complementary MOS Logic)

Struttura:
- Rete **PUN** (pMOS) - pull-up network
- Rete **PDN** (nMOS) - pull-down network
- **Sempre** una rete ON, l'altra OFF

Vantaggi:
- Uscita sempre a V_{DD} o GND (livelli completi)
- Potenza statica = 0 (nessun percorso VDD→GND)
- Immunità al rumore elevata

Svantaggi:
- Richiede reti complementari (più transistor)
- Area maggiore

---

2. PTL (Pass Transistor Logic)

Struttura:
- Usa **singoli transistor** (nMOS o pMOS)
- I transistor "passano" i segnali da ingresso a uscita
- NON usa reti complementari

Vantaggi:
- Meno transistor (area ridotta)
- Circuiti più semplici

Svantaggi:
- **Livelli degradati**:
  - nMOS carica solo fino a $V_G - V_T$
  - pMOS scarica solo fino a $V_G + |V_T|$
- Immunità al rumore ridotta
- Potenza statica $\neq 0$ (possibili percorsi VDD→GND)

CONFRONTO RAPIDO:
CMOS: Livelli completi, 0 potenza statica, + area
PTL: Livelli degradati, potenza statica, - area

Tempo di propagazione - PTL (metodo accurato)

★ **PROBLEMA - Approssimazione a corrente costante**
L'approssimazione con $I = I_{sat}$ (corrente costante in saturazione) è **molto SOTTOSTIMATA** per la PTL!
Motivo: Nella PTL, durante la carica/scarica, il MOSFET passa dalla zona di saturazione alla zona omica, e la corrente diminuisce drasticamente.

METODO CORRETTO - Approssimazione RC

Ipotesi da considerare:
1. La corrente **finale** è circa **zero** (quando $V_C \approx V_G - V_T$ per nMOS)
2. La corrente a **metà tensione** ($V_{DD}/2$) è quella che determina il tempo
3. Sostituisci il transistor con una **resistenza equivalente** calcolata in zona omica

Procedura:

Step 1: Calcola la resistenza equivalente in zona omica

$$R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove $V_{OV} = V_{GS} - V_T$ al punto di lavoro considerato (tipicamente a $V_{OUT} = \frac{V_{DD}}{2}$)

Step 2: Calcola il tempo di propagazione come circuito RC

$$\tau_{prop} = R_{eq} \cdot C$$

Esempio pratico (nMOS in PTL):
$V_{DD} = 5V$, $V_G = 5V$, $V_T = 1V$, $K = 1$ mA/V^2, $C = 10$ pF
A metà tensione ($V_{OUT} = 2.5V$):
$V_{GS} = 5V$ (gate fisso), $V_S = 2.5V$ (source al condensatore)
$V_{OV} = 5V - 1V = 4V$
$R_{eq} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 4} = 0.125$ k$\Omega = 125\ \Omega$
$\tau_{prop} = 125 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 1.25$ ns

Confronto con approssimazione a corrente costante:
Se usassi $I_{sat} = K \cdot V_{OV}^2 = 1 \cdot 4^2 = 16$ mA (molto sovrastimato!)
$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}} = \frac{2.5 \cdot 10p}{16m} = 1.56$ ns
Il metodo RC è più accurato perché considera la diminuzione della corrente!

Potenza statica

Potenza statica

Definizione: Potenza consumata dal circuito quando gli ingressi e le uscite **NON commutano** (analisi statica).

Importante: In analisi statica, il condensatore si comporta come se non ci fosse (circuito aperto).

Formula:

$$P_{statica} = I \cdot V_{DD}$$

Dove:
- I = corrente che scorre nel MOSFET/circuito
- V_{DD} = tensione di alimentazione

Nota: Poiché il condensatore è un circuito aperto in regime stazionario (nessun $\frac{dV}{dt}$), si calcola solo la corrente continua che scorre attraverso i MOSFET.

cMOS standard: $P_{statica} = 0$ sempre. Non esistono configurazioni che consumano potenza statica.

cMOS non standard: Possono avere configurazioni in cui $P_{statica} \neq 0$.

★ **IMPORTANTE - Calcolo V_{GS}**
In analisi statica, se il **source dell'nMOS NON è a massa** (ma collegato a un'altra alimentazione):
NON usare V_G direttamente, ma calcolare:

$$V_{GS} = V_G - V_S$$

Lo stesso vale per pMOS se il source NON è a V_{DD}.

Potenza dinamica

Definizione: Potenza consumata durante le commutazioni degli ingressi uscite.

★ CONDIZIONE FONDAMENTALE

Prima di applicare la formula, verificare che:

$$\tau_{prop} \leq \frac{T_{in}}{2}$$

Dove:

- τ_{prop} = tempo di propagazione
- T_{in} = periodo del segnale di ingresso

Se $\tau_{prop} > \frac{T_{in}}{2}$, il circuito **NON ha tempo** di raggiungere il regime prima della prossima commutazione ⇒ la formula **NON è valida**.

Nota pratica: Se hai calcolato τ_{prop} per una transizione (es. high→low) ma la potenza dinamica riguarda la transizione opposta (low→high), verifica l'**ordine di grandezza**. Se K_n e K_p sono comparabili numericamente, i due tempi di propagazione saranno multipli ma **stesso ordine di grandezza**. Se $\tau_{prop} \ll \frac{T_{in}}{2}$ (molto minore), sei a posto anche senza calcolare l'altro! **ATTENZIONE:** Questa assunzione vale **SOLO se** $K_n \approx K_p$. Se i valori di K sono molto diversi, devi calcolare entrambi i tempi di propagazione.

Formula generale:

$$P_D = V_{DD} \sum_i (V_{OH,i} - V_{OL,i}) \cdot C_i \cdot f_i$$

Caso semplificato (un solo nodo d'uscita):

$$P_D = V_{DD} \cdot (V_{OH} - V_{OL}) \cdot C_L \cdot f_{out}$$

Dove:

- V_{DD} = tensione di alimentazione
- V_{OH} = tensione output HIGH (valore massimo)
- V_{OL} = tensione output LOW (valore minimo)
- C_L = capacità del carico
- f_{out} = frequenza di uscita

Come determinare V_{OH} e V_{OL}:
Sono i valori massimo e minimo dell'uscita durante le commutazioni.
Metodi:

- Dal grafico di $V_{out}(t)$ (se richiesto in precedenza)
- Forniti direttamente nel testo dell'esercizio
- Analizzando le transizioni del circuito

Duty Cycle

Duty Cycle (ciclo di lavoro)

Definizione: Il **duty cycle** δ è il rapporto tra il tempo in cui il segnale è HIGH e il periodo totale:

$$\delta = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{HIGH}}{T_{HIGH} + T_{LOW}}$$

Espresso in percentuale: $\delta\% = \delta \times 100$

Esempi comuni:
- $\delta = 0.5$ (50%) → onda quadra simmetrica (HIGH e LOW stesso tempo)
- $\delta = 0.25$ (25%) → segnale HIGH per 25% del periodo
- $\delta = 0.75$ (75%) → segnale HIGH per 75% del periodo

Relazione con la potenza dinamica: Se il duty cycle ≠ 50%, può influenzare la frequenza effettiva delle commutazioni complete. In molti esercizi si assume duty cycle = 50% (onda quadra simmetrica).

Porte cMOS - Definizione

Definizione: Una porta logica **cMOS** (Complementary MOS) è composta da due reti complementari:
- **PUN** (Pull-Up Network): rete di **pMOS**
- **PDN** (Pull-Down Network): rete di **nMOS**

★ REGOLA FONDAMENTALE

In qualsiasi configurazione di ingresso:
Solo UNA rete è attiva (ON) alla volta
- Se PUN è ON → PDN è OFF (uscita = V_{DD})
- Se PDN è ON → PUN è OFF (uscita = GND)

Significato PRATICO negli esercizi:

1. Potenza statica = 0
Poiché una rete è sempre OFF, non c'è percorso diretto tra V_{DD} e GND → $P_{statica} = 0$

2. Analisi per stati logici
Per ogni combinazione di ingressi, verifica:
- Quali MOSFET sono ON/OFF
- Quale rete (PUN o PDN) è attiva
- Output = V_{DD} se PUN ON, = GND se PDN ON

Esempio: cMOS Inverter

Ingresso ALTO ("1"):
- nMOS ON → PDN attiva → Uscita = GND ("0")
- pMOS OFF → PUN spenta

Ingresso BASSO ("0"):
- pMOS ON → PUN attiva → Uscita = V_{DD} ("1")
- nMOS OFF → PDN spenta

Nota: Le reti sono **complementari**: se PUN realizza f, PDN realizza $\overline{f}$

Costruzione PUN da PDN

Problema: Data la rete Pull-Down (PDN) con nMOS, costruire la rete Pull-Up (PUN) con pMOS

★ METODO - Trasformazione DUALE

In pratica: INVERSIONE RICORSIVA di SERIE e PARALLELO

Dalla PDN alla PUN:
1. SERIE → PARALLELO
2. PARALLELO → SERIE
3. nMOS → pMOS
4. Gate (ingressi) → RIMANGONO UGUALI

PROCEDURA MECCANICA:

Step 1: Identifica la struttura della PDN
- Individua le connessioni SERIE
- Individua le connessioni PARALLELO

Step 2: Applica la trasformazione
- Ogni SERIE diventa PARALLELO
- Ogni PARALLELO diventa SERIE
- Sostituisci nMOS con pMOS
- Mantieni gli stessi gate

Esempio pratico:
PDN: nMOS(A) in SERIE con [nMOS(B) —— nMOS(C)]
Applicazione trasformazione:
- A in SERIE → A in PARALLELO
- (B —— C) → (B in SERIE con C)

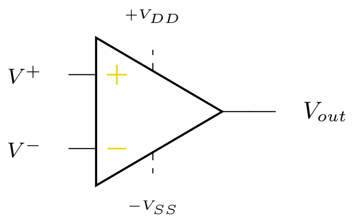
PUN: pMOS(A) in PARALLELO con [pMOS(B) in SERIE con pMOS(C)]
In formula: $PUN = A \parallel (B \cdot C)$

Verifica: Le due reti sono complementari
- PDN: $f = A \cdot (B + C)$
- PUN: $\overline{f} = \overline{A} + (\overline{B} \cdot \overline{C}) = \overline{A \cdot (B + C)}$ ✓

Nota: Questo metodo garantisce che solo una rete sia ON alla volta (proprietà fondamentale delle porte cMOS)

OpAmp - Introduzione e Caratteristica

Amplificatore Operazionale (OpAmp)

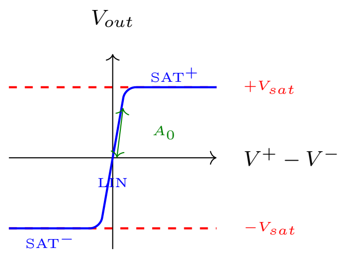


Equazione fondamentale:

$$\boxed{V_{out} = A_0 \cdot (V^+ - V^-)}$$

dove A_0 = guadagno ad anello aperto ($A_0 \to \infty$ ideale)

Caratteristica V_{out} vs $(V^+ - V^-)$:



ZONA LINEARE (tra le saturazioni):
$V_{out} = A_0 \cdot (V^+ - V^-)$
L'OpAmp amplifica la differenza degli ingressi

ZONA di SATURAZIONE:
- Se $(V^+ - V^-) > 0$ (anche di poco): $V_{out} = +V_{sat}$
- Se $(V^+ - V^-) < 0$ (anche di poco): $V_{out} = -V_{sat}$

L'uscita "tocca" le alimentazioni e non va oltre!

★ I trattini (- - -) nel grafico:
Indicano i **limiti di saturazione** $\pm V_{sat}$.
L'uscita si "appiattisce" su questi valori e non segue più $(V^+ - V^-)$!

Valori tipici di V_{sat}:
- **Rail-to-rail:** $V_{sat} = V_{alim}$ esattamente
- **Standard:** $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$

Impedenza con Condensatori

Impedenza del condensatore:

$$Z_C(s) = \frac{1}{sC}$$

Con $s = j\omega$: modulo $|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$, fase $\angle Z_C = -90°$

Comportamento del condensatore in base alla frequenza:

Freq.	Z_C	**Equiv.**	**Effetto**
DC ($\omega = 0$)	∞	**Aperto**	Cancella ramo
Alta ($\omega \to \infty$)	0	**Corto**	Filo (a GND)

★ DC ($\omega = 0$): $Z_C = \frac{1}{0 \cdot C} \to \infty \to$ **APERTO**
Il condensatore è carico, blocca la corrente continua.

★ Alta freq. ($\omega \to \infty$): $Z_C = \frac{1}{\infty \cdot C} \to 0 \to$ **CORTO**
Il condensatore non ha tempo di caricarsi, la corrente passa libera.
Nota: Se C è collegato a massa, il nodo va a **GND**.

