

## Procedimento transitorio:

- Per  $t \rightarrow 0^-$ ,
  - calcolare variabile di stato prima dell'inizio del transitorio
  - In questa fase il **condensatore/induttore** si comporta come **circuito aperto/cortocircuito**
  - Sfrutterò nella fase 2 la continuità della variabile di stato
- Per  $t \rightarrow 0^+$  (per var. **NON** di stato es.  $v_x, i_x$ ),
  - (Eventuale chiusura interruttore)
  - Sfrutto continuità variabile di stato:  
 $v_C(t_0^-) = v_C(t_0^+)/ i_L(t_0^-) = i_L(t_0^+)$
  - Sostituisco al transitorio GENERATORE IDEALE DI **TENSIONE/ CORRENTE** con valore pari alla variabile di stato appena calcolata  

$$E = V_C(t \rightarrow 0^-) \quad I = I_L(t \rightarrow 0^-)$$
- Per  $t \rightarrow \infty$  /  $t > 0$ :
  - Soluzione di tipo esponenziale
    - Formule variabili di stato:  

$$V_C(t) = V_{C\infty} + [V_C(0) - V_{C\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_L(t) = I_{L\infty} + [I_L(0) - I_{L\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$
    - Formule per le grandezze **non di stato**:  

$$I_C(t) = I_{C\infty} + [I_C(0^+) - I_{C\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_L(t) = V_{L\infty} + [V_L(0^+) - V_{L\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}}$$
  - Qui, siamo **ancora a regime**: il **condensatore/induttore** si comporta come **circuito aperto/cortocircuito**
  - Cerco la variabile di stato per  $t \rightarrow \infty$
  - Cerco  $\tau$ :
    - Mi serve  $R_{eq}$  ai morsetti di dove c'è transitorio
    - Spengo generatori non pilotati**
    - uso **generatore sonda (c.g.)** - cerco corrente che passa sul ramo della sonda in funzione di  $V_S$ :  $? \rightarrow I_S(V_S)$

$$R_{eq} = \frac{V_S}{I_S(V_S)}$$

D. Calcolo  $\tau$ :

$$\tau = C \cdot R_{eq} = \frac{L}{R_{eq}}$$

## Grafico

- Traccio asintoto
- Sfrutto **proprietà dell'esponenziale**: tangente al grafico in  $t = 0$  interseca il valore asintotico dopo  $\Delta t = \tau$
- Dopo  $t = 5\tau$  la funzione assume valore asintotico

## Resistenze e Alimentazioni

Resistenze in parallelo:

- Caso con 2 resistenze:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

- Caso generale (n resistenze):

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

## △ NOTA IMPORTANTE - Tensioni di alimentazione

Le tensioni fornite dalle alimentazioni sono le **massime e minime** possibili nel circuito.

**I NODI** della rete **NON** possono mai avere tensioni:

- Più alte di  $V_{\max}$  (alimentazione massima)
- Più basse di  $V_{\min}$  (alimentazione minima)

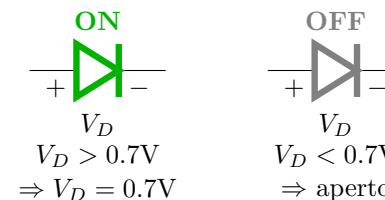
**ATTENZIONE:** Questo vale per le tensioni dei **NODI** (riferite a massa).

Le **cadute di tensione** (misurate tra due nodi diversi) possono superare questi limiti!

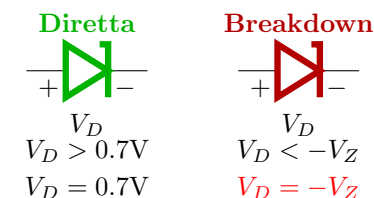
**Uso pratico:** Fondamentale quando si fanno ipotesi sullo stato dei diodi (ON/OFF). Se un'ipotesi porta un nodo oltre  $V_{\max}$  o sotto  $V_{\min}$ , l'ipotesi è **sbagliata**.

## Diodi

- Diodo normale:

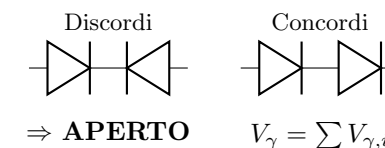


- Diodo Zener:



**ATTENZIONE:** In breakdown, la tensione  $V_D = -V_Z$  ha polarità **opposta** rispetto ai  $+0.7V$  della conduzione diretta!

- Configurazioni in serie:



## ★ TRUCCO PRATICO - Verifica stato diodo:

Quando sei **in un intorno della soglia** ( $V_D \approx 0.7V$ , anche infinitesimamente superiore), le **correnti sono molto basse**.

$\Rightarrow$  Per verificare se il diodo si accende puoi **ignorare le resistenze in serie** ( $I \approx 0 \Rightarrow \Delta V_R \approx 0$ ).

**Uso nei transitori:** A fine esercizio, verifica che l'ipotesi sul diodo (ON/OFF) resti valida in:

- $\hat{T}^-$  (istante prima della transizione)
- $\hat{T}^+$  (istante dopo della transizione)
- $t \rightarrow \infty$  (regime)

## Capacità: Formule e Comportamento

### 1. Tensione del condensatore:

$$V_C(t) = V_C(0^+) + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)] \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$V_C(0^+)$ : iniziale;  $V_C(\infty^*)$ : a regime;  $\infty^* \neq \infty$

### 2. Corrente: $I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$

**Proprietà:** La **corrente** varia **istantaneamente**; La **tensione** NON commuta:  $V_C(t_0^-) = V_C(t_0^+)$

### ★ REGOLA D'ORO - A REGIME

A regime ( $t \rightarrow \infty$ ):  $\frac{dV_C}{dt} = 0 \Rightarrow I_C = 0$

**Condensatore = CIRCUITO APERTO**

Per calcolare  $V_C(\infty)$ :

1. Sostituisci C con **circuito aperto**
2. Risolvi il circuito semplificato
3. Calcola la tensione nel punto dove c'era C

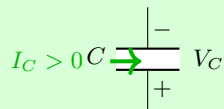
**Es:**  $V \xrightarrow{R_1} \bullet \xrightarrow{R_2} \text{GND} + C \parallel R_2$   
 $\Rightarrow V_C(\infty) = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}$  (partitore)

### 3. Ripple: $\Delta V_{out} = V_{picco} \frac{\Delta T}{\tau} = V_{picco} \frac{T}{f \cdot \tau}$

### 4. Comportamento fisico ( $Q = C \cdot V$ ; $I = C \frac{dV}{dt}$ )

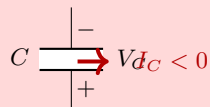
**CARICA** ( $\frac{dV_C}{dt} > 0$ ): Corrente **ENTRA** ( $I_C > 0$ )  
 Il condensatore accumula energia;  $V_C \uparrow$

Corrente ENTRA



**SCARICA** ( $\frac{dV_C}{dt} < 0$ ): Corrente **ESCE** ( $I_C < 0$ )  
 Il condensatore rilascia energia;  $V_C \downarrow$

Corrente ESCE



**Regola:**  $V_C \uparrow \Rightarrow$  CARICA;  $V_C \downarrow \Rightarrow$  SCARICA; segno  $I_C$  indica verso

## Transitori con gradini multipli

### Formula tempo centrale $\hat{T}$ :

$$V_C(\hat{T}) = V_C(0^+)_{\hat{T}} + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)_{\hat{T}}] \left(1 - e^{-\frac{\hat{T}}{\tau}}\right)$$

**Prassi: segnale rettangolare**

salita  $\rightarrow$  plateau  $\rightarrow$  discesa

### Procedimento step-by-step:

#### 1. FASE 1 - Salita

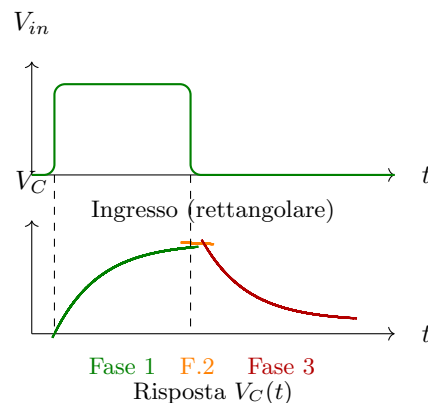
- Analizza  $t = 0^-$  (condizioni iniziali)
- $V_C(0^+)$  per continuità
- Determina stato diodi
- Calcola  $V_C(\infty^*)$
- Applica formula con  $\tau$

#### 2. FASE 2 - Plateau

- Se durata  $\gg 5\tau$ : regime
- Se durata  $< 5\tau$ : calcola  $V_C$  fine
- Verifica diodi (Box 7)

#### 3. FASE 3 - Discesa

- $V_C(0^+) = V_C(\text{fine plateau})$
- Ridetermina stato diodi
- Nuovo  $V_C(\infty^*)$
- Applica formula



