

# Cheat Sheet

## Fondamenti di Elettronica

Creato da

**Mattia Colombo**

<https://github.com/mattiacolombomc>

# Indice delle Box

Prefissi SI (Notazione Scientifica) . . . . .	3	Soglia Logica CMOS vs. PTL . . . . .	15	OpAmp - Non idealità: Correnti di Offset . . . . .	30
Procedimento transitorie . . . . .	4	Tabella di Verità - Circuiti PTL . . . . .	16	OpAmp - Non idealità: Slew Rate . . . . .	31
Grafico . . . . .	4	Potenza statica . . . . .	16	OpAmp - Non idealità: Errore Statico di Guadagno . . . . .	31
Condensatore - Carica/Scarica RC . . . . .	4	Potenza dinamica - Formula . . . . .	17	Risposta al Gradino - Sistema 1 Ordine . . . . .	31
Resistenze e Alimentazioni . . . . .	4	Potenza dinamica - Calcolo da grafico . . . . .	17	OpAmp - Analisi Dinamica . . . . .	32
Diodi . . . . .	5	Duty Cycle . . . . .	17	OpAmp Non Compensato - Stabilità . . . . .	32
Diodi - Esercizio Tipico (1/2) . . . . .	5	Prestazioni e . . . . .	17	Integratore OpAmp - Ideale . . . . .	32
Diodi - Esercizio Tipico (2/2) . . . . .	5	Porte cMOS - Definizione . . . . .	18	Integratore Reale - Problema . . . . .	33
Diodo + Condensatore . . . . .	6	Costruzione PUN da PDN . . . . .	18	DAC R-2R (Resistor Ladder) . . . . .	34
Raddrizzatore Singola Semionda . . . . .	6	Invertitore nMOS con . . . . .	18	DAC R-2R - Deviatori e . . . . .	34
Rilevatore di Picco . . . . .	6	GUIDA - Tabella di Verità Reti CMOS . . . . .	19	DAC - FSR e LSB . . . . .	34
Alimentatore DC . . . . .	6	Livelli di Tensione e Soglia Logica . . . . .	19	DAC - DNL (1/2) . . . . .	34
RC + Diodo: Analisi STATICÀ . . . . .	6	Riconoscere Rete cMOS Completa . . . . .	19	DAC - DNL (2/2) . . . . .	35
RC + Diodo: Analisi DINAMICA (1/2) . . . . .	6	Complementare vs Non Complementare — Cosa Fare . . . . .	19	DAC - Dinamica Transizioni (OpAmp reale) . . . . .	35
RC + Diodo: Analisi DINAMICA (2/2) . . . . .	7	Cross-conduzione PUN/PDN - Teoria . . . . .	20	DAC a Correnti Pesate . . . . .	36
Potenza Dissipata - Diodo . . . . .	7	Cross-conduzione PUN/PDN - Calcolo . . . . .	20	DAC Correnti Pesate - Deviatori . . . . .	36
Capacità: Formule e Comportamento . . . . .	7	— Riepilogo Formule . . . . .	20	DAC Correnti Pesate - DNL . . . . .	36
Transistori con gradini multipli . . . . .	8	Soglia Logica della Porta () . . . . .	21	DAC Correnti Pesate - Dinamica . . . . .	36
Verifica ipotesi stato diodi . . . . .	8	OpAmp - Introduzione e Caratteristica . . . . .	22	Comparatore a Singola Soglia . . . . .	37
Notazione alimentazioni . . . . .	8	Impedenza con Condensatori . . . . .	22	Trigger di Schmitt - Tabella Comparativa . . . . .	38
Onda Quadra Ideale - Guida al Disegno . . . . .	9	Forma Standard per Bode . . . . .	23	Comparatore - Rumore vs Isteresi . . . . .	38
Formazione del Canale nei MOSFET . . . . .	10	Bode - Diagramma del Modulo . . . . .	23	Trigger di Schmitt - Funzionamento . . . . .	38
Simboli e convenzioni nMOS/pMOS . . . . .	10	Bode - Metodo Generale Unificato . . . . .	23	Trigger di Schmitt - Caratteristica . . . . .	39
Caratteristica I-V nMOS . . . . .	10	Formule Rapide di Navigazione sul Bode . . . . .	24	Trigger di Schmitt - Calcolo Soglie . . . . .	39
Caratteristica I-V pMOS . . . . .	10	Bode - Singolarità in Zero () . . . . .	24	Trigger di Schmitt - Metodo Calcolo Soglie . . . . .	39
nMOS - Metodo operativo . . . . .	11	Bode - Diagramma della Fase . . . . .	24	Trigger di Schmitt - Grafici Isteresi . . . . .	40
pMOS - Metodo operativo . . . . .	11	Intersezione 0 dB in Bode . . . . .	25	Trigger di Schmitt - Regole Isteresi . . . . .	40
pMOS - Formule / . . . . .	11	Calcolo Guadagno a Frequenze Specifiche . . . . .	25	ADC - Introduzione . . . . .	41
Riepilogo: nMOS vs pMOS . . . . .	11	Bode - Polo e Zero Coincidenti . . . . .	25	Catena di Acquisizione . . . . .	41
MOSFET simmetrici - Source e Drain a runtime . . . . .	12	Guadagno Reale vs Ideale . . . . .	26	Sample e Hold . . . . .	41
Regola pratica - MOSFET ON/OFF veloce . . . . .	12	Guadagno Reale - Intersezioni . . . . .	26	Sample e Hold con Buffer . . . . .	42
Parametro K (Transconduttanza) . . . . .	12	Margine di Fase e Stabilità . . . . .	26	Buffer - Dimensionamento Dinamico . . . . .	42
Semplificazioni MOSFET . . . . .	12	Stabilità - Senza Crossover . . . . .	27	ADC - Adattamento e Dinamica . . . . .	42
Analisi Porte Logiche . . . . .	13	Stabilità - Segno di . . . . .	27	ADC - Metodo Calcolo . . . . .	43
Resistenza di canale . . . . .	13	Quando fare il Bode di . . . . .	27	ADC - Buffer e Errore Statico . . . . .	43
Carica di un condensatore con MOSFET . . . . .	13	OpAmp - Retroazione e Saturazione . . . . .	28	ADC - Richieste Tipiche d'Esame . . . . .	43
Scarica di un condensatore con MOSFET . . . . .	14	OpAmp - Riconoscere Configurazione . . . . .	28	ADC - Altre Richieste Esame . . . . .	44
Valutazione logica circuiti ibridi/intermedi (PTL) . . . . .	14	OpAmp - Saturazione dell'Uscita . . . . .	28	ADC - Errore da nel SeH . . . . .	44
Tempo di Propagazione . . . . .	14	OpAmp Rail-to-Rail . . . . .	29	SeH - Comando nMOS . . . . .	44
PTL vs CMOS Logic . . . . .	15	OpAmp - Retroazione Negativa . . . . .	29	SeH - Charge Injection (Teoria) . . . . .	45
Tempo di propagazione - PTL . . . . .	15	OpAmp - Riconoscimento Rapido . . . . .	29	SeH - Charge Injection (Calcoli) . . . . .	45
Riconoscere circuiti PTL . . . . .	15	OpAmp - Non idealità: Tensione di Offset . . . . .	30	ADC - LSB all'Ingresso e Numero di Bit . . . . .	45
Cross-conduzione (CMOS) vs Limitazione (PTL) . . . . .	15	OpAmp - Non idealità: Correnti di Bias . . . . .	30	ADC - Tempi di Sample e Hold . . . . .	46

ADC - Risposta con Guadagno . . . . .	46	ADC - Terminologia . . . . .	48	Multivibratore - Commutazione . . . . .	51
ADC - Dimens. e Errore Fondo Scala . . . . .	46	GUIDA - Riconoscere Configurazioni (1/2) . . . . .	49	Multivibratore Astabile - Esame (1/2) . . . . .	51
ADC - SAR (Successive Approximation) . . . . .	47	GUIDA - Riconoscere Configurazioni (2/2) . . . . .	49	Multivibratore Astabile - Esame (2/2) . . . . .	51
ADC - Doppia Rampa (Dual Slope) . . . . .	47	Multivibratore Astabile (1/2) . . . . .	50	Generatore Forme d'Onda . . . . .	52
ADC - Singola Rampa (A Gradiata) . . . . .	47	Multivibratore - Forme d'Onda . . . . .	50		
ADC - Inseguimento (Tracking) . . . . .	48	Multivibratore Astabile (2/2) . . . . .	50		

## Prefissi SI (Notazione Scientifica)

Simbolo	Nome	Fattore
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
k	kilo	$10^3$
h	etto	$10^2$
da	deca	$10^1$
d	deci	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	micro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	pico	$10^{-12}$

## Generatori Spenti

### Generatori Spenti (Analisi Circuitale)

#### Generatore di CORRENTE spento:

$$I = 0 \Rightarrow \text{CIRCUITO APERTO}$$

(nessuna corrente  $\Rightarrow$  ramo interrotto)

#### Generatore di TENSIONE spento:

$$V = 0 \Rightarrow \text{CORTOCIRCUITO}$$

(nessuna ddp  $\Rightarrow$  filo ideale)

**Uso:** Calcolo  $R_{eq}$  per  $\tau$ , sovrapposizione effetti, Thévenin/Norton.

## Equivalenze del Farad

### Equivalenze del Farad (Analisi Dimensionale)

#### Definizione base:

$$[F] = \frac{[C]}{[V]} = \frac{[A \cdot s]}{[V]}$$

#### Equivalenze notevoli:

$$[F] = \frac{[s]}{[\Omega]} \Leftarrow \text{da } \tau = RC$$

$$[F] = \frac{[C]}{[V]} \Leftarrow \text{da } Q = CV$$

$$[F] = \frac{[A]}{[V/s]} \Leftarrow \text{da } I = C \frac{dV}{dt}$$

$$[F] = \frac{[J]}{[V^2]} \Leftarrow \text{da } E = \frac{1}{2} CV^2$$

**Trucco:** Per verificare formule, controlla che le unità tornino!  
Es:  $\tau = RC \Rightarrow [\Omega][F] = [\Omega] \frac{[s]}{[\Omega]} = [s] \checkmark$

### Procedimento transitorio:

1. Per  $t \rightarrow 0^-$ ,
  - (a) calcolare variabile di stato prima dell'inizio del transitorio
  - (b) In questa fase il condensatore/induttore si comporta come circuito aperto/cortocircuito
  - (c) Sfrutterò nella fase 2 la continuità della variabile di stato
2. Per  $t \rightarrow 0^+$  (per var. NON di stato es.  $v_x, i_x$ )
  - (a) (Eventuale chiusura interruttore)
  - (b) **Sfrutto continuità variabile di stato:**  $v_C(t_0^-) = v_C(t_0^+)/i_L(t_0^-) = i_L(t_0^+)$
  - (c) **Sostituisco al transitorio GENERATORE IDEALE DI TENSIONE/ CORRENTE con valore pari alla variabile di stato appena calcolata**

$$E = V_C(t \rightarrow 0^-) \quad I = I_L(t \rightarrow 0^-)$$

3. Per  $t \rightarrow \infty / t > 0$  :

#### (a) Soluzione di tipo esponenziale

i. Formule variabili di stato:

$$\begin{aligned} V_C(t) &= V_{C\infty} + [V_C(0) - V_{C\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \\ I_L(t) &= I_{L\infty} + [I_L(0) - I_{L\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

ii. Formule per le grandezze non di stato:

$$\begin{aligned} I_C(t) &= I_{C\infty} + [I_C(0^+) - I_{C\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \\ V_L(t) &= V_{L\infty} + [V_L(0^+) - V_{L\infty}] e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

iii. Qui, siamo ancora a regime: il condensatore/induttore si comporta come circuito aperto/cortocircuito

iv. Cerco la variabile di stato per  $t \rightarrow \infty$

v. Cerco  $\tau$ :

A. Mi serve  $R_{eq}$  ai morsetti di dove c'è transitorio

B. Spengo generatori non pilotati

C. uso generatore sonda (c.g.) - cerco corrente che passa sul ramo della sonda in funzione di  $V_S$ : ?  $\rightarrow I_S(V_S)$

$$R_{eq} = \frac{V_S}{I_S(V_S)}$$

D. Calcolo  $\tau$ :

$$\tau = C \cdot R_{eq} = \frac{L}{R_{eq}}$$

### Grafico

1. Traccio asintoto
2. Sfrutto proprietà dell'esponenziale: tangente al grafico in  $t = 0$  interseca il valore asintotico dopo  $\Delta t = \tau$
3. Dopo  $t = 5\tau$  la funzione assume valore asintotico

### Condensatore - Carica/Scarica RC

#### Carica e Scarica RC - Casi Semplici

Costante di tempo:

$$\tau = R \cdot C$$

Unità:  $[\Omega] \cdot [F] = [s]$

#### CARICA del condensatore

Condensatore inizialmente scarico ( $V_C(0) = 0$ ), caricato a  $V_{finale}$ :

$$V_C(t) = V_{finale} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$I_C(t) = \frac{V_{finale}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tensione sale da 0 a  $V_{finale}$ , la corrente scende da  $I_{max}$  a 0

#### SCARICA del condensatore

Condensatore inizialmente carico a  $V_0$ , scaricato a 0:

$$V_C(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_C(t) = -\frac{V_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tensione scende da  $V_0$  a 0, corrente negativa (verso opposto)

#### ★ Carica a CORRENTE COSTANTE:

Se il condensatore è caricato da una corrente costante  $I$ :

$$V_C(t) = V_C(0) + \frac{I \cdot t}{C}$$

$$\text{oppure: } \Delta V_C = \frac{I \cdot \Delta t}{C}$$

(Usata per errore da  $I_B$  nel S&H!)

#### Valori notevoli:

$t$	Carica	Scarica
$\tau$	63.2% di $V_f$	36.8% di $V_0$
$3\tau$	95% di $V_f$	5% di $V_0$
$5\tau$	99.3% di $V_f$	$\approx 0$

⇒ Dopo  $5\tau$  si considera raggiunto il regime!

### Resistenze e Alimentazioni

#### Resistenze in parallelo:

##### 1. Caso con 2 resistenze:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

##### 2. Caso generale (n resistenze):

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

### △ NOTA IMPORTANTE - Tensioni di alimentazione

Le tensioni fornite dalle alimentazioni sono le massime e minime possibili nel circuito.

I NODI della rete NON possono mai avere tensioni:

- Più alte di  $V_{max}$  (alimentazione massima)
- Più basse di  $V_{min}$  (alimentazione minima)

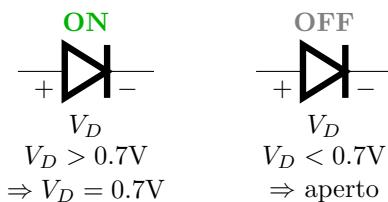
**ATTENZIONE:** Questo vale per le tensioni dei NODI (riferite a massa).

Le cadute di tensione (misurate tra due nodi diversi) possono superare questi limiti!

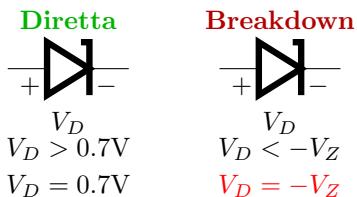
**Uso pratico:** Fondamentale quando si fanno ipotesi sullo stato dei diodi (ON/OFF). Se un'ipotesi porta un nodo oltre  $V_{max}$  o sotto  $V_{min}$ , l'ipotesi è sbagliata.

## Diodi

### 1. Diodo normale:

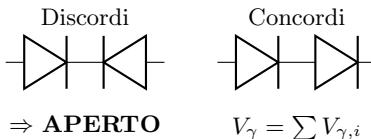


### 2. Diodo Zener:



**ATTENZIONE:** In breakdown, la tensione  $V_D = -V_Z$  ha polarità **opposta** rispetto ai +0.7V della conduzione diretta!

### 3. Configurazioni in serie:



#### ★ TRUCCO PRATICO - Verifica stato diodo:

Quando sei **in un intorno della soglia** ( $V_D \approx 0.7V$ , anche infinitesimamente superiore), le **correnti sono molto basse**.

⇒ Per verificare se il diodo si accende puoi **ignorare le resistenze in serie** ( $I \approx 0 \Rightarrow \Delta V_R \approx 0$ ).

**Uso nei transitori:** A fine esercizio, verifica che l'ipotesi sul diodo (ON/OFF) resti valida in:

- $\hat{T}^-$  (istante prima della transizione)
- $\hat{T}^+$  (istante dopo della transizione)
- $t \rightarrow \infty$  (regime)

### Diodi - Esercizio Tipico (1/2)

#### Esercizio Tipico Diodi - Algoritmo

##### a) Caratteristica statica $I_{out}$ vs $V_{in}$

###### Step 1: Ipotizza stato diodo

- Parti da  $V_{in}$  molto negativo ⇒ diodo probabilmente OFF
- Oppure parti da  $V_{in}$  molto positivo ⇒ diodo probabilmente ON

###### Step 2: Risolvi il circuito con l'ipotesi

- Diodo ON: sostituisci con  $V_\gamma$  (es. 0.7V)
- Diodo OFF: sostituisci con circuito aperto

###### Step 3: Trova $V_{in}$ di commutazione

- Diodo ON → OFF: trova  $V_{in}$  per cui  $I_D = 0$
- Diodo OFF → ON: trova  $V_{in}$  per cui  $V_D = V_\gamma$

###### Step 4: Calcola $I_{out}(V_{in})$ in ogni regione

- Scrivi l'espressione di  $I_{out}$  per ogni stato
- Disegna la caratteristica (spesso lineare a tratti)

##### ★ TRUCCO per trovare la soglia:

Per trovare  $V_{in}$  di commutazione:

- Metti il diodo **al limite**:  $V_D = V_\gamma$  e  $I_D = 0$
- In questa condizione le R in serie al diodo hanno  $\Delta V = 0$
- Risolvi il circuito semplificato per trovare  $V_{in,soglia}$

##### △ Circuito tipico (raddrizzatore + filtro):

$$V_{in} \rightarrow D_1 \rightarrow C_1 \parallel R_1 \rightarrow V_{out}$$

- $D_1$  ON:  $V_{out} = V_{in} - V_\gamma$  (C si carica)
- $D_1$  OFF:  $V_{out}$  dipende dalla scarica di C su R

$$\text{Soglia: } V_{in} = V_{out} + V_\gamma$$

### Diodi - Esercizio Tipico (2/2)

#### Esercizio Tipico Diodi - Ripple

##### b) Tensione di ripple e tensione inversa max

Dati tipici:  $V_{in} = V_m \sin(2\pi f_{int})$ ,  $C_1$ ,  $R_1$ ,  $V_\gamma$

###### Step 1: Tensione massima su C

$$V_{out,max} = V_m - V_\gamma$$

###### Step 2: Calcolo del ripple

Se  $RC \gg T$  (scarica lenta), approssimazione lineare:

$$\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{R_1 C_1 f_{int}} = \frac{V_m - V_\gamma}{R_1 C_1 f_{int}}$$

Formula esatta (scarica esponenziale):

$$V_{out,min} = V_{out,max} \cdot e^{-T/R_1 C_1}$$

$$\Delta V_{ripple} = V_{out,max} - V_{out,min}$$

###### Step 3: Tensione inversa massima sul diodo

Quando  $V_{in} = -V_m$  e  $V_{out} \approx V_{out,max}$ :

$$V_{D,inv,max} = V_{out,max} - (-V_m) = V_{out,max} + V_m$$

$$V_{D,inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$$

##### ★ FORMULE RAPIDE:

- $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$
- $\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{RC \cdot f}$  (se  $RC \gg T$ )
- $V_{inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$
- Duty cycle diodo  $\approx \frac{\Delta V_{ripple}}{2\pi V_m}$  (piccolo!)

##### △ VERIFICA FINALE:

- Il diodo deve sopportare  $V_{inv,max} \Rightarrow$  scegliere diodo adeguato
- Se  $\Delta V_{ripple}$  troppo grande  $\Rightarrow$  aumentare  $C$  o  $R$
- Il diodo conduce solo per una piccola frazione del periodo!

## Diodo + Condensatore

**Diodo + Condensatore: Come Gestirli Insieme**

### ★ REGOLA FONDAMENTALE:

Per la **caratteristica statica** ( $I_{out}$  vs  $V_{in}$ ):

⇒ Il condensatore è un **CIRCUITO APERTO!**

Perché? In DC (statica)  $I_C = C \frac{dV}{dt} = 0$

⇒ Tutta la corrente passa solo per  $R_1$

### Caratteristica statica - Algoritmo:

1. Sostituisci  $C$  con circuito aperto
2. Ora hai solo:  $V_{in} \rightarrow D_1 \rightarrow R_1 \rightarrow$  massa
3. Ipotizza stato diodo:

**Diodo OFF** ( $V_{in} < V_\gamma$ ):

$I_{out} = 0$  (circuito aperto)

**Diodo ON** ( $V_{in} \geq V_\gamma$ ):

$$I_{out} = \frac{V_{in} - V_\gamma}{R_1}$$

4. Soglia di commutazione:  $V_{in} = V_\gamma$

### △ Per il RIPPLE invece:

Il condensatore NON è aperto! È un elemento dinamico.

**Diodo ON:**  $C$  si carica rapidamente

$$V_{out} \approx V_{in} - V_\gamma \text{ (segue l'ingresso)}$$

**Diodo OFF:**  $C$  si scarica lentamente su  $R$

$$V_{out}(t) = V_{out,max} \cdot e^{-t/RC}$$

⇒ Il diodo si spegne quando  $V_{in} < V_{out} + V_\gamma$

### ★ RIASSUNTO:

- **Caratteristica statica:**  $C =$  aperto, analisi DC
- **Ripple:**  $C =$  elemento attivo, analisi dinamica
- La soglia del diodo dipende da  $V_{out}$  (che dipende da  $C$ !)

## Raddrizzatore Singola Semionda

**Raddrizzatore a Singola Semionda**

**SCOPO:** Tagliare la parte negativa di  $V_{in}$  e scalare in ampiezza di  $V_\gamma$

### ★ RICONOSCIMENTO:

- 1 solo diodo in serie al carico
- $V_{in}$  sinusoidale →  $D \rightarrow R_{load}$ , no  $C$  (o  $C$  piccolo)

### FUNZIONAMENTO:

Semionda + ( $V_{in} > V_\gamma$ ):  $D$  ON ⇒  $V_{out} = V_{in} - V_\gamma$

Semionda - ( $V_{in} < V_\gamma$ ):  $D$  OFF ⇒  $V_{out} = 0$

⇒ Taglia parte negativa, scala ampiezza di  $V_\gamma$

### FORMULE:

$$\bullet V_{out,max} = V_m - V_\gamma \text{ (scalata)} \quad \bullet V_{out,medio} = \frac{V_m - V_\gamma}{\pi}$$

$$\bullet V_{inv,max} = V_m \quad \bullet f_{ripple} = f_{in}$$

### ★ SANITY CHECK:

- $V_{out} \geq 0$  sempre (parte negativa tagliata!)
- Forma d'onda: "gobbe" sinusoidali alternate a zeri
- Aampiezza ridotta:  $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$  (non  $V_m$ !)

## Rilevatore di Picco

**Rilevatore di Picco (Peak Detector)**

**SCOPO:** "Ricordare" il **valore massimo** raggiunto dal segnale

### ★ RICONOSCIMENTO:

- $D + C$  senza  $R_L$  (o  $R_L$  molto grande,  $R_L C \gg T$ )
- Il condensatore **non si scarica**

### FUNZIONAMENTO:

1.  $V_{in}$  sale ⇒  $D$  ON,  $C$  si carica,  $V_{out} = V_{in} - V_\gamma$
2.  $V_{in}$  scende ⇒  $D$  OFF,  $V_{out}$  resta al **picco!**
3. Nuovo picco solo se  $V_{in} > V_{out} + V_\gamma$

### FORMULE:

- $V_{out} = V_{in,max} - V_\gamma = V_m - V_\gamma$  (a regime)
- Con  $R_L$ :  $\tau = R_L C$ , ripple  $\Delta V \approx \frac{V_{out}}{R_L C f}$

### ★ SANITY CHECK:

- $V_{out}$  può solo **salire o restare costante**, MAI scendere!
- Forma d'onda: rampa che sale, poi **piatta** al valore di picco
- Se  $V_{out}$  scende ⇒ NON è un rilevatore di picco puro

## Alimentatore DC

**Alimentatore DC (con filtro)**

**SCOPO:** Convertire AC → tensione **DC quasi costante** per alimentare circuiti

### ★ RICONOSCIMENTO:

- Raddrizzatore +  $C + R_L$  (condensatore **filtra** il ripple)
- $R_L C \sim T$  o poco più grande

### FUNZIONAMENTO:

**Carica** ( $D$  ON):  $V_{in} > V_{out} + V_\gamma \Rightarrow V_{out}$  sale rapido

**Scarica** ( $D$  OFF):  $C$  alimenta  $R_L \Rightarrow V_{out}$  scende lento

### FORMULE:

- $\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_m - V_\gamma}{R_L C f}$  (1/2 onda)       $\frac{V_m - 2V_\gamma}{R_L C \cdot 2f}$  (ponte)
- $V_{DC} \approx V_m - V_\gamma - \frac{\Delta V_{ripple}}{2}$       •  $V_{inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$
- Dimensionamento:  $C \geq \frac{V_m - V_\gamma}{R_L \cdot f \cdot \Delta V_{max}}$

### ★ SANITY CHECK:

- $V_{out} \approx$  costante, **MAI** zero (oscilla tra  $V_{max}$  e  $V_{min}$ )
- Forma d'onda: "dente di sega" invertito (sale rapido, scende lento)
- $V_{out,medio}$  alto, vicino a  $V_m - V_\gamma$
- Ripple piccolo se  $RC \gg T$

## RC + Diodo: Analisi STATICHE

**Esercizio RC + Diodo: ANALISI STATICHE**

**QUANDO:** Ti chiedono caratteristica statica  $I_{out}$  vs  $V_{in}$  (o  $V_{out}$  vs  $V_{in}$ )

### ★ REGOLA FONDAMENTALE:

In analisi **statica** (DC):

$$C = \boxed{\text{CIRCUITO APERTO}}$$

Perché  $I_C = C \frac{dV}{dt} = 0$  in DC!

⇒ **Ignora il condensatore**, analizza solo  $D$  e  $R$

### PROCEDURA:

1. Modellizza  $D$  come **aperto** (OFF)  
⇒ Calcola  $V_{out}$ ,  $I_{out}$  con  $D$  aperto

2. Modellizza  $D$  come **generatore**  $V_\gamma$  (ON)  
⇒ Calcola  $V_{out}$ ,  $I_{out}$  con  $D = V_\gamma$

3. Trova  $V_{in}$  di soglia (dove  $D$  commuta)  
⇒ Imponi  $V_D = V_\gamma$  e  $I_D = 0$

4. Disegna la caratteristica unendo i due tratti

△ **NON devi verificare le ipotesi sul diodo!**

Devi solo capire cosa succede a  $V_{out}$  e  $I_D$  nei due casi (ON/OFF) e trovare dove avviene la transizione.

## RC + Diodo: Analisi DINAMICA (1/2)

**Esercizio RC + Diodo: ANALISI DINAMICA**

**QUANDO:** Ti chiedono ripple,  $V_{out}(t)$ , tensione inversa massima

### ★ STRATEGIA GENERALE:

1. Analizza prima l'effetto del **diodo da solo**  
(come se  $C$  non ci fosse: raddrizzatore puro)

2. Poi "aggiusta" il grafico con l'effetto di  $C$   
(il condensatore "tiene su" la tensione)

### COMPORTAMENTO TIPICO (singola semionda):

#### Fase 1 - Carica ( $D$ ON):

- $V_{in} > V_{out} + V_\gamma \Rightarrow V_{out}$  segue  $V_{in} - V_\gamma$
- $V_{out}$  sale fino a  $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$

#### Fase 2 - Scarica ( $D$ OFF):

- $V_{in} < V_{out} + V_\gamma \Rightarrow D$  si spegne
- $C$  si scarica su  $R_L$ :  $V_{out}(t) = V_{out,max} \cdot e^{-t/\tau}$
- con  $\tau = R_L C$

### ★ IMPORTANTE: Confronta $\tau$ con $T$ !

- Se  $\tau \gg T$ : scarica lenta,  $C$  non arriva a regime  
⇒ Approssima  $V_{out,min}$  con esponenziale troncato
- Se  $\tau \sim T$ : scarica significativa ogni periodo

## RC + Diodo: Analisi DINAMICA (2/2)

Analisi Dinamica: Calcolo Ripple e  $V_{inv,max}$

### ★ CALCOLO DEL RIPPLE:

1.  $V_{out,max} = V_m - V_\gamma$
2. Trova  $V_{out,min}$  (alla fine della scarica):  
Se  $\tau \gg T$ :  $V_{out,min} = V_{out,max} \cdot e^{-T/\tau}$
3. Ripple:

$$\Delta V_{ripple} = V_{out,max} - V_{out,min}$$

Approssimazione (se  $\tau \gg T$ ):

$$\Delta V_{ripple} \approx \frac{V_{out,max}}{R_L C f} = \frac{V_m - V_\gamma}{R_L C f}$$

### ★ CALCOLO $V_{inv,max}$ (tensione inversa max):

1. Scrivi  $V_D = V_{in} - V_{out}$  (tensione sul diodo)
2. Massimizza  $|V_D|$  quando  $D$  è OFF:
  - $V_{in}$  è al minimo ( $-V_m$ )
  - $V_{out}$  è ancora alto (vicino a  $V_{out,max}$ )
3. Quindi:

$$V_{inv,max} = V_{out} - V_{in,min} \approx (V_m - V_\gamma) - (-V_m)$$

$$V_{inv,max} \approx 2V_m - V_\gamma$$

### △ TRUCCO: Valore a metà scarica

Se serve  $V_{out}$  a metà della fase di scarica:

$$V_{out,meta'} \approx V_{out,max} - \frac{\Delta V_{ripple}}{2}$$

(approssimazione lineare della scarica esponenziale)

## Potenza Dissipata - Diodo

### Potenza Media Dissipata da un Diodo

Quando serve calcolare la potenza media dissipata da un diodo in un periodo di tempo  $T$ :

### ★ FORMULA GENERALE:

$$P_{m,diss} = V \cdot I_D$$

dove:

- $V$  = tensione ai capi del diodo (in conduzione)
- $I_D$  = corrente attraverso il diodo

### ★ DIODO ZENER con segnale periodico:

$$P_{m,diss} = \frac{\Delta t_1}{T} V_{dir} \cdot I_D + \frac{\Delta t_2}{T} V_{zener} \cdot I_D$$

dove:

- $\Delta t_1$  = tempo in conduzione diretta
- $\Delta t_2$  = tempo in conduzione inversa (zener)
- $T$  = periodo del segnale
- $V_{dir}$  = tensione in conduzione diretta
- $V_{zener}$  = tensione zener

### Interpretazione:

- Il diodo dissipava potenza solo quando conduce
- Con segnale periodico: pesare la potenza con il **duty cycle**
- Le frazioni  $\frac{\Delta t_1}{T}$  e  $\frac{\Delta t_2}{T}$  rappresentano i pesi temporali

### △ Verifica CRITICA:

Controllare sempre:  $P_{m,diss} < P_{max,spec}$  del datasheet!