Configurazioni comuni:

1. C in PARALLELO con R:

$$Z(s) = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{1 + sRC}$$

Notazione comoda per paralleli: $Z = (R^{-1} + Z_C^{-1})^{-1}$
Più facile da manipolare rispetto a $\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$

Polo in: $\omega_p = \frac{1}{RC}$

2. C in SERIE con R:

$$Z(s) = R + \frac{1}{sC} = \frac{1 + sRC}{sC}$$

Zero in: $\omega_z = \frac{1}{RC}$

★ CONTROLLI (SANITY CHECKS)
Dopo aver calcolato impedenze (serie/parallelo):

1. Controllo Dimensionale:
- L'impedenza Z deve avere dimensione di Ω (ohm)
- Il coefficiente τ che moltiplica s deve essere in [s]
- Relazione utile: $[\mathrm{F}] \cdot [\Omega] = [\mathrm{s}]$
- Es: RC ha dimensioni $[\Omega] \cdot [\mathrm{F}] = [\mathrm{s}]$ ✓

2. Controllo a Frequenza Nulla ($s = 0$):
- A $s = 0$ (DC), il condensatore è APERTO
- Sostituisci $s = 0$ in $Z(s)$ calcolata
- Deve dare la stessa R_{eq} ottenuta considerando C aperto

Es: $Z = \frac{R}{1+sRC}|_{s=0} = R$ (corretto: C aperto lascia R)

Forma Standard per Bode

Data una funzione di trasferimento generica come $T(s) = \frac{V_{out}}{I_{in}}$, portala in forma:

Trasferimento vs Guadagno:
- **Guadagno** = numero **puro** (adimensionale): $\frac{V_{out}}{V_{in}}$
- **Trasferimento** = ha **unità di misura**: es. $\frac{V_{out}}{I_{in}}$ $[\Omega]$

Es: amplificatore a **transimpedenza** ha trasferimento in Ω

$$T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})(1+s\tau_{z2})\cdots}{(1+s\tau_{p1})(1+s\tau_{p2})\cdots}$$

Dove:
- K = guadagno costante (può essere assente se $K = 1$)
- s^n = poli/zeri nell'origine (può essere assente se $n = 0$)
  $n > 0$: zeri nell'origine, $n < 0$: poli nell'origine
- $\tau_{zi} = \frac{1}{\omega_{zi}}$ = costante di tempo dello zero i-esimo
- $\tau_{pi} = \frac{1}{\omega_{pi}}$ = costante di tempo del polo i-esimo

Procedimento:
1. Fattorizza numeratore e denominatore
2. Porta ogni fattore $(s + a)$ nella forma $(1 + s\tau)$:
   $(s + a) = a(1 + s/a) \to$ raccolta a in K, con $\tau = 1/a$
3. Raccogli tutti i coefficienti costanti in K
4. Eventuali s isolati formano il termine s^n

Nota: In questa forma, poli e zeri sono immediatamente visibili: $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ e $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$

Conversione Scala Logaritmica ↔ Lineare

Da LINEARE a dB (logaritmica):

$$|T|_{\text{dB}} = 20\log_{10}(|T|_{\text{lin}})$$

Da dB a LINEARE:

$$|T|_{\text{lin}} = 10^{|T|_{\text{dB}}/20}$$

Valori utili da ricordare:
- 0 dB ↔ 1 (lineare)
- 20 dB ↔ 10 (lineare)
- -20 dB ↔ 0.1 (lineare)
- 3 dB ↔ $\sqrt{2} \approx 1.41$ (lineare)
- -3 dB ↔ $1/\sqrt{2} \approx 0.707$ (lineare)
- 6 dB ↔ 2 (lineare)

Bode - Diagramma del Modulo

Data $T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})(1+s\tau_{z2})\cdots}{(1+s\tau_{p1})(1+s\tau_{p2})\cdots}$

Punto di partenza per il tracciamento:
- Se $n = 0$: calcola $|T(0)|$ e $\angle T(0)$ (sostituisci $s = 0$)
- Se $n \neq 0$: **NON puoi** calcolare a $s = 0$ (singolarità!) $\to$ vedi box dedicato

Tracciamento del Modulo:

1. Contributo di K (guadagno costante):

Retta orizzontale a: $20\log_{10}|K|$ dB
- Se $K > 0$: $20\log_{10} K$ dB
- Se $K < 0$: $20\log_{10}|K|$ dB (modulo positivo)

△ ATTENZIONE - Modulo SEMPRE positivo!
Se a basse frequenze calcoli un valore **negativo**, devi prendere il **valore assoluto** prima di convertire in dB!
Esempio: Se $T(0) = -10 \Rightarrow |T(0)| = 10$
$\Rightarrow$ Nel Bode: $20\log_{10}(10) = 20$ dB
Il segno negativo influenza solo la **FASE** (+180), non il modulo!

2. Contributo di s^n (poli/zeri nell'origine):

Retta passante per (1, 0 dB) con pendenza:
- $+20n$ dB/dec se $n > 0$ (zeri nell'origine)
- $-20|n|$ dB/dec se $n < 0$ (poli nell'origine)

3. Contributo degli ZERI $(1 + s\tau_z)$:

Per $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$:
- $\omega < \omega_z$: contributo ≈ 0 dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_z$: punto di spigolo
- $\omega > \omega_z$: pendenza +20 dB/dec

4. Contributo dei POLI $(1 + s\tau_p)$:

Per $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$:
- $\omega < \omega_p$: contributo ≈ 0 dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_p$: punto di spigolo
- $\omega > \omega_p$: pendenza -20 dB/dec

5. Tracciamento finale (METODO PRATICO):

a) Parte da $K \cdot s^n$ con pendenza iniziale
   Se $n = 0$: costante fino alla 1^a singolarità
b) Ordina poli e zeri per frequenza crescente
c) Ad ogni singolarità (da sinistra a destra):
   - Per ogni **zero**: aggiungi +20 dB/dec alla pendenza
   - Per ogni **polo**: aggiungi -20 dB/dec alla pendenza

d) Esempio: se hai pendenza 0 e incontri zero $\to$ diventa +20 dB/dec
   poi incontri polo $\to$ diventa 0 dB/dec

Guadagno di Banda (GBW):

Per amplificatori con 1 polo dominante:

$$\text{GBW} = |A_0| \cdot \omega_p$$

Dove A_0 è il guadagno a basse frequenze (prima del polo)

Bode - Metodo Generale Unificato

★ METODO GENERALE UNIFICATO per Bode del Modulo

PASSO 1: Analisi Strutturale (Scomposizione Visiva)

Guarda $G(s)$ e identifica **col dito** questi tre elementi (no calcoli, solo riconoscimento):

1. Il Guadagno Statico (K):
Raccogli tutti i numeri costanti che moltiplicano la funzione.
$\Rightarrow$ Determina l'**altezza verticale** del grafico.

2. I Termini Binomiali $(1 + s\tau)$ (singolarità standard):
- Se è al **NUMERATORE**: è uno **ZERO** (grafico **sale**)
- Se è al **DENOMINATORE**: è un **POLO** (grafico **scende**)

3. La "S" Isolata (s^n):
Cerca le s che **NON** sono sommate a 1 (es: s, s^2, $1/s$, $1/s^2$)
- Se al **NUMERATORE** (s, s^2): hai n **Zeri nell'origine**
- Se al **DENOMINATORE** ($1/s$, $1/s^2$): hai n **Poli nell'origine**
- Se **non c'è**: $n = 0$

PASSO 2: Calcolo delle Frequenze di Taglio

Prendi tutti i *Termini Binomiali* (Passo 1, punto 2) e calcola:

$$\boxed{f_p = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}}$$

Lista Ordinata: metti le frequenze in ordine crescente $f_1 < f_2 < f_3 \ldots$
$\Rightarrow$ Questi sono i "paletti" verticali sull'asse delle frequenze.

PASSO 3: Il Confronto Cruciale (L'Attacco del Grafico)

Decidi come **inizia** il grafico a sinistra. Guarda solo la "S" Isolata (Passo 1, punto 3).

CASO A: Nessuna "S" Isolata (singolarità NON in zero)
- **Comportamento:** Il grafico parte **PIATTO** (orizzontale)
- **Valore di partenza:** Converti K da lineare a dB:

$$\boxed{|K|_{\text{dB}} = 20\log_{10}(|K|_{\text{lin}})}$$

- **Azione:** Disegna retta orizzontale fino alla prima freq. f_1

CASO B: Presenza di "S" Isolata (singolarità IN zero)
- **Comportamento:** Il grafico parte **IN PENDENZA**
  - Zero in origine (s): parte **salendo** (+20 dB/dec)
  - Polo in origine ($1/s$): parte **scendendo** (-20 dB/dec)
- **Punto di Ancoraggio (IL TRUCCO):**
  Non calcolare la retta iniziale (difficile!)
  Scegli f_{test} **dopo** la prima singolarità o nel "centro banda"
  Calcola il modulo con $s = j2\pi f_{test}$
  Segna quel punto e usalo come **perno** per le pendenze

PASSO 4: Tracciamento Dinamico (Disegno)

Percorri l'asse delle frequenze da **sinistra a destra**:
1. Avanza fino alla prima frequenza f_1
2. **Applica la modifica:**
   - Se f_1 era un **POLO**: **sottrai** 20 alla pendenza
     (es: eri piatto 0 $\to$ diventi -20 dB/dec)
   - Se f_1 era uno **ZERO**: **aggiungi** 20 alla pendenza
     (es: scendevi -20 $\to$ diventi piatto 0)
3. Prosegui fino a f_2 e **ripeti**

Formule Rapide di Navigazione sul Bode

★ REGOLE AUREE per muoversi sul grafico

1. Sulla DISCESA (-20 dB/dec): Legge del Prodotto Costante

$$\boxed{G \cdot f = \text{Costante}}$$

Uso: Da (G_1, f_1) trovo G_2 a frequenza f_2:

$$G_2 = \frac{G_1 \cdot f_1}{f_2}$$

Mnemonica: "Più vado avanti in frequenza, più il guadagno scende: il loro prodotto resta uguale."

2. Sulla SALITA (+20 dB/dec): Legge del Rapporto Costante

$$\boxed{\frac{G}{f} = \text{Costante}}$$

Uso: Da (G_1, f_1) trovo G_2 a frequenza f_2:

$$G_2 = G_1 \cdot \frac{f_2}{f_1}$$

Mnemonica: "Se la frequenza raddoppia, il guadagno raddoppia."

Caso Generale: pendenza $\pm n \cdot 20$ dB/dec

DISCESA ($-n \cdot 20$ dB/dec):

$$\boxed{G \cdot f^n = \text{Cost.}} \quad \Rightarrow \quad G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^n$$

SALITA ($+n \cdot 20$ dB/dec):

$$\boxed{\frac{G}{f^n} = \text{Cost.}} \quad \Rightarrow \quad G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^n$$

Pendenza	Discesa	Salita
± 20 dB/dec	$G \cdot f$	G/f
± 40 dB/dec	$G \cdot f^2$	G/f^2
± 60 dB/dec	$G \cdot f^3$	G/f^3

Intersezione con asse 0 dB: $G = 1$

△ WARNING CRITICO:
Quando cerchi l'intersezione con l'asse 0 dB, usa:

$$\boxed{G_{\text{lineare}} = 1} \quad \text{(NON 0!)}$$

Motivo: 0 dB $\Leftrightarrow G_{\text{lin}} = 1$
Se metti 0 nella moltiplicazione, annulli tutto!

Esempio pratico:
Plateau a $G = 100$ che finisce in polo a $f = 1$ kHz.
A che frequenza taglio l'asse 0 dB scendendo?

Uso regola discesa: $G_1 \cdot f_1 = G_2 \cdot f_2$

$$100 \cdot 1\text{k} = 1 \cdot f_x \Rightarrow \boxed{f_x = 100 \text{ kHz}}$$

Bode - Singolarità in Zero ($n \neq 0$)

Caso: $T(s) = s\tau_0 \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})}{(1+s\tau_{p1})}$ (zero nell'origine)

Procedimento:

1. Trova il punto di partenza (intersezione con 0 dB):

Frequenza: $\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}}$ oppure $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\tau_0}}$

$\Rightarrow$ A $\omega = \omega_0$ il contributo di $s\tau_0$ vale **0 dB**

2. Traccia la retta con pendenza +20 dB/dec
passante per il punto $(\omega_0, 0 \text{ dB})$

3. Aggiungi i contributi di poli/zeri:

- A $\omega_{z1} = 1/\tau_{z1}$: pendenza +20 dB/dec
- A $\omega_{p1} = 1/\tau_{p1}$: pendenza −20 dB/dec

△ **Se polo nell'origine** (es. $\frac{1}{s\tau_0}$):

- Pendenza iniziale −20 **dB/dec**
- Stesso punto di partenza: $(\omega_0 = 1/\tau_0, 0 \text{ dB})$

FASE con singolarità in zero:

Zero nell'origine (s^n al numeratore):

Fase iniziale: $\boxed{+90^\circ \cdot n}$ (costante $\forall\omega$)

Polo nell'origine (s^n al denominatore):

Fase iniziale: $\boxed{-90^\circ \cdot n}$ (costante $\forall\omega$)

Poi aggiungi i contributi dei poli/zeri normali ($\pm 90^\circ$ ciascuno)

Bode - Diagramma della Fase

Tracciamento della Fase:

1. Contributo di K:

- Se $K > 0$ (cioè $T(0) > 0$): fase $= 0^\circ$
- Se $K < 0$ (cioè $T(0) < 0$): fase $= -180^\circ$

Se $T(0) < 0$, parti da -180° e somma i contributi

2. Contributo di s^n:

Fase costante: $+90^\circ \cdot n$ per ogni frequenza

3. Contributo degli ZERI $(1 + s\tau_z)$**:**

Transizione centrata in $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$:

- $\omega < \omega_z/10$: fase $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_z$: fase $= +45^\circ$
- $\omega > 10\omega_z$: fase $\approx +90^\circ$

Transizione lineare tra $\omega_z/10$ e $10\omega_z$

4. Contributo dei POLI $(1 + s\tau_p)$**:**

Transizione centrata in $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$:

- $\omega < \omega_p/10$: fase $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_p$: fase $= -45^\circ$
- $\omega > 10\omega_p$: fase $\approx -90^\circ$

Transizione lineare tra $\omega_p/10$ e $10\omega_p$

5. Tracciamento finale:

a) Parti dalla fase iniziale:
- Se $T(0) > 0$: parte da $0^\circ + 90^\circ \cdot n$
- Se $T(0) < 0$: parte da $-180^\circ + 90^\circ \cdot n$

b) Somma algebrica dei contributi di poli e zeri:
- Zeri: $+90^\circ$ asintoticamente (transizione da $\omega_z/10$ a $10\omega_z$)
- Poli: -90° asintoticamente (transizione da $\omega_p/10$ a $10\omega_p$)

c) I contributi si **sovrappongono** se poli/zeri sono vicini

★ ERRORE COMUNE
Nel modulo, le pendenze si **sommano** ad ogni polo/zero
Nella fase, i contributi si **sovrappongono** (somma algebrica delle fasi)

Intersezione 0 dB in Bode

Problema: Il diagramma passa vicino a 0 dB nei pressi di una singolarità. Interseca prima o dopo?

Regola di Conservazione Guadagno-Frequenza:

Su un tratto con pendenza costante di m dB/dec, vale:

$$|T(\omega)| \cdot \omega^{m/20} = \text{costante}$$

Metodo pratico (verifica per ipotesi):

IPOTESI: Supponi che la retta continui **indisturbata** con la stessa pendenza (cioè che interseca 0 dB PRIMA della singolarità)

1. Identifica un punto noto sul tratto: $(\omega_1, |T(\omega_1)|)$
Es: a basse frequenze, spesso $|T(0)| = K$

2. Con pendenza m dB/dec costante, calcola ω_0 dove $|T| = 1$:

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|^{20/m}$$

ATTENZIONE: $|T(\omega_1)|$ in **scala LINEARE**, non in dB!
Se hai il valore in dB: $|T| = 10^{(\text{dB}/20)}$

3. Confronta ω_0 con la singolarità ω_s:
- Se $\omega_0 < \omega_s$: ipotesi **CORRETTA** $\rightarrow$ interseca prima
  La retta raggiunge 0 dB prima di cambiare pendenza
- Se $\omega_0 > \omega_s$: ipotesi **ERRATA** $\rightarrow$ interseca dopo
  La pendenza cambia prima di raggiungere 0 dB

Casi comuni:

Pendenza 0 dB/dec ($m = 0$): costante, già noto

Pendenza -20 dB/dec ($m = -20$):

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|$$

Questa è la formula del **GBW** (Guadagno di Banda)!

