

I numeri: naturali, interi, decimali

Mattia Cozzi

a.f. 2024/2025

Contenuti

Numeri naturali

Operazioni

Potenze

Espressioni

Numeri interi

Numeri decimali

Numeri naturali

I numeri naturali sono i numeri più semplici e i primi che si imparano.

I numeri naturali vengono utilizzati per contare in generale, ad esempio per indicare quante foglie ha una pianta o quante caramelle ci sono in un vaso.

Numeri naturali

I numeri naturali sono i numeri più semplici e i primi che si imparano.

I numeri naturali vengono utilizzati per contare in generale, ad esempio per indicare quante foglie ha una pianta o quante caramelle ci sono in un vaso.



5 foglie

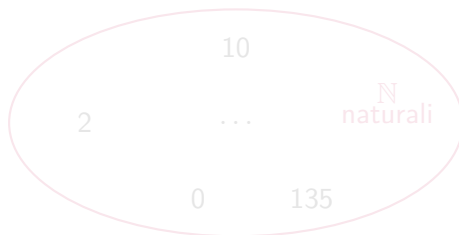


42 caramelle

L'insieme \mathbb{N}

I numeri naturali corrispondono quindi all'insieme:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

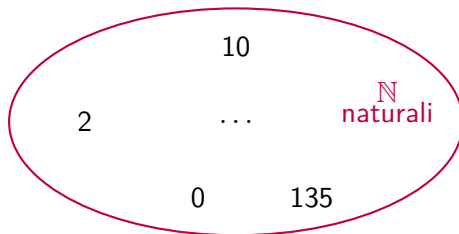


Attenzione: lo zero è un numero naturale!

L'insieme \mathbb{N}

I numeri naturali corrispondono quindi all'insieme:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

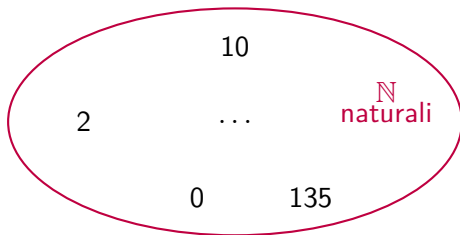


Attenzione: lo zero è un numero naturale!

L'insieme \mathbb{N}

I numeri naturali corrispondono quindi all'insieme:

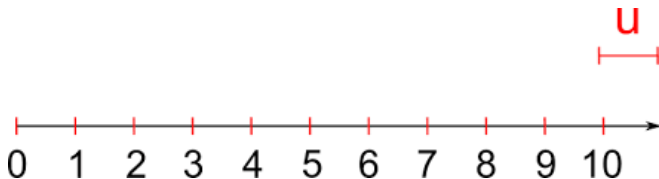
$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$



Attenzione: lo zero è un numero naturale!

Visualizzazione dei naturali

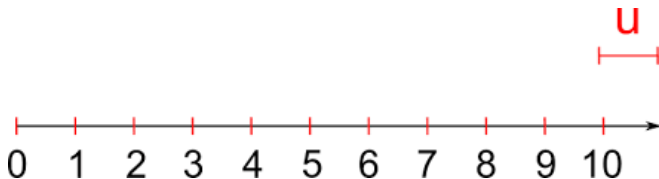
I numeri naturali possono essere visualizzati/immaginati come punti su una **semiretta**.



Immaginare i numeri (non solo i naturali) come punti sulla retta è fondamentale per capirli per davvero!

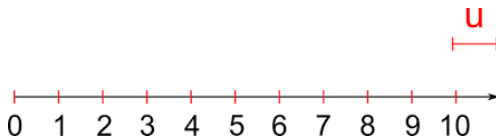
Visualizzazione dei naturali

I numeri naturali possono essere visualizzati/immaginati come punti su una **semiretta**.



Immaginare i numeri (non solo i naturali) come punti sulla retta è fondamentale per capirli per davvero!

Precedente e successivo

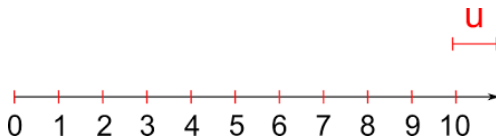


Tutti i naturali, tranne lo zero, hanno un:

- **precedente**, cioè il numero immediatamente a sinistra sulla linea dei naturali;
- **successivo/consequente**, cioè il numero immediatamente a destra sulla linea dei naturali;

Lo zero ha solo il successivo, non ha il precedente.

Precedente e successivo

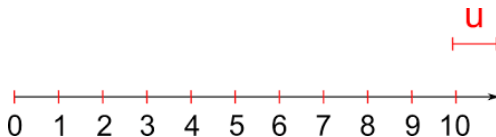


Tutti i naturali, tranne lo zero, hanno un:

- **precedente**, cioè il numero immediatamente a sinistra sulla linea dei naturali;
- **successivo/consequente**, cioè il numero immediatamente a destra sulla linea dei naturali;

Lo zero ha solo il successivo, non ha il precedente.

Precedente e successivo



Tutti i naturali, tranne lo zero, hanno un:

- **precedente**, cioè il numero immediatamente a sinistra sulla linea dei naturali;
- **successivo/consequente**, cioè il numero immediatamente a destra sulla linea dei naturali;

Lo zero ha solo il successivo, non ha il precedente.

Confronto tra naturali

L'insieme dei naturali è **ordinato**, cioè alcuni numeri vengono prima (sono più piccoli) e altri vengono dopo (sono più grandi).

Confrontare due naturali significa stabilire se sono uguali e, se non lo sono, quale dei due è il più grande.

I simboli utilizzati sono:

- $=$ (uguale a);
- $<$ (minore di);
- $>$ (maggiore di).

Confronto tra naturali

L'insieme dei naturali è **ordinato**, cioè alcuni numeri vengono prima (sono più piccoli) e altri vengono dopo (sono più grandi).

Confrontare due naturali significa stabilire se sono uguali e, se non lo sono, quale dei due è il più grande.

