

# Misura della densità di portatori di carica su sonda tramite effetto Hall<sup>a</sup>

Francesco Polleri<sup>1,b</sup> e Mattia Sotgia<sup>1,c</sup>

(Gruppo A1)

<sup>1</sup>Dipartimento di Fisica, Università degli Studi di Genova, I-16146 Genova, Italia

(Dated: presa dati 11–12 maggio 2022, consegnata in data 26 maggio 2022)

L'effetto Hall si verifica quando delle cariche transitano attraverso una corrente  $i$  che è perpendicolare ad un campo magnetico  $B$ , tali per cui si viene a creare una tensione lungo il terzo asse ortogonale. Questa tensione è direttamente proporzionale a  $i$  e  $B$ , ed inversamente proporzionale alla carica dei portatori e alla loro densità volumica  $\eta$ . Si vuole misurare la densità di portatori di carica di una sonda di bismuto  $^{83}\text{Bi}$  realizzata per deposizione su film. Questa sonda è inserita nel traferro di un circuito magnetico, dove è sottoposta ad un campo  $B_t$ . La tensione  $V_H$  è misurata direttamente sulla sonda, ottenendo quindi una stima della densità volumica di portatori  $\eta$ .

## I. INTRODUZIONE

Il passaggio di corrente attraverso un sottile strato conduttore comporta la presenza di una densità di corrente, attraverso il materiale stesso,  $\vec{J} = n\vec{v}_d$ , dove  $\vec{v}_d$  è la velocità di drift (o di spostamento) dei portatori di carica, e  $n$  indica la densità di portatori di carica che contribuiscono alla corrente, per unità di volume, misurata in  $\text{m}^{-3}$ . Sottponendo la lamina conduttrice ad un campo magnetico sufficientemente uniforme [1] otteniamo che le cariche saranno quindi sottoposte ad una forza di Lorentz

$$\vec{F}_m = q\vec{v}_d \times \vec{B} = qv_d B \hat{u}_H, \quad (1)$$

che avrà come risultato diretto lo spostamento dei portatori di carica  $q$  nella direzione  $\hat{u}_H$ . Considerando un materiale conduttore come composto da cariche  $q$  (portatori di corrente) immersi in una distribuzione che possiamo considerare uniforme (secondo la fisica classica) di cariche  $-q$  [2], possiamo allora osservare che dopo un certo tempo [3] si formerà un campo elettrico  $\vec{E}_H = \vec{F}_H/q$  in direzione ortogonale a  $\vec{J}$  e  $\vec{B}$ , che comporterà quindi l'esistenza di una differenza di potenziale agli estremi della lamina definita come

$$V_H = \frac{i}{ew} \frac{1}{\eta} B, \quad (2)$$

dove  $w$  indica lo spessore della lamina che utilizziamo, che comunque nel nostro apparato sperimentale riusciamo ad avere molto inferiore alle altre dimensioni della sonda utilizzata, e dove  $i = JA$  indica il flusso della densità di corrente, ovvero la corrente attraverso una sezione  $A$ . L'effetto misurato è noto come effetto Hall [4]. Misurando la tensione che si viene a creare sulla lamina, possiamo ottenere quindi una misura efficace della densità di portatori in funzione delle altre variabili del nostro setup.

I portatori di carica di un qualsiasi materiale classico sono elettroni, di carica  $e = 1.602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C}$  [5].

## II. METODO Sperimentale

La misura dei portatori di carica viene effettuata utilizzando una sonda di Bi metallico costituita da un film sottile depositato su una lamina isolante. Il metodo di deposizione ci permette infatti di avere uno spessore  $w$  della lamina piuttosto basso, permettendoci quindi di stabilire in modo univoco quale è

la direzione perpendicolare rispetto al piano della sonda, e individuare quindi un sistema destrorso  $xyz$  come in figura 1b. Il sistema così individuato può essere utilizzato come riferimento per tutti i calcoli che verranno svolti.