Esempio TdE 3/11/23: calcolo con onda quadra

## Capacità: Formule e Comportamento

### 1. Tensione del condensatore:

$$V_C(t) = V_C(0^+) + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)] \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$V_C(0^+)$ : iniziale;  $V_C(\infty^*)$ : a regime;  $\infty^* \neq \infty$

### 2. Corrente: $I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$

**Proprietà:** La **corrente** varia **istantaneamente**; La **tensione** NON commuta:  $V_C(t_0^-) = V_C(t_0^+)$

### ★ REGOLA D'ORO - A REGIME

A regime ( $t \rightarrow \infty$ ):  $\frac{dV_C}{dt} = 0 \Rightarrow I_C = 0$   
Condensatore = CIRCUITO APERTO

Per calcolare  $V_C(\infty)$ :

1. Sostituisci C con **circuito aperto**
2. Risovi il circuito semplificato
3. Calcola la tensione nel punto dove c'era C

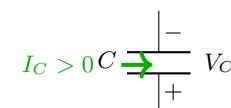
Es:  $V \xrightarrow{R_1} \bullet \xrightarrow{R_2} \text{GND} + C \parallel R_2 \Rightarrow V_C(\infty) = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}$  (partitore)

### 3. Ripple: $\Delta V_{out} = V_{picco} \frac{\Delta T}{\tau} = V_{picco} \frac{T}{f \cdot \tau}$

### 4. Comportamento fisico ( $Q = C \cdot V$ ; $I = C \frac{dV}{dt}$ )

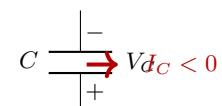
**CARICA** ( $\frac{dV_C}{dt} > 0$ ): Corrente ENTRA ( $I_C > 0$ )  
Il condensatore accumula energia;  $V_C \uparrow$

Corrente ENTRA



**SCARICA** ( $\frac{dV_C}{dt} < 0$ ): Corrente ESCE ( $I_C < 0$ )  
Il condensatore rilascia energia;  $V_C \downarrow$

Corrente ESCE



**Regola:**  $V_C \uparrow \Rightarrow$  CARICA;  $V_C \downarrow \Rightarrow$  SCARICA; segno  $I_C$  indica verso

## Transistori con gradini multipli

Formula tempo centrale  $\hat{T}$ :

$$V_C(\hat{T}) = V_C(0^+)_{\hat{T}} + [V_C(\infty^*) - V_C(0^+)_{\hat{T}}] \left(1 - e^{-\frac{\hat{T}}{\tau}}\right)$$

Prassi: segnale rettangolare  
salita → plateau → discesa

Procedimento step-by-step:

### 1. FASE 1 - Salita

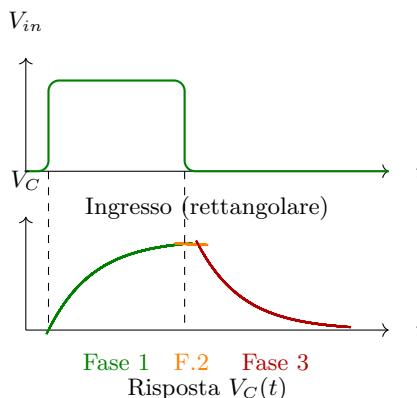
- Analizza  $t = 0^-$  (condizioni iniziali)
- $V_C(0^+)$  per continuità
- Determina stato diodi
- Calcola  $V_C(\infty^*)$
- Applica formula con  $\tau$

### 2. FASE 2 - Plateau

- Se durata  $\gg 5\tau$ : regime
- Se durata  $< 5\tau$ : calcola  $V_C$  fine
- Verifica diodi (Box 7)

### 3. FASE 3 - Discesa

- $V_C(0^+) = V_C(\text{fine plateau})$
- Ridetermina stato diodi
- Nuovo  $V_C(\infty^*)$
- Applica formula



## Verifica ipotesi stato diodi

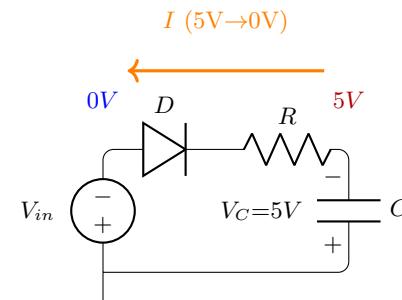
### △ VERIFICA FONDAMENTALE

Verifica ipotesi diodo (ON/OFF) rimanga valida per tutto il transitorio

### FASE 0: Metodo intuitivo

Regola:  $I$  scorre da  $V_+$  a  $V_-$

- 1)  $V_C(0^+)$  continuità
- 2) Trova  $V_{max}$
- 3)  $I$  va da  $V_{max}$  a  $V_{min}$
- 4) Compatibile con diodo?
- 5) No ⇒ cambia stato



**Contraddizione!**  $I$  va  $\leftarrow$   
ma D conduce solo  $\rightarrow$   
⇒ D OFF

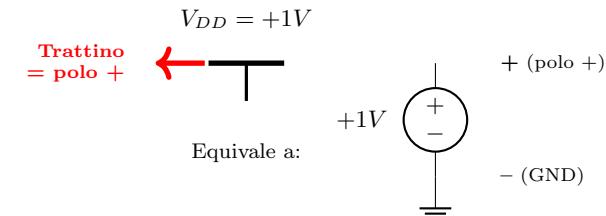
1. Ipotesi (es: D ON)
2. Risvoli (ON: gen 0.7V; OFF: aperto)
3. Calcola  $V_C(t)$
4. Verifica  $\forall t$ :
  - ON:**  $I_D(t) > 0$ ? No → errore
  - OFF:**  $V_D(t) < 0.7V$ ? No → errore
5. Se errore: dividi in 2 fasi ( $t^*$  cambio), ricalcola

## Notazione alimentazioni

### NOTAZIONE ALIMENTAZIONI

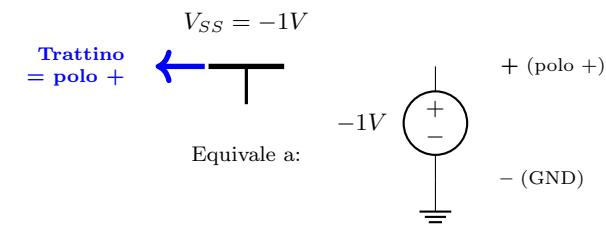
**REGOLA D'ORO:** Il trattino indica SEMPRE il polo + del generatore, sia con tensione positiva che negativa!

Caso 1:  $V_{DD} = +1V$  (alimentazione positiva)



Tensione  $+1V \rightarrow$  polo + sul trattino, tutto normale

Caso 2:  $V_{SS} = -1V$  (alimentazione negativa)



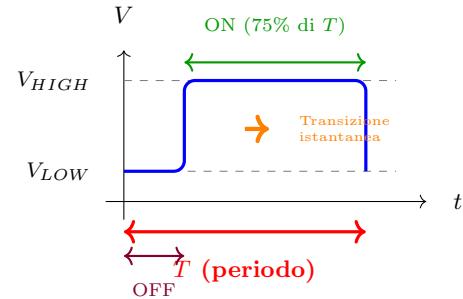
Tensione  $-1V \rightarrow$  polo + è comunque sul trattino!

**TRUCCO:** Con  $V_{SS} = -1V$  puoi ridisegnare il generatore invertendo polarità E segno: diventa  $+1V$  con polo + su GND. Utile per evitare tensioni negative nei calcoli.

## Onda Quadra Ideale - Guida al Disegno

- Transizioni **verticali istantanee** (tempo di salita/discesa = 0)
- Due livelli costanti:  $V_{HIGH}$  e  $V_{LOW}$

**DUTY CYCLE DEFAULT:** Se non specificato, un'onda quadra ha **duty cycle 50%** ( $HIGH = LOW = T/2$ )



### COME DISEGNARE A MANO:

1. Segna i livelli  $V_{HIGH}$  e  $V_{LOW}$  con righe orizzontali
2. Scegli quanti quadretti =  $T$  (es: 4 quadretti = 1 periodo)
3. Disegna righe verticali per le transizioni
4. Collega con righe orizzontali ai livelli

### COME TROVARE IL PERIODO $T$ :

Il periodo è la distanza tra **due punti identici** del ciclo:

- Da LOW a LOW (stesso punto)
- Da HIGH a HIGH (stesso punto)
- Da salita a salita successiva
- Da discesa a discesa successiva

**Trucco:** Scegli un punto qualsiasi e conta i quadretti fino a quando si ripete!

### Esempio pratico (duty cycle 75%):

- Se  $T = 10\mu s$  e vuoi disegnare 2 periodi
- Usa 4 quadretti per ogni periodo (tot. 8 quadretti)
- Duty cycle 75%: **1 quadretto LOW (OFF), poi 3 quadretti HIGH (ON)**
- Ripeti il pattern: 1 LOW, 3 HIGH per il 2° periodo

## Formazione del Canale nei MOSFET

### 1. Zona OFF (o Cutoff):

- (a) Non c'è formazione del canale.
- (b) Il dispositivo è spento e non permette il flusso di corrente tra drain e source.

### 2. Zona Ohmica (o Triodo):

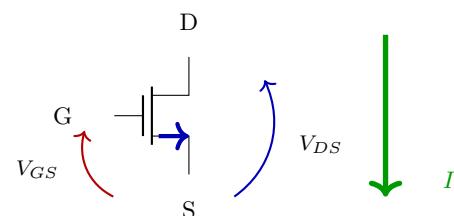
- (a) Si forma un canale.
- (b) Quando il gate è abbastanza polarizzato (cioè  $V_{GS} > V_{Tn}$  per nMOS o  $V_{GS} < V_{Tp}$  per pMOS), si forma un canale conduttivo tra il drain e il source.
- (c) Il dispositivo si comporta come un **resistore il cui valore varia in base alla tensione  $V_{GS}$** .

### 3. Zona di Saturazione (o Pinch-off):

- (a) Si forma un canale.
- (b) Il canale diventa "strozzato" o "pinched-off" vicino al drain (per il nMOS) o vicino al source (per il pMOS).
- (c) Anche se la tensione  $V_{DS}$  aumenta ulteriormente, la corrente  $I_D$  rimane costante.
- (d) Questo comportamento è **analogo a quello di un generatore di corrente**.

## Simboli e convenzioni nMOS/pMOS

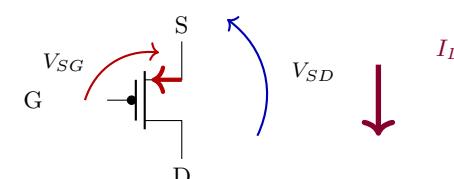
### nMOS:



**nMOS:** Gate a sinistra, Drain in alto, Source in basso

**Corrente:** Da Drain → Source (verso il basso)

### pMOS:



**pMOS:** Gate a sinistra, Source in alto, Drain in basso

**Corrente:** Da Source → Drain (verso il basso)

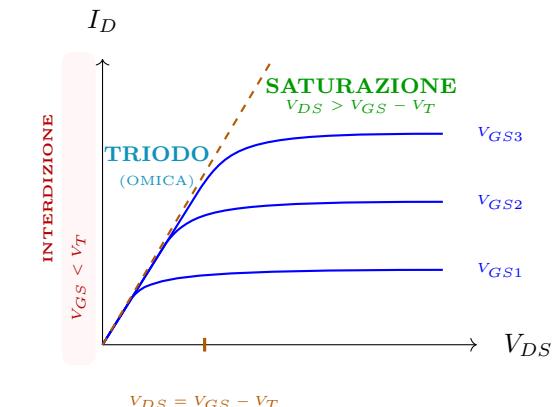
**NOTA:** Nel pMOS il source è in alto (invertito rispetto a nMOS)!

### Mnemonico per S/D a runtime:

- **pMOS:** corrente S → D (intuitivo: dalla "sorgente" al "consumatore")
- **nMOS:** corrente D → S (controintuitivo)

Sapendo che  $I$  scorre da  $V_{alta} \rightarrow V_{bassa}$ , una volta nota la direzione della corrente (es. carica/scarica C in logica CMOS), si attribuiscono S e D di conseguenza.

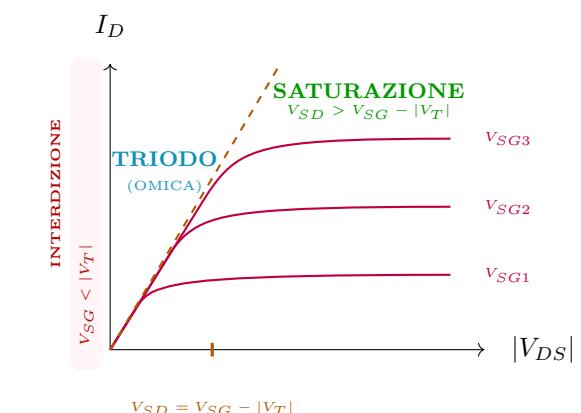
## Caratteristica I-V nMOS



### Zone di funzionamento:

- **INTERDIZIONE:**  $V_{GS} < V_T \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO (OMICA):**  $V_{GS} > V_T$  e  $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$
- **SATURAZIONE:**  $V_{GS} > V_T$  e  $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

## Caratteristica I-V pMOS



### Zone di funzionamento:

- **INTERDIZIONE:**  $|V_{SG}| < |V_T| \rightarrow I_D = 0$
- **TRIODO:**  $|V_{SG}| > |V_T|$  e  $|V_{SD}| < (|V_{SG}| - |V_T|)$
- **SATURAZIONE:**  $|V_{SG}| > |V_T|$  e  $|V_{SD}| > (|V_{SG}| - |V_T|)$

## nMOS - Metodo operativo

### PRIMO CONTROLLO: $V_{GS}$ vs $V_T$

1. Se  $V_{GS} < V_T \Rightarrow$  MOSFET OFF

- $I_D = 0$  (circuito aperto)
- Non c'è conduzione

2. Se  $V_{GS} > V_T \Rightarrow$  MOSFET ON

- Proseguire al SECONDO CONTROLLO

### SECONDO CONTROLLO (solo se ON): $V_{DS}$ vs $(V_{GS} - V_T)$

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = V_{GS} - V_T$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE:** Se  $V_{DS} > (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n(V_{GS} - V_T)^2$$

**Nota:** La corrente dipende SOLO da  $V_{GS}$

2. **ZONA OHMICA (Triodo):** Se  $V_{DS} < (V_{GS} - V_T)$

$$I_D = K_n [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

**Nota:** La corrente dipende da  $V_{GS}$  E  $V_{DS}$

**Direzione corrente:** In nMOS,  $I_D$  scorre da **Drain** → **Source**

## pMOS - Metodo operativo

### PROCEDIMENTO OPERATIVO PER pMOS

#### ★ STEP 0 - CONTROLLO POLARITÀ

Prima di tutto, verifica che:

$$V_S > V_G$$

Se  $V_S \leq V_G \rightarrow$  pMOS OFF (anche se  $|V_{GS}| \geq |V_T|$ !)

**Motivo:** Il modulo  $|V_{GS}|$  nasconde il segno! Potresti avere  $|V_{GS}| \geq |V_T|$  ma con polarità sbagliata (es.  $V_{GS} > 0$ ), e il pMOS sarebbe OFF.

#### Step 1: Calcolare $|V_{GS}|$

(solo se hai verificato  $V_S > V_G$ )

#### Step 2: PRIMO CONTROLLO - $|V_{GS}|$ vs $|V_T|$

1. Se  $|V_{GS}| < |V_T| \Rightarrow$  MOSFET OFF

- $I_D = 0$  (circuito aperto)
- Non c'è conduzione

2. Se  $|V_{GS}| > |V_T| \Rightarrow$  MOSFET ON

- Calcolare  $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$
- Proseguire allo Step 3

#### Step 3: SECONDO CONTROLLO - $|V_{DS}|$ vs $V_{OV}$

Tensione di Overdrive:

$$V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$$

1. **ZONA DI SATURAZIONE:** Se  $|V_{DS}| > V_{OV}$

$$I_D = K_p \cdot V_{OV}^2 = K_p(|V_{GS}| - |V_T|)^2$$

**Nota:** La corrente dipende SOLO dall'overdrive

2. **ZONA OHMICA (Triodo):** Se  $|V_{DS}| < V_{OV}$

$$I_D = K_p [2V_{OV} \cdot |V_{DS}| - |V_{DS}|^2]$$

dove  $V_{OV} = |V_{GS}| - |V_T|$

**Nota:** La corrente dipende da  $V_{OV}$  E  $|V_{DS}|$

**Direzione corrente:** In pMOS,  $I_D$  scorre da **Source** → **Drain**

## pMOS - Formule $V_{SG}/V_{SD}$

### pMOS — Formule con $V_{SG}/V_{SD}$ (senza moduli)

Definendo  $V_{SG} = V_S - V_G$  e  $V_{SD} = V_S - V_D$  (entrambe positive quando pMOS è ON):

**ON** se  $V_{SG} > |V_T|$  (equiv. a  $V_S > V_G + |V_T|$ )

$$V_{OV} = V_{SG} - |V_T|$$

**Saturazione** ( $V_{SD} > V_{OV}$ ):

$$I_D = K_p(V_{SG} - |V_T|)^2$$

**Ohmica** ( $V_{SD} < V_{OV}$ ):

$$I_D = K_p [2(V_{SG} - |V_T|)V_{SD} - V_{SD}^2]$$

Equivalenti alle formule con  $|V_{GS}|/|V_{DS}|$ , ma  $V_{SG}$  e  $V_{SD}$  sono sempre  $> 0$  per pMOS ON ⇒ niente moduli.

## Riepilogo: nMOS vs pMOS

**Grandezze da calcolare per determinare lo stato:**

nMOS	pMOS
$V_{GS}$	$ V_{GS} $
$V_T$	$ V_T $
$V_{OV} = V_{GS} - V_T$	$V_{OV} =  V_{GS}  -  V_T $
$V_{DS}$	$ V_{DS} $

**Controlli identici:**

1. Se  $V_{GS}$  (o  $|V_{GS}|$ )  $< V_T$  (o  $|V_T|$ )  $\Rightarrow$  OFF

2. Se ON: confronta  $V_{DS}$  (o  $|V_{DS}|$ ) con  $V_{OV}$

La **procedura è identica**, solo che per pMOS si usano i **valori assoluti**.

## MOSFET simmetrici - Source e Drain a runtime

### ★ MOSFET SIMMETRICI

I MOSFET sono dispositivi **simmetrici**: Source e Drain **NON sono fissi** ma vengono determinati dalle **tensioni a runtime**!

Come identificare i terminali negli esercizi:

GATE (sempre indicato):

- nMOS: gate **senza pallino**
- pMOS: gate **con pallino (•)**

**SOURCE e DRAIN** (determinati a runtime): Se non indicati esplicitamente nel testo, si determinano in base alle **tensioni dei nodi**.

**Regole per determinare SOURCE:**

#### 1. nMOS

Il **SOURCE** è il nodo alla **tensione più BASSA** tra i due terminali non-gate.

Il **DRAIN** è l'altro terminale (tensione più alta).

#### 2. pMOS

Il **SOURCE** è il nodo alla **tensione più ALTA** tra i due terminali non-gate.

Il **DRAIN** è l'altro terminale (tensione più bassa).

### ★ ATTENZIONE - Riassegnazione a RUNTIME

Durante l'esercizio, le tensioni ai nodi possono **cambiare**!

⇒ Source e Drain possono essere **riassegnati** in base alle nuove tensioni.

Devi verificare quale nodo ha la tensione più alta/bassa in ogni fase dell'analisi!

#### Esempio pratico (nMOS):

Inizialmente: Nodo A = 3V, Nodo B = 1V ⇒ Source = B (1V, più basso), Drain = A (3V)

Dopo un transitorio: Nodo A = 0.5V, Nodo B = 2V ⇒ Source = A (0.5V, più basso), Drain = B (2V)

I terminali sono stati **invertiti**!

*Perché è importante:*  $V_{GS}$  e  $V_{DS}$  dipendono da quale terminale è il Source. Per calcolare correttamente le formule, devi identificare Source e Drain correttamente in ogni momento. La zona di funzionamento (saturazione/omica) dipende da  $V_{DS}$ , quindi dall'identificazione corretta dei terminali.

## Regola pratica - MOSFET ON/OFF veloce

### REGOLA PRATICA VELOCE:

Come capire subito se un MOSFET è probabilmente **ON o OFF**?

#### nMOS:

**Gate a GND (0V)** → probabilmente **OFF**

Se il gate è a massa,  $V_{GS}$  è molto basso (o negativo se source è più alto), quindi  $V_{GS} < V_T \rightarrow \text{OFF}$

**Gate a  $V_{DD}$**  → probabilmente **ON**

Se il gate è all'alimentazione,  $V_{GS}$  è alto (assumendo source a GND o comunque più basso), quindi  $V_{GS} > V_T \rightarrow \text{ON}$

#### pMOS:

**Gate a GND (0V)** → probabilmente **ON**

Se il gate è a massa,  $V_{SG}$  è alto (assumendo source a  $V_{DD}$  o comunque più alto), quindi  $V_{SG} > |V_T| \rightarrow \text{ON}$

**Gate a  $V_{DD}$**  → probabilmente **OFF**

Se il gate è all'alimentazione,  $V_{SG}$  è molto basso (o negativo se source è più basso), quindi  $V_{SG} < |V_T| \rightarrow \text{OFF}$

#### Riassunto veloce:

Gate = GND    Gate =  $V_{DD}$

nMOS	OFF	ON
pMOS	ON	OFF

**ATTENZIONE:** Questa è una regola **approssimata** che assume:

- Per nMOS: source vicino a GND
- Per pMOS: source vicino a  $V_{DD}$

Se il source è collegato diversamente (es. nMOS con source a  $V_{DD}$ , pMOS con source a GND), la regola **NON vale!** Devi sempre calcolare  $V_{GS}$  o  $V_{SG}$  correttamente.

## Parametro K (Transconduttanza)

$$K = \frac{1}{2}\mu \cdot C_{OX} \cdot \frac{W}{L}$$

Dove:

- $\mu$  = mobilità dei portatori nel canale
- $C_{OX}$  = capacità specifica dell'ossido
- $W/L$  = dimensioni fisiche del MOSFET (Width/Length)

### △ NOTA IMPORTANTE - Fattore 1/2

K può essere definito **SENZA** il fattore  $\frac{1}{2}$  al suo interno.  
In tal caso, le formule delle correnti devono essere **riadattate**:

#### • Saturazione:

$$I = \frac{K}{2}(V_{GS} - V_T)^2 \text{ invece di } I = K(V_{GS} - V_T)^2$$

#### • Omica:

$$I = K \left[ (V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right]$$

$$\text{invece di } I = K [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

## Semplificazioni MOSFET

### ★ CONDIZIONE FONDAMENTALE:

Tutti i **GATE** devono essere in **COMUNE** (stessa tensione al gate)

#### 1. MOSFET in PARALLELO

- GATE in comune
- SOURCE in comune (vengono mantenuti)

#### Formula:

$$K_{eq} = K_1 + K_2 + \dots + K_n$$

Se tutte uguali:  $K_{eq} = n \cdot K$

Es: 3 nMOS con  $K = 0.5 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 1.5 \text{ mA/V}^2$

#### 2. MOSFET in SERIE

- GATE in comune
- SOURCE equivalente = SOURCE più BASSO

#### Formula:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n}$$

Per 2 MOS:  $K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$

Se uguali:  $K_{eq} = \frac{K}{n}$

Es: 2 nMOS  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 2 \text{ mA/V}^2 \rightarrow K_{eq} = 0.67 \text{ mA/V}^2$

*Nota:* Queste semplificazioni evitano calcoli complessi nei circuiti.

## Analisi Porte Logiche

**Quando usare:** Dopo aver fatto semplificazioni (serie/parallelo), quando  $V_{DS} = V_{OUT}$  e devi capire la zona di funzionamento.

**IPOTESI:** Se ti hanno chiesto l'espressione logica della porta, puoi ipotizzare che sia **ideale**:

- $V_{OUT}$  ha valori logici **ALTO** e **BASSO**
- $V_{OUT} = V_{DS}$  del MOSFET (dopo semplificazioni)

### METODO:

#### 1. Uscita logica BASSA ("0")

$V_{OUT} \approx 0V \rightarrow V_{DS}$  piccola  $\rightarrow V_{DS} < V_{OV} \rightarrow$  **ZONA OMICA**

#### 2. Uscita logica ALTA ("1")

$V_{OUT} \approx V_{DD} \rightarrow V_{DS}$  grande  $\rightarrow V_{DS} > V_{OV} \rightarrow$  **ZONA SATURAZIONE**

*Nota:* Questo metodo ti permette di **ipotizzare** la zona di funzionamento senza fare calcoli complessi. Poi puoi verificare con le formule.

#### Esempio pratico:

Se  $V_{OUT} = 0V$  (logica bassa) e hai  $V_{OV} = 2V$ :

$V_{DS} \approx 0V < 2V \rightarrow$  OMICA ✓

Se  $V_{OUT} = 5V$  (logica alta) e hai  $V_{OV} = 2V$ :

$V_{DS} \approx 5V > 2V \rightarrow$  SATURAZIONE ✓

## Resistenza di canale

### Resistenza di Canale ( $R_{CH}$ o $R_{eq}$ )

**Quando usare:** Calcolare la corrente nel MOSFET quando:

- $V_{OUT} = V_{DS}$  (l'uscita coincide con la tensione drain-source)
- $V_{OUT} \approx 0V$  (uscita logica bassa)

La **resistenza di canale** è la resistenza equivalente del MOSFET in un **intorno di  $V_{DS} = 0V$**

### FORMULA:

$$R_{CH} = R_{eq} = \frac{1}{2K \cdot V_{OV}}$$

dove  $V_{OV} = V_{GS} - V_T$

*Nota:*  $K$  può essere il  $K$  del singolo MOSFET o il  $K_{eq}$  del MOSFET equivalente (dopo semplificazioni serie/parallelo)

**Origine:** Derivata di  $I_D$  rispetto a  $V_{DS}$  calcolata in  $V_{DS} = 0$  (approssimazione di Taylor al primo ordine)

#### QUANDO È VALIDA:

- ✓  $V_{DS} \approx 0V$  (uscita logica bassa)
- ✓ MOSFET in zona OMICA
- ✓ Calcoli approssimativi di corrente
  - ✗ Se  $V_{DS}$  NON è vicino a 0V
  - ✗ In altri punti di lavoro (devi ricalcolare la derivata nel punto specifico)

#### ★ SANITY CHECK

Dopo aver calcolato  $I_D$  usando  $R_{CH}$ , **DEVI** verificare:

$$V_{R_{CH}} \ll V_{OV}$$

Dove  $V_{R_{CH}}$  è la tensione ai capi della resistenza equivalente (=  $V_{DS}$  del MOSFET).

Se  $V_{R_{CH}} \approx V_{OV}$  o maggiore, l'approssimazione **NON** è valida!

#### Esempio pratico:

Se  $K = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_{GS} = 3V$ ,  $V_T = 1V$ :

$$V_{OV} = 3V - 1V = 2V$$

$$R_{CH} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{1}{4} \text{ k}\Omega = 250 \text{ }\Omega$$

Con  $V_{DS} = 0.1V$ :

$$I_D \approx \frac{V_{DS}}{R_{CH}} = \frac{0.1V}{250\Omega} = 0.4 \text{ mA}$$

**Verifica:**  $V_{DS} = 0.1V \ll V_{OV} = 2V \checkmark$  OK!

## Carica di un condensatore con MOSFET

**Scenario:** MOSFET utilizzato per caricare un condensatore (es. in porte logiche, circuiti di trasferimento carica)

**Nota importante:** La tensione massima/minima raggiungibile sul condensatore dipende dal **tipo di MOSFET**!

### REGOLA MNEMONICA:

Gli **nMOS** NON sono bravi a **CARICARE**

I **pMOS** NON sono bravi a **SCARICARE**

#### CARICA - 1. Con pMOS

**Carica COMPLETA:** Il condensatore si carica fino a  $V_{DD}$

$$V_{C,max} = V_{DD}$$

**Motivo:** Nel pMOS, la corrente scorre da Source (alto) → Drain (basso). Il pMOS può rimanere acceso fino a quando il condensatore raggiunge  $V_{DD}$ , perché il Source è collegato a  $V_{DD}$  e mantiene sempre  $V_{SG} > |V_T|$ .

#### CARICA - 2. Con nMOS

**Carica LIMITATA:** Il condensatore si carica **solo fino a**:

$$V_{C,max} = V_G - V_T$$

**Motivo:** Nel nMOS, quando il condensatore (collegato al Drain) si carica, aumenta  $V_D$ . Quando  $V_D$  raggiunge  $V_G - V_T$ , si ha  $V_{GS} = V_G - V_S = V_G - (V_G - V_T) = V_T \rightarrow$  il MOSFET **si spegne** (entra in interdizione). **Non può caricare oltre** perché  $V_{GS} = V_T$  è la condizione di soglia (OFF).

#### Esempio pratico (CARICA):

Se  $V_G = 5V$  e  $V_T = 1V$  per un nMOS:

$$V_{C,max} = 5V - 1V = 4V \text{ (non } 5V!)$$

Con pMOS invece:  $V_{C,max} = V_{DD}$  (carica completa)

## Scarica di un condensatore con MOSFET

Comportamento SPECULARE alla carica

### SCARICA - 1. Con nMOS

**Scarica COMPLETA:** Il condensatore si scarica fino a GND (0V)

$$V_{C,min} = 0V$$

**Motivo:** Nel nMOS, il Source è collegato a GND e la corrente scorre dal condensatore (Drain) verso GND. Il nMOS rimane acceso finché  $V_{GS} > V_T$ . Dato che  $V_S = 0V$  (GND), finché  $V_G > V_T$  il transistor resta acceso e può scaricare completamente il condensatore.

### SCARICA - 2. Con pMOS

**Scarica LIMITATA:** Il condensatore si scarica solo fino a:

$$V_{C,min} = V_G + |V_T|$$

**Motivo:** Nel pMOS, quando il condensatore (collegato al Source) si scarica, diminuisce  $V_S$ . Quando  $V_S$  scende fino a  $V_G + |V_T|$ , si ha  $V_{SG} = |V_T| \rightarrow$  il MOSFET si spegne. Non può scaricare oltre perché  $V_{SG} = |V_T|$  è la condizione di soglia (OFF).

#### Esempio pratico (SCARICA):

Se  $V_G = 2V$  e  $|V_T| = 1V$  per un pMOS:

$$V_{C,min} = 2V + 1V = 3V \text{ (non può scendere sotto!)}$$

Con nMOS invece:  $V_{C,min} = 0V$  (scarica completa)

### △ CONSEGUENZA PRATICA - Simmetria CARICA/SCARICA

**CARICA:** pMOS completa ( $\rightarrow V_{DD}$ ), nMOS limitata ( $\rightarrow V_G - V_T$ )

**SCARICA:** nMOS completa ( $\rightarrow$  GND), pMOS limitata ( $\rightarrow V_G + |V_T|$ )

Nelle porte logiche cMOS:

- pMOS nella rete pull-up (PUN)  $\rightarrow$  porta uscita a  $V_{DD}$

- nMOS nella rete pull-down (PDN)  $\rightarrow$  porta uscita a GND

## Valutazione logica circuiti ibridi/intermedi (PTL)

**Scenario:** Circuiti con un solo MOSFET + condensatore (non completamente cMOS)

★ SOGLIA LOGICA:  $\frac{V_{DD}}{2}$

Per la tabella di verità, l'uscita è considerata:

- HIGH se  $V_{OUT} > \frac{V_{DD}}{2}$
- LOW se  $V_{OUT} < \frac{V_{DD}}{2}$

### Caso 1: nMOS sulla pull-up + condensatore

**Problema:** nMOS carica solo fino a  $V_{C,max} = V_G - V_T$

**Valutazione logica:**

Se  $V_G - V_T > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = HIGH (logicamente "1")

Se  $V_G - V_T < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = LOW (logicamente "0")

**Esempio:**  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 4V$ ,  $V_T = 1V$

$$V_{C,max} = 4V - 1V = 3V$$

$$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$$

$3V > 2.5V \rightarrow$  Uscita = HIGH (anche se non raggiunge  $V_{DD}$ !)

### Caso 2: pMOS sulla pull-down + condensatore

**Problema:** pMOS scarica solo fino a  $V_{C,min} = V_G + |V_T|$

**Valutazione logica:**

Se  $V_G + |V_T| < \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = LOW (logicamente "0")

Se  $V_G + |V_T| > \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow$  Uscita = HIGH (logicamente "1")

**Esempio:**  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_G = 1V$ ,  $|V_T| = 1V$

$$V_{C,min} = 1V + 1V = 2V$$

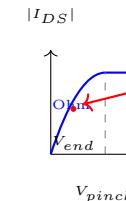
$$\frac{V_{DD}}{2} = 2.5V$$

$2V < 2.5V \rightarrow$  Uscita = LOW (anche se non raggiunge GND!)

**Nota importante:** Questa valutazione si usa SOLO per le tabelle di verità dei circuiti ibridi. Nei circuiti cMOS completi, l'uscita raggiunge sempre  $V_{DD}$  o GND.

## Tempo di Propagazione

### Tempo di Propagazione - Algoritmo



- Dati preliminari
  - $V_{pinch} = V_{GS} - V_T$
  - $I_{sat} = K(V_{GS} - V_T)^2$
  - $R_{eq} = \frac{1}{K(V_{GS} - V_T)}$

- DECISION TREE – Confronta  $[V_{start}, V_{end}]$  con  $V_{pinch}$ :

**CASO A: Solo SAT** ( $V_{start} \text{ e } V_{end} > V_{pinch}$ )

$$\Delta t = \frac{C_L \cdot (V_{start} - V_{end})}{I_{sat}}$$

**CASO B: Solo OHMICA** ( $V_{start} \text{ e } V_{end} < V_{pinch}$ )

$$\Delta t = R \cdot C_L \cdot \ln\left(\frac{V_{start}}{V_{end}}\right)$$

Quale R? Vicino a 0V:  $R_{DS, on} = \frac{R_{eq}}{2}$ . Appena sotto pinch:  $R_{eq}$ .