Pendenza $+20$ dB/dec ($m = +20$):

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{|T(\omega_1)|}$$

★ UTILITÀ PRATICA

Questo metodo evita di dover disegnare con precisione il diagramma per capire l'ordine di intersezione e singolarità, garantendo il tracciamento corretto dopo entrambi i punti.

Calcolo Guadagno a Frequenze Specifiche

Quando ti chiedono il guadagno a una frequenza specifica:

CASO 1: Lontano dalle singolarità (≥ 1 decade)

Usa il **diagramma sintotico** (approssimazione):
- Se $\omega < \omega_p/10$ o $\omega > 10\omega_p$: il polo/zero ha effetto trascurabile
- Leggi il valore dal diagramma asintotico con la pendenza corrente

Esempio: Con pendenza -20 dB/dec da ω_1 a ω_2:

$$|T(\omega_2)|_{\text{dB}} = |T(\omega_1)|_{\text{dB}} - 20\log_{10}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$$

CASO 2: Esattamente sulla singolarità ($\omega = \omega_p$ o ω_z)

Usa le **formule esatte**:

Modulo:
- Polo: $|1 + j\omega_p\tau_p| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow \boxed{-3 \text{ dB}}$
- Zero: $|1 + j\omega_z\tau_z| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow \boxed{+3 \text{ dB}}$

Fase:
- Polo: $\angle(1 + j\omega_p\tau_p) = \arctan(1) \rightarrow \boxed{-45^\circ}$
- Zero: $\angle(1 + j\omega_z\tau_z) = \arctan(1) \rightarrow \boxed{+45^\circ}$

CASO 3: Vicino alle singolarità (< 1 decade ma $\neq$ singolarità)

Usa i **numeri complessi**, sostituendo $s = j\omega$:

$$T(j\omega) = K \cdot (j\omega)^n \cdot \frac{(1 + j\omega\tau_{z1})(1 + j\omega\tau_{z2})\cdots}{(1 + j\omega\tau_{p1})(1 + j\omega\tau_{p2})\cdots}$$

1. Sostituisci il valore numerico di ω
2. Calcola ogni termine: $|1 + j\omega\tau| = \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}$
3. Moltiplica/dividi i moduli per ottenere $|T(j\omega)|$
4. Converti in dB: $20\log_{10}|T(j\omega)|$

Regola pratica:
- Lontano $\rightarrow$ diagramma sintotico (veloce)
- Esattamente sopra $\rightarrow$ ± 3 dB, $\pm 45^\circ$ (immediato)
- Vicino $\rightarrow$ numeri complessi (calcolo esatto)

Bode - Polo e Zero Coincidenti

Polo e Zero alla STESSA Frequenza

Situazione: Un polo e uno zero coincidono: $\omega_p = \omega_z$

Esempio:

$$T(s) = K \cdot \frac{1 + s\tau}{1 + s\tau} \cdot \frac{1}{1 + s\tau_2}$$

dove il polo e lo zero a $\omega = 1/\tau$ coincidono.

Effetto sul MODULO: si COMPENSANO
- Polo: -20 dB/dec
- Zero: $+20$ dB/dec

$\Rightarrow$ Effetto netto: $\boxed{0 \text{ dB/dec}}$

Il modulo **non cambia pendenza** a quella frequenza!
È come se polo e zero **non esistessero** per il modulo.

Effetto sulla FASE: NON si compensano!
- Polo: -90 (da 0 a -90 attorno a ω_p)
- Zero: $+90$ (da 0 a $+90$ attorno a ω_z)

MA: la transizione di fase avviene su **2 decadi** ($\omega/10$ a 10ω)

$\Rightarrow$ Alla frequenza $\omega_p = \omega_z$:

$$\text{Polo: } -45 \quad \text{Zero: } +45$$

$$\boxed{\text{Fase netta a } \omega_p = \omega_z: \quad -45 + 45 = 0}$$

★ MA c'è un TRANSITORIO di fase!

Prima di $\omega_p = \omega_z$ (es. a $\omega_p/10$):
Polo: ≈ 0, Zero: $\approx 0 \Rightarrow$ Fase ≈ 0

Dopo $\omega_p = \omega_z$ (es. a $10\omega_p$):
Polo: ≈ -90, Zero: $\approx +90 \Rightarrow$ Fase ≈ 0

$\Rightarrow$ Alla fine si compensano, ma **durante la transizione** la fase può avere una "gobba"!

★ RIASSUNTO:

	Modulo	**Fase**
Effetto	Si compensano	Si compensano
A $\omega_p = \omega_z$	Nessun cambio	0 netto
Transitorio	Nessuno	Possibile "gobba"

$\Rightarrow$ In pratica: polo e zero coincidenti si **cancellano** (semplificazione algebrica)!

Guadagno Reale vs Ideale

★ ESAME: Calcolo del GUADAGNO REALE

Calcolo del guadagno d'anello G_{loop}:

1. **Spegni tutti i generatori** (incluso V_{in}!)
2. **Taglia l'anello** (apri il feedback)
3. Inserisci generatore di test V_t nel punto di taglio
4. Usa la caratteristica dell'OpAmp:
   $V_y = A(s) \cdot (V^+ - V^-)$ con $A(s) = \frac{A_0}{1+s\tau_0}$
5. Scrivi $G_{loop} = \frac{V_y}{V_t}$

$$\boxed{G_{loop} = \frac{V_y}{V_t} = A(s) \cdot \beta}$$

$A(s)$ = **guadagno ad anello aperto** dell'OpAmp:

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

- $A_0 = A(0)$ = guadagno a freq. 0 (punto partenza Bode, $\sim 10^5$-10^6)
- $\tau_0 = \frac{1}{\omega_p}$ = costante di tempo polo dominante
  (polo dominante = polo a freq. più bassa)

GBWP (Gain-Bandwidth Product):

$$\boxed{\text{GBWP} = A_0 \cdot f_0}$$

dove $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$ = frequenza del polo. In questo corso gli OpAmp hanno **sempre una singola singolarità**.

β = fattore di retroazione (dipende da R_f, R_G)

△ ATTENZIONE: $V^+ = V^-$ NON vale qui!
L'ipotesi $V^+ = V^-$ è valida **solo per OpAmp retroazionati** (ideali in catena chiusa).
Nel calcolo di G_{loop} l'anello è **aperto** ⇒ devi usare $V_{out} = A(s) \cdot (V^+ - V^-)$

Relazione tra i guadagni:

$$\boxed{G_A = -G_{loop} \cdot G_{id}}$$

G_A = guadagno di andata, G_{loop} = guadagno d'anello, G_{id} = guadagno ideale

Formula guadagno reale:

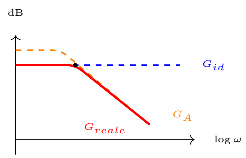
$$\boxed{G_{\text{reale}} = \frac{G_{\text{ideale}}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}}$$

★ METODO GRAFICO (più veloce!)

Procedimento:

1. Traccia il Bode del **guadagno ideale** G_{id}
2. Traccia il Bode del **guadagno d'andata** G_A
3. **Per ogni frequenza**: prendi il **valore più BASSO** tra i due grafici

⇒ Il risultato è il Bode del **guadagno reale**



Perché funziona:

- Se $|G_{loop}| \gg 1$: $G_{reale} \approx G_{id}$
- Se $|G_{loop}| \ll 1$: $G_{reale} \approx G_A$ (segue l'andata)

⇒ Il guadagno reale è **limitato** dal più piccolo dei due!

Guadagno Reale - Intersezioni

△ ATTENZIONE alle INTERSEZIONI

Problema tipico:
G_A e G_{id} hanno zeri/poli a frequenze diverse ⇒ le intersezioni possono essere **non ovvie**.

Caso comune:

- G_A sale poi diventa piatto (a un certo valore)
- G_{id} sale poi diventa piatto (a valore **diverso**)

Domanda: L'intersezione è **prima** o **dopo** il prossimo polo?

Metodo per ipotesi:

1. **Fai un'ipotesi** su quale tratto (salita/discesa/piatto) interseca
2. Usa le **regole di navigazione**:
   - Discesa: $G \cdot f$ = cost
   - Salita: G/f = cost
3. Calcola la frequenza di intersezione f_x
4. **Verifica:** Se f_x viene **più alta** del polo successivo ⇒ **ipotesi sbagliata!**
   Rifai con pendenza diversa (es: crescente invece che decrescente)

Alla fine:
Per ogni frequenza, evidenzia il **punto più basso** tra G_A e G_{id} ⇒ ottieni G_{reale}

★ NOTA su A_0 e GBW:
Se **non viene dato** A_0 ma viene dato τ_0:

- Potrebbe essere dato il **GBW** (prodotto guadagno-banda)
- Oppure c'è un altro modo per risolvere l'esercizio

Ricorda: $\text{GBW} = A_0 \cdot \omega_p = A_0/\tau_0$

Calcolo analitico di G_{id}:
Se richiesto esplicitamente, può portare a **equazioni di 2° grado in s** (conti lunghi).

⇒ Raramente richiesto all'esame.

Margine di Fase e Stabilità

★ MARGINE DI FASE e STABILITÀ

Procedimento:

1. Disegna il Bode di G_{loop} (modulo e fase)
2. Trova la **frequenza di crossover** f_c:
   frequenza dove $|G_{loop}| = 0$ dB (taglia l'asse **orizzontale**)
3. Leggi la **fase** di G_{loop} a f_c: $\phi(f_c)$
4. Calcola il **margine di fase**:

$$\boxed{\text{PM} = 360 + \phi(f_c)}$$

Formula esplicita per $\phi(f_c)$:

$$\boxed{\phi(f_c) = 180° - \sum_i \arctan\left(\frac{f_c}{f_{pi}}\right) + \sum_j \arctan\left(\frac{f_c}{f_{zj}}\right)}$$

- f_c = frequenza di crossover (dove $|G_{loop}| = 0$ dB)
- f_{pi} = frequenza del polo i-esimo
- f_{zj} = frequenza dello zero j-esimo

I poli **sottraggono** fase, gli zeri **aggiungono** fase.

Classificazione della stabilità:

Margine di Fase	Sistema
PM > 45	**Asintoticamente stabile**
PM = 0	**Criticamente stabile**
PM < 0	**Instabile**

△ NOTA PRATICA:

- PM ≈ 60-70: risposta ben smorzata
- PM ≈ 45: leggero overshoot
- PM < 45: oscillazioni/overshoot significativo

Regola: Più alto il PM, più stabile il sistema

△ SISTEMA CON 2 POLI PRIMA DI f_c:
Se f_c viene **dopo** entrambi i poli (cioè $f_{p1}, f_{p2} < f_c$):
⇒ Sistema **SICURAMENTE INSTABILE**
(fase già a -180 prima del taglio)

△ f_c a meno di 1 decade dal 2° polo:
Se $f_{p1} < f_c < f_{p2}$ ma $f_c < 10 \cdot f_{p2}$:
⇒ Il grafico **ideale** della fase **NON è affidabile!**
⇒ Devi calcolare il **PM analiticamente** con gli arctan

Verifica: $f_c > 10 \cdot f_{p2}$? ⇒ OK grafico ideale
Es: $f_{p2} = 15.92$ kHz ⇒ serve $f_c > 159.2$ kHz
Se $f_c = 90.9$ kHz < 159.2 kHz ⇒ **calcolo analitico!**

Interpretazione grafica:
Il margine di fase è "quanto manca" alla fase per raggiungere -360 (o -180 in alcuni testi) quando il guadagno vale 0 dB.

Se la fase è già oltre -360 quando $|G| = 0$ dB ⇒ sistema **instabile**

Stabilità - Senza Crossover

Stabilità: Modulo che NON taglia 0 dB

Problema:

Il modulo di G_{loop} rimane **sempre sopra** o **sempre sotto** 0 dB $\Rightarrow$ non esiste f_c!

Come calcolo il margine di fase se non c'è crossover?

CASO 1: $|G_{loop}|$ sempre > 0 dB

Il guadagno d'anello è **sempre maggiore di 1**.

Analisi: Guarda la **fase** a tutte le frequenze:

- Se la fase **non raggiunge mai** -360:
  $\Rightarrow$ Sistema **STABILE**
  (PM > 0 a tutte le frequenze)
- Se la fase **raggiunge o supera** -360:
  $\Rightarrow$ Sistema **INSTABILE**
  (il guadagno è > 1 quando la fase è critica)

CASO 2: $|G_{loop}|$ sempre < 0 dB

Il guadagno d'anello è **sempre minore di 1**.

$\Rightarrow$ Sistema **SEMPRE STABILE**!

Perché? Anche se la fase raggiunge -360, il guadagno è < 1 quindi il segnale si **attenua** ad ogni giro dell'anello.

$\Rightarrow$ Le oscillazioni si **smorzano** invece di crescere.

PM $= \infty$ (o indefinito, ma sistema stabile)

★ REGOLA PRATICA:

Condizione di instabilità (criterio di Barkhausen):

$$\boxed{|G_{loop}| \geq 1 \quad \text{E} \quad \angle G_{loop} = -360}$$

Servono **ENTRAMBE** le condizioni simultaneamente!

- Se $|G_{loop}| < 1$ sempre $\Rightarrow$ **stabile** (non importa la fase)
- Se fase $\neq -360$ sempre $\Rightarrow$ **stabile** (non importa il modulo)

★ RIASSUNTO:

Modulo	Fase	Stabilità
Sempre < 0 dB	Qualsiasi	**STABILE**
Sempre > 0 dB	> -360	**STABILE**
Sempre > 0 dB	≤ -360	**INSTABILE**
Taglia 0 dB	–	Usa PM normale

Stabilità - Segno di G_{loop}

Stabilità dal SEGNO di G_{loop} (senza Bode)

★ REGOLA VELOCE per la stabilità:

In **analisi statica** (DC, $s = 0$), il segno di G_{loop} determina la stabilità!

$$\boxed{G_{loop}(0) < 0 \Rightarrow \text{STABILE}}$$

$$\boxed{G_{loop}(0) > 0 \Rightarrow \text{INSTABILE}}$$

$G_{loop} < 0$ (NEGATIVO) $\Rightarrow$ STABILE

Il sistema è in **retroazione negativa**.

Fisicamente: una perturbazione viene **contrastata**
$\Rightarrow$ Il sistema torna all'equilibrio

Esempi:

- Buffer: $G_{loop} = -A_0 < 0$ ✓
- Amplificatore invertente: $G_{loop} < 0$ ✓
- Amplificatore non invertente: $G_{loop} < 0$ ✓

$G_{loop} > 0$ (POSITIVO) $\Rightarrow$ INSTABILE

Il sistema è in **retroazione positiva**.

Fisicamente: una perturbazione viene **amplificata**
$\Rightarrow$ Il sistema "scappa" verso saturazione

Esempi:

- Trigger di Schmitt: $G_{loop} > 0$ (bistabile)
- Comparatore con retroaz. positiva

Perché funziona (intuizione):

$G_{loop} = A_0 \cdot \beta$ dove β = fattore di retroazione

- Se β inverte il segno $\Rightarrow G_{loop} < 0 \Rightarrow$ stabile
- Se β mantiene il segno $\Rightarrow G_{loop} > 0 \Rightarrow$ instabile

Il segno negativo indica che il feedback **contrasta** l'errore!