## Verifica ipotesi stato diodi

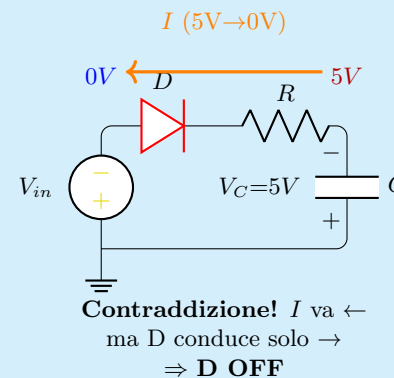
### △ VERIFICA FONDAMENTALE

Verifica ipotesi diodo (ON/OFF) rimanga valida per tutto il transitorio

### FASE 0: Metodo intuitivo

**Regola:**  $I$  scorre da  $V_+$  a  $V_-$

- 1)  $V_C(0^+)$  continuità
- 2) Trova  $V_{\max}$
- 3)  $I$  va da  $V_{\max}$  a  $V_{\min}$
- 4) Compatibile con diodo?
- 5) No  $\Rightarrow$  cambia stato



1. Ipotesi (es: D ON)
2. Risolvi (ON: gen 0.7V; OFF: aperto)
3. Calcola  $V_C(t)$
4. Verifica  $\forall t$ :

**ON:**  $I_D(t) > 0$ ? No  $\rightarrow$  errore

**OFF:**  $V_D(t) < 0.7V$ ? No  $\rightarrow$  errore

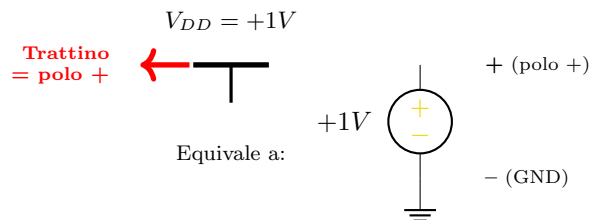
5. Se errore: dividi in 2 fasi ( $t^*$  cambio), ricalcola

## Notazione alimentazioni

### NOTAZIONE ALIMENTAZIONI

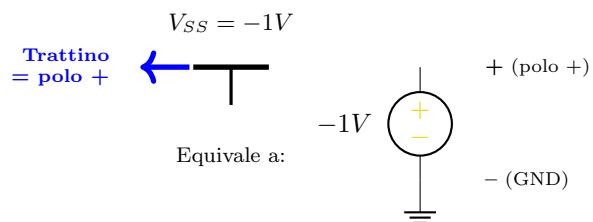
**REGOLA D'ORO:** Il trattino indica SEMPRE il polo + del generatore, sia con tensione positiva che negativa!

**Caso 1:**  $V_{DD} = +1V$  (alimentazione positiva)



Tensione  $+1V \rightarrow$  polo  $+$  sul trattino, tutto normale

**Caso 2:**  $V_{SS} = -1V$  (alimentazione negativa)



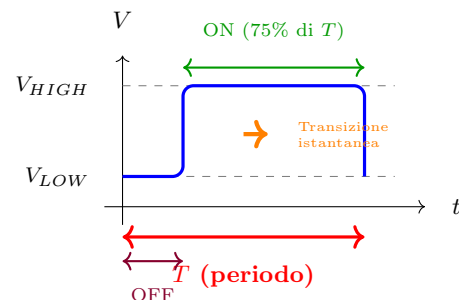
Tensione  $-1V \rightarrow$  polo  $+$  è comunque sul trattino!

**TRUCCO:** Con  $V_{SS} = -1V$  puoi ridisegnare il generatore invertendo polarità E segno: diventa  $+1V$  con polo  $+$  su GND. Utile per evitare tensioni negative nei calcoli.

## Onda Quadra Ideale - Guida al Disegno

- Transizioni **verticali istantanee** (tempo di salita/discesa = 0)
- Due livelli costanti:  $V_{HIGH}$  e  $V_{LOW}$

**DUTY CYCLE DEFAULT:** Se non specificato, un'onda quadra ha **duty cycle 50%** ( $HIGH = LOW = T/2$ )



### COME DISEGNARE A MANO:

1. Segna i livelli  $V_{HIGH}$  e  $V_{LOW}$  con righe orizzontali
2. Scegli quanti quadretti =  $T$  (es: 4 quadretti = 1 periodo)
3. Disegna righe verticali per le transizioni
4. Collega con righe orizzontali ai livelli

### COME TROVARE IL PERIODO $T$ :

Il periodo è la distanza tra **due punti identici** del ciclo:

- Da LOW a LOW (stesso punto)
- Da HIGH a HIGH (stesso punto)
- Da salita a salita successiva
- Da discesa a discesa successiva

**Trucco:** Scegli un punto qualsiasi e conta i quadretti fino a quando si ripete!

### Esempio pratico (duty cycle 75%):

- Se  $T = 10\mu s$  e vuoi disegnare 2 periodi
- Usa 4 quadretti per ogni periodo (tot. 8 quadretti)
- Duty cycle 75%: **1 quadretto LOW (OFF)**, poi **3 quadretti HIGH (ON)**
- Ripeti il pattern: 1 LOW, 3 HIGH per il 2° periodo

## Formazione del Canale nei MOSFET

### 1. Zona OFF (o Cutoff):

- Non c'è formazione del canale.
- Il dispositivo è spento e non permette il flusso di corrente tra drain e source.

### 2. Zona Ohmica (o Triodo):

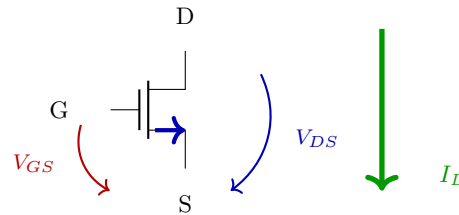
- Si forma un canale.
- Quando il gate è abbastanza polarizzato (cioè  $V_{GS} > V_{Tn}$  per nMOS o  $V_{GS} < V_{Tp}$  per pMOS), si forma un canale conduttivo tra il drain e il source.
- Il dispositivo si comporta come un **resistore il cui valore varia in base alla tensione  $V_{GS}$** .

### 3. Zona di Saturazione (o Pinch-off):

- Si forma un canale.
- Il canale diventa "strozzato" o "pinched-off" vicino al drain (per il nMOS) o vicino al source (per il pMOS).
- Anche se la tensione  $V_{DS}$  aumenta ulteriormente, la corrente  $I_D$  rimane costante.
- Questo comportamento è **analogo a quello di un generatore di corrente**.

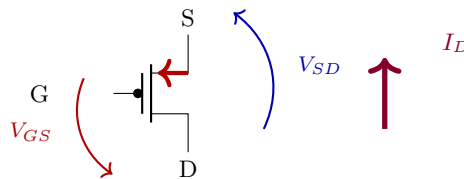
## Simboli e convenzioni nMOS/pMOS

### nMOS:



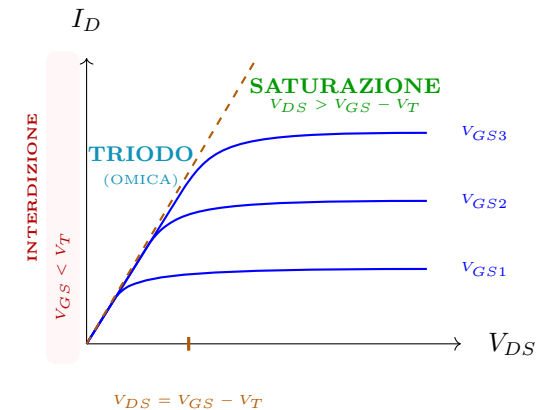
**nMOS:** Gate a sinistra, Drain in alto, Source in basso  
**Corrente:** Da Drain → Source (verso il basso)

### pMOS:



**pMOS:** Gate a sinistra, Source in alto, Drain in basso  
**Corrente:** Da Source → Drain (verso il basso)  
**NOTA:** Nel pMOS il source è in alto (invertito rispetto a nMOS)!

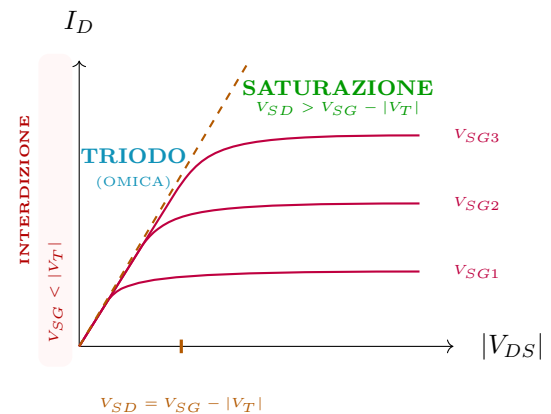
## Caratteristica I-V nMOS



### Zone di funzionamento:

- INTERDIZIONE:**  $V_{GS} < V_T \rightarrow I_D = 0$
- TRIODO:**  $V_{GS} > V_T$  e  $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$
- SATURAZIONE:**  $V_{GS} > V_T$  e  $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

## Caratteristica I-V pMOS



### Zone di funzionamento:

- INTERDIZIONE:**  $V_{SG} < |V_T| \rightarrow I_D = 0$
- TRIODO:**  $V_{SG} > |V_T|$  e  $V_{SD} < (V_{SG} - |V_T|)$
- SATURAZIONE:**  $V_{SG} > |V_T|$  e  $V_{SD} > (V_{SG} - |V_T|)$