**CASO C: MISTA** ( $V_{start} > V_{pinch} > V_{end}$ )  
⇒ Vedi box successiva! (split sat + ohmica)

### $t_p$ - Caso Misto (Split)

#### $t_p$ - CASO C: Transizione Mista (Split)

Quando  $V_{start} > V_{pinch} > V_{end}$ : calcola due tempi e sommali.

#### 1. Tempo in Saturazione ( $t_{sat}$ )

Da  $V_{start}$  a  $V_{pinch}$ , corrente costante  $I_{sat}$ :

$$t_{sat} = \frac{C_L \cdot (V_{start} - V_{pinch})}{I_{sat}}$$

#### 2. Tempo in Ohmica ( $t_{ohm}$ )

Da  $V_{pinch}$  a  $V_{end}$ , scarica RC con  $R_{eq}$ :

$$t_{ohm} = R_{eq} \cdot C_L \cdot \ln\left(\frac{V_{pinch}}{V_{end}}\right)$$

#### 3. Tempo Totale

$$t_{tot} = t_{sat} + t_{ohm}$$

**Esempio:** Scarica da 4V a 2V con  $V_{pinch} = 3V$

- $t_{sat}$ : da 4V a 3V con  $I_{sat}$  (corrente)
- $t_{ohm}$ : da 3V a 2V con  $R_{eq}$  (logaritmo)
- $t_{tot} = t_{sat} + t_{ohm}$

## PTL vs CMOS Logic

**Confronto:** Due approcci diversi per implementare porte logiche

### 1. CMOS (Complementary MOS Logic)

#### Struttura:

- Rete PUN (pMOS) - pull-up network
- Rete PDN (nMOS) - pull-down network
- Sempre una rete ON, l'altra OFF

#### Vantaggi:

- Uscita sempre a  $V_{DD}$  o GND (livelli completi)
- Potenza statica = 0 (nessun percorso VDD→GND)
- Immunità al rumore elevata

#### Svantaggi:

- Richiede reti complementari (più transistor)
- Area maggiore

### 2. PTL (Pass Transistor Logic)

#### Struttura:

- Usa singoli transistor (nMOS o pMOS)
- I transistor "passano" i segnali da ingresso a uscita
- NON usa reti complementari

#### Vantaggi:

- Meno transistor (area ridotta)
- Circuiti più semplici

#### Svantaggi:

- Livelli degradati:
  - nMOS carica solo fino a  $V_G - V_T$
  - pMOS scarica solo fino a  $V_G + |V_T|$
- Immunità al rumore ridotta
- Potenza statica  $\neq 0$  (possibili percorsi VDD→GND)

#### CONFRONTO RAPIDO:

**CMOS:** Livelli completi, 0 potenza statica, + area  
**PTL:** Livelli degradati, potenza statica, - area

## Tempo di propagazione - PTL

#### ★ NON usare corrente costante per PTL!

Il metodo  $\tau = \frac{\Delta V \cdot C}{I_{sat}}$  sottostima  $t_p$  nella PTL perché il MOSFET passa da saturazione a ohmica e la corrente diminuisce.

**Scenario:**  $N$  nMOS in serie (PTL), gate a  $V_{DD}$ , source a GND, uscita con  $C_L$ . Scarica da  $V_{DD} - V_{Tn}$  verso GND.

#### Step 1: K equivalente (per $N$ in serie)

$$K_{eq} = \frac{K_n}{N}$$

#### Step 2: Resistenza equivalente (scegli UNO, metodi Prof. Acconcia)

##### Metodo 1 - Retta origine → pinch-off:

Retta che passa per  $(0, 0)$  e  $(V_{OV}, I_{sat})$ :

$$R_{eq} = \frac{V_{OV}}{I_{sat}} = \frac{1}{K_{eq} \cdot V_{OV}}$$

##### Metodo 2 - $R_{DS,on}$ (tangente in $V_{DS} = 0$ ):

$$R_{DS,on} = \frac{1}{2K_{eq} \cdot V_{OV}}$$

Con  $V_{OV} = V_{GS} - V_{Tn} = V_{DD} - V_{Tn}$  (gate a  $V_{DD}$ , source a GND)

#### Step 3: Tempo di propagazione

$$t_p = R_{eq} \cdot C_L \cdot \ln \left( \frac{V_{START}}{V_{END}} \right)$$

#### △ Come scegliere le tensioni:

- $V_{START}$ : Tensione iniziale su  $C_L$ .
  - nMOS [PTL]:  $V_{DD} - V_{Tn}$  (es. 4V)
- $V_{END}$ : Soglia logica porta successiva.
  - Spesso  $V_{DD}/2$  (es. 2.5V).

*Nota:* Metodo 1 sovrasta il ritardo, Metodo 2 lo sottostima.

## Riconoscere circuiti PTL

#### ★ Come riconoscere un circuito PTL:

1. I transistor **passano** il segnale attraverso Source/Drain (non solo Gate come in CMOS)
2. **NON** c'è struttura PUN+PDN esplicita verso  $V_{DD}$ /GND
3. Spesso c'è un **condensatore** sull'uscita senza logica di rigenerazione
4. Livelli d'uscita **degradati** ( $V_{DD} - V_T$  o  $|V_T|$ )

#### Regola rapida:

- Vedi PUN sopra + PDN sotto con uscita in mezzo → **CMOS**
- Vedi transistor che "passano" segnali da un nodo all'altro con C in uscita → **PTL**

## Cross-conduzione (CMOS) vs Limitazione (PTL)

Entrambi danno uscite **non ideali**, ma il meccanismo è diverso:

Cross-conduzione (CMOS)	Limitazione (PTL)
PUN e PDN entrambi ON	Transistor si spegne da solo
Corrente a regime: <b>sì</b>	Corrente a regime: <b>no</b>
$P_{stat} \neq 0$	$P_{stat} = 0$
$V_{OUT}$ da $I_p = I_n$	$V_{OUT} = V_G \pm V_T$
Calcolo: eq. 2° grado o $R_{DS,on}$	Basta trovare $V_G$ e $V_T$

#### △ Analogia:

**Cross-conduzione** = tiro alla fune (entrambi tirano, corrente continua)

**PTL** = rubinetto che si chiude da solo (corrente si azzera)

**Limi**ti PTL (valgono SEMPRE, indipendenti da serie/parallelo):

- nMOS in carica:  $V_{max} = V_G - V_{Tn} \rightarrow$  Weak 1 (W1)
  - pMOS in scarica:  $V_{min} = V_G + |V_{Tp}| \rightarrow$  Weak 0 (W0)
- Serie/parallelo cambiano solo la **velocità** ( $K_{eq}$ ), non il livello finale.

## Soglia Logica CMOS vs. PTL

#### ★ REGOLA D'ORO ESAME (Prof. Acconcia)

COSA VEDI	CHE FORMULA USI
<b>CMOS Standard</b> (Inverter, NAND...)	Corrente Costante: $\tau = \frac{C \cdot \Delta V}{I_{sat}}$
<b>Pass Transistor</b> (nMOS in serie)	Resistenza Eq. ( $R_{eq}$ ): Vedi procedura sotto ↓

## Tabella di Verità - Circuiti PTL

### ★ METODO per tabella di verità PTL:

1. Identifica il **nodo di uscita** (spesso ha un C)
2. Per ogni combinazione di ingressi, chiediti: c'è un **percorso** tra l'uscita e  $V_{DD}$  o GND?
3. Se sì: chi "passa" il segnale? nMOS o pMOS?
4. Applica la limitazione:
  - $V_{DD}$  tramite nMOS  $\rightarrow V_{OUT} = V_G - V_{Tn}$  (**W1**)
  - GND tramite pMOS  $\rightarrow V_{OUT} = V_G + |V_{Tp}|$  (**W0**)
  - $V_{DD}$  tramite pMOS  $\rightarrow V_{OUT} = V_{DD}$  (completa)
  - GND tramite nMOS  $\rightarrow V_{OUT} = 0$  (completa)
5. Valuta logicamente:  $> V_{DD}/2 \rightarrow "1"$ ,  $< V_{DD}/2 \rightarrow "0"$

### Differenza chiave vs CMOS:

- **CMOS**: analizza PUN e PDN (ON/OFF)  $\rightarrow$  4 casi
- **PTL**: segui il **percorso del segnale** attraverso i pass-transistor e applica le limitazioni di carica/scarica

## Potenza statica

### Potenza statica

**Definizione:** Potenza consumata dal circuito quando gli ingressi e le uscite **NON commutano** (analisi statica).

**Importante:** In analisi statica, il condensatore si comporta come se non ci fosse (circuito aperto).

### Formula:

$$P_{statica} = I \cdot V_{DD}$$

Dove:

- $I$  = corrente che scorre nel MOSFET/circuito
- $V_{DD}$  = tensione di alimentazione

**Nota:** Poiché il condensatore è un circuito aperto in regime stazionario (nessun  $\frac{dV}{dt}$ ), si calcola solo la corrente continua che scorre attraverso i MOSFET.

**cMOS complementare:**  $P_{statica} = 0$  sempre (mai cross-conduzione).

**cMOS non complementare:**  $P_{statica} \neq 0$  quando c'è **cross-conduzione** (uscita a valore intermedio, non  $V_{DD}$  né GND).

$\triangle$  **Regola:** Si consuma potenza statica **solo** quando l'uscita NON è a  $V_{DD}$  o GND (= cross-conduzione, cammino DC da  $V_{DD}$  a GND).

### Formula con duty cycle:

$$P_{stat} = V_{DD} \cdot I_{sat} \cdot \frac{T_{cross-conduzione}}{T_{periodo}}$$

Dove  $T_{cross-conduzione}$  = tempo totale in un periodo in cui l'uscita è a un livello intermedio.

$I_{sat}$  = corrente del MOS in saturazione durante cross-conduzione.

### ★ IMPORTANTE - Calcolo $V_{GS}$

In analisi statica, se il **source dell'nMOS NON è a massa** (ma collegato a un'altra alimentazione):

**NON** usare  $V_G$  direttamente, ma calcolare:

$$V_{GS} = V_G - V_S$$

Lo stesso vale per pMOS se il source NON è a  $V_{DD}$ .

## Potenza dinamica - Formula

**Definizione:** Potenza consumata durante le commutazioni degli ingressi uscite.

### ★ CONDIZIONE FONDAMENTALE

Prima di applicare la formula, verificare che:

$$\tau_{prop} \leq \frac{T_{in}}{2}$$

Dove:

- $\tau_{prop}$  = tempo di propagazione
- $T_{in}$  = periodo del segnale di ingresso

Se  $\tau_{prop} > \frac{T_{in}}{2}$ , il circuito **NON ha tempo** di raggiungere il regime prima della prossima commutazione  $\Rightarrow$  la formula **NON è valida**.

*Nota pratica:* Se hai calcolato  $\tau_{prop}$  per una transizione (es. high  $\rightarrow$  low) ma la potenza dinamica riguarda la transizione opposta (low  $\rightarrow$  high), verifica l'**ordine di grandezza**. Se  $K_n$  e  $K_p$  sono comparabili numericamente, i due tempi di propagazione saranno multipli ma **stesso ordine di grandezza**. Se  $\tau_{prop} \ll \frac{T_{in}}{2}$  (molto minore), sei a posto anche senza calcolare l'altro! **ATTENZIONE:** Questa assunzione vale **SOLO** se  $K_n \approx K_p$ . Se i valori di  $K$  sono molto diversi, devi calcolare entrambi i tempi di propagazione.

**Formula generale:**

$$P_D = V_{DD} \sum_i (V_{OH,i} - V_{OL,i}) \cdot C_i \cdot \alpha_i \cdot f_i$$

**Caso semplificato** (un solo nodo d'uscita):

$$P_D = C_L \cdot \Delta V \cdot V_{DD} \cdot f \cdot \alpha$$

- $\Delta V = V_{OH} - V_{OL}$  = swing dell'uscita
- $C_L$  = capacità del carico
- $f = 1/T$  = frequenza del segnale di riferimento
- $\alpha = \#$  fronti di salita dell'uscita in un periodo  $T$

## Potenza dinamica - Calcolo da grafico

★ Come trovare T sul grafico - Metodo “La Foto”:

**STEP 1 - Foto a  $t = 0$ :** annota per **TUTTI** i segnali:

- Valore (es. 2V, HIGH, LOW)
- Pendenza (salita  $\nearrow$ , discesa  $\searrow$ , costante  $\rightarrow$ )
- Fase del clock/ingressi

**STEP 2:** Scorri in avanti finché l'uscita torna al valore iniziale.

**STEP 3 - Check:** Fermati **SOLO** quando la “foto” è identica a  $t = 0$  per **TUTTI** i segnali (uscita, clock, ingressi).

**Regola:** Il periodo del sistema è sempre un **multiplo intero** del clock:  $T_{sys} = n \cdot T_{clk}$  con  $n \in \mathbb{N}$

**Come determinare  $V_{OH}$  e  $V_{OL}$ :**

Sono i valori massimo e minimo dell'uscita durante le commutazioni.

**Metodi:**

- Dal grafico di  $V_{out}(t)$  (se richiesto in precedenza)
- Forniti direttamente nel testo dell'esercizio
- Analizzando le transizioni del circuito

**Come contare  $\alpha$ :**

Conta i **fronti di salita** dell'uscita nel periodo  $T$  trovato con il metodo sopra.

### Duty Cycle

#### Duty Cycle (ciclo di lavoro)

**Definizione:** Il **duty cycle**  $\delta$  è il rapporto tra il tempo in cui il segnale è HIGH e il periodo totale:

$$\delta = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{HIGH}}{T_{HIGH} + T_{LOW}}$$

Espresso in percentuale:  $\delta\% = \delta \times 100$

**Esempi comuni:**

- $\delta = 0.5$  (50%)  $\rightarrow$  onda quadra simmetrica (HIGH e LOW stesso tempo)
- $\delta = 0.25$  (25%)  $\rightarrow$  segnale HIGH per 25% del periodo
- $\delta = 0.75$  (75%)  $\rightarrow$  segnale HIGH per 75% del periodo

**Relazione con la potenza dinamica:** Se il duty cycle  $\neq 50\%$ , può influenzare la frequenza effettiva delle commutazioni complete. In molti esercizi si assume duty cycle = 50% (onda quadra simmetrica).

## Prestazioni e $f_{max}$

### Prestazioni e Massima Frequenza di Commutazione

Per circuiti digitali che commutano periodicamente, le prestazioni dipendono dalla capacità di raggiungere il regime prima della prossima transizione.

### Prestazioni del Circuito:

Il circuito funziona correttamente se:

$$\tau_{prop} \leq \frac{T_{in}}{2}$$

Dove:

- $\tau_{prop}$  = tempo di propagazione (tempo per raggiungere il regime)
- $T_{in}$  = periodo del segnale di ingresso

### Massima Frequenza di Commutazione:

La frequenza massima a cui il circuito può commutare correttamente è:

$$f_{max} = \frac{1}{2\tau_{prop}}$$

In altre parole:  $T_{min} = 2\tau_{prop}$

**Interpretazione:**

- Se  $f > f_{max}$ : il circuito **NON ha tempo** di raggiungere il regime

• L'uscita non raggiunge i valori  $V_{OH}$  /  $V_{OL}$  completi

• Le formule di potenza dinamica **NON sono valide**

### ★ NOTA PRATICA

- Queste formule si usano per verificare se il circuito può operare a una data frequenza

• Prima di calcolare  $P_D$ , controllare sempre:  $\tau_{prop} \leq \frac{T_{in}}{2}$

- Se hai calcolato solo  $\tau_{prop}$  per una transizione (es. H  $\rightarrow$  L) e  $K_n \approx K_p$ , l'altra transizione ha tempo simile (stesso ordine di grandezza)

## Porte cMOS - Definizione

**Definizione:** Una porta logica **cMOS** (Complementary MOS) è composta da due reti complementari:

- **PUN** (Pull-Up Network): rete di **pMOS**
- **PDN** (Pull-Down Network): rete di **nMOS**

### ★ REGOLA FONDAMENTALE

In qualsiasi configurazione di ingresso:

**Solo UNA rete è attiva (ON) alla volta**

- Se PUN è ON  $\rightarrow$  PDN è OFF (uscita =  $V_{DD}$ )
- Se PDN è ON  $\rightarrow$  PUN è OFF (uscita = GND)

### Significato PRATICO negli esercizi:

#### 1. Potenza statica = 0

Poiché una rete è sempre OFF, non c'è percorso diretto tra  $V_{DD}$  e GND  $\rightarrow P_{statica} = 0$

#### 2. Analisi per stati logici

Per ogni combinazione di ingressi, verifica:

- Quali MOSFET sono ON/OFF
- Quale rete (PUN o PDN) è attiva
- Output =  $V_{DD}$  se PUN ON, = GND se PDN ON

### Esempio: cMOS Inverter

#### Ingresso ALTO ("1"):

- nMOS ON  $\rightarrow$  PDN attiva  $\rightarrow$  Uscita = GND ("0")
- pMOS OFF  $\rightarrow$  PUN spenta

#### Ingresso BASSO ("0"):

- pMOS ON  $\rightarrow$  PUN attiva  $\rightarrow$  Uscita =  $V_{DD}$  ("1")
- nMOS OFF  $\rightarrow$  PDN spenta

*Nota:* Le reti sono **complementari**: se PUN realizza  $f$ , PDN realizza  $\bar{f}$

## Costruzione PUN da PDN

**Problema:** Data la rete Pull-Down (PDN) con nMOS, costruire la rete Pull-Up (PUN) con pMOS

### ★ METODO - Trasformazione DUALE

**In pratica: INVERSIONE RICORSIVA di SERIE e PARALLELO**

Dalla PDN alla PUN:

1. SERIE  $\rightarrow$  PARALLELO
2. PARALLELO  $\rightarrow$  SERIE
3. nMOS  $\rightarrow$  pMOS
4. Gate (ingressi)  $\rightarrow$  RIMANGONO UGUALI

### PROCEDURA MECCANICA:

**Step 1:** Identifica la struttura della PDN

- Individua le connessioni SERIE
- Individua le connessioni PARALLELO

**Step 2:** Applica la trasformazione

- Ogni SERIE diventa PARALLELO
- Ogni PARALLELO diventa SERIE
- Sostituisci nMOS con pMOS
- Mantieni gli stessi gate

### Esempio pratico:

**PDN:** nMOS(A) in SERIE con [nMOS(B) — nMOS(C)]

### Applicazione trasformazione:

- A in SERIE  $\rightarrow$  A in PARALLELO
- (B — C)  $\rightarrow$  (B in SERIE con C)

**PUN:** pMOS(A) in PARALLELO con [pMOS(B) in SERIE con pMOS(C)]

In formula:  $PUN = A \parallel (B \cdot C)$

**Verifica:** Le due reti sono complementari

- PDN:  $f = A \cdot (B + C)$
- PUN:  $\bar{f} = \overline{A} + (\overline{B} \cdot \overline{C}) = \overline{A} \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \checkmark$

*Nota:* Questo metodo garantisce che solo una rete sia ON alla volta (proprietà fondamentale delle porte cMOS)

### ★ REGOLA MNEMONICA:

- nMOS in parallelo  $\Rightarrow$  funzione OR
- nMOS in serie  $\Rightarrow$  funzione AND

*Nota:* La negazione avviene "naturalmente" nella rete pull-down! PDN implementa la funzione logica diretta, PUN implementa il complemento (per dualità).

## Invertitore nMOS con $R_L$

### Invertitore nMOS con Carico Resistivo

Circuito più semplice di un inverter cMOS: usa un nMOS e una resistenza di pull-up al posto del pMOS.

### Schema:

- $V_{DD}$  collegato a resistenza  $R_L$  (carico)
- Resistenza  $R_L$  collegata all'uscita  $V_{out}$
- Uscita  $V_{out}$  collegata al Drain dell'nMOS
- Source dell'nMOS collegato a GND
- Gate dell'nMOS collegato all'ingresso  $V_{in}$

### Funzionamento:

- **Ingresso HIGH ( $V_{in} = V_{DD}$ ):**
  - nMOS ON (saturazione o ohmica)
  - Corrente scorre attraverso  $R_L$  e nMOS
  - $V_{out} = V_{DD} - R_L \cdot I_D$  (basso,  $\approx$  GND)

- **Ingresso LOW ( $V_{in} = 0$ ):**

- nMOS OFF
- Nessuna corrente:  $I_D = 0$
- $V_{out} = V_{DD}$  (alto)

### Formula $V_{out}$ (nMOS ON):

Equazione:  $I_{RL} = I_D$  (stessa corrente)

$$\frac{V_{DD} - V_{out}}{R_L} = I_D$$

Dove  $I_D$  dipende dalla regione di funzionamento dell'nMOS:

- **Saturazione:**  $I_D = K_n(V_{in} - V_T)^2$
- **Ohmica:**  $I_D = K_n[2(V_{in} - V_T)V_{out} - V_{out}^2]$

### ★ SVANTAGGIO rispetto al cMOS

- Con nMOS ON: scorre corrente **statica** da  $V_{DD}$  a GND
- $\Rightarrow$  Potenza statica  $P_{stat} = V_{DD} \cdot I_D$  (dissipazione continua!)
- Il cMOS invece ha  $P_{stat} = 0$  (una rete sempre OFF)

## GUIDA - Tabella di Verità Reti CMOS

### ★ METODO SISTEMATICO:

**NON** enumerare tutte le  $2^N$  combinazioni di ingresso!

1. Analizza la **PUN**: con quali ingressi è ON? (serie/parallelo)
2. Analizza la **PDN**: con quali ingressi è ON? (serie/parallelo)
3. Combina i casi (sono solo 4 possibili, vedi sotto)

**Trucco:** Transistor in **serie** spento  $\Rightarrow$  tutta la branch spenta (don't care sugli altri). Transistor in **parallelo**  $\Rightarrow$  basta uno acceso.

### ★ REGOLA ON/OFF dei MOSFET:

**nMOS:** Gate = "1" ( $V_{DD}$ )  $\Rightarrow$  **ON**  
Gate = "0" (GND)  $\Rightarrow$  **OFF**

**pMOS:** Gate = "0" (GND)  $\Rightarrow$  **ON**  
Gate = "1" ( $V_{DD}$ )  $\Rightarrow$  **OFF**

*Mnemonico:* nMOS ON con HIGH, pMOS ON con LOW

### ★ DETERMINAZIONE USCITA:

PUN	PDN	OUT
Percorso	No percorso	$V_{DD}$ ("1")
No percorso	Percorso	GND ("0")
No percorso	No percorso	<b>Hi-Z</b>
Percorso	Percorso	<b>Cross-conduzione!</b>

**Cross-conduzione  $\neq$  cortocircuito ideale!** L'uscita si assesta a un valore **intermedio** ( $V_{OL}$  o  $V_{OH}$ ) determinato dal rapporto delle  $K$ . Solo in cMOS pura questo caso **non si verifica mai**.  $\Rightarrow$  Vedi box "Cross-conduzione PUN/PDN"

### ★ ALTA IMPEDENZA (Hi-Z):

**Cos'è:** L'uscita è "scollegata" - né HIGH né LOW

#### Quando si verifica:

- Entrambe le reti PUN e PDN sono **OFF**
- Nessun percorso verso  $V_{DD}$  né verso GND

**Nella tabella:** Si indica con "Z" o "Hi-Z"

**Fisicamente:** L'uscita "galleggia" al valore precedente (se c'è C) o è indefinita

### △ ATTENZIONE - Circuiti NON cMOS:

Nei circuiti **cMOS puri**: sempre una sola rete ON  $\Rightarrow$  **mai Hi-Z**

Hi-Z si verifica in:

- **Transmission gate** (TG) quando è aperto
- **Buffer tri-state** quando è disabilitato
- Circuiti **PTL** (Pass Transistor Logic)
- Reti con **segnali di enable/disable**

## Livelli di Tensione e Soglia Logica

### ★ LIVELLI DI TENSIONE (se richiesti):

**cMOS ideale:**

- OUT = "1"  $\Rightarrow$   $V_{OUT} = V_{DD}$
- OUT = "0"  $\Rightarrow$   $V_{OUT} = 0V$  (GND)

### PTL / Pass Transistor:

- nMOS passa LOW bene:  $V_{OUT} = 0V$
- nMOS passa HIGH male:  $V_{OUT} = V_{DD} - V_T$  (degradato!)
- pMOS passa HIGH bene:  $V_{OUT} = V_{DD}$
- pMOS passa LOW male:  $V_{OUT} = |V_T|$  (degradato!)

### ★ SOGLIA LOGICA (per valutazione):

Se  $V_{OUT}$  non è esattamente  $V_{DD}$  o GND:

- $V_{OUT} > \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow$  Logicamente "1"
- $V_{OUT} < \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow$  Logicamente "0"

*Ese:*  $V_{DD} = 3V$ ,  $V_T = 0.5V \Rightarrow$  nMOS passa  $2.5V > 1.5V \Rightarrow$  "1"

## Riconoscere Rete cMOS Completa

Come riconoscere una rete cMOS completa (complementare)

Una rete è **cMOS pura** se PUN e PDN sono **duali**: per ogni combinazione di ingressi, **una sola** rete è ON.

$\Rightarrow$  Uscita **sempre** definita: solo "1" o "0", **mai** Hi-Z né cortocircuito.

### ★ CHECKLIST "a occhio":

1. La PDN usa solo nMOS
2. La PUN usa solo pMOS
3. PUN è il **duale topologico** della PDN:  
serie  $\leftrightarrow$  parallelo
4. **Stesso numero** di transistor sopra e sotto
5. **Stessi segnali** di ingresso in entrambe le reti

### △ NON è cMOS pura se:

- Manca una delle due reti (PUN o PDN)
  - Ci sono segnali di **enable/disable** separati
  - La topologia **non è duale** (serie/parallelo non si corrispondono)
  - Sono presenti **transmission gate** o pass transistor
- $\Rightarrow$  Possibili stati **Hi-Z** o **cortocircuito**!

## Complementare vs Non Complementare — Cosa Fare

**Cosa fare:** complementare vs non complementare

### ★ STEP 1: Guardo la rete — è complementare?

Stesso numero di MOS sopra/sotto, stessi segnali, topologia duale (serie $\leftrightarrow$ parallelo)?

- **SÌ**  $\Rightarrow$  uscita sempre 0 o 1, **basta** la tabella
- **NO**  $\Rightarrow$  prosegui allo Step 2

### ★ STEP 2: Per ogni riga della tabella

Stabilisci quali reti sono ON (percorso verso rail):

Situazione	Uscita
Solo PUN ON	$V_{DD}$
Solo PDN ON	0V
Entrambe ON	<b>Cross-conduzione</b> $\Rightarrow$ Step 3
Nessuna ON	<b>Hi-Z</b>

### ★ STEP 3: Calcolo valore cross-conduzione

Chi "vince"? La rete con  $K_{eq}$  più grande tira l'uscita verso il proprio rail.

- PDN vince  $\Rightarrow$  uscita bassa ( $V_{OL}$ ):  
nMOS ohmica, pMOS saturazione

- PUN vince  $\Rightarrow$  uscita alta ( $V_{OH}$ ):  
pMOS ohmica, nMOS saturazione

Poi:  $I_{PUN} = I_{PDN}$  (Metodo 1 o 2, vedi box Calcolo)

## Cross-conduzione PUN/PDN - Teoria

### Cross-conduzione: PUN e PDN entrambe ON

Se la rete **non è cMOS pura**, può accadere che PUN e PDN siano **entrambe ON**  $\Rightarrow$  **non è un semplice cortocircuito**: l'uscita si assesta a un valore intermedio determinato dal **rapporto delle correnti**.

#### ★ REGOLA CHIAVE:

È il **valore dell'uscita** a determinare le zone di funzionamento:

Se  $V_{OUT}$  è **basso** (PDN "vince"):

- pMOS:  $|V_{DS}| \approx V_{DD} - V_{OL}$  grande  $\Rightarrow$  **saturazione**
- nMOS:  $V_{DS} \approx V_{OL}$  piccolo  $\Rightarrow$  **ohmica**

Se  $V_{OUT}$  è **alto** (PUN "vince"):

- pMOS:  $|V_{DS}| \approx V_{DD} - V_{OH}$  piccolo  $\Rightarrow$  **ohmica**

- nMOS:  $V_{DS} \approx V_{OH}$  grande  $\Rightarrow$  **saturazione**

#### ★ PROCEDIMENTO GENERALIZZATO:

1. Ipotizzare uscita bassa/alta  $\Rightarrow$  fissa le zone
2. Scrivere  $I_{PUN} = I_{PDN}$  (regime stazionario)
3. Usare le formule appropriate:

**nMOS** ( $V_{GS,n} = V_G - V_S$ ,  $V_{DS,n} = V_D - V_S$ ):

$$\text{Sat: } I_n = K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})^2$$

$$\text{Ohm: } I_n = K_n [2(V_{GS,n} - V_{Tn})V_{DS,n} - V_{DS,n}^2]$$

**pMOS** ( $V_{SG,p} = V_S - V_G$ ,  $V_{SD,p} = V_S - V_D$ ):

$$\text{Sat: } I_p = |K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)^2$$

$$\text{Ohm: } I_p = |K_p| [2(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)V_{SD,p} - V_{SD,p}^2]$$

4. Risolvere per  $V_{OUT}$  (o per  $K_p/K_n$ )

5. Verificare consistenza delle ipotesi sulle zone

#### ★ MOS IN SERIE — K EQUIVALENTE:

$N$  transistor uguali in serie (stesso  $K$ ):

$$K_{eq} = \frac{K}{N}$$

Es: 2 nMOS in serie con  $K_n$  ciascuno  $\Rightarrow K_{n,eq} = \frac{K_n}{2}$

$N$  transistor in parallelo:

$$K_{eq} = N \cdot K$$

#### △ SOSTITUZIONE RAPIDA (nei calcoli di cross-conduzione):

$D = V_{OUT}$  (sempre in mezzo),  $S_n = GND$ ,  $S_p = V_{DD}$

$$\Rightarrow V_{OV} = V_{DD} - V_T$$

$$V_{DS,n} = V_{OUT}$$

$$V_{SD,p} = V_{DD} - V_{OUT}$$

## Cross-conduzione PUN/PDN - Calcolo

### Cross-conduzione: Metodi di Calcolo $V_{OL}/V_{OH}$

△ **SETUP** (esempio: uscita bassa,  $V_{OL}$ ):

pMOS (sat.) = nMOS eq. (ohm.):

$$|K_p|(V_{DD} - |V_T|)^2 = K_{n,eq} [2(V_{GS,n} - V_T)V_{OL} - V_{OL}^2]$$

#### ★ METODO 1: Equazione completa (esatto)

Si risolve l'equazione  $I_{sat} = I_{ohm}$  per  $V_{OL}$ :

$\Rightarrow$  Equazione di **2° grado** in  $V_{OL}$ , si risolve con formula risolutiva.

$$\text{Riarrangiando: } K_{n,eq}V_{OL}^2 - 2K_{n,eq}(V_{GS,n} - V_T)V_{OL} + I_{sat,p} = 0$$

**Pro:** Risultato esatto

**Contro:** Richiede risoluzione eq. 2° grado

#### ★ METODO 2: Approssimazione $R_{DS,on}$ (più rapido)

Il MOS in **ohmica** con  $V_{DS}$  piccolo si comporta come una **resistenza**. Per  $N$  MOS uguali in serie:  $R_{DS,on,eq} = N \cdot R_{DS,on}$

**Caso A — Uscita bassa** (nMOS in ohmica):

$$R_{DS,on,n} = \frac{1}{2K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})}$$

$$I_{sat,p} = |K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)^2$$

$$V_{OL} \approx I_{sat,p} \cdot R_{DS,on,neq}$$

**Caso B — Uscita alta** (pMOS in ohmica):

$$R_{DS,on,p} = \frac{1}{2|K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)}$$

$$I_{sat,n} = K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})^2$$

$$V_{OH} \approx V_{DD} - I_{sat,n} \cdot R_{DS,on,peq}$$

**Pro:** Calcolo diretto, nessuna eq. 2° grado

**Contro:** Approssimazione (trascura  $V_{DS}^2$ ).

Valida se  $V_{OUT}$  è vicino al rail della rete che "vince"

#### ★ QUANDO USARE QUALE:

- Valore **esatto** richiesto  $\Rightarrow$  Metodo 1
- **Dimensionare**  $K_p/K_n$  dato  $V_{OL,max} \Rightarrow$  Metodo 2
- $V_{OL}$  piccolo rispetto a  $V_{GS} - V_T \Rightarrow$  Metodo 2 OK
- In **dubbio**: Metodo 2, poi verificare con Metodo 1

## $R_{DS,on}$ — Riepilogo Formule

### $R_{DS,on}$ — Riepilogo e Significato Fisico

#### ★ COS'È:

Quando un MOS è in zona **ohmica** con  $V_{DS}$  piccolo, il canale si comporta come una **resistenza controllata dal gate**:

$$I_{DS} \approx 2K(V_{GS} - V_T) \cdot V_{DS}$$

$$\text{Quindi: } R_{DS,on} = \frac{V_{DS}}{I_{DS}} = \frac{1}{2K(V_{GS} - V_T)}$$

#### ★ FORMULE:

**nMOS:**

$$R_{DS,on,n} = \frac{1}{2K_n(V_{GS,n} - V_{Tn})}$$

**pMOS:**

$$R_{DS,on,p} = \frac{1}{2|K_p|(V_{SG,p} - |V_{Tp}|)}$$

**N MOS uguali in serie:**  $R_{DS,on,eq} = N \cdot R_{DS,on}$

**N MOS uguali in parallelo:**  $R_{DS,on,eq} = \frac{R_{DS,on}}{N}$

#### ★ APPLICAZIONE ALLA CROSS-CONDUZIONE:

La rete che "vince" (più forte) è in ohmica  $\Rightarrow$  modellata come  $R_{DS,on}$ .

