

# Metodo Volt-Amperometrico E Circuito RC

Eugenio Dormicchi<sup>1,2</sup>, Giovanni Oliveri<sup>1</sup>, Mattia Sotgia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Gruppo C03, Esperienza di laboratorio n. 8

<sup>2</sup>In presenza in laboratorio per la presa dati

(Presenza dati 28 Aprile 2021, 15:00– 18:00; Analisi dati 4 Maggio 2021)

*Obiettivo–*

*Metodi–* Circuiti elettrici, carica e scarica condensatori, Fit polinomiali ed esponenziali.

*Risultati–*

*Conclusione–*

## 1. Introduzione

Si vuole misurare il valore delle resistenze  $R_1$  e  $R_2$  sfruttando il metodo volt-amperometrico, e poi misurare la capacità di un condensatore, a partire dalla misura della costante di tempo su un circuito RC.

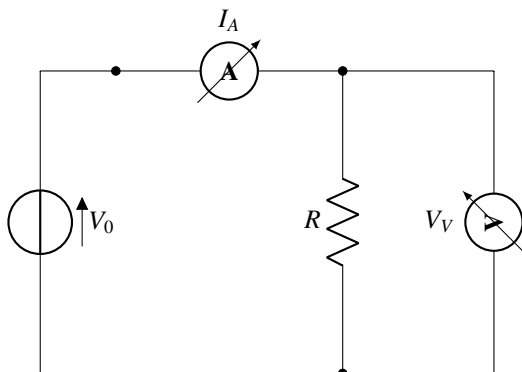
### 1.1. Metodo volt-amperometrico

Il metodo volt-amperometrico è un processo sperimentale, che consente di risalire al valore di una resistenza, tramite le misure della tensione ai suoi capi, e dell'intensità di corrente fluente al suo interno. Chiamando  $I_R$  la corrente che scorre all'interno della resistenza, e  $V_R$  la tensione ai suoi estremi, possiamo calcolare il valore della resistenza  $R$ , con la formula

$$R = \frac{V_R}{I_R}.$$

Nella prima parte dell'esperienza, misuriamo i valori di due resistenze  $R_1$  e  $R_2$ , mediante il metodo volt-amperometrico.

Il circuito realizzato è composto da un generatore, collegato ad una resistenza nel circuito primario. Sullo stesso circuito è collegato l'amperometro, e in parallelo alla resistenza (posta dopo l'amperometro) è posizionato il voltmetro. Il circuito sul quale sono effettuate le misure è mostrato in Figura 1.



**Figura 1.** Schema elettrico del circuito utilizzato per la misura delle resistenze  $R_1$  e  $R_2$  con il metodo volt-amperometrico.

### 1.2. Circuito RC

La seconda parte dell'esperienza si concentra sullo studio dei processi di carica e scarica di un condensatore in due circuiti RC, in ciascuno dei quali è presente una delle resistenze considerate nella prima parte dell'esperienza.

Il circuito RC è un circuito elettrico semplice, nel quale sono presenti un resistore  $R$  e un condensatore  $C$  montati in serie; nel circuito è inoltre presente un commutatore posto tra il polo positivo del generatore di tensione e la resistenza  $R$ . Il commutatore serve per includere ed escludere il generatore dal circuito. Studiando il processo di carica di un condensatore, si può misurare la costante di tempo ( $\tau$ ) del circuito: un valore di tempo indicativo della velocità con la quale avviene il processo di carica.

La misura della costante di tempo viene effettuata grazie alla variazione di tensioni ai capi della capacità durante la chiusura o l'apertura dell'interruttore. La carica del condensatore avviene commutando l'interruttore, al tempo  $t_0$ , in modo da includere il generatore di corrente nel circuito; la tensione  $V_C$  ai capi del condensatore avrà l'andamento seguente

$$V_C(t) = V_\infty \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right) \quad (1)$$

dove  $\tau = RC$  è la costante caratteristica di tempo del circuito. Quando il condensatore sarà completamente carico la tensione raggiungerà un valore costante  $V_\infty$  che sarà pari a  $V_0$  del generatore nel caso ideale in cui il voltmetro ha resistenza interna infinita.