△ ATTENZIONE - Quando serve Bode:

Questa regola vale per **analisi DC** (stabilità asintotica).

Per sistemi con **poli/zeri** a frequenze specifiche, serve comunque il Bode per verificare il **margine di fase** a tutte le frequenze!

Quando fare il Bode di G_{loop}

Quando fare il Bode di G_{loop}?

★ SCOPO del Bode di G_{loop}:

Analizzare la **STABILITÀ** del sistema retroazionato e calcolare il **margine di fase**.

Quando È UTILE farlo:

1. **Verifica stabilità con poli/zeri:**
   Se il sistema ha singolarità, il segno DC non basta!
   $\Rightarrow$ Serve il margine di fase
2. **L'esercizio chiede il margine di fase:**
   PM $= 360 + \phi(f_c)$
3. **Progettare una compensazione:**
   Per stabilizzare un sistema instabile
4. **Trovare G_{reale} a una certa frequenza:**
   $G_{reale} = \min(G_A, G_{id})$ dipende da G_{loop}

Quando NON serve farlo:

- **Analisi statica (DC):** basta il segno di $G_{loop}(0)$
- **Sistema semplice** senza poli/zeri critici
- **Buffer ideale:** $G_{loop} = -A_0 < 0 \Rightarrow$ stabile
- **Trigger di Schmitt:** già sai che è bistabile

★ PROCEDIMENTO Bode di G_{loop}:

1. **Apri l'anello** (taglia il feedback)
2. **Inserisci generatore di test** V_t
3. **Calcola** $G_{loop} = V_y/V_t$
4. **Disegna Bode** (modulo e fase)
5. **Trova** f_c dove $|G_{loop}| = 0$ dB
6. **Leggi fase** a $f_c \Rightarrow$ calcola PM

★ RIASSUNTO:

Obiettivo	Serve Bode G_{loop}?
Stabilità DC	NO (usa segno)
Margine di fase	**SÌ**
G_{reale} vs frequenza	**SÌ**
Compensazione	**SÌ**

OpAmp - Retroazione e Saturazione

Retroazione e Saturazione dell'OpAmp

RETROAZIONE NEGATIVA

Condizione: V_{out} ritorna su V^- (morsetto invertente)

Comportamento:

- Sistema **STABILE**
- L'OpAmp **NON satura** (lavora in zona lineare)
- Vale l'ipotesi: $\boxed{V^+ = V^-}$
- Vale l'ipotesi: $I^+ = I^- = 0$

$\Rightarrow$ Usare le formule degli amplificatori (inv, non-inv, sommatore...)

RETROAZIONE POSITIVA

Condizione: V_{out} ritorna su V^+ (morsetto non invertente)

Comportamento:

- Sistema **INSTABILE / BISTABILE**
- L'OpAmp **SATURA** sempre!
- $V_{out} = +V_{sat}$ oppure $V_{out} = -V_{sat}$
- **NON vale** $V^+ = V^-$

$\Rightarrow$ L'uscita si comporta come **generatore indipendente**!

★ Come capire DOVE satura:

Con retroazione positiva, confronta V^+ e V^-:

- Se $V^+ > V^- \Rightarrow \boxed{V_{out} = +V_{sat}}$
- Se $V^+ < V^- \Rightarrow \boxed{V_{out} = -V_{sat}}$

L'OpAmp "amplifica" la differenza $V^+ - V^-$ fino a saturare!

★ REGOLA PRATICA - Riconoscimento:

Guarda dove va V_{out}:

- V_{out} torna su $V^- \Rightarrow$ Retroaz. **NEGATIVA** $\Rightarrow$ **NON satura**
- V_{out} torna su $V^+ \Rightarrow$ Retroaz. **POSITIVA** $\Rightarrow$ **SATURA**

(Se non c'è retroazione, l'OpAmp è in **anello aperto** e satura!)

△ Caso COMPARATORE (no retroazione):

Senza retroazione, l'OpAmp ha guadagno $A_0 \to \infty$:
$\Rightarrow$ Anche una piccola differenza $V^+ - V^-$ porta a saturazione!
$\Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$ se $V^+ > V^-$, altrimenti $V_{out} = -V_{sat}$

OpAmp - Riconoscere Configurazione

Come Riconoscere la Configurazione

★ REGOLA FONDAMENTALE:

Retroazione = esiste un **percorso** da V_{out} verso un ingresso dell'OpAmp.

Il percorso può passare attraverso:

- Resistenze (R_f)
- Condensatori
- Reti di componenti
- Collegamento diretto (buffer)

$\Rightarrow$ **Non serve** collegamento diretto!

PASSO 1: C'è retroazione?

Parti da V_{out} e chiediti:
"Posso raggiungere V^+ o V^- seguendo un percorso?"

- **SÌ** $\Rightarrow$ C'è retroazione (vai al passo 2)
- **NO** $\Rightarrow$ **Anello aperto** (comparatore) $\Rightarrow$ SATURA!

PASSO 2: Su quale morsetto arriva?

Segui il percorso da V_{out}:

- Arriva su $V^- \Rightarrow$ **Retroazione NEGATIVA**
  $\Rightarrow$ Stabile, NON satura, vale $V^+ = V^-$
- Arriva su $V^+ \Rightarrow$ **Retroazione POSITIVA**
  $\Rightarrow$ Bistabile, SATURA, Trigger di Schmitt

△ ATTENZIONE - Casi misti:

Se V_{out} arriva su **ENTRAMBI** V^+ e V^-:
$\Rightarrow$ Analizza quale retroazione **domina**
$\Rightarrow$ Di solito la negativa (se R_f su V^- è più "forte")

★ TRUCCO VELOCE:

Guarda la resistenza di feedback R_f:
- R_f collega V_{out} a $V^- \Rightarrow$ Amplificatore (inv/non-inv)
- R_f collega V_{out} a $V^+ \Rightarrow$ Trigger di Schmitt
- Nessuna $R_f \Rightarrow$ Comparatore (satura!)

OpAmp - Saturazione dell'Uscita

Saturazione dell'Uscita dell'OpAmp

L'uscita dell'OpAmp **non può superare** le tensioni di alimentazione!

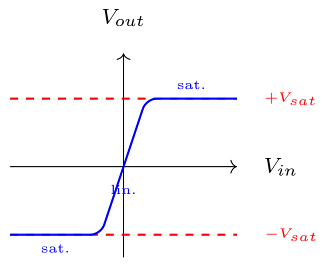
Limiti di saturazione:

$$\boxed{-V_{sat} \leq V_{out} \leq +V_{sat}}$$

- $+V_{sat} \approx +V_{DD}$ (alimentazione positiva)
- $-V_{sat} \approx -V_{SS}$ (o $\approx 0V$ se alim. singola)

(OpAmp reali: $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$)

Caratteristica V_{out} vs V_{in}:



I **trattini orizzontali** (- - -) indicano i livelli di saturazione: l'uscita **si appiattisce** e non segue più l'ingresso!

Zona LINEARE (tra le saturazioni):

$$V_{out} = A_v \cdot V_{in}$$

L'OpAmp amplifica normalmente (pendenza = guadagno A_v)

Zona di SATURAZIONE:

- **Saturazione ALTA:** $V_{out} = +V_{sat}$ (costante)
  Si verifica quando V_{in} è "troppo positivo"
- **Saturazione BASSA:** $V_{out} = -V_{sat}$ (costante)
  Si verifica quando V_{in} è "troppo negativo"

$\Rightarrow$ L'uscita **non cambia** anche se V_{in} varia!

★ Quando verificare la saturazione:

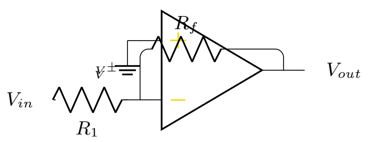
Dopo aver calcolato V_{out} con le formule, controlla:

$$\text{Se } V_{out,calc} > +V_{sat} \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$$
$$\text{Se } V_{out,calc} < -V_{sat} \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$$

$\Rightarrow$ Le formule valgono **solo** se V_{out} resta nella zona lineare!

OpAmp - Retroazione Negativa

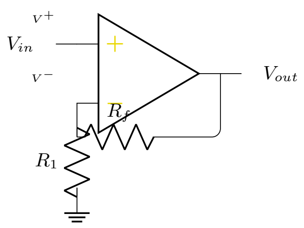
Amplificatore Invertente:



$$\boxed{V_{out} = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}}$$

Guadagno: $A_v = -\frac{R_f}{R_1}$ (segno $-$ = inversione)
R_1 = impedenza di **ingresso** (tra V_{in} e V^-)

Amplificatore Non Invertente:



$$\boxed{V_{out} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}}$$

Guadagno: $A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$ (sempre ≥ 1)
R_1 = impedenza verso **GND** (tra V^- e massa)

Buffer (Voltage Follower):
Caso speciale: $R_f = 0$, $R_1 \to \infty$ (aperto)

$$\boxed{V_{out} = V_{in}} \quad (A_v = 1)$$

Alta impedenza di ingresso, bassa impedenza di uscita.

★ IPOTESI OpAmp IDEALE
- $V^+ = V^-$ (massa virtuale se $V^+ = 0$)
- $I^+ = I^- = 0$ (corrente negli ingressi nulla)
- Guadagno ad anello aperto $A \to \infty$

△ ATTENZIONE: R_1 ha significato DIVERSO!
INVERTENTE:
$R_1 = Z_{in}$ = impedenza di **ingresso**
(tra V_{in} e V^-, NON c'è R verso GND)
NON INVERTENTE:
$R_1 = Z_G$ = impedenza verso **ground**
(tra V^- e massa, V_{in} entra direttamente su V^+)
$\Rightarrow$ Stessa formula $\frac{R_f}{R_1}$, ma R_1 è diversa!

OpAmp - Riconoscimento Rapido

A_v = **Guadagno di tensione:** $\boxed{V_{out} = A_v \cdot V_{in}}$

★ REGOLA D'ORO - Riconoscimento al volo
Dove entra il segnale V_{in}?

Entra su V^-	Entra su V^+
INVERTENTE	NON INVERTENTE
$A_v = -\frac{R_f}{R_G}$	$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_G}$

Procedimento rapido:
1. INVERTENTE (V_{in} su V^-, V^+ a massa)

1. $V^+ = 0$ (a massa) $\Rightarrow V^- = 0$ (massa virtuale)
2. Corrente in R_1: $I = \frac{V_{in} - 0}{R_1} = \frac{V_{in}}{R_1}$
3. Stessa I passa in R_f (no corrente in OpAmp)
4. $V_{out} = 0 - I \cdot R_f = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$

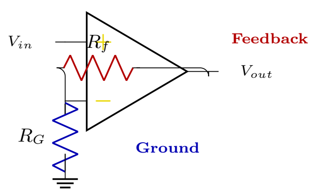
2. NON INVERTENTE (V_{in} su V^+)

1. $V^+ = V_{in} \Rightarrow V^- = V_{in}$
2. V^- sta sul partitore R_1-R_f:

$$V^- = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_f} = V_{in}$$

3. Risolvo: $V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_1 + R_f}{R_1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$

R_f (Feedback) e R_G (Ground) - Definizioni



- R_f = collega V^- a V_{out} (chiude l'anello)
- R_G = collega V^- a **massa** (riferimento)

Nota: R_G è anche chiamata R_1 in molti testi

△ TRUCCO MNEMONICO
- **Invertente**: segnale entra sul "$-$" $\Rightarrow$ guadagno con "$-$"
- **Non Inv.**: segnale entra sul "+" $\Rightarrow$ guadagno ≥ 1 (positivo)

Formula universale (non inv.): $\boxed{A_v = 1 + \frac{R_{feedback}}{R_{GND}}}$

Caso misto (sommatore):
Se ci sono **più ingressi** su V^- attraverso resistenze diverse:

$$V_{out} = -R_f \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \cdots\right)$$

Ogni ingresso contribuisce con il proprio rapporto $-\frac{R_f}{R_i}$

Slew Rate OpAmp

Definizione: Lo **Slew Rate (SR)** è la **massima velocità** con cui l'uscita di un OpAmp può variare nel tempo.

$$\text{SR} = \left|\frac{dV_{out}}{dt}\right|_{\max}$$

Unità di misura: V/μs oppure V/s

A cosa serve:
Lo slew rate è una **limitazione fisica** dell'OpAmp reale:
- Limita la velocità di risposta dell'amplificatore
- Se il segnale richiede una variazione più rapida, l'uscita viene **distorta**
- Importante per segnali ad alta frequenza o grande ampiezza

Calcolo e Verifica:
Per un segnale sinusoidale $V_{out}(t) = V_{\max}\sin(\omega t)$:

$$\frac{dV_{out}}{dt} = V_{\max}\omega\cos(\omega t)$$

La derivata massima è:

$$\left|\frac{dV_{out}}{dt}\right|_{\max} = V_{\max} \cdot \omega = 2\pi f V_{\max}$$

Condizione per evitare distorsione:

$$\boxed{2\pi f V_{\max} \leq \text{SR}}$$

Oppure, frequenza massima senza distorsione:

$$f_{\max} = \frac{\text{SR}}{2\pi V_{\max}}$$

★ IMPORTANTE
Se $2\pi f V_{\max} > \text{SR}$:
- L'uscita NON segue l'ingresso
- Si ha distorsione del segnale (tipicamente forma triangolare)

Lo slew rate è **indipendente dal guadagno** (caratteristica dell'OpAmp)

Esempio pratico:
OpAmp con SR = 1 V/μs, segnale con $V_{\max}$ = 10 V

$$f_{\max} = \frac{1 \times 10^6 \text{ V/s}}{2\pi \times 10 \text{ V}} \approx 15.9 \text{ kHz}$$

A frequenze superiori, il segnale viene distorto.

Risposta al Gradino - Sistema 1° Ordine

Sistema del primo ordine:

$$T(s) = \frac{K}{1 + s\tau}$$

Dove:

- K = costante (guadagno statico)
- τ = costante di tempo (coefficiente di s)
- Polo in $\omega_p = \frac{1}{\tau}$

Risposta al gradino di ampiezza X_0:

L'uscita ha andamento **esponenziale**:

$$y(t) = K \cdot X_0 \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Valore asintotico (per $t \to \infty$):

$$y_\infty = K \cdot X_0$$

Dove X_0 può essere una tensione o una corrente.