I simboli utilizzati sono:

- $=$ (uguale a);
- $<$ (minore di);
- $>$ (maggiore di).

Confronto tra naturali

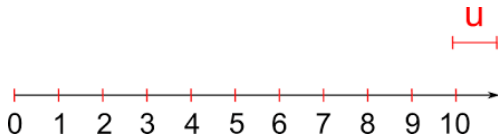
L'insieme dei naturali è **ordinato**, cioè alcuni numeri vengono prima (sono più piccoli) e altri vengono dopo (sono più grandi).

Confrontare due naturali significa stabilire se sono uguali e, se non lo sono, quale dei due è il più grande.

I simboli utilizzati sono:

- $=$ (uguale a);
- $<$ (minore di);
- $>$ (maggiore di).

Esempi

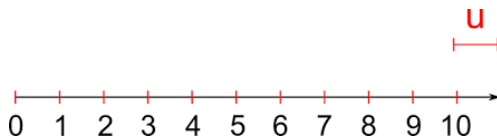


$$5 = 5$$

$$5 < 7$$

$$5 > 4$$

Esempi

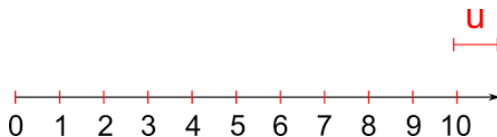


$$5 = 5$$

$$5 < 7$$

$$5 > 4$$

Esempi

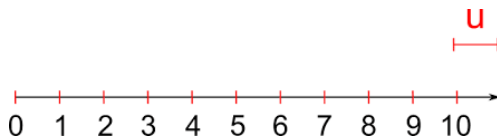


$$5 = 5$$

$$5 < 7$$

$$5 > 4$$

Esempi



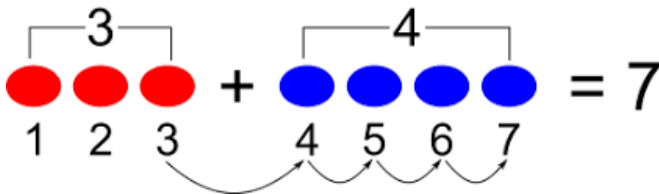
$$5 = 5$$

$$5 < 7$$

$$5 > 4$$

Somma o addizione

La somma (simbolo $+$) si esegue tra due numeri, partendo dal primo e contando verso destra tante unità quante sono nel secondo numero.



Per svolgere facilmente le somme, è sempre comodo **visualizzarle**.

Terminologia

È utile imparare anche i termini corretti per indicare ciò di cui stiamo parlando:

$$\text{3} + \text{4} = \text{7}$$

addendi somma

Addendo significa “cosa da sommare”.

Proprietà della somma

L'addizione è:

- **commutativa**, invertendo l'ordine degli addendi la somma non cambia:

$$3 + 7 = 7 + 3$$

- **associativa**, la somma di tre o più addendi non cambia se al posto di alcuni di essi si sostituisce la loro somma:

$$(4 + 7) + 3 = 4 + (7 + 3)$$

- **dissociativa**, la somma non cambia se un addendo viene sostituito con due addendi la cui somma è uguale a quello sostituito:

$$7 + 13 = 7 + (3 + 10)$$

Proprietà della somma

L'addizione è:

- **commutativa**, invertendo l'ordine degli addendi la somma non cambia:

$$3 + 7 = 7 + 3$$

- **associativa**, la somma di tre o più addendi non cambia se al posto di alcuni di essi si sostituisce la loro somma:

$$(4 + 7) + 3 = 4 + (7 + 3)$$

- **dissociativa**, la somma non cambia se un addendo viene sostituito con due addendi la cui somma è uguale a quello sostituito:

$$7 + 13 = 7 + (3 + 10)$$

Proprietà della somma

L'addizione è:

- **commutativa**, invertendo l'ordine degli addendi la somma non cambia:

$$3 + 7 = 7 + 3$$

- **associativa**, la somma di tre o più addendi non cambia se al posto di alcuni di essi si sostituisce la loro somma:

$$(4 + 7) + 3 = 4 + (7 + 3)$$

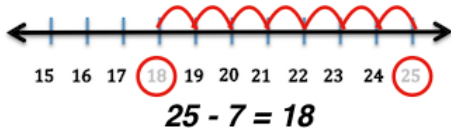
- **dissociativa**, la somma non cambia se un addendo viene sostituito con due addendi la cui somma è uguale a quello sostituito:

$$7 + 13 = 7 + (3 + 10)$$

Differenza o sottrazione

La differenza (simbolo $-$) si esegue tra due numeri, partendo dal primo e contando verso sinistra tante unità quante sono nel secondo numero.

$$\begin{array}{c} \text{minuendo} \quad \text{sottraendo} \end{array} \quad \begin{array}{c} 7 - 3 = 4 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \nearrow \\ \text{differenza} \end{array}$$



Un problema

Se il minuendo è più piccolo del sottraendo, come in:

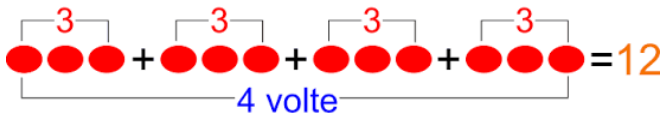
$$7 - 12$$

la differenza non può essere calcolata restando nell'insieme dei numeri naturali.

Vedremo che, per svolgere operazioni di questo tipo, è necessario un insieme di numeri diverso, l'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} .

Prodotto o moltiplicazione

Il prodotto (simbolo \times oppure \cdot) si esegue tra due numeri, sommando il primo a sé stesso tante volte quante sono le unità del secondo numero.



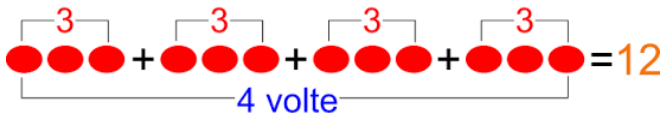
$$3 \times 4 = 12$$

fattori prodotto

Attenzione: il prodotto è commutativo, associativo e dissociativo!