La rete che "perde" (più debole) è in saturazione  $\Rightarrow$  generatore di corrente  $I_{sat}$ .

**Uscita bassa** (PDN vince):

$$V_{OL} \approx I_{sat,p} \cdot R_{DS,on,neq}$$

**Uscita alta** (PUN vince):

$$V_{OH} \approx V_{DD} - I_{sat,n} \cdot R_{DS,on,peq}$$

## Soglia Logica della Porta ( $V_M$ )

### Soglia Logica della Porta ( $V_M$ )

#### ★ COS'È:

$V_M$  è il punto della caratteristica  $V_{OUT}(V_{IN})$  in cui:

$$V_{IN} = V_{OUT} = V_M$$

È la tensione alla quale la porta "commuta": separa la zona in cui l'uscita è HIGH dalla zona in cui è LOW.

Idealmente:  $V_M = \frac{V_{DD}}{2}$  (margini di rumore simmetrici)

#### ★ COME SI CALCOLA:

Nel punto  $V_M$ :  $V_{IN} = V_{OUT} = V_M$

⇒ Entrambi i MOS sono in **saturazione** (entrambi hanno  $|V_{DS}| = V_M$  che è "grande")

#### Procedimento:

1. Porre  $V_{IN} = V_{OUT} = V_M$
2. Entrambi i MOS in **saturazione**
3. Imporre  $I_n = I_p$ :

$$K_n(V_M - V_{Tn})^2 = |K_p|(V_{DD} - V_M - |V_{Tp}|)^2$$

4. Risolvere per  $V_M$

#### ★ SOLUZIONE (inverter cMOS):

Prendendo la radice:

$$\sqrt{K_n}(V_M - V_{Tn}) = \sqrt{|K_p|}(V_{DD} - V_M - |V_{Tp}|)$$

Risolvendo per  $V_M$ :

$$V_M = \frac{V_{Tn} + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}(V_{DD} - |V_{Tp}|)}}{1 + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}}}$$

Se  $V_{Tn} = |V_{Tp}| = V_T$ :

$$V_M = \frac{V_T + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}(V_{DD} - V_T)}}{1 + \sqrt{\frac{|K_p|}{K_n}}}$$

Se inoltre  $K_n = |K_p|$ :  $V_M = \frac{V_{DD}}{2}$

#### △ PER PORTE COMPLESSE (NAND, NOR...):

Stessa logica, ma si usa  $K_{n,eq}$  o  $K_{p,eq}$ :

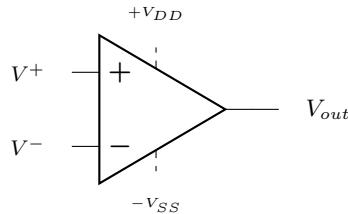
- **NAND** ( $N$  nMOS in serie):  $K_{n,eq} = \frac{K_n}{N}$   
⇒  $V_M$  si **alza** (PDN più debole)

- **NOR** ( $N$  pMOS in serie):  $K_{p,eq} = \frac{|K_p|}{N}$   
⇒  $V_M$  si **abbassa** (PUN più debole)

Si sostituisce  $K_{eq}$  nella formula e si calcola  $V_M$  per il **caso peggiore** (un solo ingresso attivo nella rete in serie).

## OpAmp - Introduzione e Caratteristica

### Amplificatore Operazionale (OpAmp)

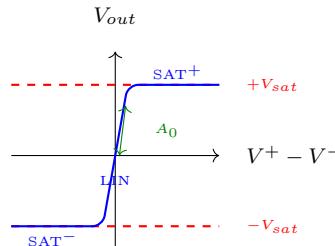


**Equazione fondamentale:**

$$V_{out} = A_0 \cdot (V^+ - V^-)$$

dove  $A_0$  = guadagno ad anello aperto ( $A_0 \rightarrow \infty$  ideale)

**Caratteristica  $V_{out}$  vs  $(V^+ - V^-)$ :**



**ZONA LINEARE** (tra le saturazioni):

$$V_{out} = A_0 \cdot (V^+ - V^-)$$

L'OpAmp amplifica la differenza degli ingressi

**ZONA di SATURAZIONE:**

- Se  $(V^+ - V^-) > 0$  (anche di poco):  $V_{out} = +V_{sat}$
- Se  $(V^+ - V^-) < 0$  (anche di poco):  $V_{out} = -V_{sat}$

L'uscita "toccava" le alimentazioni e non va oltre!

**★ I trattini (- - -) nel grafico:**

Indicano i **limiti di saturazione**  $\pm V_{sat}$ .

L'uscita si "appiattisce" su questi valori e non segue più  $(V^+ - V^-)$ !

**Valori tipici di  $V_{sat}$ :**

- Rail-to-rail:  $V_{sat} = V_{alim}$  esattamente
- Standard:  $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$

## Impedenza con Condensatori

**Impedenza del condensatore:**

$$Z_C(s) = \frac{1}{sC}$$

Con  $s = j\omega$ : modulo  $|Z_C| = \frac{1}{\omega C}$ , fase  $\angle Z_C = -90^\circ$

**Comportamento del condensatore in base alla frequenza:**

Freq.	$Z_C$	Equiv.	Effetto
DC ( $\omega = 0$ )	$\infty$	Aperto	Cancella ramo
Alta ( $\omega \rightarrow \infty$ )	0	Corto	Filo (a GND)

★ **DC ( $\omega = 0$ ):**  $Z_C = \frac{1}{0 \cdot C} \rightarrow \infty \rightarrow \text{APERTO}$

Il condensatore è carico, blocca la corrente continua.

★ **Alta freq. ( $\omega \rightarrow \infty$ ):**  $Z_C = \frac{1}{\infty \cdot C} \rightarrow 0 \rightarrow \text{CORTO}$

Il condensatore non ha tempo di caricarsi, la corrente passa libera.

*Nota:* Se C è collegato a massa, il nodo va a **GND**.

**Configurazioni comuni:**

1. **C in PARALLELO con R:**

$$Z(s) = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{1 + sRC}$$

**Notazione comoda per paralleli:**  $Z = (R^{-1} + Z_C^{-1})^{-1}$

Più facile da manipolare rispetto a  $\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$

Polo in:  $\omega_p = \frac{1}{RC}$

2. **C in SERIE con R:**

$$Z(s) = R + \frac{1}{sC} = \frac{1 + sRC}{sC}$$

Zero in:  $\omega_z = \frac{1}{RC}$

★ **CONTROLLI (SANITY CHECKS)**

Dopo aver calcolato impedanze (serie/parallelo):

1. **Controllo Dimensionale:**

- L'impedenza  $Z$  deve avere dimensione di  $\Omega$  (ohm)
- Il coefficiente  $\tau$  che moltiplica  $s$  deve essere in [s]
- Relazione utile:  $[F] \cdot [\Omega] = [s]$
- Es:  $RC$  ha dimensioni  $[\Omega] \cdot [F] = [s]$  ✓

2. **Controllo a Frequenza Nulla ( $s = 0$ ):**

- A  $s = 0$  (DC), il condensatore è APERTO
- Sostituisci  $s = 0$  in  $Z(s)$  calcolata
- Deve dare la stessa  $R_{eq}$  ottenuta considerando C aperto

Es:  $Z = \frac{R}{1 + sRC}|_{s=0} = R$  (corretto: C aperto lascia R)

## Forma Standard per Bode

Data una funzione di trasferimento generica come  $T(s) = \frac{V_{out}}{I_{in}}$ , portala in forma:

### Trasferimento vs Guadagno:

- **Guadagno** = numero puro (adimensionale):  $\frac{V_{out}}{V_{in}}$
- **Trasferimento** = ha unità di misura: es.  $\frac{V_{out}}{I_{in}} [\Omega]$

Esempio: amplificatore a transimpedenza ha trasferimento in  $\Omega$

$$T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1 + s\tau_{z1})(1 + s\tau_{z2}) \dots}{(1 + s\tau_{p1})(1 + s\tau_{p2}) \dots}$$

Dove:

- $K$  = guadagno costante (può essere assente se  $K = 1$ )
- $s^n$  = poli/zeri nell'origine (può essere assente se  $n = 0$ )
- $n > 0$ : zeri nell'origine,  $n < 0$ : poli nell'origine
- $\tau_{zi} = \frac{1}{\omega_{zi}}$  = costante di tempo dello zero  $i$ -esimo
- $\tau_{pi} = \frac{1}{\omega_{pi}}$  = costante di tempo del polo  $i$ -esimo

### Procedimento:

1. Fattorizza numeratore e denominatore
2. Porta ogni fattore  $(s + a)$  nella forma  $(1 + s\tau)$ :  
 $(s + a) = a(1 + s/a) \rightarrow$  raccolta  $a$  in  $K$ , con  $\tau = 1/a$
3. Raccogli tutti i coefficienti costanti in  $K$
4. Eventuali  $s$  isolati formano il termine  $s^n$

Nota: In questa forma, poli e zeri sono immediatamente visibili:  
 $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$  e  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$

## Conversione Scala Logaritmica $\leftrightarrow$ Lineare

### Da LINEARE a dB (logaritmica):

$$|T|_{dB} = 20 \log_{10}(|T|_{lin})$$

### Da dB a LINEARE:

$$|T|_{lin} = 10^{|T|_{dB}/20}$$

### Valori utili da ricordare:

- 0 dB  $\leftrightarrow$  1 (lineare)
- 20 dB  $\leftrightarrow$  10 (lineare)
- -20 dB  $\leftrightarrow$  0.1 (lineare)
- 3 dB  $\leftrightarrow$   $\sqrt{2} \approx 1.41$  (lineare)
- -3 dB  $\leftrightarrow$   $1/\sqrt{2} \approx 0.707$  (lineare)
- 6 dB  $\leftrightarrow$  2 (lineare)

## Bode - Diagramma del Modulo

Data  $T(s) = K \cdot s^n \cdot \frac{(1 + s\tau_{z1})(1 + s\tau_{z2}) \dots}{(1 + s\tau_{p1})(1 + s\tau_{p2}) \dots}$

### Punto di partenza per il tracciamento:

- Se  $n = 0$ : calcola  $|T(0)|$  e  $\angle T(0)$  (sostituisci  $s = 0$ )
- Se  $n \neq 0$ : NON puoi calcolare  $s = 0$  (singolarità!) → vedi box dedicato

### Tracciamento del Modulo:

#### 1. Contributo di $K$ (guadagno costante):

Retta orizzontale a:  $20 \log_{10} |K|$  dB

- Se  $K > 0$ :  $20 \log_{10} K$  dB
- Se  $K < 0$ :  $20 \log_{10} |K|$  dB (modulo positivo)

#### △ ATTENZIONE - Modulo SEMPRE positivo!

Se a basse frequenze calcoli un valore **negativo**, devi prendere il **valore assoluto** prima di convertire in dB!

Esempio: Se  $T(0) = -10 \Rightarrow |T(0)| = 10$

⇒ Nel Bode:  $20 \log_{10}(10) = 20$  dB

Il segno negativo influenza solo la **FASE** (+180), non il modulo!

#### 2. Contributo di $s^n$ (poli/zeri nell'origine):

Retta passante per (1, 0 dB) con pendenza:

- $+20n$  dB/dec se  $n > 0$  (zeri nell'origine)
- $-20n$  dB/dec se  $n < 0$  (poli nell'origine)

#### 3. Contributo degli ZERI ( $1 + s\tau_z$ ):

Per  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$ :

- $\omega < \omega_z$ : contributo  $\approx 0$  dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_z$ : punto di spigolo
- $\omega > \omega_z$ : pendenza +20 dB/dec

#### 4. Contributo dei POLI ( $1 + s\tau_p$ ):

Per  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ :

- $\omega < \omega_p$ : contributo  $\approx 0$  dB (retta orizzontale)
- $\omega = \omega_p$ : punto di spigolo
- $\omega > \omega_p$ : pendenza -20 dB/dec

#### 5. Tracciamento finale (METODO PRATICO):

a) Parte da  $K \cdot s^n$  con pendenza iniziale

Se  $n = 0$ : costante fino alla 1<sup>a</sup> singolarità

b) Ordina poli e zeri per frequenza crescente

c) Ad ogni singolarità (da sinistra a destra):

- Per ogni zero: aggiungi +20 dB/dec alla pendenza
- Per ogni polo: aggiungi -20 dB/dec alla pendenza

d) Esempio: se hai pendenza 0 e incontri zero → diventa +20 dB/dec

poi incontri polo → diventa 0 dB/dec

### Guadagno di Banda (GBW):

Per amplificatori con 1 polo dominante:

$$GBW = |A_0| \cdot \omega_p$$

Dove  $A_0$  è il guadagno a basse frequenze (prima del polo)

## Bode - Metodo Generale Unificato

### ★ METODO GENERALE UNIFICATO per Bode del Modulo

#### PASSO 1: Analisi Strutturale (Scomposizione Visiva)

Guarda  $G(s)$  e identifica col dito questi tre elementi (no calcoli, solo riconoscimento):

##### 1. Il Guadagno Statico ( $K$ ):

Raccogli tutti i numeri costanti che moltiplicano la funzione.  
⇒ Determina l'altezza verticale del grafico.

##### 2. I Termini Binomiali ( $1 + s\tau$ ) (singolarità standard):

- Se è al NUMERATORE: è uno ZERO (grafico sale)
- Se è al DENOMINATORE: è un POLO (grafico scende)

##### 3. La "S" Isolata ( $s^n$ ):

Cerca le  $s$  che NON sono sommate a 1 (es:  $s^2$ ,  $1/s$ ,  $1/s^2$ )

- Se al NUMERATORE ( $s, s^2$ ): hai  $n$  Zeri nell'origine
- Se al DENOMINATORE ( $1/s, 1/s^2$ ): hai  $n$  Poli nell'origine
- Se non c'è:  $n = 0$

#### PASSO 2: Calcolo delle Frequenze di Taglio

Prendi tutti i Termini Binomiali (Passo 1, punto 2) e calcola:

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$$

**Lista Ordinata:** metti le frequenze in ordine crescente  $f_1 < f_2 < f_3 \dots$

⇒ Questi sono i "paletti" verticali sull'asse delle frequenze.

#### PASSO 3: Il Confronto Cruciale (L'Attacco del Grafico)

Decidi come inizia il grafico a sinistra. Guarda solo la "S" Isolata (Passo 1, punto 3).

**CASO A: Nessuna "S" Isolata** (singolarità NON in zero)

- Comportamento: Il grafico parte PIATTO (orizzontale)
- Valore di partenza: Converti  $K$  da lineare a dB:

$$|K|_{dB} = 20 \log_{10}(|K|_{lin})$$

- Azione: Disegna retta orizzontale fino alla prima freq.  $f_1$

**CASO B: Presenza di "S" Isolata** (singolarità IN zero)

- Comportamento: Il grafico parte IN PENDENZA
  - Zero in origine ( $s$ ): parte salendo (+20 dB/dec)
  - Polo in origine ( $1/s$ ): parte scendendo (-20 dB/dec)

#### • Punto di Ancoraggio (IL TRUCCO):

Non calcolare la retta iniziale (difficile!)  
Scegli  $f_{test}$  dopo la prima singolarità o nel "centro banda"  
Calcola il modulo con  $s = j2\pi f_{test}$   
Segna quel punto e usalo come perno per le pendenze

#### PASSO 4: Tracciamento Dinamico (Disegno)

Percorri l'asse delle frequenze da sinistra a destra:

1. Avanza fino alla prima frequenza  $f_1$

#### 2. Applica la modifica:

- Se  $f_1$  era un POLO: sottra 20 alla pendenza  
(es: era piatto 0 → diventi -20 dB/dec)
- Se  $f_1$  era uno ZERO: aggiungi 20 alla pendenza  
(es: scendevi -20 → diventi piatto 0)

3. Prosegui fino a  $f_2$  e ripeti

## Formule Rapide di Navigazione sul Bode

### ★ REGOLE AUREE per muoversi sul grafico

1. Sulla DISCESA (-20 dB/dec): Legge del Prodotto Costante

$$G \cdot f = \text{Costante}$$

Usa: Da  $(G_1, f_1)$  trovo  $G_2$  a frequenza  $f_2$ :

$$G_2 = \frac{G_1 \cdot f_1}{f_2}$$

Mnemonica: "Più vado avanti in frequenza, più il guadagno scende: il loro prodotto resta uguale."

2. Sulla SALITA (+20 dB/dec): Legge del Rapporto Costante

$$\frac{G}{f} = \text{Costante}$$

Usa: Da  $(G_1, f_1)$  trovo  $G_2$  a frequenza  $f_2$ :

$$G_2 = G_1 \cdot \frac{f_2}{f_1}$$

Mnemonica: "Se la frequenza raddoppia, il guadagno raddoppia."

Caso Generale: pendenza  $\pm n \cdot 20$  dB/dec

DESCESA ( $-n \cdot 20$  dB/dec):

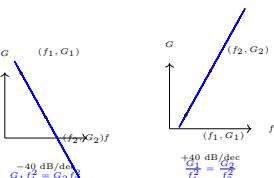
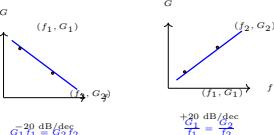
$$G \cdot f^n = \text{Cost.} \Rightarrow G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^n$$

SALITA ( $+n \cdot 20$  dB/dec):

$$\frac{G}{f^n} = \text{Cost.} \Rightarrow G_2 = G_1 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^n$$

Pendenza	Discesa	Salita
$\pm 20$ dB/dec	$G \cdot f$	$G/f$
$\pm 40$ dB/dec	$G \cdot f^2$	$G/f^2$
$\pm 60$ dB/dec	$G \cdot f^3$	$G/f^3$

Grafici per visualizzare le regole:



Intersezione con asse 0 dB:  $G = 1$

△ WARNING CRITICO:

Quando cerchi l'intersezione con l'asse 0 dB, usa:

$$G_{\text{lineare}} = 1 \quad (\text{NON } 0!)$$

Motivo:  $0 \text{ dB} \Leftrightarrow G_{\text{lin}} = 1$

Se metti 0 nella moltiplicazione, annulli tutto!

Esempio pratico:

Plateau a  $G = 100$  che finisce in polo a  $f = 1$  kHz. A che frequenza taglio l'asse 0 dB scendendo?

Usa regola discesa:  $G_1 \cdot f_1 = G_2 \cdot f_2$

$$100 \cdot 1\text{k} = 1 \cdot f_x \Rightarrow f_x = 100 \text{ kHz}$$

## Bode - Singolarità in Zero ( $n \neq 0$ )

Caso:  $T(s) = s\tau_0 \cdot \frac{(1+s\tau_{z1})}{(1+s\tau_{p1})}$  (zero nell'origine)

Procedimento:

1. Trova il punto di partenza (intersezione con 0 dB):

Frequenza:  $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$  oppure  $\omega_0 = \frac{1}{\tau_0}$

$\Rightarrow$  A  $\omega = \omega_0$  il contributo di  $s\tau_0$  vale **0 dB**

2. Traccia la retta con pendenza  $+20$  dB/dec passante per il punto  $(\omega_0, 0 \text{ dB})$

3. Aggiungi i contributi di poli/zeri:

- A  $\omega_{z1} = 1/\tau_{z1}$ : pendenza  $+20$  dB/dec
- A  $\omega_{p1} = 1/\tau_{p1}$ : pendenza  $-20$  dB/dec

△ Se polo nell'origine (es.  $\frac{1}{s\tau_0}$ ):

- Pendenza iniziale  $-20$  dB/dec
- Stesso punto di partenza:  $(\omega_0 = 1/\tau_0, 0 \text{ dB})$

**FASE** con singolarità in zero:

Zero nell'origine ( $s^n$  al numeratore):

Fase iniziale:  $+90^\circ \cdot n$  (costante  $\forall \omega$ )

Polo nell'origine ( $s^n$  al denominatore):

Fase iniziale:  $-90^\circ \cdot n$  (costante  $\forall \omega$ )

Poi aggiungi i contributi dei poli/zeri normali ( $\pm 90^\circ$  ciascuno)

## Bode - Diagramma della Fase

Tracciamento della Fase:

1. Contributo di K:

- Se  $K > 0$  (cioè  $T(0) > 0$ ): fase =  $0^\circ$
- Se  $K < 0$  (cioè  $T(0) < 0$ ): fase =  $-180^\circ$

Se  $T(0) < 0$ , parti da  $-180^\circ$  e somma i contributi

2. Contributo di  $s^n$ :

Fase costante:  $+90^\circ \cdot n$  per ogni frequenza

3. Contributo degli ZERI ( $1 + s\tau_z$ ):

Transizione centrata in  $\omega_z = \frac{1}{\tau_z}$ :

- $\omega < \omega_z/10$ : fase  $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_z$ : fase =  $+45^\circ$
- $\omega > 10\omega_z$ : fase  $\approx +90^\circ$

Transizione lineare tra  $\omega_z/10$  e  $10\omega_z$

4. Contributo dei POLI ( $1 + s\tau_p$ ):

Transizione centrata in  $\omega_p = \frac{1}{\tau_p}$ :

- $\omega < \omega_p/10$ : fase  $\approx 0^\circ$
- $\omega = \omega_p$ : fase =  $-45^\circ$
- $\omega > 10\omega_p$ : fase  $\approx -90^\circ$

Transizione lineare tra  $\omega_p/10$  e  $10\omega_p$

5. Tracciamento finale:

a) Parti dalla fase iniziale:

- Se  $T(0) > 0$ : parte da  $0^\circ + 90^\circ \cdot n$
- Se  $T(0) < 0$ : parte da  $-180^\circ + 90^\circ \cdot n$

b) Somma algebrica dei contributi di poli e zeri:

- Zeri:  $+90^\circ$  asintoticamente (transizione da  $\omega_z/10$  a  $10\omega_z$ )
- Poli:  $-90^\circ$  asintoticamente (transizione da  $\omega_p/10$  a  $10\omega_p$ )

c) I contributi si **sovrappongono** se poli/zeri sono vicini

### ★ ERRORE COMUNE

Nel modulo, le pendenze si **sommano** ad ogni polo/zero

Nella fase, i contributi si **sovrappongono** (somma algebrica delle fasi)

## Intersezione 0 dB in Bode

**Problema:** Il diagramma passa vicino a 0 dB nei pressi di una singolarità. Interseca prima o dopo?

### Regola di Conservazione Guadagno-Frequenza:

Su un tratto con pendenza costante di  $m$  dB/dec, vale:

$$|T(\omega)| \cdot \omega^{m/20} = \text{costante}$$

### Metodo pratico (verifica per ipotesi):

**IPOTESI:** Supponi che la retta continui **indisturbata** con la stessa pendenza (cioè che interseca 0 dB PRIMA della singolarità)

- Identifica un punto noto sul tratto:  $(\omega_1, |T(\omega_1)|)$

Es: a basse frequenze, spesso  $|T(0)| = K$

- Con pendenza  $m$  dB/dec costante, calcola  $\omega_0$  dove  $|T| = 1$ :

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|^{20/m}$$

**ATTENZIONE:**  $|T(\omega_1)|$  in scala LINEARE, non in dB!

Se hai il valore in dB:  $|T| = 10^{(\text{dB}/20)}$

- Confronta  $\omega_0$  con la singolarità  $\omega_s$ :

- Se  $\omega_0 < \omega_s$ : ipotesi **CORRETTA** → interseca prima La retta raggiunge 0 dB prima di cambiare pendenza
- Se  $\omega_0 > \omega_s$ : ipotesi **ERRATA** → interseca dopo La pendenza cambia prima di raggiungere 0 dB

### Casi comuni:

**Pendenza 0 dB/dec** ( $m = 0$ ): costante, già noto

**Pendenza -20 dB/dec** ( $m = -20$ ):

$$\omega_0 = \omega_1 \cdot |T(\omega_1)|$$

Questa è la formula del **GBW** (Guadagno di Banda)!

**Pendenza +20 dB/dec** ( $m = +20$ ):

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{|T(\omega_1)|}$$

### ★ UTILITÀ PRATICA

Questo metodo evita di dover disegnare con precisione il diagramma per capire l'ordine di intersezione e singolarità, garantendo il tracciamento corretto dopo entrambi i punti.

## Calcolo Guadagno a Frequenze Specifiche

**Quando ti chiedono il guadagno a una frequenza specifica:**

### CASO 1: Lontano dalle singolarità ( $\geq 1$ decade)

Usa il **diagramma sintotico** (approssimazione):

- Se  $\omega < \omega_p/10$  o  $\omega > 10\omega_p$ : il polo/zero ha effetto trascurabile
- Leggi il valore dal diagramma asintotico con la pendenza corrente

**Esempio:** Con pendenza -20 dB/dec da  $\omega_1$  a  $\omega_2$ :

$$|T(\omega_2)|_{\text{dB}} = |T(\omega_1)|_{\text{dB}} - 20 \log_{10} \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)$$

### CASO 2: Esattamente sulla singolarità ( $\omega = \omega_p$ o $\omega_z$ )

Usa le **formule esatte**:

#### Modulo:

- Polo:  $|1 + j\omega_p \tau_p| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow -3 \text{ dB}$
- Zero:  $|1 + j\omega_z \tau_z| = |1 + j| = \sqrt{2} \rightarrow +3 \text{ dB}$

#### Fase:

- Polo:  $\angle(1 + j\omega_p \tau_p) = \arctan(1) \rightarrow -45^\circ$
- Zero:  $\angle(1 + j\omega_z \tau_z) = \arctan(1) \rightarrow +45^\circ$

### CASO 3: Vicino alle singolarità ( $< 1$ decade ma $\neq$ singolarità)

Usa i **numeri complessi**, sostituendo  $s = j\omega$ :

$$T(j\omega) = K \cdot (j\omega)^n \cdot \frac{(1 + j\omega \tau_{z1})(1 + j\omega \tau_{z2}) \dots}{(1 + j\omega \tau_{p1})(1 + j\omega \tau_{p2}) \dots}$$

- Sostituisci il valore numerico di  $\omega$
- Calcola ogni termine:  $|1 + j\omega \tau| = \sqrt{1 + (\omega \tau)^2}$
- Moltiplica/dividi i moduli per ottenere  $|T(j\omega)|$
- Converti in dB:  $20 \log_{10} |T(j\omega)|$

#### Regola pratica:

- Lontano → diagramma sintotico (veloce)
- Esattamente sopra → ±3 dB, ±45° (immediato)
- Vicino → numeri complessi (calcolo esatto)

## Bode - Polo e Zero Coincidenti

**Polo e Zero alla STESSA Frequenza**

**Situazione:** Un polo e uno zero coincidono:  $\omega_p = \omega_z$

**Esempio:**

$$T(s) = K \cdot \frac{1 + s\tau}{1 + s\tau} \cdot \frac{1}{1 + s\tau_2}$$

dove il polo e lo zero a  $\omega = 1/\tau$  coincidono.

**Effetto sul MODULO:** si **COMPENSANO**

- Polo: -20 dB/dec
- Zero: +20 dB/dec

⇒ Effetto netto: 0 dB/dec

Il modulo **non cambia pendenza** a quella frequenza!  
È come se polo e zero **non esistessero** per il modulo.

**Effetto sulla FASE:** NON si compensano!

- Polo: -90 (da 0 a -90 attorno a  $\omega_p$ )
- Zero: +90 (da 0 a +90 attorno a  $\omega_z$ )

**MA:** la transizione di fase avviene su **2 decadi** ( $\omega/10$  a  $10\omega$ )

⇒ Alla frequenza  $\omega_p = \omega_z$ :

Polo: -45 Zero: +45

Fase netta a  $\omega_p = \omega_z$ :  $-45 + 45 = 0$

### ★ MA c'è un TRANSITORIO di fase!

Prima di  $\omega_p = \omega_z$  (es. a  $\omega_p/10$ ):

Polo: ≈ 0, Zero: ≈ 0 ⇒ Fase ≈ 0

Dopo  $\omega_p = \omega_z$  (es. a  $10\omega_p$ ):

Polo: ≈ -90, Zero: ≈ +90 ⇒ Fase ≈ 0

⇒ Alla fine si compensano, ma **durante la transizione** la fase può avere una "gobba"!

### ★ RIASSUNTO:

	Modulo	Fase
Effetto	Si compensano	Si compensano
A $\omega_p = \omega_z$	Nessun cambio	0 netto
Transitorio	Nessuno	Possibile "gobba"

⇒ In pratica: polo e zero coincidenti si **cancellano** (simplificazione algebrica)!

## Guadagno Reale vs Ideale

### ★ ESAME: Calcolo del GUADAGNO REALE

Calcolo del guadagno d'anello  $G_{loop}$ :

1. Spegni tutti i generatori (incluso  $V_{in}$ !)
2. Taglia l'anello (apri il feedback)
3. Inserisci generatore di test  $V_t$  nel punto di taglio
4. Usa la caratteristica dell'OpAmp:  

$$V_y = A(s) \cdot (V^+ - V^-) \quad \text{con } A(s) = \frac{A_0}{1+s\tau_0}$$
5. Scrivi  $G_{loop} = \frac{V_y}{V_t}$

$$G_{loop} = \frac{V_y}{V_t} = A(s) \cdot \beta$$

$A(s)$  = guadagno ad anello aperto dell'OpAmp:

$$A(s) = \frac{A_0}{1+s\tau_0}$$

- $A_0 = A(0)$  = guadagno a freq. 0 (punto partenza Bode,  $\sim 10^5\text{-}10^6$ )
- $\tau_0 = \frac{1}{\omega_p}$  = costante di tempo polo dominante (polo dominante = polo a freq. più bassa)

GBWP (Gain-Bandwidth Product):

$$\text{GBWP} = A_0 \cdot f_0$$

dove  $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$  = frequenza del polo. In questo corso gli OpAmp hanno sempre una singola singolarità.

$\beta$  = fattore di retroazione (dipende da  $R_f, R_G$ )

△ ATTENZIONE:  $V^+ = V^-$  NON vale qui!

L'ipotesi  $V^+ = V^-$  è valida solo per OpAmp retroazionati (ideali in catena chiusa).

Nel calcolo di  $G_{loop}$  l'anello è aperto  $\Rightarrow$  devi usare  $V_{out} = A(s) \cdot (V^+ - V^-)$

Relazione tra i guadagni:

$$G_A = -G_{loop} \cdot G_{id}$$

$G_A$  = guadagno di andata,  $G_{loop}$  = guadagno d'anello,  $G_{id}$  = guadagno ideale

Formula guadagno reale:

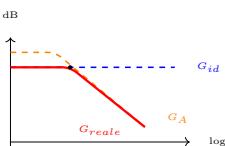
$$G_{real} = \frac{G_{ideale}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}$$

### ★ METODO GRAFICO (più veloce!)

Procedimento:

1. Traccia il Bode del guadagno ideale  $G_{id}$
2. Traccia il Bode del guadagno d'andata  $G_A$
3. Per ogni frequenza: prendi il valore più BASSO tra i due grafici

$\Rightarrow$  Il risultato è il Bode del guadagno reale



Perché funziona:

- Se  $|G_{loop}| \gg 1$ :  $G_{real} \approx G_{id}$
- Se  $|G_{loop}| \ll 1$ :  $G_{real} \approx G_A$  (segue l'andata)

$\Rightarrow$  Il guadagno reale è limitato dal più piccolo dei due!