△ ATTENZIONE al segno di K:

• Se $K > 0$: esponenziale **crescente** (parte da 0, sale verso $K \cdot X_0$)

• Se $K < 0$: esponenziale **decrescente** (parte da 0, scende verso $K \cdot X_0$)

Parametri chiave:

• τ = costante di tempo (si legge direttamente dal denominatore come coefficiente di s)

• Dopo $t = 5\tau$ l'uscita raggiunge $\approx 99\%$ del valore finale

Caso con due poli (raro in questo corso):

$$T(s) = \frac{K}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

Se i due poli sono **ben separati** (uno molto più lento dell'altro), la dinamica è dominata dal **polo a frequenza minore** (quello con τ maggiore).

In questo caso si può approssimare il sistema come se avesse un solo polo dominante.

DAC R-2R (Resistor Ladder)

DAC (Digital-to-Analog Converter)

Converte un segnale **digitale** (N bit) in un segnale **analogico** (tensione o corrente proporzionale).

DAC R-2R (Resistor Ladder)

Rete a scala con sole resistenze di valore R e $2R$.

Principio: Biforcazione delle Correnti

Ad ogni nodo la corrente si **divide esattamente a metà**:
- Metà scende verso il ramo $2R$ (deviatore S_i)
- Metà prosegue orizzontalmente verso il nodo successivo

Perché si divide a metà?

Ad ogni nodo, la R_{eq} vista "a destra" vale $2R$ (proprietà della rete R-2R), quindi le due vie hanno **stessa resistenza** ⇒ stessa corrente!
- n biforcazioni: $I \to \frac{I}{2^n}$

△ Se una resistenza cambia (es. $2R \to R'$):

La configurazione R-2R si **rompe**!
- La R_{eq} vista dal nodo modificato verso destra **non è più $2R$**
- La corrente **non si divide più a metà**
- Devi ricalcolare con partitore di corrente:

$$I_{ramo} = I_{tot} \cdot \frac{R_{altro}}{R_{ramo} + R_{altro}}$$

★ CASO SEMPLICE: cambio NON sul bit meno significativo

Se la resistenza modificata **non è quella di S_0** (LSB):

⇒ Il cambio influisce **solo** sulla corrente di quel ramo!

⇒ Le correnti degli **altri bit restano invariate**

Calcolo V_{out}:

$$V_{out} = V_{out,ideale} + \Delta V \cdot S_i$$

dove ΔV = errore dovuto al cambio di R, S_i = bit modificato

★ L'errore c'è SOLO se $S_i = 1$!

△ Se cambia la R di S_0 (LSB): tutte le correnti cambiano!

★ TRUCCO: Rinomina la corrente!

Per evitare frazioni, chiama la corrente in uscita (quella che va verso V con R) con un multiplo di 2^n:

Esempio con 3 biforcazioni:

Invece di $I_{out} = \frac{I}{8}$, chiama $I_{out} = 8I$

⇒ Le correnti ai nodi saranno $8I$, $4I$, $2I$, I (numeri interi!)

Procedimento di calcolo:

1. Calcola la **resistenza equivalente** vista dal generatore V
2. Se c'è una R in serie sotto, sommala a R_{eq}
3. Calcola $I = \frac{V}{R_{tot}}$
4. Segui le biforcazioni per trovare I_{out}

DAC R-2R - Deviatori e V_{out}

Deviatori (Switch):
- $S_i = 1 \Rightarrow$ deviatore **CHIUSO** (corrente passa)
- $S_i = 0 \Rightarrow$ deviatore **APERTO** (corrente non passa)

Tutti aperti ($S_0 = S_1 = S_2 = 0$):

$R_{eq} = \infty \Rightarrow$ utile per calcolo errore con V_{offset}

Formula V_{out} (DAC R-2R a 3 bit):

$$V_{out} = -I_F \cdot R_F$$

dove I_F = corrente di feedback:

$$I_F = I \cdot S_0 + 2I \cdot S_1 + 4I \cdot S_2$$

Quindi:

$$\boxed{V_{out} = -I \cdot R_F \cdot (S_0 + 2S_1 + 4S_2)}$$

I "+" funzionano come OR: solo i bit a 1 contribuiscono!

DAC - FSR e LSB

FSR e LSB (DAC a N bit):

LSB (Least Significant Bit):

Tensione corrispondente al bit meno significativo:

$$\boxed{\text{LSB} = V_{out}(000...1) = I \cdot R_F}$$

FSR (Full Scale Range):

Escursione massima dell'uscita:

$$\boxed{\text{FSR} = V_{out,max} - V_{out,min}}$$

Con $V_{out,min} = 0$ (tutti i bit a 0):

$$\text{FSR} = V_{out}(111...1) = \text{LSB} \cdot 2^N$$

Relazione LSB-FSR:

$$\boxed{\text{LSB} = \frac{\text{FSR}}{2^N}}$$

Nota: Più bit $N \Rightarrow$ LSB più piccolo ⇒ risoluzione migliore

DAC - DNL (1/2)

DNL (Differential Non-Linearity)

Misura lo **scostamento** tra il gradino reale e quello ideale nella caratteristica V_{out} vs S_{in}.

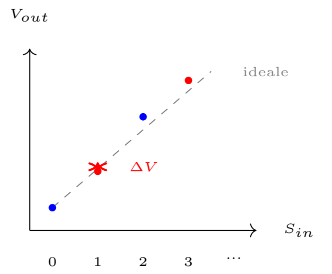
DNL Assoluta (in Volt):

$$\boxed{\text{DNL}_{ABS}(i) = V_{out}(i) - V_{out}(i-1) - \text{LSB}}$$

DNL Relativa (in LSB):

$$\boxed{\text{DNL}_{REL}(i) = \frac{\text{DNL}_{ABS}(i)}{\text{LSB}}}$$

Caratteristica V_{out} vs S_{in} (word):



DAC - DNL (2/2)

Calcolo pratico:

Se l'errore è su un **pattern** (es. tutti i dispari):
1. Calcola V_{out} per **un solo caso** (es. word = 1)
2. Trova $\text{DNL}_{ABS} = V_{out,reale}(1) - V_{out,ideale}(1)$
3. Dividi per LSB ⇒ DNL_{REL}

Nota: La word 0 **non si calcola** (nessun gradino precedente)

△ ATTENZIONE ai gradini di "ritorno":

Se da 0→1 ho un gradino di $-\Delta V$ (es. -100 mV):
- $V_{out}(1)$ è **sotto** la retta ideale

Quando passo da 1→2 (e 2 è **corretto**):
- Devo "recuperare" il ΔV perso!
- Il gradino 1→2 sarà di $+\Delta V$ rispetto all'ideale

⇒ **DNL alternata**: $-\Delta V$, $+\Delta V$, $-\Delta V$, ...

Interpretazione DNL:
- $\text{DNL}_{REL} = 0 \Rightarrow$ gradino perfetto
- $\text{DNL}_{REL} > 0 \Rightarrow$ gradino più grande
- $\text{DNL}_{REL} < 0 \Rightarrow$ gradino più piccolo
- $\text{DNL}_{REL} = -1 \Rightarrow$ **missing code**

DAC - Dinamica Transizioni (OpAmp reale)

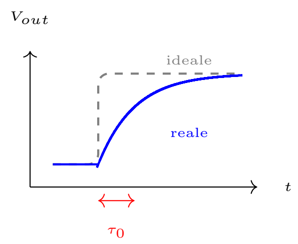
Dinamica delle Transizioni (OpAmp reale)

Caso ideale: transizione istantanea (gradino perfetto)

Caso reale: OpAmp con guadagno finito e polo

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

$\Rightarrow$ La transizione è un **esponenziale** con $\tau = \tau_0$



Transizione (es. da 000 a 100):

$$V_{out}(t) = V_{finale} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau_0}\right)$$

dove τ_0 = costante di tempo del polo dell'OpAmp

Nota: τ_0 limita la **velocità** del DAC (settling time)

$\triangle$ **Configurazione influenza G_{loop}:**
Al cambiare della **word** (configurazione deviatori), cambia la R_{eq} vista dall'OpAmp.
$\Rightarrow$ Cambia il **guadagno d'anello** G_{loop}
$\Rightarrow$ Cambia il **guadagno reale** G_{reale}
$\Rightarrow$ Cambiano i **tempi di propagazione**!
Conseguenza: Il settling time **dipende dalla word**

DAC a Correnti Pesate

DAC a Correnti Pesate

Ogni bit controlla un **generatore di corrente** con peso binario. Le correnti vengono sommate e convertite in tensione.

Principio di funzionamento:

Ogni bit S_i attiva un generatore di corrente I_i:

$$I_i = 2^i \cdot I_{LSB}$$

dove I_{LSB} = corrente del bit meno significativo.

Corrente totale:

$$I_{tot} = I_{LSB} \cdot (S_0 \cdot 2^0 + S_1 \cdot 2^1 + \cdots + S_{N-1} \cdot 2^{N-1})$$

Semplificando:

$$\boxed{I_{tot} = I_{LSB} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} S_i \cdot 2^i}$$

Formula V_{out}:

Con OpAmp in configurazione transimpedenza:

$$\boxed{V_{out} = -I_{tot} \cdot R_F}$$

$$V_{out} = -I_{LSB} \cdot R_F \cdot (S_0 + 2S_1 + 4S_2 + \cdots)$$

★ ATTENZIONE al VERSO della corrente!

Il segno di V_{out} dipende dal **verso** della corrente:

- Corrente **entrante** nel nodo V^- (verso il basso):

$$\boxed{V_{out} = +R_F \cdot I_{in}}$$

- Corrente **uscente** dal nodo V^- (verso l'alto):

$$\boxed{V_{out} = -R_F \cdot I_{in}}$$

Regola: Guarda il verso della freccia della corrente nel circuito!

DAC Correnti Pesate - Deviatori

Deviatori (Switch):

- $S_i = 1 \Rightarrow$ corrente I_i va verso il **sommatore**
- $S_i = 0 \Rightarrow$ corrente I_i va verso **massa**

Nota: Le correnti scorrono **sempre**, cambiano solo direzione!

△ Se una corrente cambia (es. $I_2 \to I_2'$):

- Solo il contributo di quel bit cambia
- Gli altri bit **non sono influenzati**

Errore: $\Delta V = (I_2' - I_2) \cdot R_F \cdot S_2$

★ L'errore c'è SOLO se $S_i = 1$!

FSR e LSB:

$$\text{LSB} = I_{LSB} \cdot R_F$$
$$\text{FSR} = \text{LSB} \cdot 2^N$$

DAC Correnti Pesate - DNL

DNL nel DAC a Correnti Pesate

DNL Assoluta (in Volt):

$$\boxed{\text{DNL}_{ABS}(i) = V_{out}(i) - V_{out}(i-1) - \text{LSB}}$$

DNL Relativa (in LSB):

$$\boxed{\text{DNL}_{REL}(i) = \frac{\text{DNL}_{ABS}(i)}{\text{LSB}}}$$

Calcolo pratico:

Se una corrente I_k è errata:

- L'errore appare su tutte le word con $S_k = 1$
- Basta calcolare V_{out} per **una** word con $S_k = 1$

Nota: La word 0 **non si calcola**

△ Gradini di "ritorno":

Stesso principio del DAC R-2R:

Se 0→1 ha DNL $= -\Delta V$, allora 1→2 (se corretto) ha DNL $= +\Delta V$

$\Rightarrow$ **DNL alternata** sui pattern affetti

DAC Correnti Pesate - Dinamica

Dinamica delle Transizioni

Caso ideale: transizione istantanea

Caso reale: OpAmp con guadagno finito e polo

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

$\Rightarrow$ Transizione esponenziale con $\tau = \tau_0$

Transizione:

$$V_{out}(t) = V_{finale} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau_0}\right)$$

△ Configurazione influenza G_{loop}:

Al cambiare della **word**, cambia l'impedenza vista dall'OpAmp.

$\Rightarrow$ Cambia $G_{loop} \Rightarrow$ Cambia G_{reale}

$\Rightarrow$ Cambiano i **tempi di propagazione**!

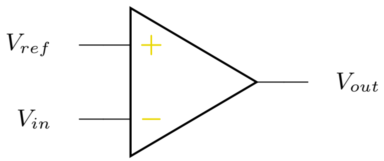
Conseguenza: Settling time **dipende dalla word**

Comparatore a Singola Soglia

Comparatore a Singola Soglia

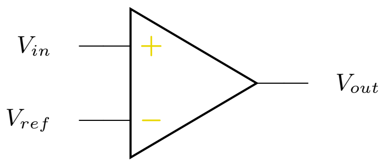
Confronta V_{in} con una tensione di riferimento V_{ref} (soglia unica).

INVERTENTE (V_{in} su V^-, V_{ref} su V^+):



$$V_{out} = \begin{cases} +V_{sat} & \text{se } V_{in} < V_{ref} \\ -V_{sat} & \text{se } V_{in} > V_{ref} \end{cases}$$

NON INVERTENTE (V_{in} su V^+, V_{ref} su V^-):



$$V_{out} = \begin{cases} +V_{sat} & \text{se } V_{in} > V_{ref} \\ -V_{sat} & \text{se } V_{in} < V_{ref} \end{cases}$$

Soglia unica: $\boxed{V_{TH} = V_{ref}}$

△ PROBLEMA: Rumore!

Se $V_{in} \approx V_{ref}$, piccole oscillazioni causano **commutazioni multiple** indesiderate.

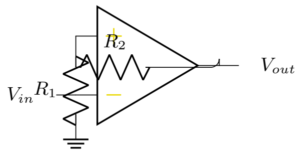
⇒ Soluzione: **Comparatore a doppia soglia** (isteresi)

Comparatore a Doppia Soglia (Isteresi)

Comparatore a Doppia Soglia (Trigger di Schmitt)

Usa **retroazione positiva** per creare due soglie diverse: elimina il problema del rumore.

INVERTENTE (V_{in} su V^-):



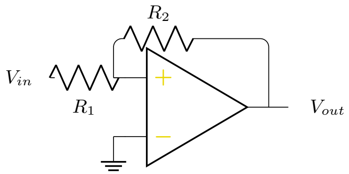
Soglie di commutazione:

$$\boxed{V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

$$\boxed{V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Isteresi: $\Delta V = V_{TH} - V_{TL} = 2V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$

NON INVERTENTE (V_{in} su V^+):



Soglie:

$$\boxed{V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\boxed{V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}}$$

Nota: segni invertiti rispetto al caso invertente

△ DIFFERENZA FONDAMENTALE

- **Retroazione NEGATIVA** (R_f su V^-): sistema **stabile**
- **Retroazione POSITIVA** (R su V^+): sistema **bistabile**

★ Con retroazione POSITIVA: l'uscita si comporta come un **generatore indipendente** con valore $V_{out} = \pm V_{sat}$

★ REGOLA D'ORO - Riconoscimento:

- **V_{out} rientra su V^+ ⇒ Trigger di Schmitt NON INVERTENTE**
- **V_{out} rientra su V^- ⇒ Trigger di Schmitt INVERTENTE**

△ ATTENZIONE: In entrambi i casi **NON applicare** le regole della retroazione negativa ($V^+ = V^-$, $I^+ = I^- = 0$)!