Prodotto o moltiplicazione

Il prodotto (simbolo \times oppure \cdot) si esegue tra due numeri, sommando il primo a sé stesso tante volte quante sono le unità del secondo numero.



$$3 \times 4 = 12$$

fattori prodotto

Attenzione: il prodotto è commutativo, associativo e dissociativo!

Proprietà distributiva

Il prodotto ha un'altra utile proprietà, è distributivo rispetto alla somma e alla differenza.

Ad esempio:

$$5 \cdot (3 + 6) = (5 \cdot 3) + (5 \cdot 6)$$

$$5 \cdot (7 - 4) = (5 \cdot 7) - (5 \cdot 4)$$

Proprietà distributiva

Il prodotto ha un'altra utile proprietà, è distributivo rispetto alla somma e alla differenza.

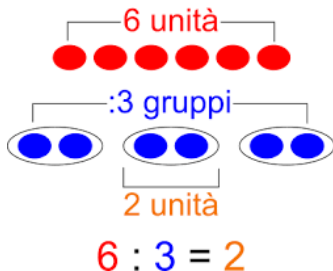
Ad esempio:

$$5 \cdot (3 + 6) = (5 \cdot 3) + (5 \cdot 6)$$

$$5 \cdot (7 - 4) = (5 \cdot 7) - (5 \cdot 4)$$

Quoziente o divisione

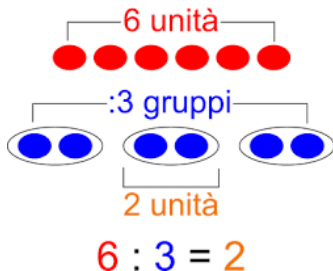
Il quoziente (simbolo :) si esegue tra due numeri. Si raggruppano le unità del primo in tanti gruppi uguali quante sono le unità del secondo e si contano le unità di un singolo gruppo.



Perché non è possibile dividere per zero?

Quoziente o divisione

Il quoziente (simbolo :) si esegue tra due numeri. Si raggruppano le unità del primo in tanti gruppi uguali quante sono le unità del secondo e si contano le unità di un singolo gruppo.



Perché non è possibile dividere per zero?

Divisione con e senza resto

Se la divisione può essere eseguita perfettamente (come $7 : 2$), allora ci sono due possibilità:

- si utilizza la divisione con il resto;
- si utilizzano i numeri con la virgola (numeri decimali).

Divisione con e senza resto

Se la divisione può essere eseguita perfettamente (come $7 : 2$), allora ci sono due possibilità:

- si utilizza la divisione con il resto;
- si utilizzano i numeri con la virgola (numeri decimali).

Elevamento a potenza

L'elevamento a potenza utilizza due numeri, una **base** e un **esponente**. Si calcola moltiplicando la base per sé stessa tante volte quante indicate dall'esponente.

$$\begin{array}{c} \text{Esponente} \\ \downarrow \\ 3^4 \\ \uparrow \\ \text{Base} \end{array} = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fattori uguali}}$$

Attenzione a non confondere l'elevamento a potenza con la moltiplicazione!

Elevamento a potenza

L'elevamento a potenza utilizza due numeri, una **base** e un **esponente**. Si calcola moltiplicando la base per sé stessa tante volte quante indicate dall'esponente.

$$\begin{array}{c} \text{Esponente} \\ \downarrow \\ 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ \uparrow \\ \text{Base} \end{array} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{4 \text{ fattori uguali}}$$

Attenzione a non confondere l'elevamento a potenza con la moltiplicazione!

Elevamenti particolari

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Potenze di 10

Molto utili e importanti sono le potenze di 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^9 = 1.000.000.000$$

Potenze di 10

Molto utili e importanti sono le potenze di 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^9 = 1.000.000.000$$

Potenze di 10

Molto utili e importanti sono le potenze di 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^9 = 1.000.000.000$$

Potenze di 10

Molto utili e importanti sono le potenze di 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^9 = 1.000.000.000$$

Potenze di 10

Molto utili e importanti sono le potenze di 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^9 = 1.000.000.000$$

Potenze di 10

Molto utili e importanti sono le potenze di 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^9 = 1.000.000.000$$

Potenze di 10

Molto utili e importanti sono le potenze di 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^6 = 1.000.000$$

$$10^9 = 1.000.000.000$$

Esercizi sulle potenze

1. Calcola il valore delle seguenti potenze:

- 3^2
- 12^2
- 2^5
- 8^3
- 3^4
- 2^{10}

2. Trova il valore dell'esponente k in modo che siano vere le seguenti uguaglianze:

- $3^k = 81$
- $2^k = 256$
- $5^k = 625$
- $1765^k = 1765$

3. Disponi i seguenti numeri in ordine crescente:

3^2 5^1 18 124 200^0 6^2 5^3

Proprietà delle potenze

Le proprietà delle potenze ci aiutano moltissimo a semplificare i calcoli che coinvolgono le potenze.

- Prodotto di potenze con la stessa base:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Esempio:

$$2^3 \cdot 2^7 = 2^{3+7} = 2^{10}$$

Proprietà delle potenze

Le proprietà delle potenze ci aiutano moltissimo a semplificare i calcoli che coinvolgono le potenze.