## Guadagno Reale - Intersezioni

### △ ATTENZIONE alle INTERSEZIONI

Problema tipico:

$G_A$  e  $G_{id}$  hanno zeri/poli a frequenze diverse  $\Rightarrow$  le intersezioni possono essere non ovvie.

Caso comune:

- $G_A$  sale poi diventa piatto (a un certo valore)
- $G_{id}$  sale poi diventa piatto (a valore diverso)

Domanda: L'intersezione è prima o dopo il prossimo polo?

Metodo per ipotesi:

1. **Fai un'ipotesi** su quale tratto (salita/discesa/piatto) interseca

2. Usa le regole di navigazione:

- Discesa:  $G \cdot f = \text{cost}$
- Salita:  $G/f = \text{cost}$

3. Calcola la frequenza di intersezione  $f_x$

4. **Verifica:** Se  $f_x$  viene più alta del polo successivo  $\Rightarrow$  ipotesi sbagliata!

Rifai con pendenza diversa (es: crescente invece che decrescente)

Alla fine:

Per ogni frequenza, evidenzia il punto più basso tra  $G_A$  e  $G_{id}$   $\Rightarrow$  ottieni  $G_{real}$

### ★ NOTA su $A_0$ e GBW:

Se non viene dato  $A_0$  ma viene dato  $\tau_0$ :

- Potrebbe essere dato il **GBW** (prodotto guadagno-banda)
- Oppure c'è un altro modo per risolvere l'esercizio

Ricorda:  $\text{GBW} = A_0 \cdot \omega_p = A_0 / \tau_0$

### Calcolo analitico di $G_{id}$ :

Se richiesto esplicitamente, può portare a **equazioni di 2° grado in s** (conti lunghi).

$\Rightarrow$  Raramente richiesto all'esame.

## Margine di Fase e Stabilità

### ★ MARGINE DI FASE e STABILITÀ

Procedimento:

1. Disegna il Bode di  $G_{loop}$  (modulo e fase)
2. Trova la **frequenza di crossover**  $f_c$ : frequenza dove  $|G_{loop}| = 0 \text{ dB}$  (taglia l'asse orizzontale)
3. Leggi la **fase** di  $G_{loop}$  a  $f_c$ :  $\phi(f_c)$
4. Calcola il **margine di fase**:

$$\text{PM} = 360 + \phi(f_c)$$

Formula esplicita per  $\phi(f_c)$ :

$$\phi(f_c) = 180^\circ - \sum_i \arctan\left(\frac{f_c}{f_{pi}}\right) + \sum_j \arctan\left(\frac{f_c}{f_{zj}}\right)$$

•  $f_c$  = frequenza di crossover (dove  $|G_{loop}| = 0 \text{ dB}$ )

•  $f_{pi}$  = frequenza del polo  $i$ -esimo

•  $f_{zj}$  = frequenza dello zero  $j$ -esimo

I poli **sottraggono** fase, gli zeri **aggiungono** fase.

Classificazione della stabilità:

Margine di Fase	Sistema
$\text{PM} > 45$	Asintoticamente stabile
$\text{PM} = 0$	Criticamente stabile
$\text{PM} < 0$	Instabile

### △ NOTA PRATICA:

•  $\text{PM} \approx 60\text{-}70$ : risposta ben smorzata

•  $\text{PM} \approx 45$ : leggero overshoot

•  $\text{PM} < 45$ : oscillazioni/overshoot significativo

Regola: Più alto il PM, più stabile il sistema

### △ SISTEMA CON 2 POLI PRIMA DI $f_c$ :

Se  $f_c$  viene **dopo** entrambi i poli (cioè  $f_{p1}, f_{p2} < f_c$ ):

$\Rightarrow$  Sistema **SICURAMENTE INSTABILE**

(fase già a  $-180$  prima del taglio)

### △ $f_c$ a meno di 1 decade dal 2° polo:

Se  $f_{p1} < f_c < f_{p2}$  ma  $f_c < 10 \cdot f_{p2}$ :

$\Rightarrow$  Il grafico **ideale** della fase **NON è affidabile!**

$\Rightarrow$  Devi calcolare il **PM analiticamente** con gli arctan

Verifica:  $f_c > 10 \cdot f_{p2}$ ?  $\Rightarrow$  OK grafico ideale

Es:  $f_{p2} = 15.92 \text{ kHz} \Rightarrow$  serve  $f_c > 159.2 \text{ kHz}$

Se  $f_c = 90.9 \text{ kHz} < 159.2 \text{ kHz} \Rightarrow$  **calcolo analitico!**

### Interpretazione grafica:

Il margine di fase è “quanto manca” alla fase per raggiungere  $-360$  ( $0\text{-}180$  in alcuni testi) quando il guadagno vale  $0 \text{ dB}$ .

Se la fase è già oltre  $-360$  quando  $|G| = 0 \text{ dB} \Rightarrow$  sistema **instabile**

## Stabilità - Senza Crossover

**Stabilità:** Modulo che NON taglia 0 dB

**Problema:**

Il modulo di  $G_{loop}$  rimane **sempre sopra o sempre sotto 0 dB**  $\Rightarrow$  non esiste  $f_c$ !

Come calcolo il margine di fase se non c'è crossover?

**CASO 1:**  $|G_{loop}|$  **sempre > 0 dB**

Il guadagno d'anello è **sempre maggiore di 1**.

**Analisi:** Guarda la **fase** a tutte le frequenze:

- Se la fase **non raggiunge mai**  $-360^\circ$ :

$\Rightarrow$  Sistema **STABILE**

(PM > 0 a tutte le frequenze)

- Se la fase **raggiunge o supera**  $-360^\circ$ :

$\Rightarrow$  Sistema **INSTABILE**

(il guadagno è  $> 1$  quando la fase è critica)

**CASO 2:**  $|G_{loop}|$  **sempre < 0 dB**

Il guadagno d'anello è **sempre minore di 1**.

$\Rightarrow$  Sistema **SEMPRE STABILE!**

**Perché?** Anche se la fase raggiunge  $-360^\circ$ , il guadagno è  $< 1$  quindi il segnale si **attenua** ad ogni giro dell'anello.

$\Rightarrow$  Le oscillazioni si **smorzano** invece di crescere.

PM =  $\infty$  (o indefinito, ma sistema stabile)

**★ REGOLA PRATICA:**

**Condizione di instabilità** (criterio di Barkhausen):

$$|G_{loop}| \geq 1 \quad \text{E} \quad \angle G_{loop} = -360^\circ$$

Servono **ENTRAMBE** le condizioni simultaneamente!

- Se  $|G_{loop}| < 1$  sempre  $\Rightarrow$  **stabile** (non importa la fase)
- Se fase  $\neq -360^\circ$  sempre  $\Rightarrow$  **stabile** (non importa il modulo)

**★ RIASSUNTO:**

Modulo	Fase	Stabilità
Sempre < 0 dB	Qualsiasi	<b>STABILE</b>
Sempre > 0 dB	$> -360^\circ$	<b>STABILE</b>
Sempre > 0 dB	$\leq -360^\circ$	<b>INSTABILE</b>
Taglia 0 dB	-	Usa PM normale

## Stabilità - Segno di $G_{loop}$

**Stabilità dal SEGNO di  $G_{loop}$  (senza Bode)**

**★ REGOLA VELOCE per la stabilità:**

In **analisi statica** (DC,  $s = 0$ ), il segno di  $G_{loop}$  determina la stabilità!

$$G_{loop}(0) < 0 \Rightarrow \text{STABILE}$$

$$G_{loop}(0) > 0 \Rightarrow \text{INSTABILE}$$

$G_{loop} < 0$  (**NEGATIVO**)  $\Rightarrow$  **STABILE**

Il sistema è in **retroazione negativa**.

**Fisicamente:** una perturbazione viene **contrastata**

$\Rightarrow$  Il sistema torna all'equilibrio

**Esempi:**

- Buffer:  $G_{loop} = -A_0 < 0 \checkmark$
- Amplificatore invertente:  $G_{loop} < 0 \checkmark$
- Amplificatore non invertente:  $G_{loop} < 0 \checkmark$

$G_{loop} > 0$  (**POSITIVO**)  $\Rightarrow$  **INSTABILE**

Il sistema è in **retroazione positiva**.

**Fisicamente:** una perturbazione viene **amplificata**

$\Rightarrow$  Il sistema "scappa" verso saturazione

**Esempi:**

- Trigger di Schmitt:  $G_{loop} > 0$  (bistabile)
- Comparatore con retroaz. positiva

**Perché funziona (intuizione):**

$G_{loop} = A_0 \cdot \beta$  dove  $\beta$  = fattore di retroazione

- Se  $\beta$  inverte il segno  $\Rightarrow G_{loop} < 0 \Rightarrow$  stabile
- Se  $\beta$  mantiene il segno  $\Rightarrow G_{loop} > 0 \Rightarrow$  instabile

Il segno negativo indica che il feedback **contrasta** l'errore!

$\triangle$  **ATTENZIONE - Quando serve Bode:**

Questa regola vale per **analisi DC** (stabilità asintotica).

Per sistemi con **poli/zeri** a frequenze specifiche, serve comunque il Bode per verificare il **margine di fase** a tutte le frequenze!

## Quando fare il Bode di $G_{loop}$

**Quando fare il Bode di  $G_{loop}$ ?**

**★ SCOPO del Bode di  $G_{loop}$ :**

Analizzare la **STABILITÀ** del sistema retroazionato e calcolare il **margine di fase**.

**Quando È UTILE farlo:**

**1. Verifica stabilità con poli/zeri:**

Se il sistema ha singolarità, il segno DC non basta!  
 $\Rightarrow$  Serve il margine di fase

**2. L'esercizio chiede il margine di fase:**  
 $PM = 360 + \phi(f_c)$

**3. Progettare una compensazione:**  
 Per stabilizzare un sistema instabile

**4. Trovare  $G_{reale}$  a una certa frequenza:**  
 $G_{reale} = \min(G_A, G_{id})$  dipende da  $G_{loop}$

**Quando NON serve farlo:**

**• Analisi statica (DC):** basta il segno di  $G_{loop}(0)$

**• Sistema semplice senza poli/zeri critici**

**• Buffer ideale:**  $G_{loop} = -A_0 < 0 \Rightarrow$  stabile

**• Trigger di Schmitt:** già sai che è bistabile

**★ PROCEDIMENTO Bode di  $G_{loop}$ :**

1. Apri l'anello (taglia il feedback)

2. Inserisci generatore di test  $V_t$

3. Calcola  $G_{loop} = V_y/V_t$

4. Disegna Bode (modulo e fase)

5. Trova  $f_c$  dove  $|G_{loop}| = 0$  dB

6. Leggi fase a  $f_c \Rightarrow$  calcola PM

**★ RIASSUNTO:**

Obiettivo	Serve Bode $G_{loop}$ ?
Stabilità DC	NO (usa segno)
Margine di fase	<b>SÌ</b>
$G_{reale}$ vs frequenza	<b>SÌ</b>
Compensazione	<b>SÌ</b>

## OpAmp - Retroazione e Saturazione

### Retroazione e Saturazione dell'OpAmp

#### RETROAZIONE NEGATIVA

**Condizione:**  $V_{out}$  ritorna su  $V^-$  (morsetto invertente)

**Comportamento:**

- Sistema **STABILE**
- L'OpAmp **NON saturata** (lavora in zona lineare)
- Vale l'ipotesi:  $V^+ = V^-$
- Vale l'ipotesi:  $I^+ = I^- = 0$

⇒ Usare le formule degli amplificatori (inv, non-inv, sommatore...)

#### RETROAZIONE POSITIVA

**Condizione:**  $V_{out}$  ritorna su  $V^+$  (morsetto non invertente)

**Comportamento:**

- Sistema **INSTABILE / BISTABILE**
- L'OpAmp **SATURA** sempre!
- $V_{out} = +V_{sat}$  oppure  $V_{out} = -V_{sat}$
- **NON vale**  $V^+ = V^-$

⇒ L'uscita si comporta come **generatore indipendente**!

#### ★ Come capire DOVE satura:

Con retroazione positiva, confronta  $V^+$  e  $V^-$ :

- Se  $V^+ > V^- \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$
- Se  $V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$

L'OpAmp "amplifica" la differenza  $V^+ - V^-$  fino a saturare!

#### ★ REGOLA PRATICA - Riconoscimento:

**Guarda dove va  $V_{out}$ :**

- $V_{out}$  torna su  $V^-$  ⇒ Retroaz. **NEGATIVA** ⇒ **NON saturata**
- $V_{out}$  torna su  $V^+$  ⇒ Retroaz. **POSITIVA** ⇒ **SATURA**

(Se non c'è retroazione, l'OpAmp è in **anello aperto** e satura!)

#### △ Caso COMPARATORE (no retroazione):

Senza retroazione, l'OpAmp ha guadagno  $A_0 \rightarrow \infty$ :

⇒ Anche una piccola differenza  $V^+ - V^-$  porta a saturazione!

⇒  $V_{out} = +V_{sat}$  se  $V^+ > V^-$ , altrimenti  $V_{out} = -V_{sat}$

## OpAmp - Riconoscere Configurazione

### Come Riconoscere la Configurazione

#### ★ REGOLA FONDAMENTALE:

**Retroazione** = esiste un **percorso** da  $V_{out}$  verso un ingresso dell'OpAmp.

Il percorso può passare attraverso:

- Resistenze ( $R_f$ )
- Condensatori
- Reti di componenti
- Collegamento diretto (buffer)

⇒ **Non serve** collegamento diretto!

#### PASSO 1: C'è retroazione?

Parti da  $V_{out}$  e chiediti:

"Posso raggiungere  $V^+$  o  $V^-$  seguendo un percorso?"

- **SÌ** ⇒ C'è retroazione (vai al passo 2)
- **NO** ⇒ **Anello aperto** (comparatore) ⇒ SATURA!

#### PASSO 2: Su quale morsetto arriva?

Segui il percorso da  $V_{out}$ :

- Arriva su  $V^-$  ⇒ **Retroazione NEGATIVA**  
⇒ Stabile, NON satura, vale  $V^+ = V^-$
- Arriva su  $V^+$  ⇒ **Retroazione POSITIVA**  
⇒ Bistabile, SATURA, Trigger di Schmitt

#### △ ATTENZIONE - Casi misti:

Se  $V_{out}$  arriva su **ENTRAMBI**  $V^+$  e  $V^-$ :

⇒ Analizza quale retroazione **domina**

⇒ Di solito la negativa (se  $R_f$  su  $V^-$  è più "forte")

#### ★ TRUCCO VELOCE:

Guarda la resistenza di feedback  $R_f$ :

- $R_f$  collega  $V_{out}$  a  $V^-$  ⇒ Amplificatore (inv/non-inv)
- $R_f$  collega  $V_{out}$  a  $V^+$  ⇒ Trigger di Schmitt
- Nessuna  $R_f$  ⇒ Comparatore (satura!)

## OpAmp - Saturazione dell'Uscita

### Saturazione dell'Uscita dell'OpAmp

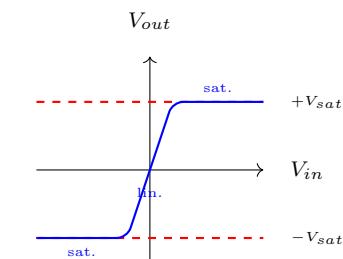
L'uscita dell'OpAmp **non può superare** le tensioni di alimentazione!

**Limiti di saturazione:**

$$-V_{sat} \leq V_{out} \leq +V_{sat}$$

- $+V_{sat} \approx +V_{DD}$  (alimentazione positiva)
  - $-V_{sat} \approx -V_{SS}$  (o  $\approx 0V$  se alim. singola)
- (OpAmp reali:  $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$ )

**Caratteristica**  $V_{out}$  vs  $V_{in}$ :



I trattini orizzontali (---) indicano i livelli di saturazione: l'uscita si appiattisce e non segue più l'ingresso!

**Zona LINEARE** (tra le saturazioni):

$$V_{out} = A_v \cdot V_{in}$$

L'OpAmp amplifica normalmente (pendenza = guadagno  $A_v$ )

**Zona di SATURAZIONE:**

- **Saturazione ALTA:**  $V_{out} = +V_{sat}$  (costante)  
Si verifica quando  $V_{in}$  è "tropppo positivo"
  - **Saturazione BASSA:**  $V_{out} = -V_{sat}$  (costante)  
Si verifica quando  $V_{in}$  è "tropppo negativo"
- ⇒ L'uscita **non cambia** anche se  $V_{in}$  varia!

#### ★ Quando verificare la saturazione:

Dopo aver calcolato  $V_{out}$  con le formule, controlla:

Se  $V_{out,calc} > +V_{sat} \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$

Se  $V_{out,calc} < -V_{sat} \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$

⇒ Le formule valgono **solo** se  $V_{out}$  resta nella zona lineare!

## OpAmp Rail-to-Rail

### OpAmp - Alimentazione Rail-to-Rail

#### OpAmp Rail-to-Rail:

$$V_{out} \in [V_{ALIM}^-, V_{ALIM}^+]$$

L'uscita può raggiungere (quasi) le tensioni di alimentazione.  
(in realtà: piccolo offset di 0.1-0.2V dalle rail)

#### Limiti su segnali sinusoidali:

Con  $V_{in} = A \sin(2\pi f_{int} t)$  e guadagno  $G_{id} = \frac{R_2}{R_1}$  (o altro):

- $V_{out} = G_{id} \cdot V_{in}$  (sinusoidale idealmente)
- Ma:  $V_{out}$  clippato se supera le alimentazioni!
- Ampiezza massima senza distorsione:

$$A_{max} = \frac{V_{ALIM}^+ - V_{ALIM}^-}{2 \cdot |G_{id}|}$$

#### △ Se supera: distorsione (clipping)!

La sinusoide viene "tagliata" ai limiti delle alimentazioni  $\Rightarrow$  forma d'onda distorta (non più sinusoidale).

#### Esempio:

$V_{ALIM}^+ = +5V, V_{ALIM}^- = 0V, G_{id} = -10$

$$A_{max} = \frac{5 - 0}{2 \cdot 10} = 0.25V = 250 \text{ mV}$$

Se  $A > 250 \text{ mV} \Rightarrow$  clipping!

## OpAmp Rail-to-Rail

### OpAmp - Alimentazione Rail-to-Rail

#### OpAmp Rail-to-Rail:

$$V_{out} \in [V_{ALIM}^-, V_{ALIM}^+]$$

L'uscita può raggiungere (quasi) le tensioni di alimentazione.  
(in realtà: piccolo offset di 0.1-0.2V dalle rail)

#### Limiti su segnali sinusoidali:

Con  $V_{in} = A \sin(2\pi f_{int} t)$  e guadagno  $G_{id} = \frac{R_2}{R_1}$  (o altro):

- $V_{out} = G_{id} \cdot V_{in}$  (sinusoidale idealmente)
- Ma:  $V_{out}$  clippato se supera le alimentazioni!
- Ampiezza massima senza distorsione:

$$A_{max} = \frac{V_{ALIM}^+ - V_{ALIM}^-}{2 \cdot |G_{id}|}$$

#### △ Se supera: distorsione (clipping)!

La sinusoide viene "tagliata" ai limiti delle alimentazioni  $\Rightarrow$  forma d'onda distorta (non più sinusoidale).

#### Esempio:

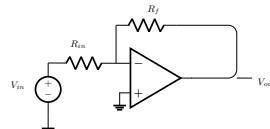
$V_{ALIM}^+ = +5V, V_{ALIM}^- = 0V, G_{id} = -10$

$$A_{max} = \frac{5 - 0}{2 \cdot 10} = 0.25V = 250 \text{ mV}$$

Se  $A > 250 \text{ mV} \Rightarrow$  clipping!

## OpAmp - Retroazione Negativa

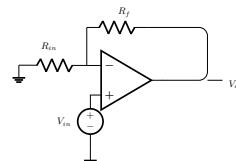
### Amplificatore Invertente:



$$V_{out} = -\frac{R_f}{R_i} V_{in}$$

Guadagno:  $A_v = -\frac{R_f}{R_i}$  (segno - = inversione)  
 $R_i$  = impedenza di ingresso (tra  $V_{in}$  e  $V^-$ )

### Amplificatore Non Invertente:



$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) V_{in}$$

Guadagno:  $A_v = 1 + \frac{R_f}{R_i}$  (sempre  $\geq 1$ )  
 $R_i$  = impedenza verso GND (tra  $V^-$  e massa)

### Buffer (Voltage Follower):

Caso speciale:  $R_f = 0, R_i \rightarrow \infty$  (aperto)

$$V_{out} = V_{in} \quad (A_v = 1)$$

Alta impedenza di ingresso, bassa impedenza di uscita.

#### ★ IPOTESI OpAmp IDEALE

- $V^+ = V^-$  (massa virtuale se  $V^+ = 0$ )
- $I^+ = I^- = 0$  (corrente negli ingressi nulla)
- Guadagno ad anello aperto  $A \rightarrow \infty$

#### △ ATTENZIONE: $R_i$ ha significato DIVERSO!

##### INVERTENTE:

$R_i = Z_{in}$  = impedenza di ingresso  
(tra  $V_{in}$  e  $V^-$ , NON c'è  $R$  verso GND)

##### NON INVERTENTE:

$R_i = Z_G$  = impedenza verso ground  
(tra  $V^-$  e massa,  $V_{in}$  entra direttamente su  $V^+$ )

$\Rightarrow$  Stessa formula  $\frac{R_f}{R_i}$ , ma  $R_i$  è diversa!

## OpAmp - Riconoscimento Rapido

$A_v = \text{Guadagno di tensione: } V_{out} = A_v \cdot V_{in}$

### ★ REGOLA D'ORO - Riconoscimento al volo

Dove entra il segnale  $V_{in}$ ?

Entra su $V^-$	Entra su $V^+$
INVERTENTE	NON INVERTENTE

$$A_v = -\frac{R_f}{R_i}$$

$$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_i}$$

#### Procedimento rapido:

##### 1. INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^-$ , $V^+$ a massa)

1.  $V^+ = 0$  (a massa)  $\Rightarrow V^- = 0$  (massa virtuale)

$$2. \text{ Corrente in } R_i: I = \frac{V_{in}-0}{R_i} = \frac{V_{in}}{R_i}$$

3. Stessa  $I$  passa in  $R_f$  (no corrente in OpAmp)

$$4. V_{out} = 0 - I \cdot R_f = -\frac{R_f}{R_i} V_{in}$$

##### 2. NON INVERTENTE ( $V_{in}$ su $V^+$ )

$$1. V^+ = V_{in} \Rightarrow V^- = V_{in}$$

2.  $V^-$  sta sul partitore  $R_1-R_f$ :

$$V^- = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_f} = V_{in}$$

$$3. \text{ Risolvo: } V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_1 + R_f}{R_1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) V_{in}$$

#### △ TRUCCO MNEMONICO

• **Invertente:** segnale entra sul "—"  $\Rightarrow$  guadagno con "-"

• **Non Inv.:** segnale entra sul "+"  $\Rightarrow$  guadagno  $\geq 1$  (positivo)

Formula universale (non inv.):  $A_v = 1 + \frac{R_{feedback}}{R_{GND}}$

#### Caso misto (sommatore):

Se ci sono più ingressi su  $V^-$  attraverso resistenze diverse:

$$V_{out} = -R_f \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots \right)$$

Ogni ingresso contribuisce con il proprio rapporto  $-\frac{R_f}{R_i}$

## OpAmp - Non idealità: Tensione di Offset

### Tensione di Offset ( $V_{OS}$ ):

Differenza di tensione necessaria tra  $V^+$  e  $V^-$  per avere  $V_{out} = 0$

### Condizioni di analisi:

- Siamo in **corrente continua** ⇒ condensatori aperti ( $\rightarrow \infty$ )
- L'OpAmp in analisi è **ideale**:  $V^+ = V^-$  (retroazione negativa)

### Metodo di calcolo:

1. Spegnere tutti i generatori d'ingresso
2. Aggiungere  $V_{OS}$  a **uno dei due morsetti** (scegliere verso arbitrario)
3. Calcolare il contributo all'uscita:

$$V_{out}|_{V_{OS}} = V_{OS} \cdot G_{ID}$$

dove  $G_{ID}$  è il guadagno ideale del circuito

### ★ IMPORTANTE

- Il verso di  $V_{OS}$  è **arbitrario** ⇒ l'effetto finale è  $\pm V_{OS} \cdot G_{ID}$
- $V_{OS}$  è un contributo **statistico** con limite superiore e inferiore
- Il contributo si somma algebricamente con gli altri errori (sovraposizione)

## OpAmp - Non idealità: Correnti di Bias

### Correnti di Bias ( $I_B^+$ e $I_B^-$ ):

Correnti che fluiscono negli ingressi dell'OpAmp reale

### Condizioni di analisi:

- Siamo in **corrente continua** ⇒ condensatori aperti ( $\rightarrow \infty$ )
- L'OpAmp in analisi è **ideale**:  $V^+ = V^-$  (retroazione negativa)

### Rappresentazione nel circuito:

I generatori di corrente  $I_B^+$  e  $I_B^-$  si collegano **esternamente ai nodi  $V^+$  e  $V^-$**

(collegamento esterno evita confusione durante sovrapposizione effetti)

- Le correnti possono essere:
  - **Entranti** nell'OpAmp (verso ↓)
  - **Uscenti** dall'OpAmp (verso ↑)

### Algoritmo di calcolo:

1. Spegnere tutti i generatori d'ingresso
2. Applicare **sovrapposizione degli effetti** tra  $I_B^+$  e  $I_B^-$
3. Calcolare i contributi separatamente:

$$V_{out}|_{I_B^+} \text{ e } V_{out}|_{I_B^-}$$

$$V_{out}|_{I_B} = V_{out}|_{I_B^+} + V_{out}|_{I_B^-}$$

### ★ NOTE CRUCIALI

- L'OpAmp resta ideale:  $V^+ = V^-$  e  $i^+ = i^- = 0$  **internamente**
- I generatori  $I_B$  sono **esterni** ai nodi, quindi non violano  $i^+ = i^- = 0$
- Collegando i generatori **esternamente**, posso applicare sovrapposizione senza ambiguità

## OpAmp - Non idealità: Correnti di Offset

### Correnti di Offset ( $I_{OS}$ ):

Contributo **statistico** alle correnti di bias (modellazione dell'incertezza)

### Condizioni di analisi:

- Siamo in **corrente continua** ⇒ condensatori aperti ( $\rightarrow \infty$ )
- L'OpAmp in analisi è **ideale**:  $V^+ = V^-$  (retroazione negativa)

### Rappresentazione nel circuito:

Ogni morsetto ha un contributo pari a  $\frac{I_{OS}}{2}$  con **versi opposti**:

- Su  $V^+$ :  $+\frac{I_{OS}}{2}$  (verso arbitrario)
- Su  $V^-$ :  $-\frac{I_{OS}}{2}$  (verso opposto)

I versi opposti modellano l'asimmetria tra i due ingressi

### Algoritmo di calcolo:

Come per le correnti di bias: sovrapposizione degli effetti

$$V_{out}|_{I_{OS}} = V_{out}|_{I_{OS}/2, V^+} + V_{out}|_{I_{OS}/2, V^-}$$

### ★ IMPORTANTE

- $I_{OS}$  è un **contributo statistico** ⇒ l'effetto ha limite sup. e inf.
- L'effetto finale è  $\pm$  (come  $V_{OS}$ )
- Si applica sovrapposizione come per  $I_B$  (stessa procedura)

## OpAmp - Non idealità: Slew Rate

### Slew Rate (SR):

Massima pendenza di uscita che l'OpAmp può raggiungere (derivata massima)

$$SR = \left. \frac{d}{dt} (V_{out, OpAmp}) \right|_{MAX}$$

Unità: V/ $\mu$ s oppure V/s

### Verifica per sinusoidi:

Per  $V_{out}(t) = V_{max} \sin(\omega t)$ :

$$\frac{dV_{out}}{dt} = V_{max}\omega \cos(\omega t)$$

Derivata massima:

$$\left| \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{max} = 2\pi f V_{max}$$

### Condizione per evitare distorsione:

$$2\pi f V_{max} \leq SR$$

### ★ NOTE IMPORTANTI

- Se non specificato, usare  $G_R$  (guadagno reale) invece di  $G_{ID}$
- Con più sinusoidi in uscita: se una domina in modulo e frequenza, approssimare  $V_{out}$  solo a quella
- SR è indipendente dal guadagno (caratteristica dell'OpAmp)

## OpAmp - Non idealità: Errore Statico di Guadagno

### Erore Statico di Guadagno:

Differenza tra uscita ideale e reale dovuta a  $G_{loop}$  finito

**Origine:** L'OpAmp reale ha  $\varepsilon \neq 0$  (segna d'errore non nullo)

### Formula errore:

$$\text{Errore} = V_{out, ideale} - V_{out, reale}$$

$$= V_{IN} (G_{ID} - G_{reale}) = V_{IN} \left( G_{ID} - \frac{G_{ID}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} \right)$$

$$\text{Errore} = V_{IN} \cdot \frac{G_{ID}}{1 - G_{loop}}$$

### Come trovare l'ERRORE MASSIMO:

Per massimizzare l'errore, osservare la formula:

$$\text{Errore}_{MAX} = V_{IN} \Big|_{MAX} \cdot \frac{G_{ID} \Big|_{MAX}}{1 - G_{loop} \Big|_{MIN}}$$

### Strategia:

1. **Massimizzare  $V_{IN}$**  (prendere il valore massimo)
2. **Massimizzare  $G_{ID}$**  (numeratore)
3. **Minimizzare  $G_{loop}$**  (denominatore)

dove  $G_{loop}(0)$  è il guadagno d'anello in **continua**

### ★ TRADE-OFF tra parametri:

Se un parametro **massimizza  $G_{ID}$**  ma **NON minimizza  $G_{loop}$** :  
 $\Rightarrow$  Calcola l'errore per **entrambi i casi** e prendi il **MASSIMO**  
 Esempio: se  $R_1$  alta  $\rightarrow G_{ID}$  alto ma  $G_{loop}$  alto (errore basso)  
     e  $R_1$  bassa  $\rightarrow G_{ID}$  basso ma  $G_{loop}$  basso (errore ?)  
 $\Rightarrow$  Calcola errore per entrambi i valori di  $R_1$  e scegli il peggiore!

### ★ NOTE

- Più grande è  $G_{loop}$ , più piccolo è l'errore
- Per ADC/DAC: errore accettabile se < 1 LSB
- Con più ingressi: applicare sovrapposizione degli effetti

## Risposta al Gradino - Sistema 1° Ordine

### Sistema del primo ordine:

$$T(s) = \frac{K}{1 + s\tau}$$

Dove:

- $K$  = costante (guadagno statico)
- $\tau$  = costante di tempo (coefficiente di  $s$ )
- Polo in  $\omega_p = \frac{1}{\tau}$

### Risposta al gradino di ampiezza $X_0$ :

L'uscita ha andamento **esponenziale**:

$$y(t) = K \cdot X_0 \cdot \left( 1 - e^{-t/\tau} \right)$$

Valore asintotico (per  $t \rightarrow \infty$ ):

$$y_\infty = K \cdot X_0$$

Dove  $X_0$  può essere una tensione o una corrente.

### △ ATTENZIONE al segno di $K$ :

- Se  $K > 0$ : esponenziale **crescente** (parte da 0, sale verso  $K \cdot X_0$ )
- Se  $K < 0$ : esponenziale **decrescente** (parte da 0, scende verso  $K \cdot X_0$ )

### Parametri chiave:

- $\tau$  = costante di tempo (si legge direttamente dal denominatore come coefficiente di  $s$ )
- Dopo  $t = 5\tau$  l'uscita raggiunge  $\approx 99\%$  del valore finale

### Caso con due poli (raro in questo corso):

$$T(s) = \frac{K}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

Se i due poli sono **ben separati** (uno molto più lento dell'altro), la dinamica è dominata dal **polo a frequenza minore** (quello con  $\tau$  maggiore).