⇒ Usare analisi con $V_{out} = \pm V_{sat}$

OpAmp "Rail-to-Rail":

L'uscita può raggiungere **esattamente** le tensioni di alimentazione:

$$V_{sat}^+ = +V_{DD} \qquad V_{sat}^- = -V_{SS} \text{ (o } 0V \text{ se singola alim.)}$$

OpAmp standard: $V_{sat} \approx V_{alim} - 1\text{V} \div 2\text{V}$

⇒ Nei trigger, se "rail-to-rail": usare $\pm V_{DD}$ nelle formule soglie

Trigger di Schmitt - Tabella Comparativa

Trigger di Schmitt - Regola Base

★ REGOLA UNIVERSALE (vale SEMPRE):

Condizione	Uscita
$V^+ > V^-$	$V_{out} = +V_{sat}$ (HIGH)
$V^+ < V^-$	$V_{out} = -V_{sat}$ (LOW)

⇒ Questa regola vale per **qualsiasi** OpAmp!

★ TABELLA COMPARATIVA INV vs NON INV:

Tipo	$V_{in} \uparrow$	$V_{in} \downarrow$
INV	$V_{out} \to -V_{sat}$	$V_{out} \to +V_{sat}$
NON INV	$V_{out} \to +V_{sat}$	$V_{out} \to -V_{sat}$

Perché?

- **INV:** V_{in} entra su V^-, quindi $V_{in} \uparrow \Rightarrow V^- \uparrow \Rightarrow V^- > V^+ \Rightarrow$ LOW
- **NON INV:** V_{in} entra su V^+, quindi $V_{in} \uparrow \Rightarrow V^+ \uparrow \Rightarrow V^+ > V^- \Rightarrow$ HIGH

△ SCHEMA MENTALE:

1. Guarda dove entra V_{in} (V^+ o V^-?)
2. Se V_{in} sale, quel terminale sale
3. Applica regola: $V^+ > V^- \Rightarrow$ HIGH, $V^+ < V^- \Rightarrow$ LOW

⇒ L'uscita "segue" chi vince tra V^+ e V^-!

Trigger di Schmitt - Funzionamento

Come Funziona il Trigger di Schmitt

INVERTENTE (V_{in} su V^-, feedback su V^+)

Idea: L'ingresso "combatte" contro la retroazione positiva.

- V_{in} **basso** $\Rightarrow V^- < V^+ \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$
  La retroazione porta $V^+ = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2} = V_{TH}$
- V_{in} **sale e supera** $V_{TH} \Rightarrow V^- > V^+ \Rightarrow$ **COMMUTA!**
  $V_{out} = -V_{sat} \Rightarrow$ ora $V^+ = V_{TL}$ (soglia si abbassa!)
- V_{in} **scende sotto** $V_{TL} \Rightarrow V^- < V^+ \Rightarrow$ **COMMUTA!**

Comportamento: $V_{in} \uparrow \Rightarrow V_{out} \downarrow$ (invertente!)

NON INVERTENTE (V_{in} e feedback entrambi su V^+)

Idea: Ingresso e retroazione si "sommano" su V^+.

- V_{in} **basso** $\Rightarrow V^+$ basso $\Rightarrow V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$
  Retroazione "tira giù" ancora di più V^+
- V_{in} **sale abbastanza** da vincere retroazione negativa:
  $V^+ > V^- \Rightarrow$ **COMMUTA!** $V_{out} = +V_{sat}$
  Ora retroazione "aiuta" a tenere V^+ alto
- V_{in} deve **scendere molto** per ricommutare

Comportamento: $V_{in} \uparrow \Rightarrow V_{out} \uparrow$ (non invertente!)

Perché c'è isteresi?
La **retroazione positiva** sposta la soglia dopo ogni commutazione!
- Dopo $V_{out} = +V_{sat}$: soglia diventa V_{TH} (alta)
- Dopo $V_{out} = -V_{sat}$: soglia diventa V_{TL} (bassa)

$\Rightarrow$ Servono **variazioni più grandi** di V_{in} per commutare $\Rightarrow$ **immunità al rumore**

Trigger di Schmitt - Caratteristica

Disegno Caratteristica V_{out} vs V_{in}

★ REGOLE FONDAMENTALI:

1. $V_{in} < V_{TL}$ **E** $V_{in} < V_{TH}$ (sotto entrambe):
$\Rightarrow V_{out}$ è **determinata** (HIGH o LOW)

2. $V_{in} > V_{TL}$ **E** $V_{in} > V_{TH}$ (sopra entrambe):
$\Rightarrow V_{out}$ è **determinata** (opposta al caso 1)

3. $V_{TL} < V_{in} < V_{TH}$ (fra le due soglie):
$\Rightarrow V_{out}$ **mantiene il valore precedente**

Regola pratica:
"Per **commutare** devo attraversare la **soglia più lontana**"
$\Rightarrow$ Da HIGH: devo scendere sotto V_{TL}
$\Rightarrow$ Da LOW: devo salire sopra V_{TH}

Esempio con ingresso triangolare:

1. Partenza: V_{in} molto basso $\Rightarrow V_{out}$ determinata
2. V_{in} sale, supera V_{TL}: **nessuna commutazione**
3. V_{in} supera V_{TH}: **COMMUTA!**
4. V_{in} scende, rientra sotto V_{TH}: **nessuna commutazione**
5. V_{in} scende sotto V_{TL}: **COMMUTA!**

★ METODO DI ANALISI TRIGGER:

1. Riconoscere che è retroazione **positiva**:
V_{out} torna su V^+? $\Rightarrow$ È un **Trigger di Schmitt**!

2. Calcolare V^+ e V^- in funzione di V_{in} e V_{out}
(usare partitore/sovrapposizione)

3. Trovare le soglie: valori di V_{in} per cui $V^+ = V^-$
$\Rightarrow$ Con $V_{out} = +V_{sat}$: trovo V_{TH}
$\Rightarrow$ Con $V_{out} = -V_{sat}$: trovo V_{TL}

Calcolo V^+ con sovrapposizione:
Trigger NON INV (V^- a massa):
V^- **non influisce** su V_{out} (contributo $= 0$)
$\Rightarrow$ Calcolare solo contributo di V_{in} e V_{out} su V^+

Trigger di Schmitt - Calcolo Soglie

Calcolo Dettagliato delle Soglie

INVERTENTE (V_{in} su V^-, R_1-R_2 su V^+)

Passo 1: $V^- = V_{in}$ (collegamento diretto)

Passo 2: $V^+ =$ partitore tra V_{out} e massa:

$$V^+ = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Passo 3: Soglia quando $V^+ = V^-$:

$$V_{in} = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Passo 4: Sostituisco $V_{out} = \pm V_{sat}$:
$\Rightarrow V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$ (quando V_{out} è HIGH)
$\Rightarrow V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$ (quando V_{out} è LOW)

NON INVERTENTE (V_{in} e V_{out} entrambi su V^+)

Passo 1: $V^- = 0$ (a massa)

Passo 2: V^+ con sovrapposizione:

$$V^+ = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Passo 3: Soglia quando $V^+ = V^- = 0$:

$$V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0$$

$$V_{in} = -V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Passo 4: Sostituisco $V_{out} = \pm V_{sat}$:
$\Rightarrow V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_2}$ (quando V_{out} è LOW, per salire)
$\Rightarrow V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_2}$ (quando V_{out} è HIGH, per scendere)

Nota: nel non invertente $V_{TL} > V_{TH}$ (soglie "invertite")

△ ATTENZIONE - V_{ref} generale:
Le soglie vanno **sempre calcolate in funzione di V_{ref}**!
Se V^- non è a massa ma a V_{ref}:

$$V^+ = V^- = V_{ref} \Rightarrow \text{soglie traslate di } V_{ref}$$

Con correnti di bias I_B: se presenti, possono modificare le tensioni sui nodi $\Rightarrow$ **ricalcolare le soglie** tenendo conto della caduta $I_B \cdot R$

Trigger di Schmitt - Metodo Calcolo Soglie

★ **METODO per Calcolare le Soglie**

STEP 1: Identificare il tipo

- V_{in} entra su V^- ⇒ **INVERTENTE**
- V_{in} entra su V^+ ⇒ **NON INVERTENTE**

STEP 2: Scrivere le equazioni dei nodi

Per ogni ingresso (V^+ e V^-), scrivi la tensione:

- Se **collegato diretto**: $V = V_{sorgente}$
- Se **partitore resistivo**: usa sovrapposizione

Sovrapposizione (nodo con più sorgenti):

$$V_{nodo} = \sum_i V_i \cdot \frac{R_{eq,i}}{R_{tot}}$$

dove $R_{eq,i}$ = parallelo di tutte le R **tranne** quella verso V_i

STEP 3: Imporre la condizione di commutazione

La commutazione avviene quando:

$$\boxed{V^+ = V^-}$$

Sostituisci le equazioni dello Step 2 e risolvi per V_{in}

STEP 4: Calcolare V_{TH} e V_{TL}

Nell'equazione $V^+ = V^-$ compare V_{out}:

- Metti $V_{out} = +V_{sat}$ ⇒ ottieni una soglia
- Metti $V_{out} = -V_{sat}$ ⇒ ottieni l'altra soglia

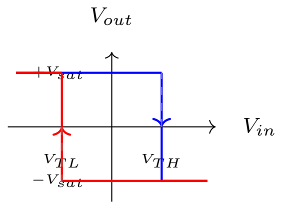
Quale è V_{TH} e quale V_{TL}?
V_{TH} = soglia da superare **salendo**
V_{TL} = soglia da superare **scendendo**

△ **VERIFICA FINALE:**
- **INV:** $V_{TH} > V_{TL}$ (soglie "normali")
- **NON INV:** $V_{TL} > V_{TH}$ (soglie "invertite" nel nome!)
- Isteresi: $\Delta V = |V_{TH} - V_{TL}|$

Trigger di Schmitt - Grafici Isteresi

Grafici Caratteristica e Isteresi

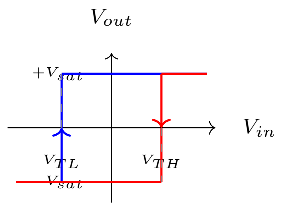
INVERTENTE: (ciclo percorso in senso **antiorario**)



→ Blu: V_{in} sale ⇒ a V_{TH} commuta da HIGH a LOW
← Rosso: V_{in} scende ⇒ a V_{TL} commuta da LOW a HIGH

★ **Come DISEGNARE (INV):**
1. Disegno linea **ROSSA** da **SOPRA a SOTTO** (partendo da $+V_{sat}$)
2. Completo con isteresi alla sua **DESTRA**

NON INVERTENTE: (ciclo percorso in senso **orario**)



→ Blu: V_{in} sale ⇒ a V_{TH} commuta da LOW a HIGH
← Rosso: V_{in} scende ⇒ a V_{TL} commuta da HIGH a LOW

★ **Come DISEGNARE (NON INV):**
1. Disegno linea **BLU** da **BASSO ad ALTO** (partendo da $-V_{sat}$)
2. Completo con isteresi alla sua **DESTRA**

Cos'è l'ISTERESI?

È la **"memoria"** del sistema: l'uscita dipende non solo dal valore attuale di V_{in}, ma anche dalla **storia passata**.

Graficamente: è il "rettangolo" tra le due soglie. L'uscita può essere HIGH o LOW nella zona $V_{TL} < V_{in} < V_{TH}$ ⇒ dipende da **dove arrivo**.

Ampiezza isteresi: $\boxed{\Delta V = V_{TH} - V_{TL}}$

A cosa serve: il rumore deve superare ΔV per causare commutazioni spurie ⇒ **immunità al rumore**!

★ **REGOLA MNEMONICA per disegnare:**

1. Guarda dove entra V_{in}:
- Entra su V^- ⇒ **INVERTENTE**
- Entra su V^+ ⇒ **NON INVERTENTE**

ADC - Introduzione

ADC (Analog-to-Digital Converter)

Converte un segnale **analogico** (tensione) in un segnale **digitale** (word a N bit).

Input: Tensione analogica V_{in}
Output: Word digitale a N bit

Range di ingresso:

L'ADC può convertire **solo** tensioni nel range:

$$\boxed{V_{SS} \leq V_{in} \leq V_{DD}}$$

dove V_{SS} = tensione di alimentazione bassa, V_{DD} = tensione di alimentazione alta.

Principio di funzionamento:

L'ADC suddivide internamente il range $[V_{SS}, V_{DD}]$ in 2^N **intervalli** (livelli di quantizzazione).

Ogni tensione in ingresso viene "collocata" in uno di questi intervalli ⇒ associata a una word digitale.

Risoluzione: $\Delta V = \frac{V_{DD}-V_{SS}}{2^N}$

△ PROBLEMA: Segnale fuori range!

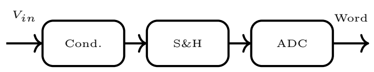
Se $V_{in} < V_{SS}$ o $V_{in} > V_{DD}$, l'ADC **non può convertire** correttamente!

Soluzione: Serve un **blocco di condizionamento** (amplificatore + offset) prima dell'ADC per adattare il segnale al range $[V_{SS}, V_{DD}]$.

Catena di Acquisizione

Catena di Acquisizione

Schema tipico per acquisire un segnale analogico:



1. Condizionamento (opzionale):
Amplificatore + offset per adattare V_{in} al range ADC

$$V_{out} = A \cdot V_{in} + V_{offset}$$

2. Sample & Hold (S&H):
"Congela" il valore di V_{in} durante la conversione

3. ADC:
Converte la tensione "congelata" in word digitale

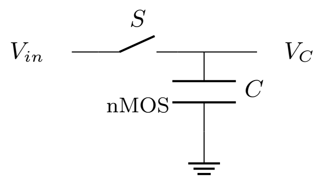
Perché serve il S&H?
L'ADC impiega un **tempo finito** per convertire. Se V_{in} varia durante la conversione, il risultato è **errato**!
⇒ Il S&H "memorizza" il valore all'istante di campionamento

★ Semplificazione S&H:
In prima approssimazione il S&H **non introduce offset né guadagno**.
⇒ Per l'**adattamento** tra V_{in} e ADC, il S&H si considera come un **filo** (passa la tensione inalterata).

Sample & Hold

Sample & Hold (S&H)

Circuito che "memorizza" una tensione analogica.



Fase di SAMPLE (interruttore **chiuso**):

Il condensatore C si carica a V_{in}

$$V_C = V_{in}$$

Il condensatore "segue" le variazioni di V_{in}

Fase di HOLD (interruttore **aperto**):

L'interruttore si apre ⇒ il condensatore **rimane carico** a $V_{in,0}$ (valore all'istante di apertura)

V_{in} può variare (es. oscillare a $V_{in,3}$), ma V_C **resta fermo** a $V_{in,0}$

⇒ L'ADC converte con calma $V_{in,0}$ senza essere influenzato da oscillazioni!