- Prodotto di potenze con la stessa base:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Esempio:

$$2^3 \cdot 2^7 = 2^{3+7} = 2^{10}$$

Proprietà delle potenze

- Quoziente di potenze con la stessa base:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Esempio:

$$2^7 : 2^5 = 2^{7-5} = 2^2$$

- Potenza di potenza:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Esempio:

$$(9^7)^2 = 9^{7 \cdot 2} = 9^{14}$$

Proprietà delle potenze

- Quoziente di potenze con la stessa base:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Esempio:

$$2^7 : 2^5 = 2^{7-5} = 2^2$$

- Potenza di potenza:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Esempio:

$$(9^7)^2 = 9^{7 \cdot 2} = 9^{14}$$

Proprietà delle potenze

- Prodotto di potenze con lo stesso esponente:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Esempio:

$$2^7 \cdot 5^7 = (2 \cdot 5)^7 = 10^7$$

- Quoziente di potenze con lo stesso esponente:

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

Esempio:

$$14^8 : 7^8 = (14 : 7)^8 = 2^8$$

Proprietà delle potenze

- Prodotto di potenze con lo stesso esponente:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Esempio:

$$2^7 \cdot 5^7 = (2 \cdot 5)^7 = 10^7$$

- Quoziente di potenze con lo stesso esponente:

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

Esempio:

$$14^8 : 7^8 = (14 : 7)^8 = 2^8$$

Esercizi sulle proprietà delle potenze

1. Calcola applicando le proprietà delle potenze:

- $2^4 \cdot 2^6 : 2^{10}$

- $3^4 \cdot 3^5 : 3^6$

- $[(7^2)^3]^4 : [(7^3)^2]^0$

- $[(2^3 \cdot 3^3)^4 : 6^{10}]^2 : (2^2 \cdot 3^2)^2$

- $a^3 : a^2$

- $(a^7)^3$

2. Trova il valore di x in modo che siano vere le seguenti uguaglianze:

- $3^{x+2} = 27$

- $2^{4-x} = 2$

Espressioni

Una espressione matematica è una sequenza di calcoli, come ad esempio:

$$8 + 45 : 3^2 + 4 \cdot 2 - 14$$

Come si esegue? In quale ordine si eseguono le operazioni?

Espressioni senza parentesi

Quando l'espressione è senza parentesi, le operazioni vanno eseguite in questo ordine (rimangono vere le proprietà che abbiamo visto):

1. elevamento a potenza;
2. moltiplicazioni e divisioni;
3. somme e sottrazioni.

Esempio

$$8 + 45 : 3^2 + 4 \cdot 2 - 14 =$$

$$= 8 + 45 : 9 + 4 \cdot 2 - 14 =$$

$$= 8 + 5 + 8 - 14 = 7$$

Esempio

$$8 + 45 : 3^2 + 4 \cdot 2 - 14 =$$

$$= 8 + 45 : 9 + 4 \cdot 2 - 14 =$$

$$= 8 + 5 + 8 - 14 = 7$$

Esempio

$$8 + 45 : 3^2 + 4 \cdot 2 - 14 =$$

$$= 8 + 45 : 9 + 4 \cdot 2 - 14 =$$

$$= 8 + 5 + 8 - 14 = 7$$

Espressioni con le parentesi

In questo caso si **ragiona a blocchi**, svolgendo prima di tutto le operazioni nelle parentesi più interne.

Prova a calcolare:

$$42 : \{ 105 : [(5 \cdot 2^2 + 7) : 3^2 + (7^2 : 7 + 3) : 5] \}$$

Espressioni con le parentesi

In questo caso si **ragiona a blocchi**, svolgendo prima di tutto le operazioni nelle parentesi più interne.

Prova a calcolare:

$$42 : \{ 105 : [(5 \cdot 2^2 + 7) : 3^2 + (7^2 : 7 + 3) : 5] \}$$

Esercizi sulle espressioni (1)

1. Traduci in espressioni aritmetiche le seguenti frasi e calcola poi il loro valore.

- Aggiungi a 72 il prodotto tra 7 e 8.
- Moltiplica la differenza di 17 e 8 per la somma di 2 e 3.
- Sottrai al prodotto di 7 e 4 il quoziente di 36 e 12.
- Moltiplica la somma di 5 e 8 per 2 e sottrai al risultato 10.

2. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

- $1 + [(15 : 3) \cdot 7 + (10 \cdot 2) : 4] : (2 \cdot 4) - [(2 \cdot 5) : 2 - 2]$
- $\{[(6 \cdot 4 - 18) + 5 \cdot (12 - 9)] : (7 \cdot 2 - 11) - 3 + 10\} : 7$
- $[5 \cdot (3 \cdot 8 - 5 \cdot 4) - 7]\{4 \cdot (28 : 7 + 4) : [(6 \cdot 5) : 15] - 2 \cdot 8\}$

Esercizi sulle espressioni (2)

3. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\bullet [(3^6 : 3^4) - 2^3] \cdot [(5^3 \cdot 5^4) : (5^2 \cdot 5^3)] : (2^2 + 1)$$

[5]

$$\bullet \{[(3^{10} : 3^6)^2 \cdot (3^8 : 3^3)] : 3^{12}\} + 1^7 + (2^2 \cdot 3 - 11)$$

[5]

$$\bullet [(6^3 \cdot 2^3 : 4^3) : (10^4 : 5^4 - 7) \cdot 3^4]^2 : (3^3 \cdot 3^2)^2$$

[1]

$$\bullet 2^2 + \{[(3 \cdot 2^2 + 2) \cdot 2 - 6 \cdot 2 + (2 \cdot 6 + 1^5 \cdot 7)] : 5 + 7\} : 14 + 4$$

[9]

Un nuovo insieme di numeri

I numeri interi o relativi, sono tutti numeri interi (senza virgola) e sono caratterizzati da un segno negativo, nullo o positivo:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots\}$$

Il nuovo insieme **include** il precedente insieme \mathbb{N} .

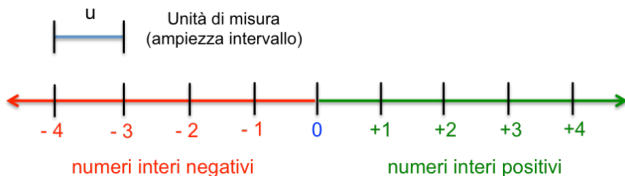
Per comodità, a volte il segno $+$ viene omissso, e quindi scrivere $+6$ oppure semplicemente 6 è la stessa cosa.