La corrente infatti scorre nel verso negativo di  $\hat{e}_1$ , che invece è rivolto nella direzione di  $\vec{J}$  coerentemente alla direzione della velocità di drift  $v_e$  degli elettroni. Tale corrente viene controllata attraverso un generatore calibrato per avere in uscita una corrente costante inferiore a 10 mA per permettere alla sonda di lavorare in condizioni di dissipazione dell'energia controllate e per avere inoltre fluttuazioni rispetto al valore medio molto inferiori a quelle che si avrebbero collegando semplicemente il generatore da banco, che essendo costruito per un utilizzo generico può non essere la scelta migliore per l'uso specifico di cui necessitiamo. Il generatore di corrente infatti permette di avere un valore di corrente in uscita pari a  $1.724(30) \times 10^{-3} \text{ A V}^{-1} \times (V_- - V_+)$ , dove  $V_- - V_+$  è la differenza di tensione fornita in ingresso al generatore di corrente (per la caratterizzazione del generatore di corrente vedere l'appendice A). Della tensione che forniamo al generatore facciamo una serie di misure insieme alla presa dati e dopo una trattazione di tipo statistico degli errori, troviamo un'incertezza sulla tensione di 2.6 mV e quindi una deviazione standard sulla corrente inferiore a 18 ppt [6].

Ciò che adesso ci manca è il campo magnetico a cui sottponiamo le cariche presenti nella sonda. Per creare tale campo  $B$  sono possibili diverse opzioni e noi abbiamo scelto quella di utilizzare un elettromagnete. Tale strumento ci permette infatti di creare un campo magnetico con un modulo sufficientemente elevato per il tipo di misure che vogliamo effettuare, cosa che una semplice bobina (realizzata con materiali classici) non sarebbe stata in grado di fare. Realizzando un circuito magnetico con traferro possiamo inoltre ottenere una regione di spazio dove ad un primo ordine di approssimazione [7] possiamo ottenere un campo uniforme al centro e quindi trascurare gli effetti di bordo. Altra cosa importante è che il campo sia anche facilmente controllabile dalle correnti che scorrono nelle bobine avvolte intorno ai suoi bracci. Se il materiale con cui l'elettromagnete è stato realizzato è ferro dolce allora il suo ciclo di isteresi sarà stretto, per cui possiamo considerare che per valori non troppo elevati di corrente la risposta del campo magnetico sia lineare. Per evitare possibili problemi legati alla magnetizzazione residua decidiamo di effettuare la presa dati fornendo alle bobine dell'elettromagnete valori di corrente sempre decrescenti che, partendo da un valore di 1.2 A/1.3 A,

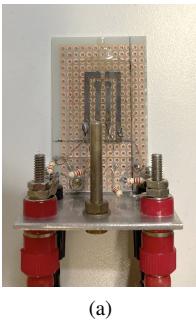


Figura 1. (a) Dettaglio della sonda utilizzata per misurare l'effetto Hall. In (b) indichiamo anche una terna destrorsa utilizzata per considerazioni fisiche.

scendano sino ad avere corrente nulla [8] e poi crescano di nuovo ma nel verso opposto [9].

Dalla legge di Hopkinson

$$\mathcal{F} = \oint \vec{H} \cdot d\ell = \Phi \oint \frac{d\vec{\ell}}{\mu S} = \Phi \mathcal{R}, \quad (3)$$

definita con

$$\mathcal{R} = \oint \frac{d\vec{\ell}}{\mu S} = \frac{\ell_m}{\mu S}$$

la riluttanza del circuito, possiamo interpretare il circuito magnetico come un circuito elettrico, e quindi, poiché la sezione dell'elettromagnete su tutto l'anello ferromagnetico è sempre la stessa, considerare il traferro come un elemento circuitalle con riluttanza  $\mathcal{R}_t$  posto in serie. La riluttanza  $\mathcal{R}_e$  totale dell'elettromagnete quindi risulterà

$$\mathcal{R}_e = \mathcal{R}_f + \mathcal{R}_t = \frac{\ell_m}{\mu S} + \frac{\ell_t}{\mu_0 S} = \frac{\ell_m + \mu_r(\text{Fe})\ell_t}{\mu S}, \quad (4)$$