## nMOS - Metodo operativo

### PRIMO CONTROLLO: $V_{GS}$ vs $V_T$

- Se  $V_{GS} < V_T \Rightarrow$  MOSFET OFF
  - $I_D = 0$  (circuito aperto)
  - Non c'è conduzione
- Se  $V_{GS} > V_T \Rightarrow$  MOSFET ON
  - Proseguire al **SECONDO CONTROLLO**

### SECONDO CONTROLLO (solo se ON): $V_{DS}$ vs $(V_{GS} - V_T)$

#### Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = V_{GS} - V_T$$

- ZONA DI SATURAZIONE:** Se  $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n (V_{GS} - V_T)^2$$

**Nota:** La corrente dipende **SOLO** da  $V_{GS}$

- ZONA OHMICA (Triodo):** Se  $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n \left[ 2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2 \right]$$

**Nota:** La corrente dipende da  $V_{GS}$  **E**  $V_{DS}$

#### Formula alternativa:

$$I_D = \frac{1}{2} K_n V_{OV} \left( V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right)$$

**Direzione corrente:** In nMOS,  $I_D$  scorre da **Drain**  $\rightarrow$  **Source**

## pMOS - Metodo operativo

### PROCEDIMENTO OPERATIVO PER pMOS

#### ★ STEP 0 - CONTROLLO POLARITÀ

Prima di tutto, verifica che:

$$V_S > V_G$$

Se  $V_S \leq V_G \rightarrow$  **pMOS OFF** (anche se  $|V_{GS}| \geq |V_T|$ )

**Motivo:** Il modulo  $|V_{GS}|$  nasconde il segno! Potresti avere  $|V_{GS}| \geq |V_T|$  ma con polarità sbagliata (es.  $V_{GS} > 0$ ), e il pMOS sarebbe OFF.

#### Step 1: Calcolare $|V_{GS}|$

(solo se hai verificato  $V_S > V_G$ )

#### Step 2: PRIMO CONTROLLO - $|V_{GS}|$ vs $|V_T|$

- Se  $|V_{GS}| < |V_T| \Rightarrow$  MOSFET OFF
  - $I_D = 0$  (circuito aperto)
  - Non c'è conduzione
- Se  $|V_{GS}| > |V_T| \Rightarrow$  MOSFET ON
  - Calcolare  $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$
  - Proseguire allo **Step 3**

#### Step 3: SECONDO CONTROLLO - $|V_{DS}|$ vs $V_{OV}$

#### Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$$

- ZONA DI SATURAZIONE:** Se  $|V_{DS}| > V_{OV}$

$$I_D = K_p \cdot V_{OV}^2 = K_p (|V_{GS}| - |V_T|)^2$$

**Nota:** La corrente dipende **SOLO** dall'overdrive

- ZONA OHMICA (Triodo):** Se  $|V_{DS}| < V_{OV}$

$$I_D = K_p \left[ 2V_{OV} \cdot |V_{DS}| - |V_{DS}|^2 \right]$$

dove  $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$

**Nota:** La corrente dipende da  $V_{OV}$  **E**  $|V_{DS}|$

**Direzione corrente:** In pMOS,  $I_D$  scorre da **Source**  $\rightarrow$  **Drain**

## Riepilogo: nMOS vs pMOS

### Grandezze da calcolare per determinare lo stato:

nMOS	pMOS
$V_{GS}$	$ V_{GS} $
$V_T$	$ V_T $
$V_{OV} = V_{GS} - V_T$	$V_{OV} =  V_{GS}  -  V_T $
$V_{DS}$	$ V_{DS} $

#### Controlli identici:

- Se  $V_{GS}$  (o  $|V_{GS}|$ )  $< V_T$  (o  $|V_T|$ )  $\Rightarrow$  OFF
- Se ON: confronta  $V_{DS}$  (o  $|V_{DS}|$ ) con  $V_{OV}$

La **procedura è identica**, solo che per pMOS si usano i **valori assoluti**.

## MOSFET simmetrici - Source e Drain a runtime

### ★ MOSFET SIMMETRICI

I MOSFET sono dispositivi **simmetrici**: Source e Drain **NON** sono fissi ma vengono determinati dalle **tensioni a runtime**!

Come identificare i terminali negli esercizi:

**GATE** (sempre indicato):

- **nMOS**: gate **senza pallino**
- **pMOS**: gate **con pallino** (●)

**SOURCE e DRAIN** (determinati a runtime): Se non indicati esplicitamente nel testo, si determinano in base alle **tensioni dei nodi**.

Regole per determinare SOURCE:

#### 1. nMOS

Il **SOURCE** è il nodo alla **tensione più BASSA** tra i due terminali non-gate.

Il **DRAIN** è l'altro terminale (tensione più alta).

#### 2. pMOS

Il **SOURCE** è il nodo alla **tensione più ALTA** tra i due terminali non-gate.

Il **DRAIN** è l'altro terminale (tensione più bassa).

### ★ ATTENZIONE - Riassegnazione a RUNTIME

Durante l'esercizio, le tensioni ai nodi possono **cambiare**!  
⇒ Source e Drain possono essere **riassegnati** in base alle nuove tensioni.

Devi **verificare quale nodo ha la tensione più alta/bassa** in ogni fase dell'analisi!

#### Esempio pratico (nMOS):

Inizialmente: Nodo A = 3V, Nodo B = 1V ⇒ Source = B (1V, più basso), Drain = A (3V)

Dopo un transitorio: Nodo A = 0.5V, Nodo B = 2V ⇒ Source = A (0.5V, più basso), Drain = B (2V)

I terminali sono stati **invertiti**!

*Perché è importante:*  $V_{GS}$  e  $V_{DS}$  dipendono da quale terminale è il Source. Per calcolare correttamente le formule, devi identificare Source e Drain correttamente in ogni momento. La zona di funzionamento (saturazione/omica) dipende da  $V_{DS}$ , quindi dall'identificazione corretta dei terminali.

## Regola pratica - MOSFET ON/OFF veloce

### REGOLA PRATICA VELOCE:

Come capire subito se un MOSFET è probabilmente ON o OFF?

#### nMOS:

**Gate a GND (0V)** → probabilmente **OFF**

Se il gate è a massa,  $V_{GS}$  è molto basso (o negativo se source è più alto), quindi  $V_{GS} < V_T \rightarrow \text{OFF}$

**Gate a  $V_{DD}$**  → probabilmente **ON**

Se il gate è all'alimentazione,  $V_{GS}$  è alto (assumendo source a GND o comunque più basso), quindi  $V_{GS} > V_T \rightarrow \text{ON}$

#### pMOS:

**Gate a GND (0V)** → probabilmente **ON**

Se il gate è a massa,  $V_{SG}$  è alto (assumendo source a  $V_{DD}$  o comunque più alto), quindi  $V_{SG} > |V_T| \rightarrow \text{ON}$

**Gate a  $V_{DD}$**  → probabilmente **OFF**

Se il gate è all'alimentazione,  $V_{SG}$  è molto basso (o negativo se source è più basso), quindi  $V_{SG} < |V_T| \rightarrow \text{OFF}$

#### Riassunto veloce:

	Gate = GND	Gate = $V_{DD}$
nMOS	OFF	ON
pMOS	ON	OFF

**ATTENZIONE:** Questa è una regola **approssimata** che assume:

- Per nMOS: source vicino a GND
- Per pMOS: source vicino a  $V_{DD}$

Se il source è collegato diversamente (es. nMOS con source a  $V_{DD}$ , pMOS con source a GND), la regola **NON vale**! Devi sempre calcolare  $V_{GS}$  o  $V_{SG}$  correttamente.

## Parametro K (Transconduttanza)

$$K = \frac{1}{2} \mu \cdot C_{OX} \cdot \frac{W}{L}$$

Dove:

- $\mu$  = mobilità dei portatori nel canale
- $C_{OX}$  = capacità specifica dell'ossido
- $W/L$  = dimensioni fisiche del MOSFET (Width/Length)

### △ NOTA IMPORTANTE - Fattore 1/2

K può essere definito **SENZA** il fattore  $\frac{1}{2}$  al suo interno. In tal caso, le formule delle correnti devono essere **riadattate**:

- **Saturazione:**

$$I = \frac{K}{2} (V_{GS} - V_T)^2 \text{ invece di } I = K (V_{GS} - V_T)^2$$

- **Omica:**

$$I = K \left[ (V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

$$\text{invece di } I = K \left[ 2(V_{GS} - V_T) V_{DS} - V_{DS}^2 \right]$$

## Semplificazioni MOSFET

### ★ CONDIZIONE FONDAMENTALE:

Tutti i **GATE** devono essere in **COMUNE** (stessa tensione al gate)

#### 1. MOSFET in PARALLELO

- GATE in comune
- SOURCE in comune (vengono mantenuti)

**Formula:**

$$K_{eq} = K_1 + K_2 + \dots + K_n$$

Se tutte uguali:  $K_{eq} = n \cdot K$

*Es:* 3 nMOS con  $K = 0.5 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 1.5 \text{ mA/V}^2$

#### 2. MOSFET in SERIE

- GATE in comune
- SOURCE equivalente = SOURCE più BASSO

**Formula:**

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n}$$

Per 2 MOS:  $K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$

Se uguali:  $K_{eq} = \frac{K}{n}$

*Es:* 2 nMOS  $K_1 = 1, K_2 = 2 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 0.67 \text{ mA/V}^2$

*Nota:* Queste semplificazioni evitano calcoli complessi nei circuiti.