Un nuovo insieme di numeri

I numeri interi o relativi, sono tutti numeri interi (senza virgola) e sono caratterizzati da un segno negativo, nullo o positivo:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots\}$$

Il nuovo insieme **include** il precedente insieme \mathbb{N} .



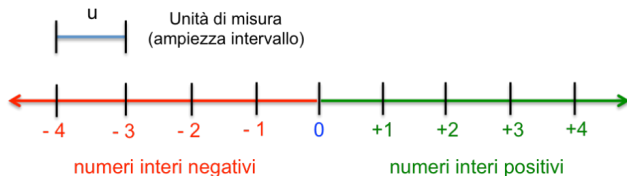
Per comodità, a volte il segno + viene omissso, e quindi scrivere +6 oppure semplicemente 6 è la stessa cosa.

Un nuovo insieme di numeri

I numeri interi o relativi, sono tutti numeri interi (senza virgola) e sono caratterizzati da un segno negativo, nullo o positivo:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots\}$$

Il nuovo insieme **include** il precedente insieme \mathbb{N} .



Per comodità, a volte il segno + viene omissso, e quindi scrivere +6 oppure semplicemente 6 è la stessa cosa.

Utilizzi dei negativi

I numeri negativi permettono di svolgere operazioni che erano impossibili nell'insieme \mathbb{N} dei naturali, ad esempio:

$$18 - 20$$

Ora possiamo dire che il risultato di $18 - 20$ è -2 .

I numeri negativi vengono utilizzati anche nella vita reale:

Utilizzi dei negativi

I numeri negativi permettono di svolgere operazioni che erano impossibili nell'insieme \mathbb{N} dei naturali, ad esempio:

$$18 - 20$$

Ora possiamo dire che il risultato di $18 - 20$ è -2 .

I numeri negativi vengono utilizzati anche nella vita reale:

Utilizzi dei negativi

I numeri negativi permettono di svolgere operazioni che erano impossibili nell'insieme \mathbb{N} dei naturali, ad esempio:

$$18 - 20$$

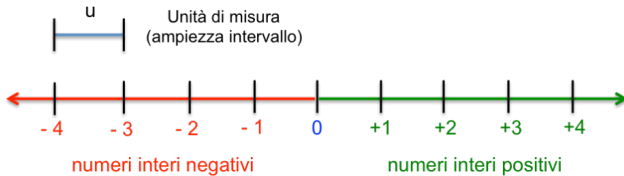
Ora possiamo dire che il risultato di $18 - 20$ è -2 .

I numeri negativi vengono utilizzati anche nella vita reale:



Valore assoluto

Per capire il concetto di valore assoluto è importante **visualizzare** i numeri interi:

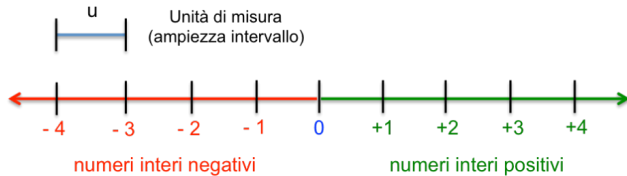


Il valore assoluto di un numero si indica con **due sbarrette intorno ad un numero**, come:

$$|-7|$$

Valore assoluto

Per capire il concetto di valore assoluto è importante **visualizzare** i numeri interi:

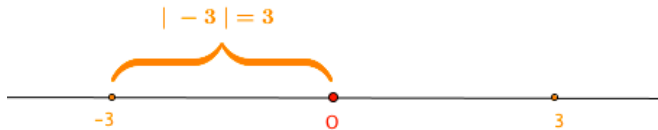


Il valore assoluto di un numero si indica con **due sbarrette intorno ad un numero**, come:

$$|-7|$$

Valore assoluto come distanza

Il valore assoluto di un numero corrisponde alla **distanza del numero dallo 0** sulla retta dei numeri.



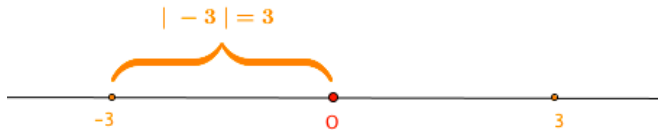
Quindi:

$$|-3| = |+3| = 3$$

Quali due numeri interi hanno valore assoluto pari a 14?

Valore assoluto come distanza

Il valore assoluto di un numero corrisponde alla **distanza del numero dallo 0** sulla retta dei numeri.



Quindi:

$$|-3| = |+3| = 3$$

Quali due numeri interi hanno valore assoluto pari a 14?

Terminologia

Vediamo alcune utili definizioni:

- **numeri concordi**, se hanno lo stesso segno, come:

-7 e -100

- **numeri discordi**, se hanno segno diverso, come:

-12 e $+4$

- **numeri opposti**, se hanno lo stesso valore assoluto e segno diverso, come:

-8 e $+8$

Terminologia

Vediamo alcune utili definizioni:

- **numeri concordi**, se hanno lo stesso segno, come:

-7 e -100

- **numeri discordi**, se hanno segno diverso, come:

-12 e $+4$

- **numeri opposti**, se hanno lo stesso valore assoluto e segno diverso, come:

-8 e $+8$

Terminologia

Vediamo alcune utili definizioni:

- **numeri concordi**, se hanno lo stesso segno, come:

-7 e -100

- **numeri discordi**, se hanno segno diverso, come:

-12 e $+4$

- **numeri opposti**, se hanno lo stesso valore assoluto e segno diverso, come:

-8 e $+8$

Confronto tra numeri interi

Il confronto tra numeri interi, indicato con $=$, $>$ e $<$, avviene come per i numeri naturali.

È sempre bene **visualizzare i numeri interi** per poterli confrontare bene. Numeri che sono più a destra sono più grandi, numeri che sono più a sinistra sono più piccoli.

$$-3 < +9$$

$$-23 < -1$$

$$+13 > +2$$

$$+6 > -300$$

Confronto tra numeri interi

Il confronto tra numeri interi, indicato con $=$, $>$ e $<$, avviene come per i numeri naturali.