con  $\ell_t$  lo spessore del traferro e  $\ell_m$  la lunghezza del circuito magnetico (escluso lo spessore del traferro). Otteniamo quindi il campo magnetico che attraversa la sonda nel traferro

$$B = \frac{iN\mu}{\ell_m + \mu_r(\text{Fe})\ell_t}. \quad (5)$$

#### Appendice A: Caratterizzazione del generatore di corrente

In figura ?? è riportato lo schema circuitale del circuito del generatore di corrente. Tale circuito è tale per cui data una differenza di potenziale fornita al circuito come  $V^- - V^+$  si ha in uscita una corrente  $i_{\text{out}} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{V^- - V^+}{R_5}$ . Siccome abbiamo previsto che la tensione che forniamo al circuito è pari a 5 V e vogliamo che la corrente che va alla sonda non superi 10 mA allora il fattore  $\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_5} = G_g$  dovrà essere minore di 2 mA V<sup>-1</sup>. Scegliamo quindi  $R_1 = R_2 = 1 \text{ k}\Omega$  e  $R_5 = 500 \Omega$ . Per verificare se effettivamente il fattore  $G_g$  sia pari a 1/500 possiamo raccolgere una serie di coppie valori di  $i_{\text{out}}$  e  $V^- - V^+$  e realizzare un fit (figura 2) secondo la funzione  $i_{\text{out}} = G_g \cdot (V^- - V^+) + i_0$  dove sceglieremo come parametri di fit  $G_g$  e  $i_0$ . Otteniamo che

$$G_g = 1.724(30) \text{ mA V}^{-1}$$

$$i_0 = 0.067(89) \text{ A.}$$

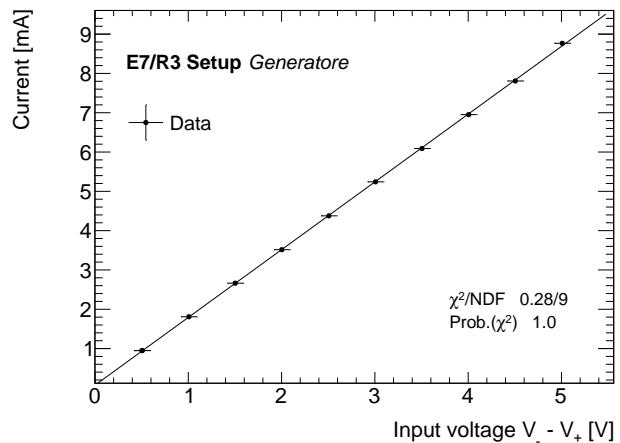


Figura 2. Caratterizzazione del generatore di corrente.

Il valore teorico di  $G_g$  è per cui troviamo che è compatibile con il valore ricavato dal fit e troviamo anche che il valore di  $i_0$  è compatibile con zero, per cui possiamo dire che non c'è un offset sulla corrente che mandiamo alla sonda. Un ulteriore test fatto è stato quello di mantenere costante il valore di  $V^- - V^+$  e verificare che, cambiando il carico in uscita dal generatore, la corrente rimane sempre la stessa.

#### Appendice B: Caratterizzazione dell'amplificatore operazionale per strumentazione

In figura ?? è riportato lo schema circuitale dell'amplificatore per strumentazione che è caratterizzato da un guadagno complessivo dato da

$$V_{\text{out}} = G_{\text{diff}} \cdot (V_{\text{non-inv}} - V_{\text{inv}}) + G_{CM} \cdot V_{CM} + V_{\text{offset}} \quad (B1)$$

