

Misura della permeabilità magnetica relativa con circuito RLC risonante^a

Francesco Polleri^{1, b} e Mattia Sotgia^{1, c}

(Gruppo A1)

¹Dipartimento di Fisica,

Università degli Studi di Genova, I-16146 Genova, Italia

(Dated: presa dati 9 novembre 2021, analisi dati e relazione in data <data>, consegnata in data 16 novembre 2021)

INTRODUZIONE

Si vuole misurare il valore della permeabilità magnetica di alcuni materiali dati, di cui non conosciamo esatta composizione chimico-fisica ma che possiamo ipotizzare omogenei, lineari e isotropi (LHI) fino al primo grado di approssimazione, avendo a disposizione un rocchetto plastico su cui sono avvolte N spire di rame, nel quale può essere inserito il volume di materiale creato in modo da riempire quasi completamente il rocchetto. Variando il materiale ci aspettiamo di poter misurare i differenti valori della permeabilità magnetica μ_R .

Poiché i tipi di misure più precisi che siamo capaci a effettuare sono misure di tempo (in termini di periodo e di frequenza) sfruttiamo il circuito risonante RLC per determinare il valore della frequenza di taglio (ν_0), che risulta legata al valore dell'induttanza e della capacità del condensatore. Cambiando il nucleo all'interno del solenoide modifichiamo il valore di L e di conseguenza troveremo un valore differente di ν_0 . Dalla misura della frequenza troviamo il valore di L , essendo noti i valori delle altre componenti circuitali, e confrontando i diversi valori possiamo trovare μ_R per ogni materiale.

METODI

Caratterizzazione del circuito RLC— Il circuito RLC è definito da tre parametri: la frequenza di taglio ν_0 , il fattore di qualità Q e il parametro A . Analizzando il circuito troviamo infatti che il valore della funzione di trasferimento è dato da

$$|H[\nu]| = \frac{1}{\sqrt{R + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

per cui osserviamo che il suo valore massimo (cioè 1), si ottenga per $\omega = \omega_0$ che è il valore di quella che abbiamo chiamato frequenza di taglio (ω_0 oppure ν_0). Per valori più bassi e più alti di pulsazione e quindi di frequenza, il valore della funzione di trasferimento diminuisce, per cui il circuito si comporta come un filtro passa banda intorno al valore della frequenza di taglio che a seconda dei valori di L e di C del circuito può essere modificata. Allo stesso modo l'equazione della funzione di trasferimento può essere riscritta come

$$|H[\nu]| = \frac{1}{\sqrt{R + Q_{id}^2 \left(\frac{\nu}{\nu_0} + \frac{\nu_0}{\nu}\right)^2}},$$

dove Q è $Q_{id} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ (e abbiamo sostituito ω con $\nu = \omega/2\pi$ dove $\nu = 1/T$), per cui notiamo che il filtro diventa tanto più selettivo, tanto più diventa grande Q , che viene definito quindi fattore di qualità. Inoltre dobbiamo anche considerare che l'induttanza si comporta in realtà anche come una resistenza, per cui dobbiamo

riconsiderare il valore della funzione di trasferimento inserendo questo ulteriore parametro A uguale $A = \left(1 + \frac{R_L}{R}\right)^2$ da cui

$$|H[\nu]| = \frac{1}{\sqrt{A + Q_{id}^2 \left(\frac{\nu}{\nu_0} + \frac{\nu_0}{\nu}\right)^2}}. \quad (1a)$$

Perciò in base ai valori di resistenza, capacità e induttanza che inseriamo all'interno del circuito possiamo modificare i valori di tali parametri.

Analogamente a quanto avviene per il modulo della funzione di trasferimento (in eq. 1a), possiamo individuare la fase come

$$\varphi[\nu] = -\arctan\left(Q\left(\frac{\nu}{\nu_0} + \frac{\nu_0}{\nu}\right)\frac{1}{\sqrt{A}}\right) \quad (1b)$$

Scelta del valore di risonanza— Vogliamo costruire un circuito la cui frequenza di taglio sia circa 3kHz in modo che intorno a questo valore di frequenza il segnale all'interno del circuito non sia disturbato da possibili rumori presenti a frequenze nell'ordine dei 100Hz o da altre interferenze presenti invece quando arriviamo a oltre 20KHz. Un'altra condizione che imponiamo è che il fattore di qualità sia almeno maggiore di 4 in modo che la banda che filtriamo attraverso il circuito sia sufficientemente stretta, ma nello stesso momento vogliamo che questo fattore non sia troppo elevato perché ciò renderebbe la banda troppo stretta, rendendo potenzialmente più difficile eseguire un fit dei dati. Inoltre il fattore di qualità è legato ai valori di R , L e C e per le condizioni in cui possiamo operare in laboratorio questi non permettono valori di Q elevati.