In questo caso si può approssimare il sistema come se avesse un solo polo dominante.

## OpAmp - Analisi Dinamica

### OpAmp - Analisi Dinamica con Condensatore

Quando un circuito OpAmp include condensatori, il comportamento dinamico introduce poli/zeri.

#### Procedimento generale:

1. Calcolare  $Z_{eq}$  (impedenza equivalente nel dominio  $s$ )
2. Calcolare  $G_{ID}(s)$  (guadagno ideale in frequenza)
3. Identificare poli e zeri dalla forma di  $G_{ID}(s)$
4. Determinare il tipo di filtro (passa-alto, passa-basso, passa-banda)

#### Esempio - Filtro Passa-Alto:

Circuito con  $R_1, C_1$  in serie all'ingresso:

$$Z_{eq} = R_1 + \frac{1}{sC_1} = \frac{1 + sC_1R_1}{sC_1}$$

Guadagno ideale (es. con  $R_f$  in retroazione):

$$G_{ID}(s) = -\frac{R_f}{Z_{eq}} = -\frac{sC_1R_f}{1 + sC_1R_1}$$

- Zero nell'origine:  $s$  al numeratore

- Polo:  $\omega_p = \frac{1}{C_1R_1} \Rightarrow f_p = \frac{1}{2\pi C_1R_1}$

#### Interpretazione:

- Zero nell'origine  $\Rightarrow$  **Filtro passa-alto**
- Il polo  $f_p$  determina la frequenza di taglio
- Per far passare tutto il segnale: porre  $f_p$  sotto la freq. minima del segnale

#### ★ IMPORTANTE

- In continua ( $s = 0$ ): condensatori aperti, calcola  $G_{ID}(0)$
- In dinamica: usa Laplace e analizza poli/zeri
- Il condensatore introduce memoria  $\Rightarrow$  risposta transitoria

## OpAmp Non Compensato - Stabilità

### OpAmp Non Compensato - 2 Poli

Un OpAmp **non compensato** ha una funzione di trasferimento con due poli:

#### ★ Funzione di trasferimento:

$$A(s) = \frac{A_0}{(1 + s/\omega_1)(1 + s/\omega_2)}$$

dove:

- $\omega_1$  = primo polo (dominante, frequenza bassa)
- $\omega_2$  = secondo polo (frequenza alta)
- $A_0$  = guadagno DC

#### △ PROBLEMA nel BUFFER:

Un OpAmp a **2 poli** usato in configurazione buffer (guadagno = 1) **NON garantisce stabilità!**

- Margine di fase può essere **insufficiente**
- Rischio di **oscillazioni**

Il sistema può oscillare perché il loop gain attraversa 0 dB con pendenza -40 dB/dec (dovuto ai 2 poli).

#### ★ BUFFER con OpAmp a SINGOLO POLO:

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_1}$$

$\Rightarrow$  **SEMPRE STABILE** in configurazione buffer!

- Margine di fase =  $90^\circ$  (pendenza -20 dB/dec)
- Nessun rischio di oscillazioni
- Utilizzabile direttamente senza preoccupazioni

#### Trade-off con retroazione:

Per OpAmp non compensato con retroazione negativa:

- Aumentando  $\frac{R_1+R_2}{R_1}$  (cioè il guadagno) si aumenta  $f_T$
- Ma si **riduce** il margine di stabilità
- Massima stabilità quando  $f_T = f_1$  (frequenza primo polo)

*Grafico Bode: mostrare intersezione loop gain con 0 dB e margine di fase*

## Integratore OpAmp - Ideale

### Integratore con OpAmp - Ideale

#### Schema circuitale:

- Resistenza  $R$  tra  $V_{in}$  e ingresso invertente (-)
- Condensatore  $C$  tra uscita e ingresso invertente (retroazione)
- Ingresso non invertente (+) a GND

#### ★ EQUAZIONE DIFFERENZIALE:

$$\frac{dV_{out}}{dt} = -\frac{1}{RC} \cdot V_{in}(t)$$

Soluzione (integrale):

$$V_{out}(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_{in}(\tau) d\tau + V_{out}(0)$$

#### Funzione di trasferimento (dominio $s$ ):

$$G_{id}(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{1}{sRC}$$

- Filtro **passa-basso** del primo ordine
- Guadagno aumenta a basse frequenze ( $\propto 1/f$ )
- Sfasamento:  $-90^\circ$  (+ inversione da segno -)

#### Esempio - Ingresso a gradino:

- $V_{in} = V_0 \cdot u(t)$  (costante)
- $V_{out}(t) = -\frac{V_0}{RC} \cdot t$  (**rampa lineare!**)

#### Esempio - Ingresso sinusoidale:

- $V_{in} = A \sin(\omega t)$
- $V_{out} = \frac{A}{\omega RC} \cos(\omega t)$  (sfasato  $90^\circ$ , invertito)

## Integratore Reale - Problema $I_B$

### Integratore REALE - Problema $I_B$

#### △ PROBLEMA con OpAmp REALE:

La corrente di bias  $I_B$  carica il condensatore anche con  $V_{in} = 0!$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{I_B}{C}$$

$\Rightarrow V_{out}$  aumenta linearmente fino alla **saturazione** ( $V_{sat}$ )

$\Rightarrow$  L'integratore si **satura** anche senza ingresso!

In pratica:  $V_C(t) = \frac{I_B}{C} \cdot t + V_0 \rightarrow V_{alim}$

#### ★ SOLUZIONE: Resistenza $R_2$ in parallelo a $C$

Aggiungere  $R_2$  in parallelo al condensatore:

- Permette **scarica DC** del condensatore
- Elimina deriva dovuta a  $I_B$
- Mantiene comportamento integratore per AC

#### Scelta di $R_2$ :

- $R_2$  abbastanza **grande**: non degrada troppo l'integrazione
- $R_2$  abbastanza **piccola**: previene saturazione

Tipicamente:  $R_2 \approx 10 \cdot R$  oppure  $R_2 > \frac{V_{sat}}{I_B}$

#### Funzione di trasferimento modificata:

$$G(s) = -\frac{R_2/R}{1+sR_2C}$$

- A **bassa frequenza**: integratore perfetto
- A **DC** ( $s = 0$ ): guadagno finito  $-R_2/R$  (no saturazione!)
- Polo a  $f_p = \frac{1}{2\pi R_2 C}$

## DAC R-2R (Resistor Ladder)

### DAC (Digital-to-Analog Converter)

Converte un segnale digitale ( $N$  bit) in un segnale analogico (tensione o corrente proporzionale).

### DAC R-2R (Resistor Ladder)

Rete a scala con sole resistenze di valore  $R$  e  $2R$ .

#### Principio: Biforazione delle Correnti

Ad ogni nodo la corrente si divide esattamente a metà:

- Metà scende verso il ramo  $2R$  (deviatore  $S_i$ )
- Metà prosegue orizzontalmente verso il nodo successivo

#### Perché si divide a metà?

Ad ogni nodo, la  $R_{eq}$  vista "a destra" vale  $2R$  (proprietà della rete R-2R), quindi le due vie hanno stessa resistenza  $\Rightarrow$  stessa corrente!

- $n$  biforazioni:  $I \rightarrow \frac{I}{2^n}$

#### Se una resistenza cambia (es. $2R \rightarrow R'$ ):

La configurazione R-2R si rompe!

- La  $R_{eq}$  vista dal nodo modificato verso destra non è più  $2R$

- La corrente non si divide più a metà

- Devi ricalcolare con partitore di corrente:

$$I_{ramo} = I_{tot} \cdot \frac{R_{altro}}{R_{ramo} + R_{altro}}$$

#### ★ CASO SEMPLICE: cambio NON sul bit meno significativo

Se la resistenza modificata non è quella di  $S_0$  (LSB):

$\Rightarrow$  Il cambio influenza solo sulla corrente di quel ramo!

$\Rightarrow$  Le correnti degli altri bit restano invariate

#### Calcolo $V_{out}$ :

$$V_{out} = V_{out,ideale} + \Delta V \cdot S_i$$

dove  $\Delta V$  = errore dovuto al cambio di  $R$ ,  $S_i$  = bit modificato

#### ★ L'errore c'è SOLO se $S_i = 1$ !

$\triangle$  Se cambia la R di  $S_0$  (LSB): tutte le correnti cambiano!

#### ★ TRUCCO: Rinomina la corrente!

Per evitare frazioni, chiama la corrente in uscita (quella che va verso  $V$  con  $R$ ) con un multiplo di  $2^n$ :

#### Esempio con 3 biforazioni:

Invece di  $I_{out} = \frac{I}{8}$ , chiama  $I_{out} = 8I$

$\Rightarrow$  Le correnti ai nodi saranno  $8I, 4I, 2I, I$  (numeri interi!)

#### Procedimento di calcolo:

1. Calcola la resistenza equivalente vista dal generatore  $V$

2. Se c'è una  $R$  in serie sotto, sommala a  $R_{eq}$

3. Calcola  $I = \frac{V}{R_{tot}}$

4. Segui le biforazioni per trovare  $I_{out}$

## DAC R-2R - Deviatori e $V_{out}$

### Deviatori (Switch):

- $S_i = 1 \Rightarrow$  deviatore **CHIUSO** (corrente passa)
- $S_i = 0 \Rightarrow$  deviatore **APERTO** (corrente non passa)

Tutti aperti ( $S_0 = S_1 = S_2 = 0$ ):

$R_{eq} = \infty \Rightarrow$  utile per calcolo errore con  $V_{offset}$

### Formula $V_{out}$ (DAC R-2R a 3 bit):

$$V_{out} = -I_F \cdot R_F$$

dove  $I_F$  = corrente di feedback:

$$I_F = I \cdot S_0 + 2I \cdot S_1 + 4I \cdot S_2$$

Quindi:

$$V_{out} = -I \cdot R_F \cdot (S_0 + 2S_1 + 4S_2)$$

I "+" funzionano come OR: solo i bit a 1 contribuiscono!

## DAC - FSR e LSB

### FSR e LSB (DAC a N bit):

#### LSB (Least Significant Bit):

Tensione corrispondente al bit meno significativo:

$$\text{LSB} = V_{out}(000\dots1) = I \cdot R_F$$

#### FSR (Full Scale Range):

Escursione massima dell'uscita:

$$\text{FSR} = V_{out,max} - V_{out,min}$$

Con  $V_{out,min} = 0$  (tutti i bit a 0):

$$\text{FSR} = V_{out}(111\dots1) = \text{LSB} \cdot 2^N$$

#### Relazione LSB-FSR:

$$\text{LSB} = \frac{\text{FSR}}{2^N}$$

**Nota:** Più bit  $N \Rightarrow$  LSB più piccolo  $\Rightarrow$  risoluzione migliore

## DAC - DNL (1/2)

### DNL (Differential Non-Linearity)

Misura lo scostamento tra il gradino reale e quello ideale nella caratteristica  $V_{out}$  vs  $S_{in}$ .

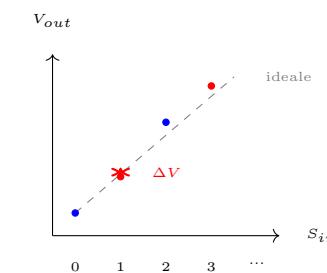
#### DNL Assoluta (in Volt):

$$\text{DNL}_{ABS}(i) = V_{out}(i) - V_{out}(i-1) - \text{LSB}$$

#### DNL Relativa (in LSB):

$$\text{DNL}_{REL}(i) = \frac{\text{DNL}_{ABS}(i)}{\text{LSB}}$$

#### Caratteristica $V_{out}$ vs $S_{in}$ (word):



## DAC - DNL (2/2)

### Calcolo pratico:

Se l'errore è su un **pattern** (es. tutti i dispari):

1. Calcola  $V_{out}$  per **un solo caso** (es. word = 1)
2. Trova  $DNL_{ABS} = V_{out,reale}(1) - V_{out,ideale}(1)$
3. Dividi per LSB  $\Rightarrow DNL_{REL}$

**Nota:** La word 0 non si calcola (nessun gradino precedente)

### △ ATTENZIONE ai gradini di “ritorno”:

Se da 0→1 ho un gradino di  $-\Delta V$  (es. -100 mV):

- $V_{out}(1)$  è **sotto** la retta ideale

Quando passo da 1→2 (e 2 è **corretto**):

- Devo “recuperare” il  $\Delta V$  perso!
- Il gradino 1→2 sarà di  $+\Delta V$  rispetto all’ideale

$\Rightarrow$  **DNL alternata**:  $-\Delta V, +\Delta V, -\Delta V, \dots$

### Interpretazione DNL:

- $DNL_{REL} = 0 \Rightarrow$  gradino perfetto
- $DNL_{REL} > 0 \Rightarrow$  gradino più grande
- $DNL_{REL} < 0 \Rightarrow$  gradino più piccolo
- $DNL_{REL} = -1 \Rightarrow$  **missing code**

## DAC - Dinamica Transizioni (OpAmp reale)

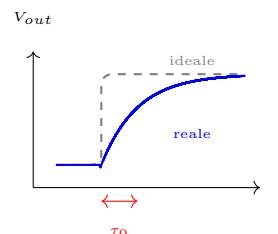
### Dinamica delle Transizioni (OpAmp reale)

**Caso ideale:** transizione istantanea (gradino perfetto)

**Caso reale:** OpAmp con guadagno finito e polo

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

$\Rightarrow$  La transizione è un **esponenziale** con  $\tau = \tau_0$



**Transizione** (es. da 000 a 100):

$$V_{out}(t) = V_{finale} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau_0}\right)$$

dove  $\tau_0$  = costante di tempo del polo dell’OpAmp

**Nota:**  $\tau_0$  limita la **velocità** del DAC (settling time)

### △ Configurazione influenza $G_{loop}$ :

Al cambiare della **word** (configurazione deviatori), cambia la  $R_{eq}$  vista dall’OpAmp.

$\Rightarrow$  Cambia il **guadagno d’anello**  $G_{loop}$

$\Rightarrow$  Cambia il **guadagno reale**  $G_{reale}$

$\Rightarrow$  Cambiano i **tempi di propagazione**!

**Conseguenza:** Il settling time dipende dalla word

## DAC a Correnti Pesate

### DAC a Correnti Pesate

Ogni bit controlla un **generatore di corrente** con peso binario. Le correnti vengono sommate e convertite in tensione.

#### Principio di funzionamento:

Ogni bit  $S_i$  attiva un generatore di corrente  $I_i$ :

$$I_i = 2^i \cdot I_{LSB}$$

dove  $I_{LSB}$  = corrente del bit meno significativo.

#### Corrente totale:

$$I_{tot} = I_{LSB} \cdot (S_0 \cdot 2^0 + S_1 \cdot 2^1 + \cdots + S_{N-1} \cdot 2^{N-1})$$

Semplificando:

$$I_{tot} = I_{LSB} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} S_i \cdot 2^i$$

#### Formula $V_{out}$ :

Con OpAmp in configurazione transimpedenza:

$$V_{out} = -I_{tot} \cdot R_F$$

$$V_{out} = -I_{LSB} \cdot R_F \cdot (S_0 + 2S_1 + 4S_2 + \cdots)$$

#### ★ ATTENZIONE al VERSO della corrente!

Il segno di  $V_{out}$  dipende dal **verso** della corrente:

- Corrente **entrante** nel nodo  $V^-$  (verso il basso):

$$V_{out} = +R_F \cdot I_{in}$$

- Corrente **uscente** dal nodo  $V^-$  (verso l'alto):

$$V_{out} = -R_F \cdot I_{in}$$

**Regola:** Guarda il verso della freccia della corrente nel circuito!

## DAC Correnti Pesate - Deviatori

### Deviatori (Switch):

- $S_i = 1 \Rightarrow$  corrente  $I_i$  va verso il **sommatore**
- $S_i = 0 \Rightarrow$  corrente  $I_i$  va verso **massa**

**Nota:** Le correnti scorrono **sempre**, cambiano solo direzione!

△ **Se una corrente cambia** (es.  $I_2 \rightarrow I'_2$ ):

- Solo il contributo di quel bit cambia
- Gli altri bit **non sono influenzati**

**Errore:**  $\Delta V = (I'_2 - I_2) \cdot R_F \cdot S_2$

★ L'errore c'è **SOLO** se  $S_i = 1$ !

#### FSR e LSB:

$$\text{LSB} = I_{LSB} \cdot R_F$$

$$\text{FSR} = \text{LSB} \cdot 2^N$$

## DAC Correnti Pesate - DNL

### DNL nel DAC a Correnti Pesate

#### DNL Assoluta (in Volt):

$$\text{DNL}_{ABS}(i) = V_{out}(i) - V_{out}(i-1) - \text{LSB}$$

#### DNL Relativa (in LSB):

$$\text{DNL}_{REL}(i) = \frac{\text{DNL}_{ABS}(i)}{\text{LSB}}$$

#### Calcolo pratico:

Se una corrente  $I_k$  è errata:

- L'errore appare su tutte le word con  $S_k = 1$
- Basta calcolare  $V_{out}$  per **una** word con  $S_k = 1$

**Nota:** La word 0 **non si calcola**

#### △ Gradini di “ritorno”:

Stesso principio del DAC R-2R:

Se 0→1 ha DNL =  $-\Delta V$ , allora 1→2 (se corretto) ha DNL =  $+\Delta V$

⇒ **DNL alternata** sui pattern affetti

## DAC Correnti Pesate - Dinamica

### Dinamica delle Transizioni

**Caso ideale:** transizione istantanea

**Caso reale:** OpAmp con guadagno finito e polo

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

⇒ Transizione esponenziale con  $\tau = \tau_0$

#### Transizione:

$$V_{out}(t) = V_{finale} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau_0}\right)$$

△ **Configurazione influenza  $G_{loop}$ :**

Al cambiare della **word**, cambia l'impedenza vista dall'OpAmp.

⇒ Cambia  $G_{loop}$  ⇒ Cambia  $G_{reale}$

⇒ Cambiano i **tempi di propagazione**!

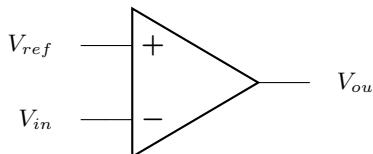
**Conseguenza:** Settling time **dipende dalla word**

## Comparatore a Singola Soglia

### Comparatore a Singola Soglia

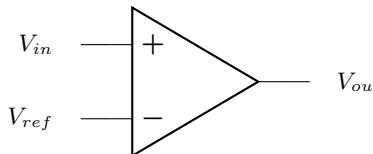
Confronta  $V_{in}$  con una tensione di riferimento  $V_{ref}$  (soglia unica).

**INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^-$ ,  $V_{ref}$  su  $V^+$ ):



$$V_{out} = \begin{cases} +V_{sat} & \text{se } V_{in} < V_{ref} \\ -V_{sat} & \text{se } V_{in} > V_{ref} \end{cases}$$

**NON INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^+$ ,  $V_{ref}$  su  $V^-$ ):



$$V_{out} = \begin{cases} +V_{sat} & \text{se } V_{in} > V_{ref} \\ -V_{sat} & \text{se } V_{in} < V_{ref} \end{cases}$$

**Soglia unica:**  $V_{TH} = V_{ref}$

**△ PROBLEMA: Rumore!**

Se  $V_{in} \approx V_{ref}$ , piccole oscillazioni causano **commutazioni multiple** indesiderate.

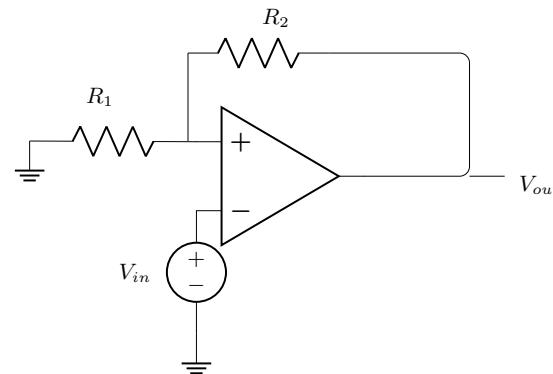
⇒ Soluzione: **Comparatore a doppia soglia (isteresi)**

## Comparatore a Doppia Soglia (Isteresi)

### Comparatore a Doppia Soglia (Trigger di Schmitt)

Usa **retroazione positiva** per creare due soglie diverse: elimina il problema del rumore.

**INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^-$ ):



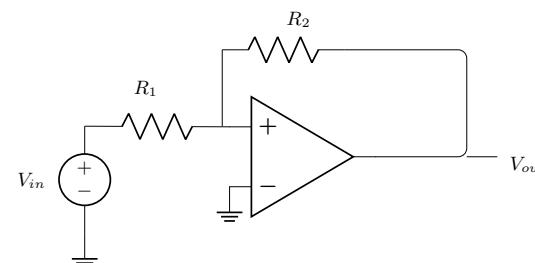
**Soglie di commutazione:**

$$V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Isteresi:**  $\Delta V = V_{TH} - V_{TL} = 2V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

**NON INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^+$ ):



**Soglie:**

$$V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

*Nota: segni invertiti rispetto al caso invertente*

## Trigger di Schmitt - Regole Fondamentali

### Trigger di Schmitt - Regole Fondamentali

△ **DIFFERENZA FONDAMENTALE**

- Retroazione NEGATIVA ( $R_f$  su  $V^-$ ): sistema stabile
- Retroazione POSITIVA ( $R$  su  $V^+$ ): sistema bistabile

★ **Con retroazione POSITIVA:** l'uscita si comporta come un generatore indipendente con valore  $V_{out} = \pm V_{sat}$

★ **REGOLA D'ORO - Riconoscimento:**

- $V_{out}$  rientra su  $V^+$  ⇒ Trigger di Schmitt **NON INVERTENTE**
- $V_{out}$  rientra su  $V^-$  ⇒ Trigger di Schmitt **INVERTENTE**

△ **ATTENZIONE:** In entrambi i casi **NON applicare** le regole della retroazione negativa ( $V^+ = V^-$ ,  $I^+ = I^- = 0$ )!  
⇒ Usare analisi con  $V_{out} = \pm V_{sat}$

**OpAmp “Rail-to-Rail”:**

L'uscita può raggiungere **esattamente** le tensioni di alimentazione:

$$V_{sat}^+ = +V_{DD} \quad V_{sat}^- = -V_{SS} \quad (\text{o } 0V \text{ se singola alim.})$$

**OpAmp standard:**  $V_{sat} \approx V_{alim} - 1V \div 2V$

⇒ Nei trigger, se “rail-to-rail”: usare  $\pm V_{DD}$  nelle formule soglie

## Trigger di Schmitt - Tabella Comparativa

Trigger di Schmitt - Regola Base

★ REGOLA UNIVERSALE (vale SEMPRE):

Condizione	Uscita
$V^+ > V^-$	$V_{out} = +V_{sat}$ (HIGH)
$V^+ < V^-$	$V_{out} = -V_{sat}$ (LOW)

⇒ Questa regola vale per qualsiasi OpAmp!

★ TABELLA COMPARATIVA INV vs NON INV:

Tipo	$V_{in} \uparrow$	$V_{in} \downarrow$
INV	$V_{out} \rightarrow -V_{sat}$	$V_{out} \rightarrow +V_{sat}$
NON INV	$V_{out} \rightarrow +V_{sat}$	$V_{out} \rightarrow -V_{sat}$

Perché?

• **INV:**  $V_{in}$  entra su  $V^-$ , quindi  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V^- \uparrow \Rightarrow V^- > V^+$   
 $\Rightarrow$  LOW

• **NON INV:**  $V_{in}$  entra su  $V^+$ , quindi  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V^+ \uparrow \Rightarrow V^+ > V^- \Rightarrow$  HIGH

△ SCHEMA MENTALE:

1. Guarda dove entra  $V_{in}$  ( $V^+$  o  $V^-$ ?)
2. Se  $V_{in}$  sale, quel terminale sale
3. Applica regola:  $V^+ > V^- \Rightarrow$  HIGH,  $V^+ < V^- \Rightarrow$  LOW  
 $\Rightarrow$  L'uscita "segue" chi vince tra  $V^+$  e  $V^-$ !

## Comparatore - Rumore vs Isteresi

Comparatore Semplice vs con Isteresi

△ PROBLEMA - Comparatore a soglia singola:

Quando  $V_{in} \approx V_{soglia}$  e c'è rumore:

- L'uscita commuta multiple volte (chatter)
- Transizioni spurie e instabilità
- Impossibile contare correttamente gli attraversamenti

Grafico:  $V_{in}$  con rumore che oscilla attorno alla soglia

Se  $V_{in}$  = segnale reale + rumore, ogni piccola variazione causa commutazione!

★ SOLUZIONE - Isteresi (Trigger di Schmitt):

Due soglie diverse:  $V_{LH}$  (basso→alto) e  $V_{HL}$  (alto→basso)

$$\text{Banda morta} = |V_{HL} - V_{LH}|$$

- Previene transizioni spurie
  - Immunità al rumore
  - Il rumore deve superare **ENTRAMBE** le soglie per causare commutazione
- ⇒ Il sistema è **stabile** anche in presenza di rumore fino a  $\Delta V < |V_{HL} - V_{LH}|$

Dimensionamento banda morta:

- Banda morta **troppo stretta**: rumore può ancora causare problemi
- Banda morta **troppo larga**: perdita di precisione nella soglia

Regola pratica: Banda morta  $\approx 2-3 \times$  ampiezza rumore attesa

## Trigger di Schmitt - Funzionamento

Come Funziona il Trigger di Schmitt

**INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^-$ , feedback su  $V^+$ )

Idea: L'ingresso "combatte" contro la retroazione positiva.

- $V_{in}$  basso  $\Rightarrow V^- < V^+ \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$   
La retroazione porta  $V^+ = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2} = V_{TH}$
- $V_{in}$  sale e supera  $V_{TH} \Rightarrow V^- > V^+ \Rightarrow$  COMMUTA!  
 $V_{out} = -V_{sat} \Rightarrow$  ora  $V^+ = V_{TL}$  (soglia si abbassa!)
- $V_{in}$  scende sotto  $V_{TL} \Rightarrow V^- < V^+ \Rightarrow$  COMMUTA!

Comportamento:  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V_{out} \downarrow$  (invertente!)

**NON INVERTENTE** ( $V_{in}$  e feedback entrambi su  $V^+$ )

Idea: Ingresso e retroazione si "sommano" su  $V^+$ .

- $V_{in}$  basso  $\Rightarrow V^+$  basso  $\Rightarrow V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$   
Retroazione "tira giù" ancora di più  $V^+$
- $V_{in}$  sale abbastanza da vincere retroazione negativa:  
 $V^+ > V^- \Rightarrow$  COMMUTA!  $V_{out} = +V_{sat}$   
Ora retroazione "aiuta" a tenere  $V^+$  alto
- $V_{in}$  deve **scendere molto** per ricommutare

Comportamento:  $V_{in} \uparrow \Rightarrow V_{out} \uparrow$  (non invertente!)

Perché c'è isteresi?

La retroazione positiva sposta la soglia dopo ogni commutazione!

- Dopo  $V_{out} = +V_{sat}$ : soglia diventa  $V_{TH}$  (alta)
  - Dopo  $V_{out} = -V_{sat}$ : soglia diventa  $V_{TL}$  (bassa)
- ⇒ Servono **variazioni più grandi** di  $V_{in}$  per commutare ⇒ **immunità al rumore**

## Trigger di Schmitt - Caratteristica

Disegno Caratteristica  $V_{out}$  vs  $V_{in}$

### ★ REGOLE FONDAMENTALI:

1.  $V_{in} < V_{TL}$  E  $V_{in} < V_{TH}$  (sotto entrambe):  
⇒  $V_{out}$  è **determinata** (HIGH o LOW)
2.  $V_{in} > V_{TL}$  E  $V_{in} > V_{TH}$  (sopra entrambe):  
⇒  $V_{out}$  è **determinata** (opposta al caso 1)
3.  $V_{TL} < V_{in} < V_{TH}$  (fra le due soglie):  
⇒  $V_{out}$  mantiene il valore precedente

### Regola pratica:

"Per commutare devo attraversare la soglia più lontana"

⇒ Da HIGH: devo scendere sotto  $V_{TL}$

⇒ Da LOW: devo salire sopra  $V_{TH}$

### Esempio con ingresso triangolare:

1. Partenza:  $V_{in}$  molto basso ⇒  $V_{out}$  determinata
2.  $V_{in}$  sale, supera  $V_{TL}$ : nessuna commutazione
3.  $V_{in}$  supera  $V_{TH}$ : COMMUTA!
4.  $V_{in}$  scende, rientra sotto  $V_{TH}$ : nessuna commutazione
5.  $V_{in}$  scende sotto  $V_{TL}$ : COMMUTA!

### ★ METODO DI ANALISI TRIGGER:

1. Riconoscere che è retroazione positiva:  
 $V_{out}$  torna su  $V^+$ ? ⇒ È un **Trigger di Schmitt**!
2. Calcolare  $V^+$  e  $V^-$  in funzione di  $V_{in}$  e  $V_{out}$   
(usare partitore/sovraposizione)
3. Trovare le soglie: valori di  $V_{in}$  per cui  $V^+ = V^-$   
⇒ Con  $V_{out} = +V_{sat}$ : trovo  $V_{TH}$   
⇒ Con  $V_{out} = -V_{sat}$ : trovo  $V_{TL}$

### Calcolo $V^+$ con sovrapposizione:

Trigger NON INV ( $V^-$  a massa):

$V^-$  non influisce su  $V_{out}$  (contributo = 0)

⇒ Calcolare solo contributo di  $V_{in}$  e  $V_{out}$  su  $V^+$

## Trigger di Schmitt - Calcolo Soglie

### Calcolo Dettagliato delle Soglie

**INVERTENTE** ( $V_{in}$  su  $V^-$ ,  $R_1-R_2$  su  $V^+$ )

**Passo 1:**  $V^- = V_{in}$  (collegamento diretto)

**Passo 2:**  $V^+ =$  partitore tra  $V_{out}$  e massa:

$$V^+ = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Passo 3:** Soglia quando  $V^+ = V^-$ :

$$V_{in} = V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Passo 4:** Sostituisco  $V_{out} = \pm V_{sat}$ :

⇒  $V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$  (quando  $V_{out}$  è HIGH)

⇒  $V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$  (quando  $V_{out}$  è LOW)

**NON INVERTENTE** ( $V_{in}$  e  $V_{out}$  entrambi su  $V^+$ )

**Passo 1:**  $V^- = 0$  (a massa)

**Passo 2:**  $V^+$  con sovrapposizione:

$$V^+ = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

**Passo 3:** Soglia quando  $V^+ = V^- = 0$ :

$$V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0$$

$$V_{in} = -V_{out} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

**Passo 4:** Sostituisco  $V_{out} = \pm V_{sat}$ :

⇒  $V_{TH} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_2}$  (quando  $V_{out}$  è LOW, per salire)

⇒  $V_{TL} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_2}$  (quando  $V_{out}$  è HIGH, per scendere)

Nota: nel non invertente  $V_{TL} > V_{TH}$  (soglie "invertite")

△ ATTENZIONE -  $V_{ref}$  generale:

Le soglie vanno **sempre calcolate in funzione di  $V_{ref}$** !

Se  $V^-$  non è a massa ma a  $V_{ref}$ :

$$V^+ = V^- = V_{ref} \Rightarrow \text{soglie traslate di } V_{ref}$$

**Con correnti di bias  $I_B$ :** se presenti, possono modificare le tensioni sui nodi ⇒ **ricalcolare le soglie** tenendo conto della caduta  $I_B \cdot R$

## Trigger di Schmitt - Metodo Calcolo Soglie

### ★ METODO per Calcolare le Soglie

#### STEP 1: Identificare il tipo

- $V_{in}$  entra su  $V^-$  ⇒ **INVERTENTE**
- $V_{in}$  entra su  $V^+$  ⇒ **NON INVERTENTE**

#### STEP 2: Scrivere le equazioni dei nodi

Per ogni ingresso ( $V^+$  e  $V^-$ ), scrivi la tensione:

- Se collegato diretto:  $V = V_{sorgente}$
- Se partitore resistivo: usa sovrapposizione

**Sovrapposizione** (nodo con più sorgenti):

$$V_{nodo} = \sum_i V_i \cdot \frac{R_{eq,i}}{R_{tot}}$$

dove  $R_{eq,i}$  = parallelo di tutte le R tranne quella verso  $V_i$

#### STEP 3: Imporre la condizione di commutazione

La commutazione avviene quando:

$$V^+ = V^-$$

Sostituisci le equazioni dello Step 2 e risovi per  $V_{in}$

#### STEP 4: Calcolare $V_{TH}$ e $V_{TL}$

Nell'equazione  $V^+ = V^-$  compare  $V_{out}$ :

- Metti  $V_{out} = +V_{sat}$  ⇒ ottieni una soglia
- Metti  $V_{out} = -V_{sat}$  ⇒ ottieni l'altra soglia

Quale è  $V_{TH}$  e quale  $V_{TL}$ ?