★ È una MEMORIA ANALOGICA!
Il condensatore "ricorda" il valore di tensione all'istante del campionamento.

Perché C non si scarica in fase di HOLD?
- Verso **sinistra**: interruttore **aperto**!
- Verso **destra**: ingresso ADC ha impedenza **infinita** (idealmente)

⇒ Nessun percorso di scarica ⇒ V_C resta costante

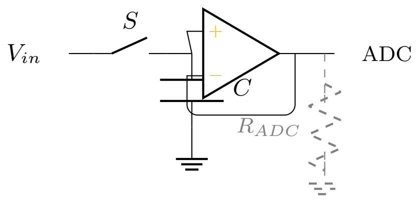
Implementazione tipica: nMOS (interruttore) + Condensatore

Sample & Hold con Buffer

Sample & Hold con Buffer

Nella realtà, l'ADC ha una resistenza **finita** verso GND ⇒ il condensatore si scaricherebbe lentamente!

Soluzione: Aggiungere un **OpAmp a guadagno 1** (buffer)



Come funziona:

- Il buffer ha guadagno 1: $V_{out} = V^+ = V_C$
- L'ADC vede una **replica** della tensione sul condensatore
- L'ingresso V^+ dell'OpAmp ha impedenza **infinita**

⇒ Il condensatore **non si scarica** anche se R_{ADC} è bassa!

Funzione del buffer:

Separa il condensatore dall'ADC (disaccoppiamento di impedenza)

- **Ingresso** buffer: impedenza ∞ (non carica C)
- **Uscita** buffer: impedenza ≈ 0 (pilota R_{ADC})

⇒ C "vede" impedenza infinita, ADC "vede" sorgente ideale

△ **Senza buffer:**
Se R_{ADC} fosse finita (anche alta), il condensatore si scaricherebbe lentamente attraverso R_{ADC} durante la fase di HOLD.
⇒ Errore nella conversione (tensione che "cala" nel tempo)

ADC - Adattamento e Dinamica

Adattamento del Segnale (Fitting)

Obiettivo: Sfruttare al meglio l'**escursione** (dinamica) dell'ADC.

★ **PROBLEMA TIPICO D'ESAME:**

Dato un segnale $V_{in} \in [V_{in,min}, V_{in,max}]$, progettare il circuito di condizionamento per **mappare** il segnale sull'intero range ADC $[V_{SS}, V_{DD}]$.

Mappatura lineare:

Si vuole che:

- $V_{in,min} \to V_{SS}$
- $V_{in,max} \to V_{DD}$

Formula del condizionamento:

$$\boxed{V_{ADC} = A \cdot V_{in} + V_{offset}}$$

Guadagno:

$$\boxed{A = \frac{V_{DD} - V_{SS}}{V_{in,max} - V_{in,min}}}$$

Offset:

$$\boxed{V_{offset} = V_{SS} - A \cdot V_{in,min}}$$

oppure equivalentemente:

$$V_{offset} = V_{DD} - A \cdot V_{in,max}$$

Esempio:
$V_{in} \in [-1V, +3V]$, ADC con $V_{SS} = 0V$, $V_{DD} = 5V$
$A = \frac{5-0}{3-(-1)} = \frac{5}{4} = 1.25$
$V_{offset} = 0 - 1.25 \cdot (-1) = 1.25V$
$\Rightarrow V_{ADC} = 1.25 \cdot V_{in} + 1.25V$

Perché massimizzare la dinamica?
Se il segnale usa solo una **parte** del range ADC, si "sprecano" bit di risoluzione!
⇒ Mappando su tutto il range si sfrutta la **massima risoluzione** disponibile.

ADC - Metodo Calcolo V_{REF}

Calcolo V_{REF} per Adattamento

★ **METODO DI CALCOLO:**

1. Calcolare V_{ADC} in funzione di V_{in} e V_{REF}

2. Imporre le condizioni di mappatura:

- $V_{in} = V_{in,min} \Rightarrow V_{ADC} = V_{SS}$
- $V_{in} = V_{in,max} \Rightarrow V_{ADC} = V_{DD}$

3. Risolvere il sistema per trovare V_{REF}

★ **REGOLE per il calcolo di V_{ADC}:**

Sample & Hold: considerarlo come un **filo**!

(S&H influisce solo in fase di conversione, non modifica il mapping ingresso/uscita)

Condensatore: diventa un **aperto**!

(Stiamo studiando l'accoppiamento I/O, non il comportamento in frequenza ⇒ siamo in **DC** ⇒ $s = 0$ ⇒ C aperto)

Buffer (OpAmp guadagno 1): $V_{out} = V^+$

Calcolo V_{ADC} con sovrapposizione:

Se il circuito ha V_{in} e V_{REF}:

$$V_{ADC} = \underbrace{f_1(V_{in})}_{\text{contributo } V_{in}} + \underbrace{f_2(V_{REF})}_{\text{contributo } V_{REF}}$$

Procedimento:

1. Spegni V_{REF} (= 0V) ⇒ calcola contributo di V_{in}
2. Spegni V_{in} (= 0V) ⇒ calcola contributo di V_{REF}
3. Somma i due contributi

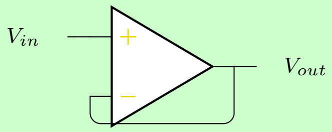
△ **RICORDA:**
- Il secondo OpAmp (buffer) ha sempre **guadagno 1**
- Non stai facendo analisi in frequenza ⇒ **NO** Bode, **NO** poli/zeri
- È come calcolare la caratteristica statica (tipo esercizi con diodi)

ADC - Buffer e Errore Statico

Buffer prima dell'ADC - Errore Statico

Buffer = Sample & Hold in analisi statica
In analisi statica, il S&H si riduce **solo all'OpAmp** (il condensatore è aperto, l'interruttore è un filo).
⇒ "Buffer" è un altro nome per il circuito S&H quando lo analizzi in DC.

★ Buffer di tensione (Voltage Follower):



Configurazione: V^- collegato direttamente a V_{out}

$$\boxed{A_v = 1} \quad \Rightarrow \quad V_{out} = V_{in}$$

Ricordalo a memoria per risparmiare conti!

△ Errore statico massimo di guadagno:

Se l'esercizio chiede l'errore dovuto a variazione del guadagno A_0 del buffer:

★ SEI SEMPRE IN ANALISI STATICA!

⇒ **NON introdurre poli/zeri** a meno che l'esercizio lo richieda **esplicitamente**!

Assumi che il buffer **non abbia singolarità** (né poli né zeri).

Guadagno reale del buffer:

Con guadagno ad anello aperto finito A_0:

$$G_{reale} = \frac{A_0}{1 + A_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}$$

Errore rispetto al guadagno ideale (=1):

$$\varepsilon = |G_{ideale} - G_{reale}| = \left|1 - \frac{A_0}{1 + A_0}\right| = \frac{1}{1 + A_0}$$

Se $A_0 \gg 1$: $\varepsilon \approx \frac{1}{A_0}$

★ TRUCCO VELOCE - Buffer:

Per il buffer (follower): $\boxed{G_{loop} = -A_0}$

Quindi posso usare direttamente la formula generale:

$$\boxed{G_{reale} = \frac{G_{ideale}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}}$$

⇒ **Non serve** tagliare l'anello e introdurre generatore di test!

ADC - Richieste Tipiche d'Esame

Richieste Tipiche d'Esame - Errori

Le domande più frequenti sul calcolo degli errori nella catena di acquisizione:

1. Errore dovuto a GUADAGNO FINITO

L'OpAmp (buffer) ha A_0 finito invece di ∞.

Procedimento:

- Calcola $G_{reale} = \frac{1}{1+1/A_0}$
- $V_{ADC,R} = V_{ADC,id} \cdot G_{reale}$
- $\varepsilon = |V_{ADC,R} - V_{ADC,id}|$

Il caso **peggiore** è quando $V_{ADC,id}$ è massimo!

2. Errore dovuto a V_{OS}

Uno o più OpAmp hanno tensione di offset.

Procedimento:

- **Sovrapposizione**: spegni tutte le sorgenti tranne V_{OS}
- Calcola il contributo di V_{OS} all'uscita
- Se ci sono più OpAmp: somma i contributi

Tip: V_{OS} sul buffer si propaga direttamente con guadagno ≈ 1

3. Errore dovuto a CORRENTE DI BIAS

L'OpAmp ha corrente I_B **entrante** o **uscente** negli ingressi.

Procedimento:

- Identifica su quale morsetto scorre I_B (V^+ o V^-)
- Trova la **resistenza** vista da quel morsetto
- Calcola la caduta: $\Delta V = I_B \cdot R_{eq}$
- Propaga l'errore all'uscita

Attenzione al verso! Entrante vs uscente cambia il segno.

★ FORMULA FINALE - Tutti i casi:

$$\boxed{\varepsilon_{max}[\text{LSB}] = \frac{\varepsilon_{max}}{LSB} = \frac{\varepsilon_{max} \cdot 2^N}{FSR}}$$

dove: $FSR = V_{DD} - V_{SS}$, N = bit dell'ADC

Caso peggiore: Valuta ε quando V_{in} è al suo estremo (min o max).

△ ERRORI COMBINATI:
Se l'esercizio chiede errore totale con guadagno finito + V_{OS} + I_B:
⇒ Usa **sovrapposizione**! Calcola ogni contributo separatamente.
⇒ Per il **caso peggiore**: somma i valori assoluti (worst case).

ADC - Errore da I_B nel S&H

Errore da I_B nel Sample & Hold

L'errore da corrente di bias va analizzato **separatamente** nelle due fasi!

FASE di SAMPLE (switch **chiuso**):

Lo switch è chiuso $\Rightarrow$ il condensatore è collegato alla sorgente.

Verifica: La corrente I_B causa variazione di V_{ADC}?

$\Rightarrow$ Spesso **NO**! La sorgente "forza" la tensione sul condensatore, I_B non ha effetto su V_{ADC}.

(Dipende dalla topologia: analizza caso per caso)

FASE di HOLD (switch **aperto**):

Lo switch si apre $\Rightarrow$ il condensatore è **isolato**.

Idealmente: V_{ADC} rimane costante al valore campionato.

Con I_B: La corrente di bias del buffer **carica/scarica** il condensatore!

$\Rightarrow$ V_{ADC} **deriva** (drift) nel tempo!

★ Formula della DERIVA:

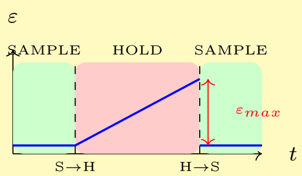
Carica del condensatore a corrente costante:

$$\boxed{\Delta V = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H}}$$

dove:

- I_B = corrente di bias (entrante o uscente)
- T_{hold} = durata della fase di hold
- C_H = capacità del condensatore di hold

★ Andamento dell'ERRORE nel tempo:



- Transizione S→H: errore = 0 (appena campionato)
- Durante HOLD: errore **cresce** linearmente
- **Errore MASSIMO:** appena **prima** di tornare in SAMPLE!

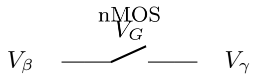
★ ERRORE MASSIMO:

$$\boxed{\varepsilon_{max} = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H}}$$

S&H - Comando nMOS

Tensioni di Comando nMOS nel S&H

L'nMOS funge da interruttore: va dimensionato V_G per le fasi ON/OFF.



Premessa importante:

- V_β (sinistra) e V_γ (destra, verso buffer) oscillano nel range ADC
- Non sappiamo quale sia Source e quale Drain (dipende dal verso della corrente durante carica/scarica di C)
- **Negli nMOS:** Source è il terminale a tensione **più bassa**

$\Rightarrow$ Consideriamo i **casi peggiori** agli estremi del range!

★ nMOS ON (fase SAMPLE):

Condizione: $V_{GS} > V_T$

$$V_G - V_S > V_T$$

Caso peggiore: V_S **massima** ($= V_{ADC,max}$)

Deve valere $\forall V_S$ nel range, quindi:

$$\boxed{V_{SH,ON} > V_T + V_{ADC,max}}$$

Es: se $V_{ADC} \in [-5V, 0V]$ e $V_T = 0.5V$: $V_{SH,ON} > 0.5V$

★ nMOS OFF (fase HOLD):

Condizione: $V_{GS} < V_T$

$$V_G - V_S < V_T$$

Caso peggiore: V_S **minima** ($= V_{ADC,min}$)

Deve valere $\forall V_S$ nel range, quindi:

$$\boxed{V_{SH,OFF} < V_T + V_{ADC,min}}$$

Es: se $V_{ADC} \in [-5V, 0V]$ e $V_T = 0.5V$: $V_{SH,OFF} < -4.5V$

★ RIASSUNTO:

Fase	Condizione	Caso peggiore
SAMPLE (ON)	$V_{GS} > V_T$	$V_S = V_{ADC,max}$
HOLD (OFF)	$V_{GS} < V_T$	$V_S = V_{ADC,min}$

$$\boxed{V_{SH,ON} > V_T + V_{ADC,max}}$$

$$\boxed{V_{SH,OFF} < V_T + V_{ADC,min}}$$

S&H - Charge Injection

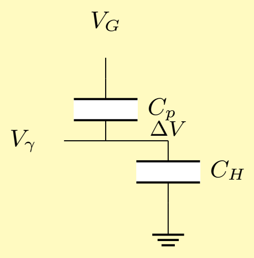
Errore da Charge Injection

Quando l'nMOS passa da ON a OFF, la carica nel canale viene "iniettata" nel condensatore!

Cosa succede fisicamente:

- L'nMOS in conduzione ha un **canale** formato da cariche
- Quando V_G scende (transizione ON→OFF), il canale si "distrugge"
- Le cariche del canale devono andare da qualche parte!
- Una parte va verso il condensatore C_H ⇒ **errore**

Modello a capacità parassite:



C_p = capacità parassita Gate-Canale dell'nMOS
C_H = capacità di hold

★ FORMULA del Charge Injection:

$$\boxed{\Delta V = \Delta V_G \cdot \frac{C_p}{C_p + C_H}}$$

dove:

- ΔV = errore sulla tensione di hold
- ΔV_G = escursione del gate (da $V_{SH,ON}$ a $V_{SH,OFF}$)
- C_p = capacità parassita gate-canale dell'nMOS
- C_H = capacità del condensatore di hold

Interpretazione fisica:

È un **partitore capacitivo**!

La variazione ΔV_G si ripartisce tra C_p e C_H:

- Se $C_H \gg C_p$: $\Delta V \approx 0$ (errore piccolo)
- Se $C_H \ll C_p$: $\Delta V \approx \Delta V_G$ (errore grande!)