Successivamente al processo di carica del condensatore spostiamo l'interruttore, scollegando il circuito dal generatore, al tempo  $t = 0$ , affinché il generatore venga escluso dal circuito. La tensione  $V_C$  ai capi del condensatore avrà il seguente andamento

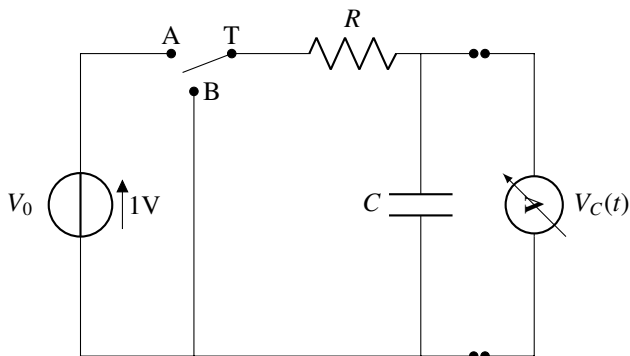
$$V_C(t) = V_I e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2)$$

Dove  $\tau$  è la stessa costante di tempo del processo di carica e  $V_I$  è la tensione ai capi del condensatore nell'istante in cui viene commutato l'interruttore che quindi sarà inferiore alla tensione di regime.

## 2. Metodi

### 2.1. Metodo volt-amperometrico

La prima parte dell'esperienza consiste nel misurare due resistenze attraverso il metodo volt-amperometrico. Quest'ul-



**Figura 2.** Schema elettrico del circuito utilizzato nella seconda parte dell'esperienza. Troviamo indicato con T il commutatore che può chiudere il circuito con A o con B, escludendo o meno il generatore.

timo rappresenta un modo indiretto di misurazione di resistenze elettriche ed è basato sulla legge di Ohm.

Il metodo volt amperometrico necessita di un circuito costituito da un generatore di tensione continua che alimenti la resistenza incognita, un amperometro e un voltmetro. Più la resistenza che si intende misurare è piccola più è necessario che la corrente non sia eccessivamente grande per non compromettere la struttura della resistenza e del circuito stesso.

Esistono due metodi volt-Amperometrici distinti: metodo voltamperometrico con voltmetro a valle e metodo voltamperometrico con voltmetro a monte.

Nella nostra esperienza faremo riferimento alla configurazione con voltmetro posizionato a valle dell'amperometro Figura 1.

In questa situazione il voltmetro misura la tensione ai capi della resistenza incognita e l'amperometro misura la corrente che circola nella resistenza interna sommata a quella che permette il funzionamento del voltmetro.

Questo metodo è efficace se la resistenza del voltmetro è molto maggiore della resistenza incognita poiché la resistenza equivalente di due resistenze poste in parallelo è  $R_{eq} = (R_V R) / (R_V + R)$  (dove  $R$  è la resistenza incognita e  $R_V$  è quella del voltmetro). Considerando trascurabili gli effetti dovute alle resistenze interne degli strumenti, si ottiene  $I_A$  circa  $I_R$  e  $V_V$  circa  $V_R$ . Variando la tensione  $V_0$  del generatore è possibile misurare coppie di valori  $V_V$  e  $I_A$ . I valori misurati sono legati dalla relazione lineare

$$V_V = R I_A \quad (3)$$

di conseguenza è possibile ottenere  $R$  incognita.

Il circuito sulla basetta è stato già predisposto dai docenti, il nostro primo scopo è collegare in modo corretto il circuito al generatore, al multimetro da banco e al Tester. Per la prima parte è necessario che il multimetro da banco sia impostato in modalità di lettura di correnti continue (tasto DC) mentre il tester sia impostato in modalità di lettura di tensioni continue.

Utilizziamo l'Output-1 del generatore collegando l'uscita positiva di quest'ultimo all'amperometro nella boccola dei milliAmpere attraverso un cavo schermato. Un secondo cavo uscente dal foro comune dell'amperometro viene mandato ai capi della resistenza cioè al terminale giallo andando così a costituire la corrente entrante; infine colleghiamo l'ingresso nero con un terzo filo (di diverso colore per distinguerlo

dai precedenti) all'uscita negativa del generatore, chiudendo così il circuito.