È sempre bene **visualizzare i numeri interi** per poterli confrontare bene. Numeri che sono più a destra sono più grandi, numeri che sono più a sinistra sono più piccoli.

$$-3 < +9$$

$$-23 < -1$$

$$+13 > +2$$

$$+6 > -300$$

Confronto tra numeri interi

Il confronto tra numeri interi, indicato con $=$, $>$ e $<$, avviene come per i numeri naturali.

È sempre bene **visualizzare i numeri interi** per poterli confrontare bene. Numeri che sono più a destra sono più grandi, numeri che sono più a sinistra sono più piccoli.

$$-3 < +9$$

$$-23 < -1$$

$$+13 > +2$$

$$+6 > -300$$

Confronto tra numeri interi

Il confronto tra numeri interi, indicato con $=$, $>$ e $<$, avviene come per i numeri naturali.

È sempre bene **visualizzare i numeri interi** per poterli confrontare bene. Numeri che sono più a destra sono più grandi, numeri che sono più a sinistra sono più piccoli.

$$-3 < +9$$

$$-23 < -1$$

$$+13 > +2$$

$$+6 > -300$$

Confronto tra numeri interi

Il confronto tra numeri interi, indicato con $=$, $>$ e $<$, avviene come per i numeri naturali.

È sempre bene **visualizzare i numeri interi** per poterli confrontare bene. Numeri che sono più a destra sono più grandi, numeri che sono più a sinistra sono più piccoli.

$$-3 < +9$$

$$-23 < -1$$

$$+13 > +2$$

$$+6 > -300$$

Confronto tra numeri interi

Il confronto tra numeri interi, indicato con $=$, $>$ e $<$, avviene come per i numeri naturali.

È sempre bene **visualizzare i numeri interi** per poterli confrontare bene. Numeri che sono più a destra sono più grandi, numeri che sono più a sinistra sono più piccoli.

$$-3 < +9$$

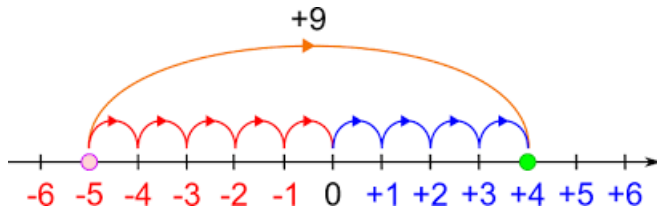
$$-23 < -1$$

$$+13 > +2$$

$$+6 > -300$$

Somme e sottrazioni

La somma e la sottrazione si svolgono come per i numeri naturali, spostandosi a destra o sinistra sulla retta dei numeri:

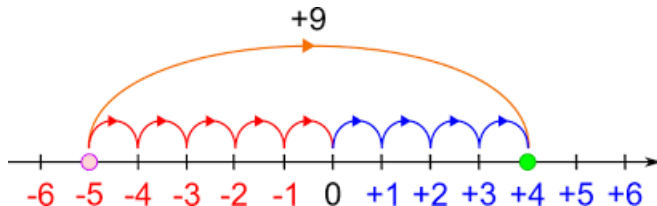


$$-5 + 9 = +4$$

Non ci sono regole "strane" da applicare!

Somme e sottrazioni

La somma e la sottrazione si svolgono come per i numeri naturali, spostandosi a destra o sinistra sulla retta dei numeri:



$$-5 + 9 = +4$$

Non ci sono regole “strane” da applicare!

La regola dei segni

Per svolgere moltiplicazioni e divisioni dobbiamo invece studiare la regola dei segni:

Regola dei segni (1)

Il prodotto/quotiente di numeri con lo **stesso segno** è un numero **positivo**.

$$(+5) \cdot (+2) = +10$$

$$(-3) : (-1) = +3$$

Il prodotto/quotiente di numeri con **segno diverso** è un numero **negativo**.

$$(+4) \cdot (-3) = -12$$

$$(-9) : (+3) = -3$$

La regola dei segni

Per svolgere moltiplicazioni e divisioni dobbiamo invece studiare la regola dei segni:

Regola dei segni (1)

Il prodotto/quoziente di numeri con lo **stesso segno** è un numero **positivo**.

$$(+5) \cdot (+2) = +10$$

$$(-3) : (-1) = +3$$

Il prodotto/quoziente di numeri con **segno diverso** è un numero **negativo**.

$$(+4) \cdot (-3) = -12$$

$$(-9) : (+3) = -3$$

Regola dei segni per le potenze

Regola dei segni (2)

Le **potenze pari** di qualsiasi numero **sono positive**.

$$(+2)^4 = +16$$

$$(-2)^4 = +16$$

Le **potenze dispari** invece **mantengono il segno della base**.

$$(+4)^3 = +64$$

$$(-4)^3 = -64$$

Riesci a spiegare perché?

Regola dei segni per le potenze

Regola dei segni (2)

Le **potenze pari** di qualsiasi numero **sono positive**.

$$(+2)^4 = +16$$

$$(-2)^4 = +16$$

Le **potenze dispari** invece **mantengono il segno della base**.

$$(+4)^3 = +64$$

$$(-4)^3 = -64$$

Riesci a spiegare perché?

Regola dei segni per le potenze

Regola dei segni (2)

Le **potenze pari** di qualsiasi numero **sono positive**.

$$(+2)^4 = +16$$

$$(-2)^4 = +16$$

Le **potenze dispari** invece **mantengono il segno della base**.

$$(+4)^3 = +64$$

$$(-4)^3 = -64$$

Riesci a spiegare perché?