## Analisi Porte Logiche

**Quando usare:** Dopo aver fatto semplificazioni (serie/parallelo), quando  $V_{DS} = V_{OUT}$  e devi capire la zona di funzionamento.

**IPOTESI:** Se ti hanno chiesto l'espressione logica della porta, puoi ipotizzare che sia **ideale**:

- $V_{OUT}$  ha valori logici **ALTO** e **BASSO**
- $V_{OUT} = V_{DS}$  del MOSFET (dopo semplificazioni)

### METODO:

#### 1. Uscita logica BASSA ("0")

$V_{OUT} \approx 0V \rightarrow V_{DS}$  piccola  $\rightarrow V_{DS} < V_{OV} \rightarrow$  **ZONA OMICA**

#### 2. Uscita logica ALTA ("1")

$V_{OUT} \approx V_{DD} \rightarrow V_{DS}$  grande  $\rightarrow V_{DS} > V_{OV} \rightarrow$  **ZONA SATURAZIONE**

*Nota:* Questo metodo ti permette di **ipotizzare** la zona di funzionamento senza fare calcoli complessi. Poi puoi verificare con le formule.

#### **Esempio pratico:**

Se  $V_{OUT} = 0V$  (logica bassa) e hai  $V_{OV} = 2V$ :

$V_{DS} \approx 0V < 2V \rightarrow$  OMICA ✓

Se  $V_{OUT} = 5V$  (logica alta) e hai  $V_{OV} = 2V$ :

$V_{DS} \approx 5V > 2V \rightarrow$  SATURAZIONE ✓

## Resistenza di canale

### Resistenza di Canale ( $R_{CH}$ o $R_{eq}$ )

**Quando usare:** Calcolare la corrente nel MOSFET quando:

- $V_{OUT} = V_{DS}$  (l'uscita coincide con la tensione drain-source)
- $V_{OUT} \approx 0V$  (uscita logica bassa)

La **resistenza di canale** è la resistenza equivalente del MOSFET in un intorno di  $V_{DS} = 0V$

### FORMULA:

$$R_{CH} = R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove  $V_{OV} = V_{GS} - V_T$

*Nota:*  $K$  può essere il  $K$  del singolo MOSFET o il  $K_{eq}$  del MOSFET equivalente (dopo semplificazioni serie/parallelo)

*Origine:* Derivata di  $I_D$  rispetto a  $V_{DS}$  calcolata in  $V_{DS} = 0$  (approssimazione di Taylor al primo ordine)

### QUANDO È VALIDA:

- ✓  $V_{DS} \approx 0V$  (uscita logica bassa)
- ✓ MOSFET in zona OMICA
- ✓ Calcoli approssimativi di corrente

× Se  $V_{DS}$  NON è vicino a  $0V$

× In altri punti di lavoro (devi ricalcolare la derivata nel punto specifico)

### ★ **SANITY CHECK**

Dopo aver calcolato  $I_D$  usando  $R_{CH}$ , **DEVI verificare:**

$$V_{R_{CH}} \ll V_{OV}$$

Dove  $V_{R_{CH}}$  è la tensione ai capi della resistenza equivalente (=  $V_{DS}$  del MOSFET).

Se  $V_{R_{CH}} \approx V_{OV}$  o maggiore, l'approssimazione **NON** è valida!

#### **Esempio pratico:**

Se  $K = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_{GS} = 3V$ ,  $V_T = 1V$ :

$V_{OV} = 3V - 1V = 2V$

$R_{CH} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{1}{4} \text{ k}\Omega = 250 \Omega$

Con  $V_{DS} = 0.1V$ :

$I_D \approx \frac{V_{DS}}{R_{CH}} = \frac{0.1V}{250\Omega} = 0.4 \text{ mA}$

**Verifica:**  $V_{DS} = 0.1V \ll V_{OV} = 2V$  ✓ OK!

## Carica di un condensatore con MOSFET

**Scenario:** MOSFET utilizzato per caricare un condensatore (es. in porte logiche, circuiti di trasferimento carica)

**Nota importante:** La tensione massima/minima raggiungibile sul condensatore dipende dal **tipo di MOSFET!**

### REGOLA MNEMONICA:

**Gli nMOS NON sono bravi a CARICARE**  
**I pMOS NON sono bravi a SCARICARE**

### CARICA - 1. Con pMOS

**Carica COMPLETA:** Il condensatore si carica fino a  $V_{DD}$

$$V_{C,max} = V_{DD}$$

*Motivo:* Nel pMOS, la corrente scorre da Source (alto)  $\rightarrow$  Drain (basso). Il pMOS può rimanere acceso fino a quando il condensatore raggiunge  $V_{DD}$ , perché il Source è collegato a  $V_{DD}$  e mantiene sempre  $V_{SG} > |V_T|$ .

### CARICA - 2. Con nMOS

**Carica LIMITATA:** Il condensatore si carica **solo fino a:**

$$V_{C,max} = V_G - V_T$$

*Motivo:* Nel nMOS, quando il condensatore (collegato al Drain) si carica, aumenta  $V_D$ . Quando  $V_D$  raggiunge  $V_G - V_T$ , si ha  $V_{GS} = V_G - V_S = V_G - (V_G - V_T) = V_T \rightarrow$  il MOSFET **si spegne** (entra in interdizione). **Non può caricare oltre** perché  $V_{GS} = V_T$  è la condizione di soglia (OFF).

#### **Esempio pratico (CARICA):**

Se  $V_G = 5V$  e  $V_T = 1V$  per un nMOS:

$V_{C,max} = 5V - 1V = 4V$  (non  $5V$ !)

Con pMOS invece:  $V_{C,max} = V_{DD}$  (carica completa)



## Scarica di un condensatore con MOSFET

### Comportamento SPECULARE alla carica

#### SCARICA - 1. Con nMOS

**Scarica COMPLETA:** Il condensatore si scarica fino a GND (0V)

$$V_{C,min} = 0V$$

*Motivo:* Nel nMOS, il Source è collegato a GND e la corrente scorre dal condensatore (Drain) verso GND. Il nMOS rimane acceso finché  $V_{GS} > V_T$ . Dato che  $V_S = 0V$  (GND), finché  $V_G > V_T$  il transistor resta acceso e può scaricare completamente il condensatore.

#### SCARICA - 2. Con pMOS

**Scarica LIMITATA:** Il condensatore si scarica **solo** fino a:

$$V_{C,min} = V_G + |V_T|$$

*Motivo:* Nel pMOS, quando il condensatore (collegato al Source) si scarica, diminuisce  $V_S$ . Quando  $V_S$  scende fino a  $V_G + |V_T|$ , si ha  $V_{SG} = |V_T| \rightarrow$  il MOSFET **si spegne**. **Non può scaricare oltre** perché  $V_{SG} = |V_T|$  è la condizione di soglia (OFF).

#### Esempio pratico (SCARICA):

Se  $V_G = 2V$  e  $|V_T| = 1V$  per un pMOS:

$V_{C,min} = 2V + 1V = 3V$  (non può scendere sotto!)

Con nMOS invece:  $V_{C,min} = 0V$  (scarica completa)

#### △ CONSEGUENZA PRATICA - Simmetria CARICA/SCARICA

**CARICA:** pMOS completa ( $\rightarrow V_{DD}$ ), nMOS limitata ( $\rightarrow V_G - V_T$ )

**SCARICA:** nMOS completa ( $\rightarrow$  GND), pMOS limitata ( $\rightarrow V_G + |V_T|$ )

Nelle porte logiche CMOS:

- **pMOS** nella rete **pull-up** (PUN)  $\rightarrow$  porta uscita a  $V_{DD}$
- **nMOS** nella rete **pull-down** (PDN)  $\rightarrow$  porta uscita a GND

## Valutazione logica circuiti ibridi/intermedi (PTL)

**Scenario:** Circuiti con un solo MOSFET + condensatore (non completamente CMOS)

#### ★ SOGLIA LOGICA: $\frac{V_{DD}}{2}$

Per la **tabella di verità**, l'uscita è considerata:

- **HIGH** se  $V_{OUT} > \frac{V_{DD}}{2}$
- **LOW** se  $V_{OUT} < \frac{V_{DD}}{2}$

#### Caso 1: nMOS sulla pull-up + condensatore

**Problema:** nMOS carica solo fino a  $V_{C,max} = V_G - V_T$

**Valutazione logica:**

Se  $V_G - V_T > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **HIGH** (logicamente "1")

Se  $V_G - V_T < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **LOW** (logicamente "0")

**Esempio:**  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 4V$ ,  $V_T = 1V$

$V_{C,max} = 4V - 1V = 3V$

$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$

$3V > 2.5V \rightarrow$  Uscita = **HIGH** (anche se non raggiunge  $V_{DD}$ !)

#### Caso 2: pMOS sulla pull-down + condensatore

**Problema:** pMOS scarica solo fino a  $V_{C,min} = V_G + |V_T|$

**Valutazione logica:**

Se  $V_G + |V_T| < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **LOW** (logicamente "0")

Se  $V_G + |V_T| > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = **HIGH** (logicamente "1")

**Esempio:**  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 1V$ ,  $|V_T| = 1V$

$V_{C,min} = 1V + 1V = 2V$

$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$

$2V < 2.5V \rightarrow$  Uscita = **LOW** (anche se non raggiunge GND!)