Successivamente colleghiamo il nostro tester, che svolgerà la funzione di voltmetro, in parallelo alla resistenza.

Esso dispone di un foro centrale, che costituisce l'uscita comune, e a destra di quest'ultimo un secondo foro per le tensioni continue. Colleghiamo quindi l'uscita delle tensioni del tester dietro al cavo dell'amperometro (boccola gialla) mentre il cavo di ritorno nero dietro la boccola nera fino all'entrata comune (COM) del tester.

Per sicurezza si può utilizzare il comando Display Limit così di limitare la potenza erogata dal generatore e non danneggiare il circuito.

Per ciascuna delle due resistenze eseguiamo i seguenti passaggi: inizialmente montiamo la resistenza incognita all'interno del circuito facendo attenzione che il generatore non stia erogando tensione. Successivamente effettuiamo 6 coppie misure di  $V_V$  e  $I_A$  variando la tensione  $V_0$  erogata dal generatore in un intervallo da 0 V fino a 10 V.

Tutte le misure vanno fatte utilizzando il fondo scala più appropriato per ciascuno strumento e della misura che si effettua; ci segniamo di volta in volta il fondo scala utilizzato: questo permetterà di associare ai valori le relative incertezze deducibili dai data sheet. Infine eseguiamo un fit lineare e ricaviamo il valore delle due resistenze  $R_1$  e  $R_2$ .

## 2.2. Circuito RC

Inizialmente il nostro compito è collegare correttamente il circuito al multimetro da banco, impostato in modalità di lettura di tensioni continue, e al generatore di corrente.

Congiungiamo il circuito al generatore: l'uscita negativa di quest'ultimo viene collegata alla boccola nera mentre quella positiva viene collegata al terminale rosso della basetta.

Successivamente scollegiamo il tester e andiamo a collegare il multimetro da banco che svolgerà la funzione di voltmetro.

Collegiamo attraverso un cavo l'uscita COM del multimetro alla boccola nera della basetta mentre con un secondo cavo attacchiamo l'uscita della tensione positiva all'ingresso verde. Prima di procedere alla presa dati è importante verificare che il multimetro sia impostato correttamente in lettura di tensioni continue, selezionando il tasto DCV; inoltre è necessario selezionare il fondo scala dei 2 Volt e impostarlo in manual range. Infine montiamo la resistenza misurata in precedenza posizionandola nei fori corretti sulla basetta.

Dopo aver verificato che il tutto sia montato correttamente si può procedere con la seconda parte dell'esperienza.

Questa consiste nell'utilizzo delle due resistenze misurate precedentemente all'interno del circuito descritto sopra di cui dobbiamo trovare la costante di tempo nel processo di carica e scarica.

La misura viene effettuata attraverso il programma DMM-Daq che acquisisce a intervalli di tempo costanti la tensione letta dal multimetro da banco. Per ciascuna misura è necessario acquisire dati per una durata pari a circa 2-3 costanti di tempo da quando l'interruttore viene commutato. Scegliamo infine una frequenza di acquisizione appropriata in modo da ottenere circa 5-10 misure per ogni costante di tempo.

Procediamo quindi con la misura di carica: impostiamo la tensione del generatore ad un valore compreso tra i 0.2 V e i 2 V che verrà mantenuta costante durante la misura; nel no-

stro caso abbiamo selezionato una tensione costante erogata dal generatore 1 V.

Commutiamo l'interruttore in modo da escludere il generatore e attendiamo sufficientemente a lungo finché la tensione letta dal multimetro sia compatibile con zero.

Successivamente facciamo partire il programma dal terminale e gli forniamo i comandi seguenti: T, t, nome del file in cui salvare i dati e intervallo di tempo di acquisizione  $\Delta t$ .

Per la prima resistenza è conveniente scegliere un  $\Delta t$  di 0.5 s mentre per la seconda un intervallo di 1 s. Appena dopo aver fatto partire l'acquisizione spostiamo l'interruttore così da includere il generatore e interrompiamo la presa dati dopo circa 2-3 costanti di tempo del circuito (45 secondi per la prima resistenza e 90 secondi per la seconda, stimando come costanti di tempo  $\tau_1 \approx 10$  s e  $\tau_2 \approx 30$  s).