Caratterizzazione dell'induttanza— La bobina su cui andiamo a eseguire le misure di L è composta da un rocchetto cilindrico di plastica dura cavo, attorno al quale viene avvolto un filo di rame smaltato, a comporre 900 spire. L'apparato così creato si comporta come un solenoide caratterizzato da

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S \quad (2)$$

con $\Phi_B = B \cdot NS$ il flusso del campo magnetico di un solenoide in cui scorre corrente I , dove consideriamo $n = N/\ell$ ottenendo che il solenoide è caratterizzato da

$$L = \mu_0 n^2 \ell S. \quad (3)$$

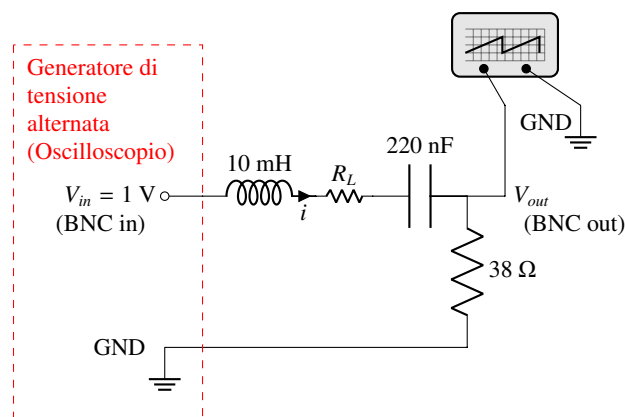


Figura 1 Circuito utilizzato per il filtro passa-banda progettato nell'esperienza, i valori di R , L e C sono i valori nominali riportati sul componente. La resistenza R_L è la resistenza interna all'induttanza, che verifichiamo non essere nulla.

^a Esperienza n. 3

^b s5025011@studenti.unige.it

^c s4942225@studenti.unige.it

Consideriamo, in primo ordine di approssimazione che il rocchetto di plastica abbia permeabilità magnetica pari a 1, valore che non si discosta molto dalla realtà sperimentale.

Inserendo un materiale all'interno del rocchetto ci aspettiamo una variazione del valore di L , dal quale vogliamo ricavare il valore di μ_R corrispondente al materiale. I materiali risultano avere dimensioni ($a \times a \times h$) uguali a $11.90 \times 11.90 \times 68.00$ mm (dimensioni del materiale A) e $12.10 \times 12.10 \times 68.00$ mm (secondo materiale, B). Una volta inseriti nella cavità del solenoide non riescono però a riempirne completamente la superficie. Coprono invece tutta la lunghezza del solenoide, eccedendo rispetto al rocchetto, lungo 60.00 mm, di pochi millimetri, per cui ci riserviamo di non considerare effetti di bordo che richiederebbero calcoli non eseguibili sulla base dei dati raccolti.

Dall'equazione (2) abbiamo che $L \cdot I = \Phi_B$. Quando inseriamo il materiale il flusso Φ_B si può ottenere come somma del flusso interno al materiale ed esterno (nello spazio tra il materiale e la bobina). Otteniamo quindi che

$$L_{eq} \cdot I = \Phi_B^{\text{int}} + \Phi_B^{\text{ext}} = \mu_0 n^2 \ell (a^2 \mu_R + (S - a^2)) = \mu_0 n^2 \ell (S + a^2 (\mu_R - 1)) \quad (4a)$$

dove a^2 indica la superficie di base del materiale considerato, con il fattore

$$\Phi_B^{\text{int}} = \mu_0 \mu_R n^2 \ell a^2 \quad (4b)$$

che tiene conto della permeabilità magnetica relativa del materiale e il fattore

$$\Phi_B^{\text{ext}} = \mu_0 n^2 \ell (S - a^2) \quad (4c)$$

che invece è il flusso fuori dal materiale.

Da queste considerazioni otteniamo che quindi possiamo ricavare il valore della permeabilità magnetica μ_R come

$$\mu_R = \frac{L_{eq} - \mu_0 n^2 \ell S}{\mu_0 n^2 \ell a^2} + 1 \quad (5)$$

Misura di v_0 —

RELAZIONE DI LABORATORIO N. 1 (2021)