La parte predominante di  $V_{\text{out}}$  è data da  $(V_{\text{non-inv}} - V_{\text{inv}})G_{\text{diff}}$  dove  $G_{\text{diff}}$ , se  $R_b = R'_b$ ,  $R_c = R'_c$  e  $R_d = R'_d$ , è pari a  $\frac{R_d}{R_c} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_b}{R_a}\right)$ . Siccome vogliamo amplificare il segnale in uscita dalla sonda di circa 200 volte scegliamo (mettere valori resistenze). Per caratterizzare l'amplificatore è necessario trovare quali sono gli effettivi valori di  $V_{\text{offset}}$ ,  $G_{CM}$  e  $G_{\text{diff}}$ . Per trovare  $V_{\text{offset}}$  impostiamo  $V_{\text{non-inv}} = V_{\text{inv}} = 0$  e osserviamo che il valore misurato è nell'ordine dei milliVolt. Per far diminuire ancora di più questo offset possiamo utilizzare un trimmer presente sulla scheda in modo che  $V_{\text{offset}}$  sia più prossimo possibile a zero. Per trovare invece  $G_{CM}$  impostiamo  $V_{\text{non-inv}} = V_{\text{inv}} \neq 0$  e raccogliamo una serie di coppie di valori ( $V_{\text{non-inv}}/V_{\text{inv}}$ ,  $V_{\text{out}}$ ) e realizziamo un fit secondo la funzione  $V_{\text{out}} = G_{CM} \cdot V + V_0$ , dove  $G_{CM}$  e  $V_0$  sono i parametri. Dal fit otteniamo che

$$G_{CM} = -1.12(20) \times 10^{-2} \quad (B2)$$

$$V_0 = 4.5(45) \times 10^{-3} \text{ V} \quad (B3)$$

Notiamo che come ci aspettavamo  $V_0$  è compatibile con zero. Per trovare  $G_{\text{diff}}$  raccogliamo alcune coppie di valori ( $V_{\text{non-inv}} - V_{\text{inv}}$ ,  $V_{\text{out}}$ ) e facciamo un fit secondo la funzione  $V_{\text{out}} = G_{\text{diff}} \cdot (V_{\text{non-inv}} - V_{\text{inv}}) + V_0$  ottenendo che

$$G_{\text{diff}} = 2.07(24) \times 10^2 \quad (B4)$$

$$V_0 = -1.49(87) \text{ V} \quad (B5)$$

- <sup>a</sup> Esperienza n. 7  
<sup>b</sup> s5025011@studenti.unige.it  
<sup>c</sup> s494225@studenti.unige.it

- [1] Il campo magnetico deve essere posto ortogonalmente alla densità di corrente  $\vec{J}$ , evitando di dover effettuare anche misurazioni dell'angolo  $\alpha$  di orientamento di  $\vec{B}$  rispetto a  $\vec{J}$ .
- [2] Stiamo considerando il valore di  $q$  in termini assoluti, non ponendoci quindi problemi sul segno dei portatori di un conduttore. Un conduttore è però elettricamente neutro, quindi a dei portatori di carica  $q$  devono corrispondere delle cariche  $-q$  che bilancino complessivamente elettricamente la carica.
- [3] Definiamo questo tempo *tempo caratteristico*, e osserviamo che è sufficientemente piccolo da poter considerare questo processo praticamente istantaneo.

- [4] E. H. Hall, On a new action of the magnet on electric currents, *American Journal of Mathematics* **2**, 287 (1879).
- [5] Valore esatto, fonte BIPM, *defining constants*: <https://www.bipm.org/en/measurement-units/si-defining-constants>, anche in [10].
- [6] Otteniamo una corrente di  $(8.62 \pm 0.15)$  mA.
- [7] Consideriamo le due superfici sufficientemente grandi e realizzando lo spessore del traferro  $\ell_t \ll D_j$ , dove con  $D_j$  indichiamo una tra le due dimensioni del nucleo ferromagnetico.
- [8] Nei dati raccolti non abbiamo mai considerato valori della corrente inferiori a 200 mA.
- [9] Quando la corrente arriva al valore minimo, il sistema entra in blocco e attende che manualmente vengano invertiti i cavi che portano la corrente all'elettromagnete.
- [10] D. B. Newell, F. Cabiati, J. Fischer, K. Fujii, S. G. Karshenboim, H. S. Margolis, E. de Mirandés, P. J. Mohr, F. Nez, K. Pachucki, T. J. Quinn, B. N. Taylor, M. Wang, B. M. Wood, and Z. Zhang, The CODATA 2017 values of  $\hbar$ ,  $e$ ,  $k$  and  $N_A$  for the revision of the SI, *Metrologia* **55**, L13 (2018).