Completata la misura di carica procediamo con quella di scarica mantenendo sempre il circuito in tensione: prepariamo il programma di acquisizione dati inserendo gli stessi comandi dati in precedenza e lo stesso intervallo di tempo tra due misure successive usato per il processo di carica. Commutiamo l'interruttore escludendo il generatore e immediatamente dopo facciamo partire l'acquisizione dati. Analogamente a prima interrompiamo il programma dopo un tempo circa pari a 2-3  $\tau$ . Dopo aver concluso le misure di carica e scarica del circuito RC utilizzando la resistenza  $R_1$ , procediamo con la resistenza  $R_2$  ripetendo i medesimi passaggi.

Come controllo finale è possibile misurare direttamente le resistenze impostando il multimetro in modalità ohmmetro. Scollegiamo quindi le parti del circuito non essenziali, collegando infine la boccola nera all'uscita comune del multimetro e la boccola rossa al foro di lettura delle resistenze. I valori forniti dal multimetro dovranno essere poi confrontati con quelli ottenuti attraverso il metodo volt-amperometrico.

### 3. Analisi dati

#### 3.1. Stima delle resistenze

Rappresentiamo le coppie  $(I_A, V_V)$  trascritte in TABELLA nella Figura 3, dove possiamo osservare un andamento lineare. Per le coppie  $(I_A, V_V)$  consideriamo come incertezza il valore deducibile dal data-sheet.

Per la corrente  $I_A$  l'errore

$$\varepsilon_{I_A} = \begin{cases} 0.03\% \cdot val + 0.05\% \cdot range & (\text{se range} = 200 \mu A) \\ 0.02\% \cdot val + 0.05\% \cdot range & (\text{se range} = 2 \text{ mA}) \end{cases}$$

mentre per la tensione il valore è

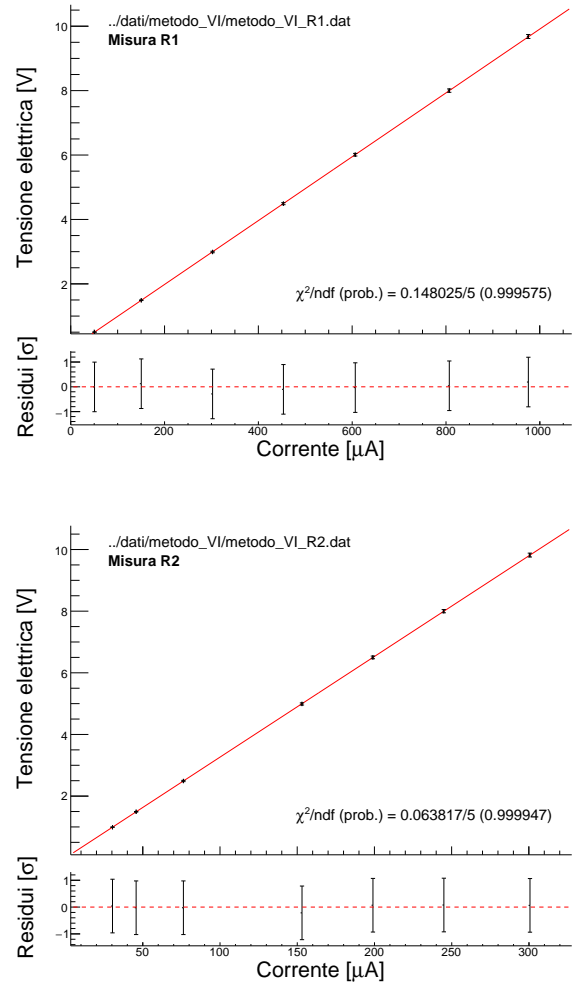
$$\varepsilon_{V_V} = \begin{cases} 0.015\% \cdot val + 0.001 & (\text{se range} = 2 \text{ V}) \\ 0.015\% \cdot val + 0.01 & (\text{se range} = 20 \text{ V}) \end{cases}$$

dove *range* indica il fondoscala scelto, *val* indica il valore letto dallo strumento.