Esercizi su somma e differenza di numeri interi

1. Completa la tabella:

a	b	c	a - b + c	b + c - a	a - (b + c)	c - (a - b)	b - (c - a)
-2	+3	0					
+4	+5	-6					
-2	-7	-3					
+1	-1	0					
+2	-1	+4					
-6	+5	+6					
+3	+8	+7					

2. Inserisci al posto dei puntini il numero mancante:

- $(+14) + (\dots) = -8$
- $(\dots) - (-4) = -6$
- $(-12) + (\dots) = +5$
- $(+3) - (\dots) = +8$

Esercizi su somma e differenza di numeri interi

1. Completa la tabella:

a	b	c	$a - b + c$	$b + c - a$	$a \cdot (b - c)$	$(a - b) \cdot c$	$(a + b - c) \cdot a$
-2	+3	0					
+4	+5	-6					
-2	-7	-3					
+1	-1	0					
+2	-1	+4					
-6	+5	+6					
+3	+8	+7					

2. Inserisci al posto dei puntini il numero mancante:

$$\bullet (-9)(\dots) = +108$$

$$\bullet (\dots) \cdot (-8) = -104$$

$$\bullet (+3) \cdot (\dots) = -48$$

$$\bullet (-32) : (\dots) = +4$$

Espressioni coi numeri interi

1. Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$\bullet \{-14 + 3 \cdot [9 + 2 \cdot (-2) - 3 \cdot (17 + 2 - 15)]\} \cdot (-1)$$

[+35]

$$\bullet [25 - (-13 + 12)] : 13 + [3 + 2(-12 - 4) : (+5 + 3) - 1]$$

[0]

$$\bullet \{[(-8)^2]^5\}^3 : \{[(-8)^3]^2\}^5$$

[1]

$$\bullet [(-5)^2 \cdot (-5)^3 : (-5)^4]^2 - (8 - 2^2 - 3^2) \cdot (5^6 : 5^4 - 30)$$

[0]

Un'espressione speciale

$$\left\{ -7 + \left[-(-4 + 13^0) + (-6 + 2 - 1)^2 \cdot (5 - 7)^2 : (8 - 2 - 6) \right]^2 \right\} : [(-3)^2]^2$$

Perché questa espressione è **impossibile**?

Un'espressione speciale

$$\left\{ -7 + \left[-(-4 + 13^0) + (-6 + 2 - 1)^2 \cdot (5 - 7)^2 : (8 - 2 - 6) \right]^2 \right\} : [(-3)^2]^2$$

Perché questa espressione è **impossibile**?

Cosa sono i numeri decimali?

I numeri decimali sono numeri formati da **due parti**:

- una **parte intera**, prima della virgola;
- una **parte decimale**, dopo la virgola.

Sono numeri che utilizziamo tutti i giorni, ad esempio per i prezzi o i pesi dei prodotti.



Cosa sono i numeri decimali?

I numeri decimali sono numeri formati da **due parti**:

- una **parte intera**, prima della virgola;
- una **parte decimale**, dopo la virgola.

Sono numeri che utilizziamo tutti i giorni, ad esempio per i prezzi o i pesi dei prodotti.



Cosa sono i numeri decimali?

I numeri decimali sono numeri formati da **due parti**:

- una **parte intera**, prima della virgola;
- una **parte decimale**, dopo la virgola.

Sono numeri che utilizziamo tutti i giorni, ad esempio per i prezzi o i pesi dei prodotti.



Nomi delle cifre decimali

Nome della cifra	Posizione	Valore	Simbolo
decimi	1	0,1	d
centesimi	2	0,01	c
millesimi	3	0,001	m

Esempio:

4,745

4 unità, 7 decimi, 4 centesimi e 5 millesimi

Nomi delle cifre decimali

Nome della cifra	Posizione	Valore	Simbolo
decimi	1	0,1	d
centesimi	2	0,01	c
millesimi	3	0,001	m

Esempio:

4,745

4 unità, 7 decimi, 4 centesimi e 5 millesimi

Confronto tra decimali

Quando confrontiamo due decimali, attenzione a fare il confronto **cifra per cifra**: confrontare le unità con le unità, i decimi con i decimi, ecc.

Esempio:

$$7,099 < 7,12$$

La prima cifra per cui differiscono sono i decimi, ed è quella da guardare per ordinare i numeri.

Confronto tra decimali

Quando confrontiamo due decimali, attenzione a fare il confronto **cifra per cifra**: confrontare le unità con le unità, i decimi con i decimi, ecc.

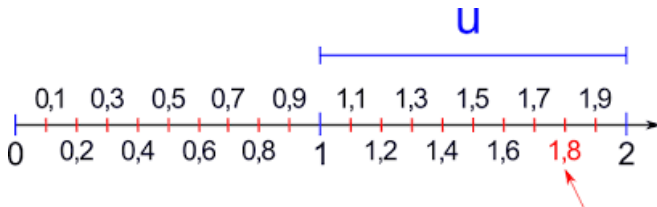
Esempio:

$$7,099 < 7,12$$

La prima cifra per cui differiscono sono i decimi, ed è quella da guardare per ordinare i numeri.

Rappresentazione dei decimali

Come tutti gli altri numeri, anche i decimali si possono **visualizzare su una retta orientata**:



Esercizi sull'ordinamento dei decimali

1. Disponi in ordine crescente i seguenti numeri decimali:

1,8 0,3 1,5 6,9 5,3 1,799 1,485 0,305

2. Completa le seguenti frasi:

- 1000 millesimi formano ... unità.
- 2000 centesimi formano ... unità.
- 200 decimi formano ... unità.
- 4000 decimi formano ... unità.

Operazioni coi decimali

Le operazioni coi decimali seguono le stesse regole di tutti gli altri numeri.

È molto comodo visualizzare somme e sottrazioni **in colonna**, per non confondersi con le cifre decimali.

Per eseguire $5,15 + 2,743$ facciamo:

$$\begin{array}{r} 5,15 + \\ 2,743 = \\ \hline 7,893 \end{array}$$

Operazioni coi decimali

Le operazioni coi decimali seguono le stesse regole di tutti gli altri numeri.

È molto comodo visualizzare somme e sottrazioni **in colonna**, per non confondersi con le cifre decimali.