*Nota importante:* Questa valutazione si usa SOLO per le **tabelle di verità** dei circuiti ibridi. Nei circuiti CMOS completi, l'uscita raggiunge sempre  $V_{DD}$  o GND.

## Tempo di propagazione

### Tempo di propagazione ( $\tau$ o $t_{prop}$ )

**Definizione:** Tempo impiegato a raggiungere la soglia della porta logica successiva.

**Convenzione:** Se non specificato, si prende:

$$V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$$

### Metodo 1: Approssimazione a corrente costante

$$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}}$$

Dove:

- $\Delta V = V_{finale} - V_{iniziale}$
- $V_{finale} = \frac{V_{DD}}{2}$  (sempre!)
- $C$  = capacità di carico
- $I_{sat}$  = corrente di saturazione del MOSFET

**Esempio:** Se  $V_{DD} = 5V$  e  $V_{iniziale} = 0V$ :  
La transizione è da  $0V$  a  $\frac{5V}{2} = 2.5V$  (NON a  $5V$ !)

$$\Delta V = 2.5V - 0V = 2.5V$$



## PTL vs CMOS Logic

**Confronto:** Due approcci diversi per implementare porte logiche

### 1. CMOS (Complementary MOS Logic)

#### Struttura:

- Rete **PUN** (pMOS) - pull-up network
- Rete **PDN** (nMOS) - pull-down network
- **Sempre** una rete ON, l'altra OFF

#### Vantaggi:

- Uscita sempre a  $V_{DD}$  o GND (livelli completi)
- Potenza statica = 0 (nessun percorso VDD→GND)
- Immunità al rumore elevata

#### Svantaggi:

- Richiede reti complementari (più transistor)
- Area maggiore

### 2. PTL (Pass Transistor Logic)

#### Struttura:

- Usa **singoli transistor** (nMOS o pMOS)
- I transistor "passano" i segnali da ingresso a uscita
- NON usa reti complementari

#### Vantaggi:

- Meno transistor (area ridotta)
- Circuiti più semplici

#### Svantaggi:

- **Livelli degradati:**
  - nMOS carica solo fino a  $V_G - V_T$
  - pMOS scarica solo fino a  $V_G + |V_T|$
- Immunità al rumore ridotta
- Potenza statica  $\neq 0$  (possibili percorsi VDD→GND)

#### CONFRONTO RAPIDO:

**CMOS:** Livelli completi, 0 potenza statica, + area

**PTL:** Livelli degradati, potenza statica, - area

## Tempo di propagazione - PTL (metodo accurato)

### ★ PROBLEMA - Approssimazione a corrente costante

L'approssimazione con  $I = I_{sat}$  (corrente costante in saturazione) è **molto SOTTOSTIMATA** per la PTL!

**Motivo:** Nella PTL, durante la carica/scarica, il MOSFET passa dalla zona di saturazione alla zona omica, e la corrente diminuisce drasticamente.

### METODO CORRETTO - Approssimazione RC

#### Ipotesi da considerare:

1. La corrente **finale** è circa **zero** (quando  $V_C \approx V_G - V_T$  per nMOS)
2. La corrente a **metà tensione** ( $V_{DD}/2$ ) è quella che determina il tempo
3. Sostituisci il transistor con una **resistenza equivalente** calcolata in zona omica

#### Procedura:

**Step 1:** Calcola la resistenza equivalente in zona omica

$$R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove  $V_{OV} = V_{GS} - V_T$  al punto di lavoro considerato (tipicamente a  $V_{OUT} = \frac{V_{DD}}{2}$ )

**Step 2:** Calcola il tempo di propagazione come circuito RC

$$\tau_{prop} = R_{eq} \cdot C$$

#### Esempio pratico (nMOS in PTL):

$V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 5V$ ,  $V_T = 1V$ ,  $K = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $C = 10 \text{ pF}$

A metà tensione ( $V_{OUT} = 2.5V$ ):

$V_{GS} = 5V$  (gate fisso),  $V_S = 2.5V$  (source al condensatore)

$$V_{OV} = 5V - 1V = 4V$$

$$R_{eq} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 4} = 0.125 \text{ k}\Omega = 125 \text{ }\Omega$$

$$\tau_{prop} = 125 \cdot 10 \cdot 10^{-12} = 1.25 \text{ ns}$$

#### Confronto con approssimazione a corrente costante:

Se usassi  $I_{sat} = K \cdot V_{OV}^2 = 1 \cdot 4^2 = 16 \text{ mA}$  (molto sovrastimato!)

$$\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}} = \frac{2.5 \cdot 10 \text{ p}}{16 \text{ mA}} = 1.56 \text{ ns}$$

Il metodo RC è più accurato perché considera la diminuzione della corrente!

## Potenza statica

### Potenza statica

**Definizione:** Potenza consumata dal circuito quando gli ingressi e le uscite **NON commutano** (analisi statica).

**Importante:** In analisi statica, il condensatore si comporta come se non ci fosse (circuito aperto).

#### Formula:

$$P_{statica} = I \cdot V_{DD}$$

Dove:

- $I$  = corrente che scorre nel MOSFET/circuito
- $V_{DD}$  = tensione di alimentazione

*Nota:* Poiché il condensatore è un circuito aperto in regime stazionario (nessun  $\frac{dV}{dt}$ ), si calcola solo la corrente continua che scorre attraverso i MOSFET.

**cMOS standard:**  $P_{statica} = 0$  sempre. Non esistono configurazioni che consumano potenza statica.

**cMOS non standard:** Possono avere configurazioni in cui  $P_{statica} \neq 0$ .

### ★ IMPORTANTE - Calcolo $V_{GS}$

In analisi statica, se il **source dell'nMOS NON è a massa** (ma collegato a un'altra alimentazione):

**NON** usare  $V_G$  direttamente, ma calcolare:

$$V_{GS} = V_G - V_S$$

Lo stesso vale per pMOS se il source NON è a  $V_{DD}$ .

## Potenza dinamica

**Definizione:** Potenza consumata durante le commutazioni degli ingressi uscite.

### ★ CONDIZIONE FONDAMENTALE

Prima di applicare la formula, verificare che:

$$\tau_{prop} \leq \frac{T_{in}}{2}$$

Dove:

- $\tau_{prop}$  = tempo di propagazione
- $T_{in}$  = periodo del segnale di ingresso

Se  $\tau_{prop} > \frac{T_{in}}{2}$ , il circuito **NON ha tempo** di raggiungere il regime prima della prossima commutazione  $\Rightarrow$  la formula **NON è valida**.

**Nota pratica:** Se hai calcolato  $\tau_{prop}$  per una transizione (es. high $\rightarrow$ low) ma la potenza dinamica riguarda la transizione opposta (low $\rightarrow$ high), verifica l'**ordine di grandezza**. Se  $K_n$  e  $K_p$  sono comparabili numericamente, i due tempi di propagazione saranno multipli ma **stesso ordine di grandezza**. Se  $\tau_{prop} \ll \frac{T_{in}}{2}$  (molto minore), sei a posto anche senza calcolare l'altro! **ATTENZIONE:** Questa assunzione vale **SOLO** se  $K_n \approx K_p$ . Se i valori di  $K$  sono molto diversi, devi calcolare entrambi i tempi di propagazione.

**Formula generale:**

$$P_D = V_{DD} \sum_i (V_{OH,i} - V_{OL,i}) \cdot C_i \cdot f_i$$

**Caso semplificato** (un solo nodo d'uscita):

$$P_D = V_{DD} \cdot (V_{OH} - V_{OL}) \cdot C_L \cdot f_{out}$$

Dove:

- $V_{DD}$  = tensione di alimentazione
- $V_{OH}$  = tensione output HIGH (valore massimo)
- $V_{OL}$  = tensione output LOW (valore minimo)
- $C_L$  = capacità del carico
- $f_{out}$  = frequenza di uscita

**Come determinare  $V_{OH}$  e  $V_{OL}$ :**

Sono i valori massimo e minimo dell'uscita durante le commutazioni.

**Metodi:**

- Dal grafico di  $V_{out}(t)$  (se richiesto in precedenza)
- Forniti direttamente nel testo dell'esercizio
- Analizzando le transizioni del circuito

## Duty Cycle

### Duty Cycle (ciclo di lavoro)

**Definizione:** Il **duty cycle**  $\delta$  è il rapporto tra il tempo in cui il segnale è HIGH e il periodo totale:

$$\delta = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{HIGH}}{T_{HIGH} + T_{LOW}}$$

Espresso in percentuale:  $\delta\% = \delta \times 100$

**Esempi comuni:**

- $\delta = 0.5$  (50%)  $\rightarrow$  onda quadra simmetrica (HIGH e LOW stesso tempo)
- $\delta = 0.25$  (25%)  $\rightarrow$  segnale HIGH per 25% del periodo
- $\delta = 0.75$  (75%)  $\rightarrow$  segnale HIGH per 75% del periodo

**Relazione con la potenza dinamica:** Se il duty cycle  $\neq 50\%$ , può influenzare la frequenza effettiva delle commutazioni complete. In molti esercizi si assume duty cycle = 50% (onda quadra simmetrica).