Dalla Eq. (3) possiamo ricavare una relazione lineare rappresentabile da una polinomiale di primo grado (pol1 in root) come  $a_0 + a_1 x = y$ , dove  $a_0$  deve essere compatibile con 0.

Dal Fit possiamo ricavare una stima di  $R_1$  e  $R_2$ . In Figura 3 rappresentiamo anche i grafici dei residui, dove il valore sulle  $x$  è lo stesso, mentre sulle  $y$  poniamo

$$\frac{V_{\text{misurata}} - V_{\text{fit}}}{\varepsilon_{V_{\text{misurata}}}}.$$



**Figura 3.** Grafico delle coppie di punti  $(I_A, V_V)$  misurati nella prima parte dell'esperienza, con i relativi residui. Sopra sono rappresentati i punti delle misure relativi a  $R_1$ , sotto troviamo i valori relativi alla misura di  $R_2$ . Il valore del  $\chi^2$ , e il valore del rapporto  $\chi^2/\text{ndf}$ , indicano in entrambi i casi un Fit quasi troppo perfetto, potremmo quindi ipotizzare di aver sovrastimato gli errori, osservando comunque che tutti i punti sono vicini al valor vero a meno di  $1\sigma$ .

che rappresenta lo spostamento del valore misurato dal Fit, normalizzato, a cui è associato un errore pari a  $1\sigma$ . In questa considerazione stiamo assumendo che la distribuzione di probabilità dei singoli punti sia Gaussiana.

#### 3.2. Stima delle costanti di tempo

Dai file raccolti dal software DMMDaq riportati nell'appendice A rappresentiamo in Figura 4 le coppie  $(t, V_C(t))$  per i processi di carica e scarica relativi alle due resistenze. L'errore relativo a  $t$  si assume essere  $\varepsilon_t = 0.005 \cdot T$  dove  $T = \Delta t$  è l'intervallo che intercorre tra due misurazioni. Per l'errore relativo a  $V_C$  consideriamo la maggiore tra le seguenti quantità:

$$\varepsilon_{V_C} = \frac{1}{\sqrt{12}} |V_{(i)} - V_{(i-1)}| \frac{0.3 \text{ s}}{T}$$

oppure l'incertezza deducibile dal data-sheet dello strumento

$$\varepsilon_{V_C} = 0.015\% \cdot val + 0.003\% \cdot range \quad (\text{range} = 2 \text{ V}).$$