Per eseguire $5,15 + 2,743$ facciamo:

$$\begin{array}{r} 5 \text{ , } 1 \text{ } 5 \quad + \\ 2 \text{ , } 7 \text{ } 4 \text{ } 3 \quad = \\ \hline 7 \text{ , } 8 \text{ } 9 \text{ } 3 \end{array}$$

Approssimare

A volte, nei nostri calcoli con la calcolatrice, otteniamo numeri “scomodi”, come:

5,1814894

Spesso non ci interessano più di **due o tre cifre decimali**, e vogliamo quindi “tagliare” il numero, cioè **approssimarlo**.

5,18 è una approssimazione accettabile del numero precedente.

Approssimare

A volte, nei nostri calcoli con la calcolatrice, otteniamo numeri “scomodi”, come:

5,1814894

Spesso non ci interessano più di **due o tre cifre decimali**, e vogliamo quindi “tagliare” il numero, cioè **approssimarlo**.

5,18 è una approssimazione accettabile del numero precedente.

Regole per approssimare

Prima di tutto dobbiamo **decidere a quale cifra approssimare**: ai decimi (una cifra), ai centesimi (due cifre) o ai millesimi (tre cifre).

Dobbiamo poi guardare **la cifra successiva all'ultima che vogliamo scrivere**:

- se la cifra successiva è 0, 1, 2, 3 o 4, approssimiamo per **difetto**, eliminando la parte che non vogliamo;
- se la cifra successiva è 5, 6, 7, 8 o 9, approssimiamo per **eccesso**, aumentando di 1 l'ultima cifra che scriviamo.

Regole per approssimare

Prima di tutto dobbiamo **decidere a quale cifra approssimare**: ai decimi (una cifra), ai centesimi (due cifre) o ai millesimi (tre cifre).

Dobbiamo poi guardare **la cifra successiva all'ultima che vogliamo scrivere**:

- se la cifra successiva è 0, 1, 2, 3 o 4, approssimiamo per **difetto**, eliminando la parte che non vogliamo;
- se la cifra successiva è 5, 6, 7, 8 o 9, approssimiamo per **eccesso**, aumentando di 1 l'ultima cifra che scriviamo.

Regole per approssimare

Prima di tutto dobbiamo **decidere a quale cifra approssimare**: ai decimi (una cifra), ai centesimi (due cifre) o ai millesimi (tre cifre).

Dobbiamo poi guardare **la cifra successiva all'ultima che vogliamo scrivere**:

- se la cifra successiva è 0, 1, 2, 3 o 4, approssimiamo per **difetto**, eliminando la parte che non vogliamo;
- se la cifra successiva è 5, 6, 7, 8 o 9, approssimiamo per **eccesso**, aumentando di 1 l'ultima cifra che scriviamo.

Regole per approssimare

Prima di tutto dobbiamo **decidere a quale cifra approssimare**: ai decimi (una cifra), ai centesimi (due cifre) o ai millesimi (tre cifre).

Dobbiamo poi guardare **la cifra successiva all'ultima che vogliamo scrivere**:

- se la cifra successiva è 0, 1, 2, 3 o 4, approssimiamo per **difetto**, eliminando la parte che non vogliamo;
- se la cifra successiva è 5, 6, 7, 8 o 9, approssimiamo per **eccesso**, aumentando di 1 l'ultima cifra che scriviamo.

Esempi

7,2735

Approssimazione ai decimi: 7,3.

Approssimazione ai centesimi: 7,27.

Approssimazione ai millesimi: 7,274.

Esempi

7,2735

Approssimazione ai decimi: 7,3.

Approssimazione ai centesimi: 7,27.

Approssimazione ai millesimi: 7,274.

Esempi

7,27³⁵

Approssimazione ai decimi: 7,3.

Approssimazione ai centesimi: 7,27.

Approssimazione ai millesimi: 7,274.

Esempi

7,2735

Approssimazione ai decimi: 7,3.

Approssimazione ai centesimi: 7,27.

Approssimazione ai millesimi: 7,274.

Esercizi sull'ordinamento dei decimali

1. Approssima i seguenti numeri a una cifra decimale:

1,83 0,35 1,485 0,3058178

2. Approssima i seguenti numeri a due cifre decimali:

6,099 4,0673 9,005 3,2324

E le frazioni?

I numeri decimali, sia positivi sia negativi, possono essere anche espressi sotto forma di **frazioni**, che vanno a costituire l'insieme \mathbb{Q} dei **numeri razionali**.

Ad esempio:

$$7,7 = 77 : 10 = \frac{77}{10}$$

$$-2,3 = -23 : 10 = -\frac{23}{10}$$

Le frazioni sono solo un modo più comodo di scrivere delle divisioni!

E le frazioni?

I numeri decimali, sia positivi sia negativi, possono essere anche espressi sotto forma di **frazioni**, che vanno a costituire l'insieme \mathbb{Q} dei **numeri razionali**.

Ad esempio:

$$7,7 = 77 : 10 = \frac{77}{10}$$

$$-2,3 = -23 : 10 = -\frac{23}{10}$$

Le frazioni sono solo un modo più comodo di scrivere delle divisioni!

E le frazioni?

I numeri decimali, sia positivi sia negativi, possono essere anche espressi sotto forma di **frazioni**, che vanno a costituire l'insieme \mathbb{Q} dei **numeri razionali**.

Ad esempio:

$$7,7 = 77 : 10 = \frac{77}{10}$$

$$-2,3 = -23 : 10 = -\frac{23}{10}$$

Le frazioni sono solo un modo più comodo di scrivere delle divisioni!

E le frazioni?

I numeri decimali, sia positivi sia negativi, possono essere anche espressi sotto forma di **frazioni**, che vanno a costituire l'insieme \mathbb{Q} dei **numeri razionali**.

Ad esempio:

$$7,7 = 77 : 10 = \frac{77}{10}$$

$$-2,3 = -23 : 10 = -\frac{23}{10}$$

Le frazioni sono solo un modo più comodo di scrivere delle divisioni!

Insiemi numerici