## Porte CMOS - Definizione

**Definizione:** Una porta logica **cMOS** (Complementary MOS) è composta da due reti complementari:

- **PUN** (Pull-Up Network): rete di **pMOS**
- **PDN** (Pull-Down Network): rete di **nMOS**

### ★ REGOLA FONDAMENTALE

In qualsiasi configurazione di ingresso:

**Solo UNA rete è attiva (ON) alla volta**

- Se PUN è ON  $\rightarrow$  PDN è OFF (uscita =  $V_{DD}$ )
- Se PDN è ON  $\rightarrow$  PUN è OFF (uscita = GND)

**Significato PRATICO negli esercizi:**

#### 1. Potenza statica = 0

Poiché una rete è sempre OFF, non c'è percorso diretto tra  $V_{DD}$  e GND  $\rightarrow P_{statica} = 0$

#### 2. Analisi per stati logici

Per ogni combinazione di ingressi, verifica:

- Quali MOSFET sono ON/OFF
- Quale rete (PUN o PDN) è attiva
- Output =  $V_{DD}$  se PUN ON, = GND se PDN ON

**Esempio: cMOS Inverter**

**Ingresso ALTO ("1"):**

- nMOS ON  $\rightarrow$  PDN attiva  $\rightarrow$  Uscita = GND ("0")
- pMOS OFF  $\rightarrow$  PUN spenta

**Ingresso BASSO ("0"):**

- pMOS ON  $\rightarrow$  PUN attiva  $\rightarrow$  Uscita =  $V_{DD}$  ("1")
- nMOS OFF  $\rightarrow$  PDN spenta

**Nota:** Le reti sono **complementari**: se PUN realizza  $f$ , PDN realizza  $\bar{f}$

## Costruzione PUN da PDN

**Problema:** Data la rete Pull-Down (PDN) con nMOS, costruire la rete Pull-Up (PUN) con pMOS

### ★ METODO - Trasformazione DUALE

In pratica: **INVERSIONE RICORSIVA di SERIE e PARALLELO**

Dalla PDN alla PUN:

1. SERIE  $\rightarrow$  PARALLELO
2. PARALLELO  $\rightarrow$  SERIE
3. nMOS  $\rightarrow$  pMOS
4. Gate (ingressi)  $\rightarrow$  RIMANGONO UGUALI

### PROCEDURA MECCANICA:

**Step 1:** Identifica la struttura della PDN

- Individua le connessioni SERIE
- Individua le connessioni PARALLELO

**Step 2:** Applica la trasformazione

- Ogni SERIE diventa PARALLELO
- Ogni PARALLELO diventa SERIE
- Sostituisci nMOS con pMOS
- Mantieni gli stessi gate

**Esempio pratico:**

**PDN:** nMOS(A) in SERIE con [nMOS(B) — nMOS(C)]

**Applicazione trasformazione:**

- A in SERIE  $\rightarrow$  A in PARALLELO
- (B — C)  $\rightarrow$  (B in SERIE con C)

**PUN:** pMOS(A) in PARALLELO con [pMOS(B) in SERIE con pMOS(C)]

In formula:  $PUN = A \parallel (B \cdot C)$

**Verifica:** Le due reti sono complementari

- PDN:  $f = A \cdot (B + C)$
- PUN:  $\bar{f} = \bar{A} + (\bar{B} \cdot \bar{C}) = \overline{A \cdot (B + C)} \checkmark$

**Nota:** Questo metodo garantisce che solo una rete sia ON alla volta (proprietà fondamentale delle porte CMOS)

Impedenza con Condensatori

Impedenza del condensatore:

Z\_C(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}

Con modulo: |Z\_C| = \frac{1}{\omega C} e fase: \angle Z\_C = -90^\circ

★ CONDENSATORE IN DC (Corrente Continua)

Quando \omega = 0 (DC) \to |Z\_C| \to \infty

Il condensatore diventa un APERTO

- Con ingressi costanti (DC)
- In sovrapposizione degli effetti con generatori costanti
- Considera C come circuito aperto

Configurazioni comuni:

1. C in PARALLELO con R:

Z(j\omega) = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}

Notazione comoda per paralleli: Z = (R^{-1} + Z\_C^{-1})^{-1}

Più facile da manipolare rispetto a \frac{Z\_1 \cdot Z\_2}{Z\_1 + Z\_2}

Polo in: \omega\_p = \frac{1}{RC}

2. C in SERIE con R:

Z(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}

Zero in: \omega\_z = \frac{1}{RC}

★ CONTROLLI (SANITY CHECKS)

Dopo aver calcolato impedenze (serie/parallelo):

1. Controllo Dimensionale:

- L'impedenza Z deve avere dimensione di \Omega (ohm)
- Il coefficiente \tau che moltiplica s deve essere in [s]
- Relazione utile: [F] \cdot [\Omega] = [s]
- Es: RC ha dimensioni [\Omega] \cdot [F] = [s] \checkmark

2. Controllo a Frequenza Nulla (s = 0):

- A s = 0 (DC), il condensatore è APERTO
- Sostituisci s = 0 in Z(s) calcolata
- Deve dare la stessa R\_{eq} ottenuta considerando C aperto

Es: Z = \frac{R}{1+sRC}|\_{s=0} = R (corretto: C aperto lascia R)

## Forma Standard per Bode

Data una funzione di trasferimento generica come  $T(s) = \frac{V_{out}}{I_{in}}$ , portala in forma:

$$T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1 + s\tau_{z1})(1 + s\tau_{z2}) \cdots}{(1 + s\tau_{p1})(1 + s\tau_{p2}) \cdots}$$

Dove:

- $K$  = guadagno costante (può essere assente se  $K = 1$ )
- $s^n$  = poli/zeri nell'origine (può essere assente se  $n = 0$ )  
 $n > 0$ : zeri nell'origine,  $n < 0$ : poli nell'origine
- $\tau_{zi} = \frac{1}{\omega_{zi}}$  = costante di tempo dello zero  $i$ -esimo
- $\tau_{pi} = \frac{1}{\omega_{pi}}$  = costante di tempo del polo  $i$ -esimo

### Procedimento:

1. Fattorizza numeratore e denominatore
2. Porta ogni fattore  $(s + a)$  nella forma  $(1 + s\tau)$ :  
 $(s + a) = a(1 + s/a) \rightarrow$  raccolta  $a$  in  $K$ , con  $\tau = 1/a$
3. Raccogli tutti i coefficienti costanti in  $K$
4. Eventuali  $s$  isolati formano il termine  $s^n$

*Nota:* In questa forma, poli e zeri sono immediatamente visibili:  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$  e  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$

### Conversione Scala Logaritmica $\leftrightarrow$ Lineare

#### Da LINEARE a dB (logaritmica):

$$|T|_{dB} = 20 \log_{10}(|T|_{lin})$$

#### Da dB a LINEARE:

$$|T|_{lin} = 10^{|T|_{dB}/20}$$

#### Valori utili da ricordare:

- 0 dB  $\leftrightarrow$  1 (lineare)
- 20 dB  $\leftrightarrow$  10 (lineare)
- -20 dB  $\leftrightarrow$  0.1 (lineare)
- 3 dB  $\leftrightarrow \sqrt{2} \approx 1.41$  (lineare)
- -3 dB  $\leftrightarrow 1/\sqrt{2} \approx 0.707$  (lineare)
- 6 dB  $\leftrightarrow$  2 (lineare)

## Bode - Diagramma del Modulo

$$\text{Data } T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1 + s\tau_{z1})(1 + s\tau_{z2}) \cdots}{(1 + s\tau_{p1})(1 + s\tau_{p2}) \cdots}$$

### Punto di partenza per il tracciamento:

- Se  $n = 0$ : calcola  $|T(0)|$  e  $\angle T(0)$  (sostituisci  $s = 0$ )
- Se  $n \neq 0$ : **NON puoi** calcolare a  $s = 0$  (singolarità!)  $\rightarrow$  vedi box dedicato

### Tracciamento del Modulo:

#### 1. Contributo di K (guadagno costante):

Retta orizzontale a:  $20 \log_{10} |K|$  dB

- Se  $K > 0$ :  $20 \log_{10} K$  dB
- Se  $K < 0$ :  $20 \log_{10} |K|$  dB (modulo positivo)

#### 2. Contributo di $s^n$ (poli/zeri nell'origine):

Retta passante per (1, 0 dB) con pendenza:

- $+20n$  dB/dec se  $n > 0$  (zeri nell'origine)
- $-20|n|$  dB/dec se  $n < 0$  (poli nell'origine)

#### 3. Contributo degli ZERI ( $1 + s\tau_z$ ):

Per  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$ :

- $\omega < \omega_z$ : contributo  $\approx 0$  dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_z$ : punto di spigolo
- $\omega > \omega_z$ : pendenza  $+20$  dB/dec

#### 4. Contributo dei POLI ( $1 + s\tau_p$ ):

Per  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ :

- $\omega < \omega_p$ : contributo  $\approx 0$  dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_p$ : punto di spigolo
- $\omega > \omega_p$ : pendenza  $-20$  dB/dec