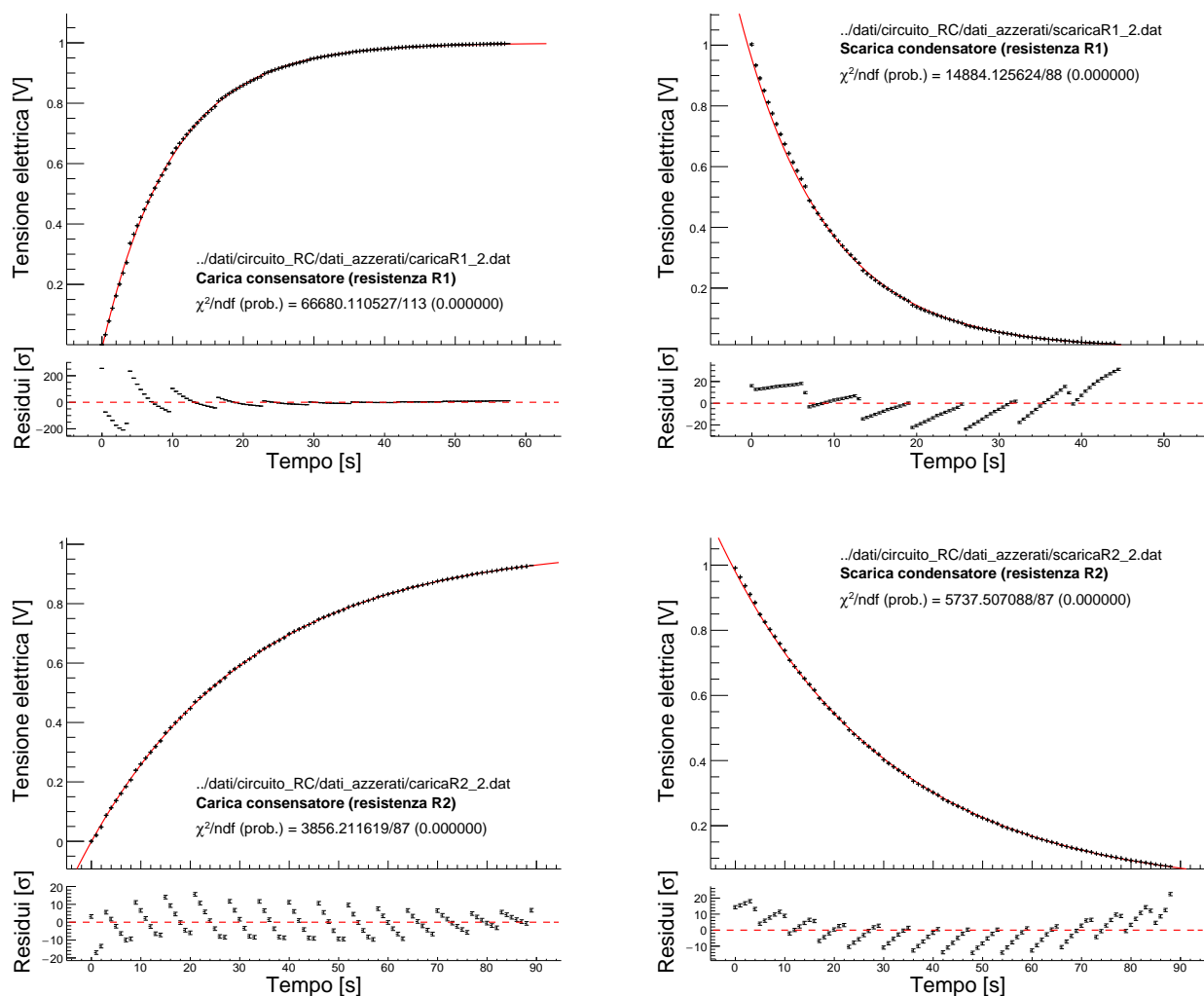


Figura 4.

Sui punti rappresentati in Figura 4 eseguiamo poi fit utilizzando la Eq. (1) per i processi di carica (Figura 4 a sinistra, sopra con la resistenza  $R_1$  sotto  $R_2$ ), e la Eq. (2) per i processi di scarica (Figura 4 a destra, sopra con la resistenza  $R_1$  sotto  $R_2$ ).

Dai modelli di Fit ricaviamo i valori di  $V_\infty \pm \varepsilon_{V_\infty}$ ,  $\tau \pm \varepsilon_\tau$  e  $t_0 \pm \varepsilon_{t_0}$  per il processo di carica,  $V_0 \pm \varepsilon_{V_0}$  e  $\tau \pm \varepsilon_\tau$  per il processo di scarica.

Da questi valori, in particolar modo dal valore di  $\tau$ , possiamo ricavare la capacità  $C$  del condensatore. Infatti se  $\tau = RC$ , otteniamo che

$$C = \frac{\tau}{R},$$

da cui otteniamo che

$$\varepsilon_C = C \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_R}{R}\right)^2}.$$

## 4. Risultati

## 5. Conclusione

### 5.1. Controlli

### 5.2. Possibili errori sistematici

## A. Dati aggiuntivi

Aggiungiamo di seguito il listato di output di root, utilizzato nella versione 6.22/06.