⇒ Serve C_H **grande** per minimizzare l'errore

★ Calcolo di ΔV_G (con SEGNO!):

Per l'nMOS, la transizione ON→OFF richiede di **abbassare** V_G:

$$\boxed{\Delta V_G = V_{G,finale} - V_{G,iniziale} = V_{SH,OFF} - V_{SH,ON}}$$

GUIDA - Riconoscere Configurazioni (1/2)

GUIDA: Riconoscere le Configurazioni OpAmp

★ PASSO 1: C'è retroazione?

Parti da V_{out}: esiste un percorso verso V^+ o V^-?

- **NO** $\Rightarrow$ vai a **COMPARATORE**
- **SÌ, verso** V^- $\Rightarrow$ vai a **RETROAZ. NEGATIVA**
- **SÌ, verso** V^+ $\Rightarrow$ vai a **RETROAZ. POSITIVA**

COMPARATORE (no retroazione)

L'OpAmp è in **anello aperto** $\Rightarrow$ **SATURA sempre!**

- $V^+ > V^- \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$
- $V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$

C'è una V_{ref} su un morsetto?

- **SÌ** $\Rightarrow$ **Comparatore a SINGOLA soglia**
  Soglia $= V_{ref}$
- **NO** $\Rightarrow$ Comparatore semplice (soglia = 0V o altra)

RETROAZIONE NEGATIVA (V_{out} torna su V^-)

L'OpAmp **NON satura**, lavora in zona **lineare**.
Vale: $V^+ = V^-$ e $I^+ = I^- = 0$

Il collegamento V^- a V_{out} è DIRETTO?

- **SÌ** (filo diretto) $\Rightarrow$ **BUFFER** (inseguitore)
  $A_v = 1$, usato nel S&H
- **NO** (c'è R_f) $\Rightarrow$ **Amplificatore**
  Vai al PASSO 2

PASSO 2: Dove entra V_{in}? (se amplificatore)

- V_{in} entra su V^- (attraverso R_1) $\Rightarrow$ **INVERTENTE**
  $A_v = -\frac{R_f}{R_1}$
- V_{in} entra su V^+ $\Rightarrow$ **NON INVERTENTE**
  $A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$
- Più ingressi su V^- $\Rightarrow$ **SOMMATORE**
  $V_{out} = -R_f\left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + ...\right)$

GUIDA - Riconoscere Configurazioni (2/2)

RETROAZIONE POSITIVA (V_{out} torna su V^+)

L'OpAmp **SATURA sempre**! Sistema **bistabile**.
NON vale $V^+ = V^-$

$\Rightarrow$ È un **TRIGGER DI SCHMITT** (comparatore a doppia soglia / isteresi)

Dove entra V_{in}?

- V_{in} entra su V^- $\Rightarrow$ Trigger **INVERTENTE**
  Ciclo percorso in senso **antiorario**
- V_{in} entra su V^+ $\Rightarrow$ Trigger **NON INVERTENTE**
  Ciclo percorso in senso **orario**

★ SCHEMA RIASSUNTIVO:

Config.	**Retroaz.**	**Satura?**
Comparatore	Nessuna	**SÌ**
Buffer	Neg. (diretto)	NO
Invertente	Neg. (R_f)	NO
Non Inv.	Neg. (R_f)	NO
Sommatore	Neg. (R_f)	NO
Trigger Schmitt	**Positiva**	**SÌ**

△ TRUCCHI VELOCI:

- Vedi R_f che va su V^-? $\Rightarrow$ Amplificatore (non satura)
- Vedi R che va su V^+ da V_{out}? $\Rightarrow$ Trigger (satura)
- Vedi filo diretto $V^- \to V_{out}$? $\Rightarrow$ Buffer
- Non vedi nulla che torna indietro? $\Rightarrow$ Comparatore (satura)
- Vedi condensatore + switch prima dell'OpAmp? $\Rightarrow$ S&H

★ FLOWCHART VELOCE:

```
1.  Retroazione?
   NO → COMPARATORE (satura)
   SÌ → 2.  Dove va?
2.  Verso V+ o V-?
   V+ → TRIGGER (satura)
   V- → 3.  Diretto o con R?
3.  Collegamento diretto?
   SÌ → BUFFER
   NO → AMPLIFICATORE (inv/non-inv)
```

Multivibratore Astabile (1/2)

Multivibratore Astabile con OpAmp

★ STRUTTURA:

- **Trigger di Schmitt + rete RC** in retroazione
- L'uscita oscilla tra $+V_{sat}$ e $-V_{sat}$ **senza ingresso esterno**
- Il condensatore si carica/scarica attraverso la resistenza

Componenti tipici:

- R_1, R_2: partitore per le soglie (V_{TH}, V_{TL})
- R, C: rete di timing (determinano il periodo)

★ FUNZIONAMENTO:

1. $V_{out} = +V_{sat} \Rightarrow C$ si carica verso $+V_{sat}$
V_C sale fino a raggiungere V_{TH}

2. $V_C = V_{TH} \Rightarrow$ **COMMUTA!** $V_{out} = -V_{sat}$
Ora C si scarica verso $-V_{sat}$

3. V_C scende fino a raggiungere V_{TL}

4. $V_C = V_{TL} \Rightarrow$ **COMMUTA!** $V_{out} = +V_{sat}$

$\Rightarrow$ Il ciclo si ripete **indefinitamente**!

★ FORMULE DEL PERIODO:

Soglie (trigger invertente con V^- a massa tramite R_1):

$$V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Semiperiodo (tempo per andare da una soglia all'altra):

$$T_{1/2} = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat} - V_{TL}}{V_{sat} - V_{TH}}\right)$$

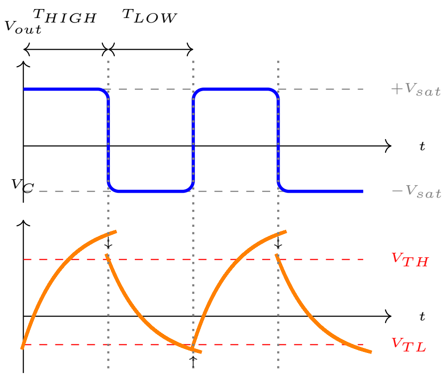
Se simmetrico ($V_{TH} = -V_{TL} = \beta V_{sat}$ con $\beta = \frac{R_1}{R_1+R_2}$):

$$T = 2RC \cdot \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$$

Frequenza: $f = \frac{1}{T}$

Multivibratore - Forme d'Onda

Grafici $V_{out}(t)$ e $V_C(t)$ Allineati



Lettura del grafico:
- **Blu**: V_{out} oscilla tra $\pm V_{sat}$
- **Arancio**: V_C oscilla tra V_{TL} e V_{TH}
- **Rosso tratteggiato**: soglie V_{TH}, V_{TL}

$\Rightarrow$ Quando V_C tocca una soglia, V_{out} commuta!

△ **Nota:** V_C ha andamento **esponenziale**, non lineare!
Il condensatore *tenderebbe* verso $\pm V_{sat}$ ma commuta prima.

Multivibratore Astabile (2/2)

Multivibratore Astabile - Calcoli

★ METODO DI CALCOLO DEL PERIODO:

Step 1: Calcola le soglie V_{TH} e V_{TL}

Step 2: Scrivi l'equazione di carica/scarica del condensatore:

$$V_C(t) = V_{finale} + (V_{iniziale} - V_{finale}) \cdot e^{-t/RC}$$

Step 3: Imponi $V_C(T_{1/2}) = V_{soglia}$ e risolvi per $T_{1/2}$

Step 4: $T = T_{carica} + T_{scarica}$

★ DEFINIZIONE T_{HIGH} e T_{LOW}:

- T_{HIGH} = tempo in cui $V_{out} = +V_{sat}$ (uscita ALTA)
- T_{LOW} = tempo in cui $V_{out} = -V_{sat}$ (uscita BASSA)

$$\boxed{T = T_{HIGH} + T_{LOW}}$$

Come si calcolano:
- T_{HIGH}: tempo per cui V_C va da V_{TL} a V_{TH} (il condensatore si carica verso $+V_{sat}$)
- T_{LOW}: tempo per cui V_C va da V_{TH} a V_{TL} (il condensatore si scarica verso $-V_{sat}$)

△ **ATTENZIONE:** il primo semiperiodo dipende da $V_C(0)$!

★ CASO SIMMETRICO - Duty Cycle 50%:

Se $|V_{TH}| = |V_{TL}|$ e $|+V_{sat}| = |-V_{sat}|$:
- $T_{HIGH} = T_{LOW} \Rightarrow$ **onda quadra simmetrica**
- Duty Cycle = 50%

Formula semplificata:

$$T = 2RC \cdot \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) \quad \text{con } \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

★ **IMPORTANTE:** Con alimentazione simmetrica ($+V_{DD} = -V_{SS}$), la frequenza **NON dipende** da V_{DD}! Dipende solo da R, C e β.

△ PUNTI CRITICI DA RICORDARE:

- Il condensatore **non** si carica fino a V_{sat}!
  $\Rightarrow$ Commuta **prima**, quando raggiunge la soglia
- V_{finale} nell'esponenziale è $\pm V_{sat}$ (verso cui *tenderebbe*)
- $V_{iniziale}$ è la soglia **appena superata**
- Nel ln: argomento = $\frac{V_{finale} - V_{iniziale}}{V_{finale} - V_{finale,soglia}}$

★ DIMENSIONAMENTO INVERSO:

Dato T (o f), trovare R e C:
1. Fissa β (tipicamente 0.5 $\Rightarrow R_1 = R_2$)
2. Calcola $RC = \frac{T}{2\ln\left(\frac{1+\beta}{\ldots}\right)}$

Multivibratore - Commutazione

Meccanismo di Commutazione

★ COME FUNZIONA LA COMMUTAZIONE:

Il condensatore C è collegato a V^- del trigger (invertente).

Durante T_{HIGH} ($V_{out} = +V_{sat}$):
- V_C si carica verso $+V_{sat}$ (sale)
- Quando V_C supera $V_{TH} \Rightarrow V^- > V^+$
- Il trigger **commuta**: $V_{out} \to -V_{sat}$

Durante T_{LOW} ($V_{out} = -V_{sat}$):
- V_C si scarica verso $-V_{sat}$ (scende)
- Quando V_C scende sotto $V_{TL} \Rightarrow V^- < V^+$
- Il trigger **commuta**: $V_{out} \to +V_{sat}$

★ PRIMO SEMIPERIODO - Dipende da $V_C(0)$!

Dati iniziali tipici: $V_C(0)$, $V_{out}(0)$

Caso 1: $V_{out}(0) = +V_{sat}$
- V_C parte da $V_C(0)$ e sale verso $+V_{sat}$
- Commuta quando raggiunge V_{TH}
- Tempo: $t_1 = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^+ - V_C(0)}{V_{sat}^+ - V_{TH}}\right)$

Caso 2: $V_{out}(0) = -V_{sat}$
- V_C parte da $V_C(0)$ e scende verso $-V_{sat}$
- Commuta quando raggiunge V_{TL}
- Tempo: $t_1 = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^- - V_C(0)}{V_{sat}^- - V_{TL}}\right)$

$\Rightarrow$ Il primo semiperiodo **non** è uguale ai successivi!

△ A REGIME:

Dopo il transitorio iniziale, V_C oscilla tra V_{TL} e V_{TH}.
$\Rightarrow$ Il periodo $T = T_{HIGH} + T_{LOW}$ è **costante**

Multivibratore Astabile - Esame (1/2)

Multivibratore Astabile - Domande Tipiche

a) Tracciare $V_C(t)$ da $t = 0$ a $t = T_{tot}$

Dati tipici: $V_C(0) = V_{DD}/2$, $V_{out}(0) = V_{SS}$

Metodo:
1. Calcola V_{TH} e V_{TL} (con le formule delle soglie)
2. Da $V_C(0)$, il condensatore va verso $V_{out}(0)$
3. Scrivi: $V_C(t) = V_{out} + (V_C(0) - V_{out}) \cdot e^{-t/RC}$
4. Trova t_1 tale che $V_C(t_1) =$ soglia $\Rightarrow$ commuta!
5. Ripeti dal nuovo stato fino a $t = T_{tot}$

Grafico: esponenziali che "rimbalzano" tra V_{TH} e V_{TL}

b) Effetto dell'offset V_{off} sulla frequenza

L'offset **trasla** le soglie:

$$V'_{TH} = V_{TH} + V_{off} \qquad V'_{TL} = V_{TL} + V_{off}$$

Conseguenze:
- Le soglie **non sono più simmetriche** rispetto a 0
- $T_{carica} \neq T_{scarica} \Rightarrow$ duty cycle $\neq 50\%$
- Il periodo totale T **cambia**!

Variazione relativa: $\frac{\Delta f}{f} = \frac{f' - f}{f}$
Ricalcola T' con le nuove soglie e confronta

c) Alimentazione asimmetrica ($V_{DD} \neq |V_{SS}|$)

Es: $V_{DD} = +10V$, $V_{SS} = -10V$ (simmetrico)
vs $V_{DD} = +10V$, $V_{SS} = -5V$ (asimmetrico)

Effetto:
- $+V_{sat} = V_{DD}$, $-V_{sat} = V_{SS}$ (rail-to-rail)
- $V_{TH} \neq |V_{TL}| \Rightarrow$ soglie asimmetriche
- $T_{carica} \neq T_{scarica}$

$\Rightarrow$ Calcola **separatamente** i due semiperiodi!

Multivibratore Astabile - Esame (2/2)

Multivibratore Astabile - Domande Tipiche (cont.)

d) Raddoppiare f senza cambiare R_3 (resistenza timing)

Dalla formula: $T = 2R_3C \cdot \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$

Opzioni (se R_3 è fissa):

1. Dimezzare C: $C' = C/2$
$\Rightarrow T' = T/2 \Rightarrow f' = 2f$ ✓

2. Modificare β: cambiare R_1 e/o R_2
Serve: $\ln\left(\frac{1+\beta'}{1-\beta'}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$
$\Rightarrow \frac{1+\beta'}{1-\beta'} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$
Ricava β' e poi R'_1/R'_2

Attenzione: β più piccolo = isteresi minore!

★ FORMULA GENERALE per semiperiodi:

Fase di carica ($V_{out} = +V_{sat}$, da V_{TL} a V_{TH}):

$$T_{carica} = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^+ - V_{TL}}{V_{sat}^+ - V_{TH}}\right)$$

Fase di scarica ($V_{out} = -V_{sat}$, da V_{TH} a V_{TL}):

$$T_{scarica} = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^- - V_{TH}}{V_{sat}^- - V_{TL}}\right)$$

(Nota: V_{sat}^- è negativo, quindi attento ai segni!)

Periodo totale: $T = T_{carica} + T_{scarica}$

△ DUTY CYCLE:

$$D = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{carica}}{T_{carica} + T_{scarica}}$$

Se $D \neq 50\% \Rightarrow$ onda quadra **asimmetrica**