Tabella S-1 Dati grezzi (induttanza libera)

| Tensione ingresso (mV) | | Tensione uscita (mV) | | Periodo (ms) | | Ritardo (ms) | |
|------------------------|------------------|----------------------|-------------------|--------------|-----------|--------------|--------------|
| v_{in} | $range_{v_{in}}$ | v_{out} | $range_{v_{out}}$ | T | $range_T$ | dt | $range_{dt}$ |
| 992.3 | 132 | 63.7 | 9 | 2 | 0.310 | 0.478 | 0.310 |
| 981.7 | 132 | 135.2 | 19 | 1 | 0.156 | 0.2267 | 0.156 |
| 907.4 | 132 | 320.2 | 45 | 0.5 | 0.078 | 0.093 | 0.078 |
| 907.4 | 132 | 327.2 | 44 | 0.5 | 0.078 | 0.0925 | 0.078 |
| 817.2 | 132 | 476.0 | 64 | 0.4 | 0.062 | 0.056 | 0.062 |
| 753.5 | 132 | 576.0 | 80 | 0.3571 | 0.056 | 0.034 | 0.056 |
| 559.5 | 80 | 475.7 | 68 | 0.303 | 0.050 | 0.006 | 0.050 |
| 601.6 | 86 | 467.0 | 66 | 0.2778 | 0.052 | -0.018 | 0.052 |
| 868.3 | 132 | 393.0 | 54 | 0.2 | 0.032 | -0.033 | 0.032 |
| 973.0 | 132 | 153.0 | 21 | 0.1 | 0.015 | -0.0216 | 0.015 |
| 981.7 | 132 | 72.0 | 10 | 0.05 | 0.0076 | -0.0113 | 0.0076 |
| 992.3 | 132 | 32.0 | 5 | 0.02 | 0.0030 | -0.0046 | 0.0030 |

Tabella S-2 Dati grezzi (materiale A)

| Tensione ingresso (mV) | | Tensione uscita (mV) | | Periodo (ms) | | Ritardo (ms) | |
|------------------------|------------------|----------------------|-------------------|--------------|-----------|--------------|--------------|
| v_{in} | $range_{v_{in}}$ | v_{out} | $range_{v_{out}}$ | T | $range_T$ | dt | $range_{dt}$ |
| 990.6 | 140 | 40.3 | 6 | 2 | 0.320 | 0.480 | 0.320 |
| 973.7 | 140 | 94.4 | 14 | 1 | 0.168 | 0.219 | 0.168 |
| 960.0 | 156 | 121.1 | 20 | 0.8333 | 0.136 | 0.171 | 0.136 |
| 907.4 | 132 | 170.8 | 25 | 0.6666 | 0.108 | 0.1176 | 0.108 |
| 827 | 196 | 225.3 | 54 | 0.5556 | 0.098 | 0.0713 | 0.098 |
| 748.4 | 104 | 256.2 | 36 | 0.4327 | 0.070 | -0.0004 | 0.070 |
| 768.5 | 108 | 245.0 | 35 | 0.4 | 0.070 | -0.0163 | 0.070 |
| 838.0 | 132 | 195.7 | 31 | 0.3333 | 0.060 | -0.0346 | 0.060 |
| 882.3 | 124 | 159.0 | 23 | 0.2857 | 0.054 | -0.038 | 0.054 |
| 947.0 | 156 | 104.5 | 17 | 0.200 | 0.033 | -0.033 | 0.033 |
| 955.0 | 144 | 86.4 | 13 | 0.1667 | 0.030 | -0.0288 | 0.030 |
| 971.0 | 160 | 54.0 | 9 | 0.1 | 0.0164 | -0.0184 | 0.0164 |

Tabella S-3 Dati grezzi (materiale B)

| Tensione ingresso (mV) | | Tensione uscita (mV) | | Periodo (ms) | | Ritardo (ms) | |
|------------------------|------------------|----------------------|-------------------|--------------|-----------|--------------|--------------|
| v_{in} | $range_{v_{in}}$ | v_{out} | $range_{v_{out}}$ | T | $range_T$ | dt | $range_{dt}$ |
| 996.0 | 164 | 37.9 | 6 | 2 | 0.340 | 0.4874 | 0.340 |
| 982.0 | 164 | 80.0 | 14 | 1 | 0.176 | 0.234 | 0.176 |
| 935.0 | 152 | 195.8 | 32 | 0.5 | 0.096 | 0.103 | 0.096 |
| 849.9 | 140 | 285.8 | 47 | 0.4 | 0.068 | 0.0715 | 0.068 |
| 704.2 | 116 | 381 | 64 | 0.3333 | 0.056 | 0.041 | 0.056 |
| 575.0 | 96 | 434.2 | 72 | 0.2857 | 0.052 | 0.004 | 0.052 |
| 646.9 | 108 | 400.6 | 66 | 0.250 | 0.045 | -0.0228 | 0.045 |
| 756.4 | 128 | 337 | 56 | 0.2222 | 0.039 | -0.032 | 0.039 |
| 838.6 | 140 | 286.5 | 47 | 0.2 | 0.033 | -0.034 | 0.033 |
| 887 | 148 | 242.5 | 40 | 0.1818 | 0.033 | -0.0337 | 0.033 |
| 910 | 152 | 209.3 | 36 | 0.1667 | 0.029 | -0.0324 | 0.029 |
| 972.0 | 156 | 105 | 17 | 0.1 | 0.0168 | -0.0218 | 0.0168 |