\*\*\*\*\*

METODO VOLT-AMPEROMETRICO PER RICAVARE R1 E R2

\*\*\*\*\*

FCN=0.148025 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 45 C

EDM=2.74849e-08 STRATEGY= 1

EXT PARAMETER

NO.	NAME	VALUE	ERROR	STEP SIZE
1	p0	-3.48275e-04	4.12547e-03	1.66617e
2	p1	9.91087e-03	3.26730e-05	1.31958e

\*\* CHI2 / NDF ( PROB. ) 0.148025 / 5 ( 0.999575 )

\*\* COMPATIBILITA' DI ZERO PER R0 => COMPATIBILE

```

FCN=0.0638172 FROM MIGRAD      STATUS=CONVERGED      50 CALLS      51 TOTAL
EDM=3.03492e-14      STRATEGY= 1      FCN=3856.21 FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      40 CALLS
EXT PARAMETER      STEP      FIRST EDM=6.04053e-10      STRATEGY= 1
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE      STEP
1  p0      -6.86019e-04      7.62488e-03      2.47105e-01      0.00000e+00
2  p1      3.26516e-02      1.27408e-04      4.13820e+00      -1.71995e-01
** CHI2 / NDF ( PROB. ) 0.0638172 / 5 ( 0.999947 ) 3  p2      3.44903e-02      4.95656e-03      4.95656e-03

** COMPATIBILITA' DI ZERO PER R1 => COMPATIBILE ** CHI2 / NDF ( PROB. ) 3856.21 / 87 ( 0 )

*****
CONTROLLO COMPATIBILITA' R1 E R2
*****

** R1 => COMPATIBILE
R1 (misurata) 9.9371 +/- 0.00149385 kOhm
R1 (ricavata) 9.91087 +/- 0.032673 kOhm

** R2 => COMPATIBILE
R2 (misurata) 32.77 +/- 0.00724806 kOhm
R2 (ricavata) 32.6516 +/- 0.127408 kOhm

*****
STUDIO CIRCUITO RC
*****

V_0/V_I 0.996983 +/- 7.52169e-05 V
tau 33.3239 +/- 0.00948424 s

** COMPATIBILITA' DI ZERO =>NON-COMPATIBILE
t_0 0.0344903 +/- 0.00495656 s

** READING FROM FILE ../dati/circuito_RC/dati_azzerati/caricaR132.dat
FCN=5737.51 FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      12 CALLS
EDM=1.22643e-09      STRATEGY= 1
EXT PARAMETER      STEP
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE
1  p0      9.79822e-01      1.72193e-04      -3.60510e-01
2  p1      3.40213e+01      3.89554e-03      3.89554e-03

** CHI2 / NDF ( PROB. ) 5737.51 / 87 ( 0 )

V_0/V_I 0.979822 +/- 0.000172193 V
** READING FROM FILE ../dati/circuito_RC/dati_azzerati/caricaR132.dat
FCN=66680.1 FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      16 CALLS      169 TOTAL
EDM=2.88727e-08      STRATEGY= 1      *****ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER      STEP      TIME DELLA CARICA
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE      DERIVATIVE
1  p0      9.99259e-01      2.00376e-05      0.00000e+00      1.72605e+01
2  p1      1.00453e+01      1.24891e-03      0.00000e+00      1.3541e+01
3  p2      1.13656e-01      8.78720e-04      8.78720e-04      1.1730e+01
** CHI2 / NDF ( PROB. ) 66680.1 / 113 ( 0 )
C (da carica R2) 1.02059 +/- 0.000292218 mF
C (da scarica R2) 1.04195 +/- 1.03961 mF

V_0/V_I 0.999259 +/- 2.00376e-05 V
tau 10.0453 +/- 0.00124891 s

** COMPATIBILITA' DI ZERO =>NON-COMPATIBILE
t_0 0.113656 +/- 0.00087872 s

** READING FROM FILE ../dati/circuito_RC/dati_azzerati/caricaR2_2.dat
FCN=14884.1 FROM MINOS      STATUS=SUCCESSFUL      12 CALLS      12 TOTAL
EDM=2.22382e-08      STRATEGY= 1      *****ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER      STEP      TIME DELLA CARICA
NO.  NAME      VALUE      ERROR      SIZE      DERIVATIVE
1  p0      9.54209e-01      4.12175e-04      6.75828e-08      -4.98710e-03
2  p1      1.05437e+01      1.84963e-03      1.84963e-03      -1.25465e-03

** CHI2 / NDF ( PROB. ) 14884.1 / 88 ( 0 )

V_0/V_I 0.954209 +/- 0.000412175 V
tau 10.5437 +/- 0.00184963 s

** READING FROM FILE ../dati/circuito_RC/dati_azzerati/caricaR2_2.dat

```