$V_{TH}$  = soglia da superare **salendo**

$V_{TL}$  = soglia da superare **scendendo**

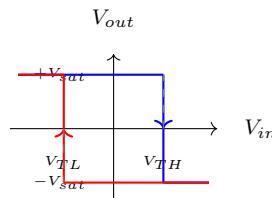
#### △ VERIFICA FINALE:

- **INV:**  $V_{TH} > V_{TL}$  (soglie "normali")
- **NON INV:**  $V_{TL} > V_{TH}$  (soglie "invertite" nel nome!)
- Isteresi:  $\Delta V = |V_{TH} - V_{TL}|$

## Trigger di Schmitt - Grafici Isteresi

### Grafici Caratteristica e Isteresi

**INVERTENTE:** (ciclo percorso in senso **antiorario**)



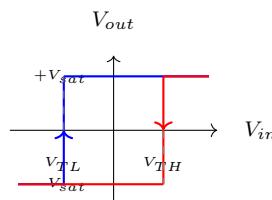
→ Blu:  $V_{in}$  sale ⇒ a  $V_{TH}$  commuta da HIGH a LOW

← Rosso:  $V_{in}$  scende ⇒ a  $V_{TL}$  commuta da LOW a HIGH

#### ★ Come DISEGNARE (INV):

1. Disegno linea **ROSSA** da **SOPRA** a **SOTTO** (partendo da  $+V_{sat}$ )
2. Completo con isteresi alla sua **DESTRA**

**NON INVERTENTE:** (ciclo percorso in senso **orario**)



→ Blu:  $V_{in}$  sale ⇒ a  $V_{TH}$  commuta da LOW a HIGH

← Rosso:  $V_{in}$  scende ⇒ a  $V_{TL}$  commuta da HIGH a LOW

#### ★ Come DISEGNARE (NON INV):

1. Disegno linea **BLU** da **BASSO** ad **ALTO** (partendo da  $-V_{sat}$ )
2. Completo con isteresi alla sua **DESTRA**

## Trigger di Schmitt - Regole Isteresi

Cos'è l'**ISTERESI**?

È la "memoria" del sistema: l'uscita dipende non solo dal valore attuale di  $V_{in}$ , ma anche dalla **storia passata**.

**Graficamente:** è il "rettangolo" tra le due soglie. L'uscita può essere HIGH o LOW nella zona  $V_{TL} < V_{in} < V_{TH} \Rightarrow$  dipende da **dove arrivo**.

Ampiezza isteresi:  $\Delta V = V_{TH} - V_{TL}$

A cosa serve: il rumore deve superare  $\Delta V$  per causare commutazioni spurie ⇒ **immunità al rumore!**

★ REGOLA MNEMONICA per disegnare:

1. Guarda dove entra  $V_{in}$ :

- Entra su  $V^- \Rightarrow$  **INVERTENTE**
- Entra su  $V^+ \Rightarrow$  **NON INVERTENTE**

2. Disegna la **PRIMA** transizione verticale:

- **INV:** parto da **SOPRA** ( $+V_{sat}$ ), scendo ↓ ("MENO inverte" ⇒ parto dal **PIÙ**)
- **NON INV:** parto da **SOTTO** ( $-V_{sat}$ ), salgo ↑ ("PIÙ non inverte" ⇒ parto dal **MENO**)

3. La transizione avviene alla soglia **PIÙ LONTANA**:

- Se parto da **SOPRA** ⇒ attraverso  $V_{TH}$  (soglia a destra)
- Se parto da **SOTTO** ⇒ attraverso  $V_{TL}$  (soglia a sinistra)

**Regola:** devo sempre attraversare la soglia **più lontana** dal mio punto di partenza!

4. Completa il ciclo:

Dall'arrivo, vai verso **DESTRA** e chiudi il rettangolo.

5. FRECCE (verso di percorrenza):

- Sulle linee orizzontali: freccia verso **DESTRA** → ( $V_{in}$  sale)
- Sulle linee orizzontali: freccia verso **SINISTRA** ← ( $V_{in}$  scende)
- Sulle **transizioni verticali**: freccia nel verso della commutazione ( $\uparrow$  o  $\downarrow$ )

## ADC - Introduzione

### ADC (Analog-to-Digital Converter)

Converte un segnale **analogico** (tensione) in un segnale **digitale** (word a N bit).

**Input:** Tensione analogica  $V_{in}$

**Output:** Word digitale a  $N$  bit

#### Range di ingresso:

L'ADC può convertire **solo** tensioni nel range:

$$V_{SS} \leq V_{in} \leq V_{DD}$$

dove  $V_{SS}$  = tensione di alimentazione bassa,  $V_{DD}$  = tensione di alimentazione alta.

#### Principio di funzionamento:

L'ADC suddivide internamente il range  $[V_{SS}, V_{DD}]$  in  $2^N$  **intervalli** (livelli di quantizzazione).

Ogni tensione in ingresso viene "collocata" in uno di questi intervalli  $\Rightarrow$  associata a una word digitale.

**Risoluzione:**  $\Delta V = \frac{V_{DD}-V_{SS}}{2^N}$

#### △ PROBLEMA: Segnale fuori range!

Se  $V_{in} < V_{SS}$  o  $V_{in} > V_{DD}$ , l'ADC **non può convertire** correttamente!

**Soluzione:** Serve un **blocco di condizionamento** (amplificatore + offset) prima dell'ADC per adattare il segnale al range  $[V_{SS}, V_{DD}]$ .

## Catena di Acquisizione

### Catena di Acquisizione

Schema tipico per acquisire un segnale analogico:



#### 1. Condizionamento (opzionale):

Amplificatore + offset per adattare  $V_{in}$  al range ADC

$$V_{out} = A \cdot V_{in} + V_{offset}$$

#### 2. Sample & Hold (S&H):

"Congela" il valore di  $V_{in}$  durante la conversione

#### 3. ADC:

Converte la tensione "congelata" in word digitale

#### Perché serve il S&H?

L'ADC impiega un **tempo finito** per convertire. Se  $V_{in}$  varia durante la conversione, il risultato è **errato**!

$\Rightarrow$  Il S&H "memorizza" il valore all'istante di campionamento

#### ★ Semplificazione S&H:

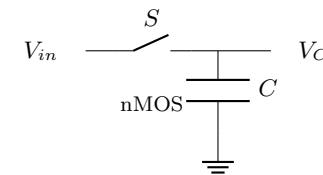
In prima approssimazione il S&H **non introduce offset né guadagno**.

$\Rightarrow$  Per l'**adattamento** tra  $V_{in}$  e ADC, il S&H si considera come un **filo** (passa la tensione inalterata).

## Sample & Hold

### Sample & Hold (S&H)

Circuito che "memorizza" una tensione analogica.



#### Fase di SAMPLE (interruttore chiuso):

Il condensatore  $C$  si carica a  $V_{in}$

$$V_C = V_{in}$$

Il condensatore "segue" le variazioni di  $V_{in}$

#### Fase di HOLD (interruttore aperto):

L'interruttore si apre  $\Rightarrow$  il condensatore **rimane carico** a  $V_{in,0}$  (valore all'istante di apertura)

$V_{in}$  può variare (es. oscillare a  $V_{in,3}$ ), ma  $V_C$  resta **fermo** a  $V_{in,0}$

$\Rightarrow$  L'ADC converte con calma  $V_{in,0}$  senza essere influenzato da oscillazioni!

#### ★ È una MEMORIA ANALOGICA!

Il condensatore "ricorda" il valore di tensione all'istante del campionamento.

#### Perché $C$ non si scarica in fase di HOLD?

- Verso sinistra: interruttore **aperto!**
  - Verso destra: ingresso ADC ha **impedenza infinita** (idealmente)
- $\Rightarrow$  Nessun percorso di scarica  $\Rightarrow V_C$  resta costante

**Implementazione tipica:** nMOS (interruttore) + Condensatore

## Sample & Hold con Buffer

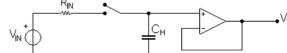
### Sample & Hold con Buffer

Nella realtà, l'ADC ha una resistenza finita verso GND  $\Rightarrow$  il condensatore si scaricherebbe lentamente!

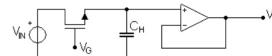
**Soluzione:** Aggiungere un OpAmp a guadagno 1 (buffer)

#### Schema elettrico del Sample & Hold

Lo schema elettrico comunemente utilizzato per realizzare un Sample & Hold è il seguente:



In realtà poi l'interruttore è costituito da un Mosfet, perciò lo schema elettrico risulterà essere il seguente:



#### Come funziona:

- Il buffer ha guadagno 1:  $V_{out} = V^+ = V_C$
  - L'ADC vede una **replica** della tensione sul condensatore
  - L'ingresso  $V^+$  dell'OpAmp ha impedenza **infinita**
- $\Rightarrow$  Il condensatore **non si scarica** anche se  $R_{ADC}$  è bassa!

#### Funzione del buffer:

**Separa** il condensatore dall'ADC (disaccoppiamento di impedenza)

- **Ingresso** buffer: impedenza  $\infty$  (non carica  $C$ )
  - **Uscita** buffer: impedenza  $\approx 0$  (pilota  $R_{ADC}$ )
- $\Rightarrow C$  "vede" impedenza infinita, ADC "vede" sorgente ideale

#### Senza buffer:

Se  $R_{ADC}$  fosse finita (anche alta), il condensatore si scaricherebbe lentamente attraverso  $R_{ADC}$  durante la fase di HOLD.

$\Rightarrow$  Errore nella conversione (tensione che "calà" nel tempo)

## Buffer - Dimensionamento Dinamico

### Buffer - Dimensionamento per Risposta in Frequenza

Quando il buffer include componenti reattivi (condensatori), il sistema ha risposta in frequenza.

#### Esempio: Amplificatore + Buffer con accoppiamento AC

Circuito con amplificatore (guadagno  $G_1$ ) seguito da buffer ( $G_{buffer} = 1$ ):

- $C_1, R_1$  all'ingresso dell'amplificatore (accoppiamento AC)
- $R_2$  in retroazione sull'amplificatore

#### Analisi:

$$\text{Impedenza di ingresso: } Z_{eq} = R_1 + \frac{1}{sC_1}$$

Guadagno ideale dell'amplificatore:

$$G_{ID}(s) = -\frac{R_2}{Z_{eq}} = -\frac{sC_1 R_2}{1 + sC_1 R_1}$$

• **Zero nell'origine**  $\Rightarrow$  Filtro passa-alto

$$\bullet \text{ Polo: } f_p = \frac{1}{2\pi C_1 R_1}$$

#### Criterio di dimensionamento:

Per garantire che **tutta la banda del segnale** passi inalterata:

$$f_p \leq f_{segnalet, min}$$

Dove  $f_{segnalet, min}$  è la frequenza **minima** del segnale d'ingresso.

Esempio: Se il segnale ha componenti  $\geq 10$  Hz, porre  $f_p = 10$  Hz:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi f_p R_1}$$

#### ★ IMPORTANTE

- Il buffer ( $G = 1$ ) **non modifica** il guadagno, solo isola l'ADC
- La dinamica è determinata dall'**amplificatore**, non dal buffer
- Garantire  $f_p$  basso permette al segnale di passare integralmente

## ADC - Adattamento e Dinamica

### Adattamento del Segnale (Fitting)

**Obiettivo:** Sfruttare al meglio l'**escursione** (dinamica) dell'ADC.

#### ★ PROBLEMA TIPICO D'ESAME:

Dato un segnale  $V_{in} \in [V_{in,min}, V_{in,max}]$ , progettare il circuito di condizionamento per **mappare** il segnale sull'intero range ADC  $[V_{SS}, V_{DD}]$ .

#### Mappatura lineare:

Si vuole che:

- $V_{in,min} \rightarrow V_{SS}$
- $V_{in,max} \rightarrow V_{DD}$

#### Formula del condizionamento:

$$V_{ADC} = A \cdot V_{in} + V_{offset}$$

#### Guadagno:

$$A = \frac{V_{DD} - V_{SS}}{V_{in,max} - V_{in,min}}$$

#### Offset:

$$V_{offset} = V_{SS} - A \cdot V_{in,min}$$

oppure equivalentemente:

$$V_{offset} = V_{DD} - A \cdot V_{in,max}$$

#### Esempio:

$V_{in} \in [-1V, +3V]$ , ADC con  $V_{SS} = 0V$ ,  $V_{DD} = 5V$

$$A = \frac{5-0}{3-(-1)} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$V_{offset} = 0 - 1.25 \cdot (-1) = 1.25V$$

$$\Rightarrow V_{ADC} = 1.25 \cdot V_{in} + 1.25V$$

#### Perché massimizzare la dinamica?

Se il segnale usa solo una **parte** del range ADC, si "sprecano" bit di risoluzione!

$\Rightarrow$  Mappando su tutto il range si sfrutta la **massima risoluzione** disponibile.

## ADC - Metodo Calcolo $V_{REF}$

### Calcolo $V_{REF}$ per Adattamento

#### ★ METODO DI CALCOLO:

1. Calcolare  $V_{ADC}$  in funzione di  $V_{in}$  e  $V_{REF}$

2. Imporre le condizioni di mappatura:

- $V_{in} = V_{in,min} \Rightarrow V_{ADC} = V_{SS}$
- $V_{in} = V_{in,max} \Rightarrow V_{ADC} = V_{DD}$

3. Risolvere il sistema per trovare  $V_{REF}$

#### ★ REGOLE per il calcolo di $V_{ADC}$ :

**Sample & Hold:** considerarlo come un **filo**!

(S&H influisce solo in fase di conversione, non modifica il mapping ingresso/uscita)

**Condensatore:** diventa un **aperto**!

(Stiamo studiando l'accoppiamento I/O, non il comportamento in frequenza  $\Rightarrow$  siamo in DC  $\Rightarrow s = 0 \Rightarrow C$  aperto)

**Buffer (OpAmp guadagno 1):**  $V_{out} = V^+$

### Calcolo $V_{ADC}$ con sovrapposizione:

Se il circuito ha  $V_{in}$  e  $V_{REF}$ :

$$V_{ADC} = \underbrace{f_1(V_{in})}_{\text{contributo } V_{in}} + \underbrace{f_2(V_{REF})}_{\text{contributo } V_{REF}}$$

### Procedimento:

1. Spegni  $V_{REF}$  ( $= 0V$ )  $\Rightarrow$  calcola contributo di  $V_{in}$
2. Spegni  $V_{in}$  ( $= 0V$ )  $\Rightarrow$  calcola contributo di  $V_{REF}$
3. Somma i due contributi

#### △ RICORDA:

- Il secondo OpAmp (buffer) ha sempre **guadagno 1**
- Non stai facendo analisi in frequenza  $\Rightarrow$  NO Bode, NO poli/zeri
- È come calcolare la caratteristica statica (tipo esercizi con diodi)

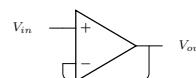
## ADC - Buffer e Errore Statico

Buffer prima dell'ADC - Errore Statico

Buffer = Sample & Hold in analisi statica

In analisi statica, il S&H si riduce solo all'OpAmp (il condensatore è aperto, l'interruttore è un filo).  
 $\Rightarrow$  "Buffer" è un altro nome per il circuito S&H quando lo analizzi in DC.

#### ★ Buffer di tensione (Voltage Follower):



Configurazione:  $V^-$  collegato direttamente a  $V_{out}$

$$A_v = 1 \Rightarrow V_{out} = V_{in}$$

Ricordalo a memoria per risparmiare conti!

#### △ Errore statico massimo di guadagno:

Se l'esercizio chiede l'errore dovuto a variazione del guadagno  $A_0$  del buffer:

#### ★ SEI SEMPRE IN ANALISI STATICÀ!

$\Rightarrow$  NON introdurre poli/zeri a meno che l'esercizio lo richieda esplicitamente!

Assumi che il buffer non abbia singolarità (né poli né zeri).

**Guadagno reale del buffer:**

Con guadagno ad anello aperto finito  $A_0$ :

$$G_{reale} = \frac{A_0}{1 + A_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}$$

Errore rispetto al guadagno ideale ( $= 1$ ):

$$\varepsilon = |G_{ideale} - G_{reale}| = \left| 1 - \frac{A_0}{1 + A_0} \right| = \frac{1}{1 + A_0}$$

$A_0 \gg 1: \varepsilon \approx \frac{1}{A_0}$

#### ★ TRUCCO VELOCE - Buffer:

Per il buffer (follower):  $G_{loop} = -A_0$

Quindi posso usare direttamente la formula generale:

$$G_{reale} = \frac{G_{ideale}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}$$

$\Rightarrow$  Non serve tagliare l'anello e introdurre generatore di test!  
(Si può fare anche "a mano", ma così è più veloce)

#### ★ Calcolo $V_{ADC,real}$ e Errore:

**Procedimento:**

1. Calcola  $V_{ADC,id}$  (caso ideale, buffer con guadagno 1)
2. Calcola  $G_{reale}$  del buffer:  $G_{reale} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}$
3. Moltiplica:

$$V_{ADC,R} = V_{ADC,id} \cdot G_{reale}$$

**Errore statico:**

$$\varepsilon = |V_{ADC,R} - V_{ADC,id}|$$

#### ★ Errore MASSIMO in funzione di LSB:

Spesso viene chiesto di trovare  $\varepsilon_{max}$  e esprimere in LSB:

$$LSB = \frac{FSR}{2^N}$$

dove  $FSR = V_{DD} - V_{SS}$  (Full Scale Range)

**Errore in LSB:**

$$\varepsilon_{max}[\text{LSB}] = \frac{\varepsilon_{max}}{LSB} = \frac{\varepsilon_{max} \cdot 2^N}{FSR}$$

#### ★ Caso con $V_{OS}$ su ENTRAMBI gli OpAmp:

Se l'esercizio introduce  $V_{OS1}$  (primo OpAmp) e  $V_{OS2}$  (buffer):  
**Usa sovrapposizione!** Già conosci i contributi di  $V_{in}$  e  $V_{REF}$  dai calcoli precedenti.

$\Rightarrow$  Devi calcolare solo i contributi di  $V_{OS1}$  e  $V_{OS2}$ :

$$V_{ADC} = \underbrace{f(V_{in}, V_{REF})}_{\text{già calcolato}} + \underbrace{g(V_{OS1})}_{\text{nuovo}} + \underbrace{h(V_{OS2})}_{\text{nuovo}}$$

Poi calcola errore e rapportalo a LSB come sempre.

#### ★ RIASSUNTO:

- Buffer = S&H in analisi statica (solo OpAmp)

- Buffer ideale:  $A_v = 1, G_{loop} = -A_0$

- $V_{ADC,R} = V_{ADC,id} \cdot G_{reale}$

- Errore in LSB:  $\frac{\varepsilon_{max}}{LSB}$  con  $LSB = \frac{FSR}{2^N}$

- Con  $V_{OS}$ : sovrapposizione (riusa calcoli precedenti!)

## ADC - Richieste Tipiche d'Esame

### Richieste Tipiche d'Esame - Errori

Le domande più frequenti sul calcolo degli errori nella catena di acquisizione:

#### 1. Errore dovuto a GUADAGNO FINITO

L'OpAmp (buffer) ha  $A_0$  finito invece di  $\infty$ .

#### Procedimento:

- Calcola  $G_{reale} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0}}$
- $V_{ADC,R} = V_{ADC,id} \cdot G_{reale}$
- $\varepsilon = |V_{ADC,R} - V_{ADC,id}|$

Il caso **peggiore** è quando  $V_{ADC,id}$  è massimo!

#### 2. Errore dovuto a $V_{OS}$

Uno o più OpAmp hanno tensione di offset.

#### Procedimento:

- **Sovrapposizione:** spegni tutte le sorgenti tranne  $V_{OS}$
- Calcola il contributo di  $V_{OS}$  all'uscita
- Se ci sono più OpAmp: somma i contributi

**Tip:**  $V_{OS}$  sul buffer si propaga direttamente con guadagno  $\approx 1$

#### 3. Errore dovuto a CORRENTE DI BIAS

L'OpAmp ha corrente  $I_B$  entrante o uscente negli ingressi.

#### Procedimento:

- Identifica su quale morsetto scorre  $I_B$  ( $V^+$  o  $V^-$ )
- Trova la **resistenza** vista da quel morsetto
- Calcola la caduta:  $\Delta V = I_B \cdot R_{eq}$
- Propaga l'errore all'uscita

**Attenzione al verso!** Entrante vs uscente cambia il segno.

#### ★ FORMULA FINALE - Tutti i casi:

$$\varepsilon_{max}[\text{LSB}] = \frac{\varepsilon_{max}}{LSB} = \frac{\varepsilon_{max} \cdot 2^N}{FSR}$$

dove:  $FSR = V_{DD} - V_{SS}$ ,  $N$  = bit dell'ADC

**Caso peggiorio:** Valuta  $\varepsilon$  quando  $V_{in}$  è al suo estremo (min o max).

#### △ ERRORI COMBINATI:

Se l'esercizio chiede errore totale con guadagno finito +  $V_{OS}$  +  $I_B$ :  
 $\Rightarrow$  Usa **sovraposizione!** Calcola ogni contributo separatamente.

$\Rightarrow$  Per il **caso peggiorio**: somma i valori assoluti (worst case).

## ADC - Altre Richieste Esame

### Altre Richieste Tipiche d'Esame - ADC

#### 4. CALCOLO RISOLUZIONE

Determinare LSB dell'ADC e LSB all'ingresso:

$$LSB_{ADC} = \frac{FSR}{2^N} = \frac{V_{DD} - V_{SS}}{2^N}$$

$$LSB_{ingresso} = \frac{LSB_{ADC}}{|G_{id}|}$$

dove  $G_{id}$  è il guadagno del condizionamento prima dell'ADC.

#### 5. DIMENSIONAMENTO $V_{REF}$ dell'ADC

Dato il range di  $V_{in}$  e il numero di bit  $N$ :

- Calcolare  $V_{REF}$  per sfruttare tutto il range ADC
- Applicare formule di mapping lineare (vedi box Adattamento)

$$V_{ADC} = G_{cond} \cdot V_{in} + V_{offset}$$

#### 6. TIMING del S&H

##### a) Calcolo $T_{sample,min}$ per caricare $C_H$ :

Usando formula carica condensatore attraverso  $R_{DS,on}$ :

$$T_{sample} \geq n\tau = n \cdot R_{DS,on} \cdot C_H$$

con  $n = 5 - 7$  costanti di tempo per precisione desiderata.

##### b) Calcolo $T_{hold,min}$ per conversione ADC:

$$T_{hold} \geq T_{conv,ADC}$$

dove  $T_{conv}$  dipende dal tipo di ADC (SAR, Doppia Rampa, etc.).

##### c) Frequenza massima di campionamento:

$$f_{max} = \frac{1}{T_{sample} + T_{hold}}$$

#### 7. ERRORI COMBINATI (Worst-Case)

Errore da  $I_B$  + charge injection + offset:

$$\varepsilon_{tot} = |\varepsilon_{I_B}| + |\varepsilon_{inj}| + |\varepsilon_{OS}| + \dots$$

Sommare valori assoluti per worst-case.

#### ADC - Errore da $I_B$ nel S&H

##### Errore da $I_B$ nel Sample & Hold

L'errore da corrente di bias va analizzato separatamente nelle due fasi!

##### FASE di SAMPLE (switch chiuso):

Lo switch è chiuso  $\Rightarrow$  il condensatore è collegato alla sorgente.

**Verifica:** La corrente  $I_B$  causa variazione di  $V_{ADC}$ ?

$\Rightarrow$  Spesso NO! La sorgente "forza" la tensione sul condensatore,  $I_B$  non ha effetto su  $V_{ADC}$ .

(Dipende dalla topologia: analizza caso per caso)

##### FASE di HOLD (switch aperto):

Lo switch si apre  $\Rightarrow$  il condensatore è isolato.

**Idealmente:**  $V_{ADC}$  rimane costante al valore campionato.

**Con  $I_B$ :** La corrente di bias del buffer **carica/scarica** il condensatore!

$\Rightarrow V_{ADC}$  deriva (drift) nel tempo!

##### ★ Formula della DERIVA:

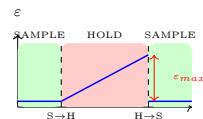
Carica del condensatore a corrente costante:

$$\Delta V = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H}$$

dove:

- $I_B$  = corrente di bias (entrante o uscente)
- $T_{hold}$  = durata della fase di hold
- $C_H$  = capacità del condensatore di hold

##### ★ Andamento dell'ERRORE nel tempo:



- Transizione S→H: errore = 0 (appena campionato)
- Durante HOLD: errore cresce linearmente
- Errore MASSIMO: appena prima di tornare in SAMPLE!

##### ★ ERRORE MASSIMO:

$$\varepsilon_{max} = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H}$$

L'errore è massimo alla fine della fase di hold (dopo tempo  $T_{hold}$ ).

##### ★ DIMENSIONAMENTO di $C_H$ :

Se viene chiesto: "Dimensionare  $C_H$  per avere  $\varepsilon < \varepsilon_{spec}$ "

Dalla formula:  $\varepsilon_{max} = \frac{I_B \cdot T_{hold}}{C_H} < \varepsilon_{spec}$

$$C_H > \frac{I_B \cdot T_{hold}}{\varepsilon_{spec}}$$

Se  $\varepsilon_{spec}$  è dato in LSB:

$$C_H > \frac{I_B \cdot T_{hold}}{\varepsilon_{spec} \cdot LSB}$$

dove  $LSB = FSR/2^N$

##### △ ATTENZIONE - Quale $I_B$ conta?

Non tutte le correnti di bias causano deriva!

$\Rightarrow$  Analizza il circuito in fase di HOLD:

- Solo le  $I_B$  che scorrono nel condensatore causano errore
- Le  $I_B$  che hanno un altro percorso non influenzano  $V_{ADC}$

#### S&H - Comando nMOS

##### Tensioni di Comando nMOS nel S&H

L'nMOS funge da interruttore: va dimensionato  $V_G$  per le fasi ON/OFF.



##### Premessa importante:

- $V_\beta$  (sinistra) e  $V_\gamma$  (destra, verso buffer) oscillano nel range ADC
- Non sappiamo quale sia Source e quale Drain (dipende dal verso della corrente durante carica/scarica di  $C$ )

- Negli nMOS: Source è il terminale a tensione più bassa
- Consideriamo i casi peggiori agli estremi del range!

##### ★ nMOS ON (fase SAMPLE):

Condizione:  $V_{GS} > V_T$

$$V_G - V_S > V_T$$

##### Caso peggiore: $V_S$ massima ( $= V_{ADC,max}$ )

Deve valere  $\forall V_S$  nel range, quindi:

$$V_{SH,ON} > V_T + V_{ADC,max}$$

Es: se  $V_{ADC} \in [-5, 0V]$  e  $V_T = 0.5V$ :  $V_{SH,ON} > 0.5V$

##### ★ nMOS OFF (fase HOLD):

Condizione:  $V_{GS} < V_T$

$$V_G - V_S < V_T$$

##### Caso peggiore: $V_S$ minima ( $= V_{ADC,min}$ )

Deve valere  $\forall V_S$  nel range, quindi:

$$V_{SH,OFF} < V_T + V_{ADC,min}$$

Es: se  $V_{ADC} \in [-5, 0V]$  e  $V_T = 0.5V$ :  $V_{SH,OFF} < -4.5V$

##### ★ RIASSUNTO:

Fase	Condizione	Caso peggiore
SAMPLE (ON)	$V_{GS} > V_T$	$V_S = V_{ADC,max}$
HOLD (OFF)	$V_{GS} < V_T$	$V_S = V_{ADC,min}$

$$V_{SH,ON} > V_T + V_{ADC,max}$$

$$V_{SH,OFF} < V_T + V_{ADC,min}$$

##### △ Perché questi casi peggiori?

- ON: Se  $V_S$  è alta, serve  $V_G$  ancora più alta per avere  $V_{GS} > V_T$
- OFF: Se  $V_S$  è bassa, anche una  $V_G$  bassa potrebbe dare  $V_{GS} > V_T$  (accensione indesiderata!)

## S&H - Charge Injection (Teoria)

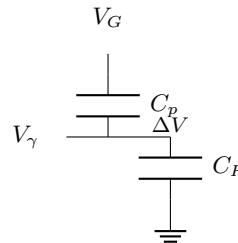
### Errore da Charge Injection

Quando l'nMOS passa da ON a OFF, la carica nel canale viene "iniettata" nel condensatore!

#### Cosa succede fisicamente:

- L'nMOS in conduzione ha un **canale** formato da cariche
- Quando  $V_G$  scende (transizione ON→OFF), il canale si "distrugge"
- Le cariche del canale devono andare da qualche parte!
- Una parte va verso il condensatore  $C_H \Rightarrow$  **errore**

#### Modello a capacità parassite:



$C_p$  = capacità parassita Gate-Canale dell'nMOS

$C_H$  = capacità di hold

#### ★ FORMULA del Charge Injection:

$$\Delta V = \Delta V_G \cdot \frac{C_p}{C_p + C_H}$$

dove:

- $\Delta V$  = errore sulla tensione di hold
- $\Delta V_G$  = escursione del gate (da  $V_{SH,ON}$  a  $V_{SH,OFF}$ )
- $C_p$  = capacità parassita gate-canale dell'nMOS
- $C_H$  = capacità del condensatore di hold

#### Interpretazione fisica:

È un partitore capacitivo!

La variazione  $\Delta V_G$  si ripartisce tra  $C_p$  e  $C_H$ :

- Se  $C_H \gg C_p$ :  $\Delta V \approx 0$  (errore piccolo)
  - Se  $C_H \ll C_p$ :  $\Delta V \approx \Delta V_G$  (errore grande!)
- ⇒ Serve  $C_H$  grande per minimizzare l'errore

## S&H - Charge Injection (Calcoli)

### ★ Calcolo di $\Delta V_G$ (con SEGNO!):

Per l'nMOS, la transizione ON→OFF richiede di abbassare  $V_G$ :

$$\Delta V_G = V_{G,finale} - V_{G,iniziale} = V_{SH,OFF} - V_{SH,ON}$$

**Esempio:** Se  $V_{SH,ON} = +12V$  e  $V_{SH,OFF} = -12V$ :

$$\Delta V_G = -12V - (+12V) = -24V$$

⇒  $\Delta V$  è **NEGATIVO** ⇒ tensione su  $C_H$  scende!

△ Perché NEGATIVO per nMOS?

- Per spegnere un nMOS devo abbassare  $V_G$
- $V_G$  scende ⇒  $\Delta V_G < 0$
- Il charge injection **sottrae** carica a  $C_H$
- ⇒ La tensione sul condensatore **diminuisce**!

### ★ ATTENZIONE alla terminologia!

**Caso 1:** " $V_G$  ha ampiezza **12V p-p**" (picco-picco)

⇒  $|\Delta V_G| = 12V$ , ma con segno:  $\Delta V_G = -12V$

**Caso 2:** " $V_G$  ha ampiezza **12V**" (senza p-p)

⇒ Oscillazione  $\pm 12V$  ⇒ escursione totale = 24V

$$|\Delta V_G| = -2 \times 12V = -24V$$

**Regola:** Aampiezza = semipicco ⇒ moltiplica per 2, poi segno -!

### ★ CASO PEGGIORI per $\varepsilon_{max}$ :

L'errore da charge injection è **massimo** quando la tensione sul condensatore  $V_C$  (=  $V_{ADC}$ ) è a un **estremo del range**!

**Perché?** Alla transizione SAMPLE→HOLD:

- Se  $V_C = V_{DD}$  (max):  $V_S$  è alta ⇒ per avere nMOS ON servirà  $V_G$  molto alta ⇒  $|\Delta V_G|$  è **massimo**
  - Se  $V_C = V_{SS}$  (min): stessa logica, escursione massima
- ⇒ **Negli esercizi:** considera  $V_C = V_{DD}$  oppure  $V_C = V_{SS}$  per trovare  $\varepsilon_{max}$ !