#### 5. Tracciamento finale (METODO PRATICO):

a) Parte da  $K \cdot s^n$  con pendenza iniziale

Se  $n = 0$ : costante fino alla 1ª singolarità

b) Ordina poli e zeri per frequenza crescente

c) Ad ogni singolarità (da sinistra a destra):

- Per ogni **zero**: aggiungi  $+20$  dB/dec alla pendenza
- Per ogni **polo**: aggiungi  $-20$  dB/dec alla pendenza

d) Esempio: se hai pendenza 0 e incontri zero  $\rightarrow$  diventa  $+20$  dB/dec

poi incontri polo  $\rightarrow$  diventa 0 dB/dec

### Guadagno di Banda (GBW):

Per amplificatori con 1 polo dominante:

$$GBW = |A_0| \cdot \omega_p$$

Dove  $A_0$  è il guadagno a basse frequenze (prima del polo)

## Bode - Singolarità in Zero ( $n \neq 0$ )

$$\text{Caso: } T(s) = s\tau_0 \cdot \frac{(1 + s\tau_{z1})}{(1 + s\tau_{p1})} \quad (\text{zero nell'origine})$$

### Procedimento:

#### 1. Trova il punto di partenza (intersezione con 0 dB):

$$\text{Frequenza: } f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0} \quad \text{oppure} \quad \omega_0 = \frac{1}{\tau_0}$$

$\Rightarrow$  A  $\omega = \omega_0$  il contributo di  $s\tau_0$  vale **0 dB**

#### 2. Traccia la retta con pendenza $+20$ dB/dec

passante per il punto  $(\omega_0, 0 \text{ dB})$

#### 3. Aggiungi i contributi di poli/zeri:

- A  $\omega_{z1} = 1/\tau_{z1}$ : pendenza  $+20$  dB/dec
- A  $\omega_{p1} = 1/\tau_{p1}$ : pendenza  $-20$  dB/dec

$\triangle$  **Se polo nell'origine** (es.  $\frac{1}{s\tau_0}$ ):

- Pendenza iniziale  **$-20$  dB/dec**
- Stesso punto di partenza:  $(\omega_0 = 1/\tau_0, 0 \text{ dB})$

## Bode - Diagramma della Fase

### Tracciamento della Fase:

#### 1. Contributo di K:

- Se  $K > 0$  (cioè  $T(0) > 0$ ): fase =  $0^\circ$
- Se  $K < 0$  (cioè  $T(0) < 0$ ): fase =  $-180^\circ$

Se  $T(0) < 0$ , parti da  $-180^\circ$  e somma i contributi

#### 2. Contributo di $s^n$ :

Fase costante:  $+90^\circ \cdot n$  per ogni frequenza

#### 3. Contributo degli ZERI ( $1 + s\tau_z$ ):

Transizione centrata in  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$ :

- $\omega < \omega_z/10$ : fase  $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_z$ : fase =  $+45^\circ$
- $\omega > 10\omega_z$ : fase  $\approx +90^\circ$

Transizione lineare tra  $\omega_z/10$  e  $10\omega_z$

#### 4. Contributo dei POLI ( $1 + s\tau_p$ ):

Transizione centrata in  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ :

- $\omega < \omega_p/10$ : fase  $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_p$ : fase =  $-45^\circ$
- $\omega > 10\omega_p$ : fase  $\approx -90^\circ$

Transizione lineare tra  $\omega_p/10$  e  $10\omega_p$

#### 5. Tracciamento finale:

a) Parti dalla fase iniziale:

- Se  $T(0) > 0$ : parte da  $0^\circ + 90^\circ \cdot n$
- Se  $T(0) < 0$ : parte da  $-180^\circ + 90^\circ \cdot n$

b) Somma algebrica dei contributi di poli e zeri:

- Zeri:  $+90^\circ$  asintoticamente (transizione da  $\omega_z/10$  a  $10\omega_z$ )
- Poli:  $-90^\circ$  asintoticamente (transizione da  $\omega_p/10$  a  $10\omega_p$ )

c) I contributi si **sovrappongono** se poli/zeri sono vicini

#### ★ ERRORE COMUNE

Nel modulo, le pendenze si **sommano** ad ogni polo/zero

Nella fase, i contributi si **sovrappongono** (somma algebrica delle fasi)

## Intersezione 0 dB in Bode

**Problema:** Il diagramma passa vicino a 0 dB nei pressi di una singolarità. Interseca prima o dopo?

### Regola di Conservazione Guadagno-Frequenza:

Su un tratto con pendenza costante di  $m$  dB/dec, vale:

$$|T(\omega)| \cdot \omega^{m/20} = \text{costante}$$

### Metodo pratico (verifica per ipotesi):

**IPOTESI:** Supponi che la retta continui **indisturbata** con la stessa pendenza (cioè che interseca 0 dB PRIMA della singolarità)

1. Identifica un punto noto sul tratto:  $(\omega_1, |T(\omega_1)|)$

Es: a basse frequenze, spesso  $|T(0)| = K$

2. Con pendenza  $m$  dB/dec costante, calcola  $\omega_0$  dove  $|T| = 1$ :

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|^{20/m}$$

**ATTENZIONE:**  $|T(\omega_1)|$  in scala **LINEARE**, non in dB!  
Se hai il valore in dB:  $|T| = 10^{(\text{dB}/20)}$

3. Confronta  $\omega_0$  con la singolarità  $\omega_s$ :

- Se  $\omega_0 < \omega_s$ : ipotesi **CORRETTA** → interseca prima  
La retta raggiunge 0 dB prima di cambiare pendenza
- Se  $\omega_0 > \omega_s$ : ipotesi **ERRATA** → interseca dopo  
La pendenza cambia prima di raggiungere 0 dB

### Casi comuni:

**Pendenza 0 dB/dec** ( $m = 0$ ): costante, già noto

**Pendenza -20 dB/dec** ( $m = -20$ ):

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|$$

Questa è la formula del **GBW** (Guadagno di Banda)!

**Pendenza +20 dB/dec** ( $m = +20$ ):

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{|T(\omega_1)|}$$

#### ★ UTILITÀ PRATICA

Questo metodo evita di dover disegnare con precisione il diagramma per capire l'ordine di intersezione e singolarità, garantendo il tracciamento corretto dopo entrambi i punti.

## Calcolo Guadagno a Frequenze Specifiche

**Quando ti chiedono il guadagno a una frequenza specifica:**

### CASO 1: Lontano dalle singolarità ( $\geq 1$ decade)

Usa il **diagramma sintotico** (approssimazione):

- Se  $\omega < \omega_p/10$  o  $\omega > 10\omega_p$ : il polo/zero ha effetto trascurabile
- Leggi il valore dal diagramma asintotico con la pendenza corrente

*Esempio:* Con pendenza  $-20$  dB/dec da  $\omega_1$  a  $\omega_2$ :

$$|T(\omega_2)|_{\text{dB}} = |T(\omega_1)|_{\text{dB}} - 20 \log_{10} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)$$

### CASO 2: Esattamente sulla singolarità ( $\omega = \omega_p$ o $\omega_z$ )

Usa le **formule esatte**:

#### Modulo:

- Polo:  $|1 + j\omega_p\tau_p| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow \boxed{-3 \text{ dB}}$
- Zero:  $|1 + j\omega_z\tau_z| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow \boxed{+3 \text{ dB}}$

#### Fase:

- Polo:  $\angle(1 + j\omega_p\tau_p) = \arctan(1) \rightarrow \boxed{-45^\circ}$
- Zero:  $\angle(1 + j\omega_z\tau_z) = \arctan(1) \rightarrow \boxed{+45^\circ}$

### CASO 3: Vicino alle singolarità ( $< 1$ decade ma $\neq$ singolarità)

Usa i **numeri complessi**, sostituendo  $s = j\omega$ :

$$T(j\omega) = K \cdot (j\omega)^n \cdot \frac{(1 + j\omega\tau_{z1})(1 + j\omega\tau_{z2}) \cdots}{(1 + j\omega\tau_{p1})(1 + j\omega\tau_{p2}) \cdots}$$

1. Sostituisci il valore numerico di  $\omega$
2. Calcola ogni termine:  $|1 + j\omega\tau| = \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}$
3. Moltiplica/dividi i moduli per ottenere  $|T(j\omega)|$
4. Converti in dB:  $20 \log_{10} |T(j\omega)|$

#### Regola pratica:

- Lontano → diagramma sintotico (veloce)
- Esattamente sopra →  $\pm 3$  dB,  $\pm 45^\circ$  (immediato)
- Vicino → numeri complessi (calcolo esatto)

## Guadagno Reale vs Ideale

### ★ ESAME: Calcolo del GUADAGNO REALE

Relazione tra i guadagni:

$$G_A = -G_{loop} \cdot G_{id}$$

$G_A$  = guadagno di andata,  $G_{loop}$  = guadagno d'anello,  $G_{id}$  = guadagno ideale

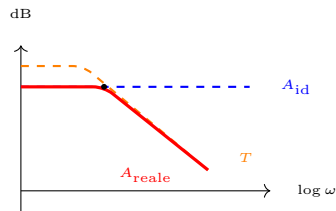
Formula guadagno reale:

$$G_{reale} = \frac{G_{ideale}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}$$

### ★ METODO GRAFICO (più veloce!)

Procedimento:

1. Traccia il Bode del **guadagno ideale**  $A_{id}$
  2. Traccia il Bode del **guadagno d'anello**  $T$
  3. **Per ogni frequenza:** prendi il **valore più BASSO** tra i due grafici
- ⇒ Il risultato è il Bode del **guadagno reale**



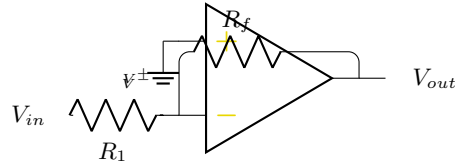
Perché funziona:

- Se  $|T| \gg 1$ :  $A_{reale} \approx A_{ideale}$
- Se  $|T| \ll 1$ :  $A_{reale} \approx T$  (segue l'anello)

⇒ Il guadagno reale è **limitato** dal più piccolo dei due!

## OpAmp - Retroazione Negativa

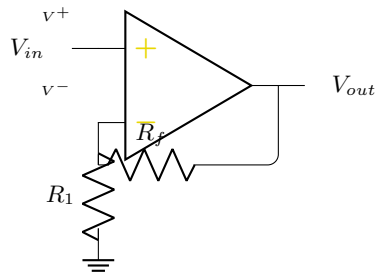
### Amplificatore Invertente:



$$V_{out} = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$$

Guadagno:  $A_v = -\frac{R_f}{R_1}$  (segno  $-$  = inversione)

### Amplificatore Non Invertente:



$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$$

Guadagno:  $A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$  (sempre  $\geq 1$ )

### Buffer (Voltage Follower):

Caso speciale:  $R_f = 0$ ,  $R_1 \rightarrow \infty$  (aperto)

$$V_{out} = V_{in} \quad (A_v = 1)$$

Alta impedenza di ingresso, bassa impedenza di uscita.

### ★ IPOTESI OpAmp IDEALE

- $V^+ = V^-$  (massa virtuale se  $V^+ = 0$ )
- $I^+ = I^- = 0$  (corrente negli ingressi nulla)
- Guadagno ad anello aperto  $A \rightarrow \infty$

## OpAmp - Riconoscimento Rapido

$A_v$  = Guadagno di tensione:  $V_{out} = A_v \cdot V_{in}$

### ★ REGOLA D'ORO - Riconoscimento al volo

Dove entra il segnale  $V_{in}$ ?

Entra su $V^-$	Entra su $V^+$
INVERTENTE	NON INVERTENTE
$A_v = -\frac{R_f}{R_G}$	$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_G}$

### Procedimento rapido:

#### 1. INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^-$ , $V^+$ a massa)

1.  $V^+ = 0$  (a massa)  $\Rightarrow V^- = 0$  (massa virtuale)
2. Corrente in  $R_1$ :  $I = \frac{V_{in} - 0}{R_1} = \frac{V_{in}}{R_1}$
3. Stessa  $I$  passa in  $R_f$  (no corrente in OpAmp)
4.  $V_{out} = 0 - I \cdot R_f = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$

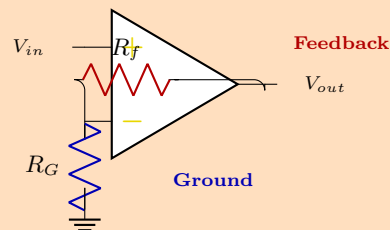
#### 2. NON INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^+$ )

1.  $V^+ = V_{in} \Rightarrow V^- = V_{in}$
2.  $V^-$  sta sul partitore  $R_1$ - $R_f$ :

$$V^- = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_f} = V_{in}$$

3. Risolvo:  $V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_1 + R_f}{R_1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$

### $R_f$ (Feedback) e $R_G$ (Ground) - Definizioni



- $R_f$  = collega  $V^-$  a  $V_{out}$  (chiude l'anello)
- $R_G$  = collega  $V^-$  a massa (riferimento)

Nota:  $R_G$  è anche chiamata  $R_1$  in molti testi

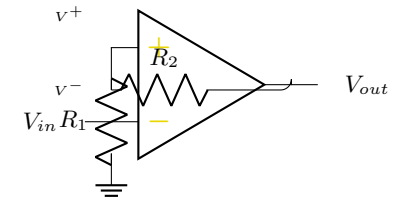
### △ TRUCCO MNEMONICO

- **Invertente**: segnale entra sul " $-$ "  $\Rightarrow$  guadagno con " $-$ "
- **Non Inv.**: segnale entra sul " $+$ "  $\Rightarrow$  guadagno  $\geq 1$  (positivo)

Formula universale (non inv.):  $A_v = 1 + \frac{R_{feedback}}{R_{GND}}$

## OpAmp - Retroazione Positiva (Isteresi)

### Comparatore con Isteresi (Trigger di Schmitt):



### Tensione sull'ingresso non invertente:

$$V^+ = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

### Soglie di commutazione:

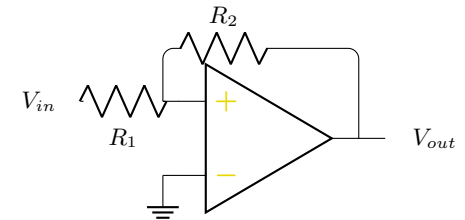
Se  $V_{out}$  oscilla tra  $\pm V_{sat}$ :

$$V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Isteresi:**  $\Delta V = V_{TH} - V_{TL} = 2V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

### Comparatore Non Invertente con Isteresi:



### Soglie:

$$V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Nota: segni invertiti rispetto al caso invertente

### △ DIFFERENZA FONDAMENTALE

- **Retroazione NEGATIVA** ( $R_f$  su  $V^-$ ):  
Sistema **stabile**, uscita proporzionale all'ingresso
- **Retroazione POSITIVA** ( $R$  su  $V^+$ ):  
Sistema **bistabile**, uscita satura a  $\pm V_{sat}$



## Slew Rate OpAmp

**Definizione:** Lo **Slew Rate (SR)** è la **massima velocità** con cui l'uscita di un OpAmp può variare nel tempo.

$$SR = \left| \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{\max}$$

Unità di misura: V/ $\mu$ s oppure V/s

### A cosa serve:

Lo slew rate è una **limitazione fisica** dell'OpAmp reale:

- Limita la velocità di risposta dell'amplificatore
- Se il segnale richiede una variazione più rapida, l'uscita viene **distorta**
- Importante per segnali ad alta frequenza o grande ampiezza

### Calcolo e Verifica:

Per un segnale sinusoidale  $V_{out}(t) = V_{\max} \sin(\omega t)$ :

$$\frac{dV_{out}}{dt} = V_{\max} \omega \cos(\omega t)$$

La derivata massima è:

$$\left| \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{\max} = V_{\max} \cdot \omega = 2\pi f V_{\max}$$

### Condizione per evitare distorsione:

$$2\pi f V_{\max} \leq SR$$

Oppure, frequenza massima senza distorsione:

$$f_{\max} = \frac{SR}{2\pi V_{\max}}$$

### ★ IMPORTANTE

Se  $2\pi f V_{\max} > SR$ :

- L'uscita NON segue l'ingresso
  - Si ha distorsione del segnale (tipicamente forma triangolare)
- Lo slew rate è **indipendente dal guadagno** (caratteristica dell'OpAmp)

### Esempio pratico:

OpAmp con  $SR = 1 \text{ V}/\mu\text{s}$ , segnale con  $V_{\max} = 10 \text{ V}$

$$f_{\max} = \frac{1 \times 10^6 \text{ V/s}}{2\pi \times 10 \text{ V}} \approx 15.9 \text{ kHz}$$

A frequenze superiori, il segnale viene distorto.

## Risposta al Gradino - Sistema 1° Ordine

### Sistema del primo ordine:

$$T(s) = \frac{K}{1 + s\tau}$$

Dove:

- $K$  = costante (guadagno statico)
- $\tau$  = costante di tempo (coefficiente di  $s$ )
- Polo in  $\omega_p = \frac{1}{\tau}$

### Risposta al gradino di ampiezza $X_0$ :

L'uscita ha andamento **esponenziale**:

$$y(t) = K \cdot X_0 \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

**Valore asintotico** (per  $t \rightarrow \infty$ ):

$$y_{\infty} = K \cdot X_0$$

Dove  $X_0$  può essere una tensione o una corrente.

### △ ATTENZIONE al segno di K:

- Se  $K > 0$ : esponenziale **crescente** (parte da 0, sale verso  $K \cdot X_0$ )
- Se  $K < 0$ : esponenziale **decrescente** (parte da 0, scende verso  $K \cdot X_0$ )

### Parametri chiave:

- $\tau$  = costante di tempo (si legge direttamente dal denominatore come coefficiente di  $s$ )
- Dopo  $t = 5\tau$  l'uscita raggiunge  $\approx 99\%$  del valore finale

### Caso con due poli (raro in questo corso):

$$T(s) = \frac{K}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

Se i due poli sono **ben separati** (uno molto più lento dell'altro), la dinamica è dominata dal **polo a frequenza minore** (quello con  $\tau$  maggiore).

In questo caso si può approssimare il sistema come se avesse un solo polo dominante.