### ★ Verifica errore ammissibile:

Calcola l'errore nel caso peggiore e confrontalo con la specifica:

$$|\Delta V| = |\Delta V_G| \cdot \frac{C_p}{C_p + C_H}$$

### Errore in LSB:

$$\varepsilon[\text{LSB}] = \frac{|\Delta V|}{\text{LSB}} = \frac{|\Delta V| \cdot 2^N}{\text{FSR}}$$

Se la specifica richiede  $\varepsilon < k$  LSB (es.  $k = 1$  o  $k = 0.5$ ):

$$\frac{|\Delta V|}{\text{LSB}} < k \Rightarrow \text{Errore ammissibile!}$$

### ★ DIMENSIONAMENTO di $C_H$ :

Se viene chiesto di dimensionare  $C_H$  per avere  $\varepsilon < k$  LSB:

## ADC - LSB all'Ingresso e Numero di Bit

### ADC - LSB all'Ingresso e Numero di Bit

### ★ Risoluzione all'INGRESSO del circuito:

Se mi chiedono l'LSB all'ingresso (non all'ADC):

$$\text{LSB}_{\text{ingresso}} = \frac{\text{LSB}_{\text{ADC}}}{|G_{id}|}$$

dove  $G_{id}$  è il guadagno ideale del circuito di condizionamento.  
(Il guadagno "amplifica" anche la risoluzione!)

### ★ Calcolo NUMERO di BIT minimo:

"Data una risoluzione  $\Delta V$  (es. a mV), calcolare  $n$  minimo."

#### Procedimento:

1. Calcola la minima variazione in ingresso ADC:

$$\Delta V_{min,ADC} = \Delta V_{in} \cdot |G_{id}|$$

2. Imponi che l'ADC possa distinguere:

$$\Delta V_{min,ADC} \geq \text{LSB}_{\text{ADC}} = \frac{\text{FSR}}{2^n}$$

3. Risovi per  $n$ :

$$n \geq \log_2 \left( \frac{\text{FSR}}{\Delta V_{min,ADC}} \right)$$

Arrotonda  $n$  all'intero superiore!

## ADC - Tempi di Sample e Hold

### ADC - Tempi di Sample e Hold

#### ★ Tempo di SAMPLE minimo:

*“Dato segnale in  $[V_{min}, V_{max}]$ ,  $R_{on}$  dello switch, trovare  $t_{sample,min}$ .”*

#### Procedimento:

- Prendi l'escursione massima: da  $V_{min}$  a  $V_{max}$  (o viceversa)
- Usa la formula esponenziale di carica:

$$V_C(t) = V(\infty) + (V(0) - V(\infty)) \cdot e^{-t/\tau}$$

dove  $\tau = R_{on} \cdot C_H$

**Condizione:** raggiungere il valore finale a meno di 1 LSB:

$$|V_C(t) - V(\infty)| \leq LSB$$

Risolvendo: 
$$t_{sample} \geq \tau \cdot \ln \left( \frac{|V_{max} - V_{min}|}{LSB} \right)$$

#### ★ Tempo di HOLD massimo (con $I_B$ ):

*“Determinare massima durata della fase di Hold.”*

#### Procedimento:

- In HOLD lo switch è aperto
- $I_B$  carica/scarica il condensatore a corrente costante:

$$\Delta V = \frac{I_B \cdot \Delta t}{C_H}$$

**Condizione:**  $\Delta V \leq 1 \text{ LSB}$  (o la specifica data)

$$t_{hold,max} = \frac{C_H \cdot LSB}{I_B}$$

Solitamente  $t_{hold} = T_{conversione ADC}$

## ADC - Risposta con Guadagno $A(s)$

### ADC - Risposta con Guadagno $A(s)$

#### ★ Risposta a SCALINO con OpAmp reale:

*“Dato ingresso a scalino  $A_m$ , tracciare  $V_{out}(t)$  con  $A(s)$ .”*

#### Procedimento:

1. Calcola  $G_{id}$  (guadagno ideale del circuito)
2. Calcola  $G_{loop}$  (guadagno d'anello)
3. Calcola  $G_{reale}$  con la formula **precisa**:

$$G_{reale} = \frac{G_{id}}{1 + G_{id}/A_0}$$

4. Trova la frequenza di taglio di  $G_{loop}$  (da Bode)
5. Calcola la costante di tempo:

$$\tau = \frac{1}{2\pi f_{taglio, G_{loop}}}$$

#### ★ Andamento di $V_{out}(t)$ :

$V_{out}$  evolve come esponenziale con costante  $\tau$ :

$$V_{out}(t) = G_{reale} \cdot A_m \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

Valore finale:  $V_{out}(\infty) = G_{reale} \cdot A_m$

(Non  $G_{id} \cdot A_m$  perché il guadagno reale è minore!)

## ADC - Dimens. $V_B$ e Errore Fondo Scala

### ADC - Dimensionamento $V_B$ e Errore Fondo Scala

#### ★ Calcolo $V_B$ (o $V_{REF}$ ) per dinamica ottimale:

*“Determinare  $V_B$  per sfruttare al meglio la dinamica ADC.”*

#### Procedimento:

1. Guarda il FSR dell'ADC:  $[V_{SS}, V_{DD}]$
2. L'ingresso ADC deve coprire **tutto** il range
3. Per ogni OpAmp calcola prima il  $G_{id}$
4. Imponi le condizioni agli estremi e risovi per  $V_B$

#### ★ Errore STATICO di guadagno a FONDO SCALA:

#### Procedimento:

1. Trova  $V_{in,fs}$  = valore max in ingresso tale che all'ADC si abbia  $V_{REF}$ :

$$V_{in,fs} = \frac{V_{REF}}{G_{id}}$$

2. Calcola l'errore:

$$\varepsilon = G_{id} \cdot V_{in,fs} \cdot (1 - G_{reale})$$

3. Se richiesto in LSB:

$$\varepsilon_{LSB} = \frac{\varepsilon}{LSB_{ADC}}$$

#### ★ Errore in LSB da $V_{OS}$ :

1. Spegni generatore di input
2. Inserisci  $V_{OS}$  all'ingresso dell'OpAmp
3. Calcola  $V_{ADC,OS}$  all'uscita dell'OpAmp
4. Errore in LSB:

$$\varepsilon_{OS} = \frac{V_{ADC,OS}}{LSB_{ADC}}$$

## ADC - SAR (Successive Approximation)

### ADC SAR (Successive Approximation Register)

Convertitore a **approssimazioni successive**: il più usato per velocità e precisione.

#### Principio:

L'ADC "prova" i bit uno alla volta, dal più significativo (MSB) al meno significativo (LSB), confrontando ogni volta  $V_{in}$  con una tensione di riferimento generata internamente.

#### Formula Tempo di Conversione:

$$T_{conv} = (N + 1) \cdot T_{ck}$$

oppure (dipende dall'implementazione):

$$T_{conv} = N \cdot T_{ck}$$

dove:

- $N$  = numero di bit dell'ADC
- $T_{ck} = \frac{1}{f_{ck}}$  = periodo di clock

#### ★ Richiesta tipica d'esame:

"Determinare la minima frequenza di clock necessaria."

**Soluzione:** Imponi che il tempo di conversione non superi il tempo di hold:

$$T_{conv} \leq T_{hold}$$

$$(N + 1) \cdot T_{ck} \leq T_{hold}$$

$$f_{ck} \geq \frac{N + 1}{T_{hold}}$$

#### Esempio:

$N = 10$  bit,  $T_{hold} = 50 \mu s$

$$f_{ck,min} = \frac{10 + 1}{50 \mu s} = \frac{11}{50 \times 10^{-6}} = 220 \text{ kHz}$$

#### ★ Velocità:

Il tempo di conversione cresce **linearmente** con  $N$  (molto più veloce di singola rampa).

Per  $N = 10$ , con clock a qualche centinaia di kHz è già sufficiente.

## ADC - Doppia Rampa (Dual Slope)

### ADC a Doppia Rampa (Dual Slope)

Convertitore usato per **precisione e reiezione ai disturbi**, non per velocità.

#### Principio:

- **Fase 1 (Integrazione):** Il segnale  $V_{in}$  viene integrato per un tempo fisso  $T_{int}$
- **Fase 2 (De-integrazione):** Una tensione di riferimento  $-V_{ref}$  viene integrata fino a tornare a zero

Il tempo della fase 2 è proporzionale a  $V_{in}$

#### Formula Tempo di Conversione:

$$T_{conv} = T_{int} + T_{deint}$$

dove:

- $T_{int}$  = tempo di integrazione (fisso)
- $T_{deint}$  = tempo di de-integrazione (variabile)

Nel **caso peggiore**:

$$T_{deint,max} = 2^N \cdot T_{ck}$$

$$T_{conv,max} \approx 2 \cdot T_{int}$$

#### ★ REIEZIONE DISTURBI:

Se  $T_{int}$  è un **multiplo intero** del periodo di un disturbo periodico (es. rete elettrica 50 Hz), l'ADC **cancella** quel disturbo!

Esempio:  $T_{int} = 20 \text{ ms} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} \Rightarrow$  reiezione perfetta di disturbi a 50 Hz

#### Calcolo bit del contatore:

"*Dato  $T_{int}$  e  $f_{ck}$ , trovare il numero minimo di bit  $n$  del contatore.*"

1.  $N_{max} = T_{int} \cdot f_{ck}$
2.  $2^n \geq N_{max}$
3.  $n \geq \log_2(N_{max})$  (arrotonda all'intero superiore)

## ADC - Singola Rampa (A Gradinata)

### ADC a Singola Rampa (A Gradinata)

Convertitore **molto lento**: confronta  $V_{in}$  con una rampa crescente generata da un contatore + DAC.

#### Principio:

Un contatore parte da 0 e incrementa ad ogni colpo di clock. La sua uscita digitale viene convertita in tensione da un DAC. Quando la tensione DAC supera  $V_{in}$ , il comparatore ferma il contatore.

⇒ Il valore del contatore è il risultato della conversione.

#### Formula Tempo di Conversione (CASO PEGGIORE):

Nel caso peggiore, il contatore deve contare fino a  $2^N$ :

$$T_{conv,max} = 2^N \cdot T_{ck}$$

dove:

- $N$  = numero di bit dell'ADC
- $T_{ck} = \frac{1}{f_{ck}}$  = periodo di clock

#### ★ Richiesta tipica d'esame:

"Ripetere il calcolo della frequenza di clock nel caso di ADC a singola rampa."

**Soluzione:** Imponi  $T_{conv,max} \leq T_{hold}$ :

$$2^N \cdot T_{ck} \leq T_{hold}$$

$$f_{ck} \geq \frac{2^N}{T_{hold}}$$

#### Esempio:

$N = 10$  bit,  $T_{hold} = 50 \mu s$

$$f_{ck,min} = \frac{2^{10}}{50 \mu s} = \frac{1024}{50 \times 10^{-6}} \approx 20.5 \text{ MHz}$$

#### △ PROBLEMA:

Il tempo di conversione cresce **esponenzialmente** con  $N \Rightarrow$  richiede frequenze di clock **altissime** (GHz per  $N > 10$ ).

⇒ Spesso **impraticabile** per tempi di hold brevi!

## ADC - Inseguimento (Tracking)

### ADC a Inseguimento (Tracking)

Convertitore che **insegue** il segnale: non riparte da zero ad ogni conversione, ma sale o scende di 1 LSB per volta.

#### Principio:

Un contatore up/down (reversibile) aumenta o diminuisce di 1 ad ogni colpo di clock, a seconda se  $V_{in}$  è maggiore o minore della tensione DAC attuale.

⇒ Il contatore “segue” le variazioni del segnale.

#### Condizione critica: SLOPE OVERLOAD

La pendenza del segnale d’ingresso **non deve superare** la velocità massima di inseguimento dell’ADC:

$$\frac{dV_{in}}{dt} \leq \frac{dV_{max}}{dt} = \frac{LSB}{T_{ck}}$$

oppure:

$$\frac{dV_{in}}{dt} \leq LSB \cdot f_{ck}$$

dove:

$$\bullet \text{ LSB} = \frac{V_{DD} - V_{SS}}{2^N} = \text{risoluzione ADC}$$

$$\bullet T_{ck} = \frac{1}{f_{ck}} = \text{periodo di clock}$$

#### ★ Richiesta tipica d’esame:

“Determinare la frequenza/ampiezza massima del segnale d’ingresso affinché l’ADC possa convertirlo correttamente.”

**Soluzione per sinusoida**  $V_{in} = A \sin(2\pi ft)$ :

$$\text{Derivata massima: } \left. \frac{dV_{in}}{dt} \right|_{max} = 2\pi f A$$

$$\text{Imponi: } 2\pi f A \leq LSB \cdot f_{ck}$$

$$f \leq \frac{LSB \cdot f_{ck}}{2\pi A}$$

#### Esempio:

$$LSB = 10 \text{ mV}, f_{ck} = 1 \text{ MHz}, A = 1 \text{ V}$$

$$f_{max} = \frac{10 \times 10^{-3} \times 10^6}{2\pi \times 1} \approx 1.59 \text{ kHz}$$

#### ★ Vantaggio:

Tempo di conversione molto rapido per segnali che variano lentamente (l’ADC è già “vicino” al valore da convertire).

## ADC - Terminologia

### ADC - Terminologia

#### RISOLUZIONE

Larghezza dell’**intervallo di quantizzazione** (= LSB).

Quanto è “fine” la suddivisione del range.

#### PRECISIONE

Capacità di **ridare la stessa conversione** a fronte dello stesso segnale.

Ripetibilità della misura (bassa dispersione).

#### ACCURATEZZA

Vicinanza del valore ottenuto al **valore ideale** (vero).

Quanto la conversione è “giusta” rispetto al target.

#### △ Se il segnale cambia durante la conversione?

Se  $V_{in}$  varia prima che l’ADC completi la conversione:

⇒ Il risultato è **errato/inaffidabile!**

Per questo serve il **Sample & Hold**: “congela” il valore per il tempo necessario alla conversione.

## GUIDA - Riconoscere Configurazioni (1/2)

**GUIDA:** Riconoscere le Configurazioni OpAmp

### ★ PASSO 1: C'è retroazione?

Parti da  $V_{out}$ : esiste un percorso verso  $V^+$  o  $V^-$ ?

- NO  $\Rightarrow$  vai a **COMPARATORE**
- SÌ, verso  $V^- \Rightarrow$  vai a **RETROAZ. NEGATIVA**
- SÌ, verso  $V^+ \Rightarrow$  vai a **RETROAZ. POSITIVA**

### COMPARATORE (no retroazione)

L'OpAmp è in **anello aperto**  $\Rightarrow$  **SATURA** sempre!

- $V^+ > V^- \Rightarrow V_{out} = +V_{sat}$
- $V^+ < V^- \Rightarrow V_{out} = -V_{sat}$

C'è una  $V_{ref}$  su un morsetto?

- SÌ  $\Rightarrow$  Comparatore a **SINGOLA** soglia  
Soglia =  $V_{ref}$

- NO  $\Rightarrow$  Comparatore semplice (soglia = 0V o altra)

### RETROAZIONE NEGATIVA ( $V_{out}$ torna su $V^-$ )

L'OpAmp **NON** satura, lavora in zona **lineare**.

Vale:  $V^+ = V^-$  e  $I^+ = I^- = 0$

Il collegamento  $V^-$  a  $V_{out}$  è **DIRETTO**?

- SÌ (filo diretto)  $\Rightarrow$  **BUFFER** (inseguitore)  
 $A_v = 1$ , usato nel S&H

- NO (c'è  $R_f$ )  $\Rightarrow$  **Amplificatore**  
Vai al PASSO 2

### PASSO 2: Dove entra $V_{in}$ ? (se amplificatore)

- $V_{in}$  entra su  $V^-$  (attraverso  $R_1$ )  $\Rightarrow$  **INVERTENTE**

$$A_v = -\frac{R_f}{R_1}$$

- $V_{in}$  entra su  $V^+ \Rightarrow$  **NON INVERTENTE**

$$A_v = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$

- Più ingressi su  $V^- \Rightarrow$  **SOMMATORI**

$$V_{out} = -R_f \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots \right)$$

## GUIDA - Riconoscere Configurazioni (2/2)

**RETROAZIONE POSITIVA** ( $V_{out}$  torna su  $V^+$ )

L'OpAmp **SATURA** sempre! Sistema bistabile.

**NON** vale  $V^+ = V^-$

$\Rightarrow$  È un **TRIGGER DI SCHMITT** (comparatore a doppia soglia / isteresi)

Dove entra  $V_{in}$ ?

- $V_{in}$  entra su  $V^- \Rightarrow$  Trigger **INVERTENTE**  
Ciclo percorso in senso **antiorario**
- $V_{in}$  entra su  $V^+ \Rightarrow$  Trigger **NON INVERTENTE**  
Ciclo percorso in senso **orario**

### ★ SCHEMA RIASSUNTIVO:

Config.	Retroaz.	Satura?
Comparatore	Nessuna	<b>SÌ</b>
Buffer	Neg. (diretto)	NO
Invertente	Neg. ( $R_f$ )	NO
Non Inv.	Neg. ( $R_f$ )	NO
Sommatore	Neg. ( $R_f$ )	NO
Trigger Schmitt	Positiva	<b>SÌ</b>

### △ TRUCCHI VELOCI:

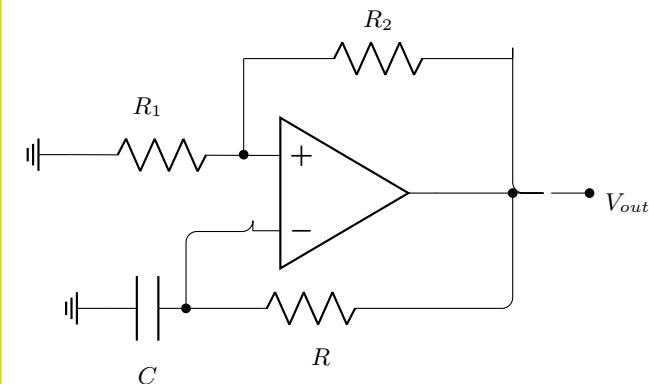
- Vedi  $R_f$  che va su  $V^-$ ?  $\Rightarrow$  Amplificatore (non satura)
- Vedi  $R$  che va su  $V^+$  da  $V_{out}$ ?  $\Rightarrow$  Trigger (satura)
- Vedi filo diretto  $V^- \rightarrow V_{out}$ ?  $\Rightarrow$  Buffer
- Non vedi nulla che torna indietro?  $\Rightarrow$  Comparatore (satura)
- Vedi condensatore + switch prima dell'OpAmp?  $\Rightarrow$  S&H

### ★ FLOWCHART VELOCE:

1. Retroazione?  
NO  $\rightarrow$  COMPARATORE (satura)  
SÌ  $\rightarrow$  2. Dove va?
2. Verso  $V^+$  o  $V^-$ ?  
 $V^+ \rightarrow$  TRIGGER (satura)  
 $V^- \rightarrow$  3. Diretto o con R?
3. Collegamento diretto?  
SÌ  $\rightarrow$  BUFFER  
NO  $\rightarrow$  AMPLIFICATORE (inv/non-inv)

## Multivibratore Astabile - Circuito

Multivibratore Astabile - Circuito



## Multivibratore Astabile (1/2)

### Etimologia:

- **Multi** = più di uno stato (in questo caso: **due** stati)
  - **Astabile** = nessuno dei due stati è **stabile**
- ⇒ Il circuito oscilla continuamente tra i due stati senza input esterno!

### Multivibratore Astabile con OpAmp

#### ★ STRUTTURA:

- Trigger di Schmitt + rete RC in retroazione
- L'uscita oscilla tra  $+V_{sat}$  e  $-V_{sat}$  senza ingresso esterno
- Il condensatore si carica/scarica attraverso la resistenza

#### Componenti tipici:

- $R_1, R_2$ : partitore per le soglie ( $V_{TH}, V_{TL}$ )
- $R, C$ : rete di timing (determinano il periodo)

#### ★ FUNZIONAMENTO:

1.  $V_{out} = +V_{sat} \Rightarrow C$  si carica verso  $+V_{sat}$   
 $V_C$  sale fino a raggiungere  $V_{TH}$
2.  $V_C = V_{TH} \Rightarrow$  COMMUTA!  $V_{out} = -V_{sat}$   
Ora  $C$  si scarica verso  $-V_{sat}$
3.  $V_C$  scende fino a raggiungere  $V_{TL}$
4.  $V_C = V_{TL} \Rightarrow$  COMMUTA!  $V_{out} = +V_{sat}$   
⇒ Il ciclo si ripete **indefinitamente**!

#### ★ FORMULE DEL PERIODO:

Soglie (trigger invertente con  $V^-$  a massa tramite  $R_1$ ):

$$V_{TH} = +V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad V_{TL} = -V_{sat} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Semiperiodo (tempo per andare da una soglia all'altra):

$$T_{1/2} = RC \cdot \ln \left( \frac{V_{sat} - V_{TL}}{V_{sat} - V_{TH}} \right)$$

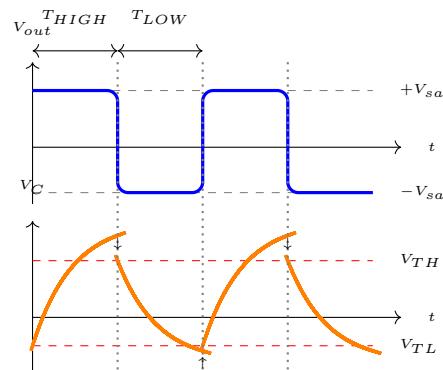
Se simmetrico ( $V_{TH} = -V_{TL} = \beta V_{sat}$  con  $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ ):

$$T = 2RC \cdot \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)$$

Frequenza:  $f = \frac{1}{T}$

## Multivibratore - Forme d'Onda

### Grafici $V_{out}(t)$ e $V_C(t)$ Allineati



#### Lettura del grafico:

- **Blu**:  $V_{out}$  oscilla tra  $\pm V_{sat}$
- **Arancio**:  $V_C$  oscilla tra  $V_{TL}$  e  $V_{TH}$
- **Rosso tratteggiato**: soglie  $V_{TH}, V_{TL}$

⇒ Quando  $V_C$  tocca una soglia,  $V_{out}$  commuta!

△ Nota:  $V_C$  ha andamento **esponenziale**, non lineare!  
Il condensatore *tenderebbe* verso  $\pm V_{sat}$  ma commuta prima.

## Multivibratore Astabile (2/2)

### Multivibratore Astabile - Calcoli

#### ★ METODO DI CALCOLO DEL PERIODO:

Step 1: Calcola le soglie  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$

Step 2: Scrivi l'equazione di carica/scarica del condensatore:

$$V_C(t) = V_{finale} + (V_{iniziale} - V_{finale}) \cdot e^{-t/RC}$$

Step 3: Imponi  $V_C(T_{1/2}) = V_{soglia}$  e risovi per  $T_{1/2}$

Step 4:  $T = T_{carica} + T_{scarica}$

#### ★ DEFINIZIONE $T_{HIGH}$ e $T_{LOW}$ :

- $T_{HIGH}$  = tempo in cui  $V_{out} = +V_{sat}$  (uscita ALTA)
- $T_{LOW}$  = tempo in cui  $V_{out} = -V_{sat}$  (uscita BASSA)

$$T = T_{HIGH} + T_{LOW}$$

#### Come si calcolano:

- $T_{HIGH}$ : tempo per cui  $V_C$  va da  $V_{TL}$  a  $V_{TH}$   
(il condensatore si carica verso  $+V_{sat}$ )
- $T_{LOW}$ : tempo per cui  $V_C$  va da  $V_{TH}$  a  $V_{TL}$   
(il condensatore si scarica verso  $-V_{sat}$ )

△ ATTENZIONE: il primo semiperiodo dipende da  $V_C(0)!$

#### ★ CASO SIMMETRICO - Duty Cycle 50%:

Se  $|V_{TH}| = |V_{TL}|$  e  $|+V_{sat}| = |-V_{sat}|$ :

- $T_{HIGH} = T_{LOW} \Rightarrow$  onda quadra simmetrica
- Duty Cycle = 50%

#### Formula semplificata:

$$T = 2RC \cdot \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \quad \text{con } \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

★ IMPORTANTE: Con alimentazione simmetrica ( $+V_{DD} = -V_{SS}$ ), la frequenza **NON dipende** da  $V_{DD}$ !  
Dipende solo da  $R, C$  e  $\beta$ .

#### △ PUNTI CRITICI DA RICORDARE:

- Il condensatore **non** si carica fino a  $V_{sat}$ !  
⇒ Commuta **prima**, quando raggiunge la soglia
- $V_{finale}$  nell'esponenziale è  $\pm V_{sat}$  (verso cui *tenderebbe*)
- $V_{iniziale}$  è la soglia **appena superata**
- Nel ln: argomento =  $\frac{V_{finale} - V_{iniziale}}{V_{finale} - V_{finale,soglia}}$

#### ★ DIMENSIONAMENTO INVERSO:

Dato  $T$  (o  $f$ ), trovare  $R$  e  $C$ :

1. Fissa  $\beta$  (tipicamente 0.5 ⇒  $R_1 = R_2$ )
2. Calcola  $RC = \frac{T}{2 \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)}$
3. Scegli  $C$  ragionevole, ricava  $R = \frac{RC}{C}$

## Multivibratore - Comutazione

### Meccanismo di Comutazione

#### ★ COME FUNZIONA LA COMMUTAZIONE:

Il condensatore  $C$  è collegato a  $V^-$  del trigger (invertente).

**Durante  $T_{HIGH}$  ( $V_{out} = +V_{sat}$ ):**

- $V_C$  si carica verso  $+V_{sat}$  (sale)
- Quando  $V_C$  supera  $V_{TH} \Rightarrow V^- > V^+$
- Il trigger **commuta**:  $V_{out} \rightarrow -V_{sat}$

**Durante  $T_{LOW}$  ( $V_{out} = -V_{sat}$ ):**

- $V_C$  si scarica verso  $-V_{sat}$  (scende)
- Quando  $V_C$  scende sotto  $V_{TL} \Rightarrow V^- < V^+$
- Il trigger **commuta**:  $V_{out} \rightarrow +V_{sat}$

#### ★ PRIMO SEMIPERIODO - Dipende da $V_C(0)$ !

**Dati iniziali tipici:**  $V_C(0)$ ,  $V_{out}(0)$

**Caso 1:**  $V_{out}(0) = +V_{sat}$

- $V_C$  parte da  $V_C(0)$  e sale verso  $+V_{sat}$
- Commuta quando raggiunge  $V_{TH}$
- Tempo:  $t_1 = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^+ - V_C(0)}{V_{sat}^+ - V_{TH}}\right)$

**Caso 2:**  $V_{out}(0) = -V_{sat}$

- $V_C$  parte da  $V_C(0)$  e scende verso  $-V_{sat}$
- Commuta quando raggiunge  $V_{TL}$
- Tempo:  $t_1 = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^- - V_C(0)}{V_{sat}^- - V_{TL}}\right)$

$\Rightarrow$  Il primo semiperiodo **non** è uguale ai successivi!

#### △ A REGIME:

Dopo il transitorio iniziale,  $V_C$  oscilla tra  $V_{TL}$  e  $V_{TH}$ .

$\Rightarrow$  Il periodo  $T = T_{HIGH} + T_{LOW}$  è costante

## Multivibratore Astabile - Esame (1/2)

### Multivibratore Astabile - Domande Tipiche

a) Tracciare  $V_C(t)$  da  $t = 0$  a  $t = T_{tot}$

Dati tipici:  $V_C(0) = V_{DD}/2$ ,  $V_{out}(0) = V_{SS}$

Metodo:

1. Calcola  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$  (con le formule delle soglie)
2. Da  $V_C(0)$ , il condensatore va verso  $V_{out}(0)$
3. Scrivi:  $V_C(t) = V_{out} + (V_C(0) - V_{out}) \cdot e^{-t/RC}$
4. Trova  $t_1$  tale che  $V_C(t_1) = \text{soglia} \Rightarrow$  commuta!
5. Ripeti dal nuovo stato fino a  $t = T_{tot}$

**Grafico:** esponenziali che "rimbalzano" tra  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$

b) Effetto dell'offset  $V_{off}$  sulla frequenza

L'offset trasla le soglie:

$$V'_{TH} = V_{TH} + V_{off} \quad V'_{TL} = V_{TL} + V_{off}$$

**Conseguenze:**

- Le soglie **non sono più simmetriche** rispetto a 0
- $T_{carica} \neq T_{scarica} \Rightarrow$  duty cycle  $\neq 50\%$
- Il periodo totale  $T$  **cambia**!

**Variazione relativa:**  $\frac{\Delta f}{f} = \frac{f' - f}{f}$

Ricalcola  $T'$  con le nuove soglie e confronta

c) Alimentazione asimmetrica ( $V_{DD} \neq |V_{SS}|$ )

Es:  $V_{DD} = +10V$ ,  $V_{SS} = -10V$  (simmetrico)  
vs  $V_{DD} = +10V$ ,  $V_{SS} = -5V$  (asimmetrico)

**Effetto:**

- $+V_{sat} = V_{DD}$ ,  $-V_{sat} = V_{SS}$  (rail-to-rail)
- $V_{TH} \neq |V_{TL}| \Rightarrow$  soglie asimmetriche
- $T_{carica} \neq T_{scarica}$

$\Rightarrow$  Calcola separatamente i due semiperiodi!

## Multivibratore Astabile - Esame (2/2)

### Multivibratore Astabile - Domande Tipiche (cont.)

d) Raddoppiare  $f$  senza cambiare  $R_3$  (resistenza timing)

Dalla formula:  $T = 2R_3C \cdot \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$

**Opzioni** (se  $R_3$  è fissa):

1. Dimezzare  $C$ :  $C' = C/2$   
 $\Rightarrow T' = T/2 \Rightarrow f' = 2f \checkmark$

2. Modificare  $\beta$ : cambiare  $R_1$  e/o  $R_2$

$$\text{Serve: } \ln\left(\frac{1+\beta'}{1-\beta'}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1+\beta'}{1-\beta'} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

Ricava  $\beta'$  e poi  $R'_1/R'_2$

**Attenzione:**  $\beta$  più piccolo = isteresi minore!

#### ★ FORMULA GENERALE per semiperiodi:

Fase di carica ( $V_{out} = +V_{sat}$ , da  $V_{TL}$  a  $V_{TH}$ ):

$$T_{carica} = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^+ - V_{TH}}{V_{sat}^+ - V_{TL}}\right)$$

Fase di scarica ( $V_{out} = -V_{sat}$ , da  $V_{TH}$  a  $V_{TL}$ ):

$$T_{scarica} = RC \cdot \ln\left(\frac{V_{sat}^- - V_{TH}}{V_{sat}^- - V_{TL}}\right)$$

(Nota:  $V_{sat}^-$  è negativo, quindi attento ai segni!)

Periodo totale:  $T = T_{carica} + T_{scarica}$

△ DUTY CYCLE:

$$D = \frac{T_{HIGH}}{T} = \frac{T_{carica}}{T_{carica} + T_{scarica}}$$

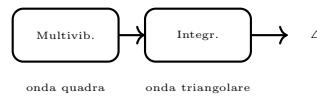
Se  $D \neq 50\% \Rightarrow$  onda quadra **asimmetrica**

## Generatore Forme d'Onda

### Generatore di Forme d'Onda

#### Combinazione: Multivibratore Astabile + Integratore

Schema a blocchi:



- Multivibratore astabile genera **onda quadra**
- Uscita del multivibratore → ingresso dell'integratore
- Integratore trasforma onda quadra in **onda triangolare**

Funzionamento:

#### 1. Multivibratore:

- Oscilla tra  $+V_{sat}$  e  $-V_{sat}$
- Frequenza:  $f = 1/T$  (determinata da  $R$ ,  $C$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ )
- Onda quadra simmetrica (duty cycle 50%)

#### 2. Integratore:

- Integra l'onda quadra con  $G_{ID}(s) = -\frac{1}{sRC}$
- Quando  $V_{in} = +V_{sat}$ : rampa **descendente**
- Quando  $V_{in} = -V_{sat}$ : rampa **ascendente**
- Risultato: **onda triangolare**

★ Ampiezza onda triangolare:

$$V_{pp,tri} = \frac{V_{sat} \cdot T/2}{RC}$$

dove  $T/2$  è il semiperiodo del multivibratore.

Aumentando  $RC$  dell'integratore si riduce l'ampiezza triangolare.

#### Applicazioni:

- Generatore di funzioni (square + triangle wave)
- Test di circuiti analogici
- Modulazione PWM (variando duty cycle)

Schema completo: collegare  $V_{out,multivib}$  a  $V_{in,integr}$