

Misura della velocità del suono in aria: sistema digitale di acquisizione automatica^a

Francesco Polleri^{1, b} e Mattia Sotgia^{1, c}

(Gruppo A1)

¹Dipartimento di Fisica, Università degli Studi di Genova, I-16146 Genova, Italia

(Dated: presa dati 29 marzo–5 aprile 2022, consegnata in data 26 aprile 2022)

L'esperienza è incentrata sulla caratterizzazione e sulla realizzazione della logica di un sistema digitale di acquisizione del dato, che permette di poter rendere la misura più rapida e più efficace, oltre che permettere di raccogliere misure in grande numero per lo stesso tipo di evento fisico, rendendo quindi possibile una trattazione statistica più efficace e corretta. Sfruttando il sistema così creato per effettuare una misura della velocità del suono in aria e confrontando il valore ottenuto di 347.59(67) m/s con il valore teorico della velocità del suono in aria a $T = 20^\circ\text{C}$ e $P = 1\text{ atm}$ di 343.21(34) m/s, otteniamo un risultato non compatibile con la teoria, con una significatività statistica di 5.8σ .

I. INTRODUZIONE

L'obiettivo di questa esperienza di laboratorio è effettuare una misura della velocità del suono in aria. Per ottenere tale misura sfruttiamo l'intervallo di tempo che l'onda sonora impiega a percorrere la distanza che separa l'emettitore e il ricevitore. Infatti, una volta misurato tale intervallo di tempo, è necessario conoscere solamente la distanza tra i due dispositivi per ricavare la velocità del suono. Il problema principale è però ottenere una misura precisa del tempo in quanto sappiamo che gli intervalli che andiamo a misurare sono molto brevi perché il suono viaggia ad una velocità di circa 340 m/s, per cui se posizioniamo emettitore e ricevitore ad una distanza nell'ordine delle decine di centimetri il tempo che l'onda impiega a percorrere tale distanza sarà allora nell'ordine dei millisecondi. Per misurare gli intervalli di tempo utilizziamo quindi due diversi metodi. Il primo metodo consiste nell'effettuare la misurazione in maniera analogica, osservando sull'oscilloscopio il ritardo temporale che intercorre tra il segnale prodotto dall'emettitore e il segnale prodotto dal ricevitore. Il secondo metodo, invece, consiste in una misura di tipo digitale. Infatti al posto di usare manualmente i cursori dell'oscilloscopio per vedere il ritardo temporale tra i due fronti d'onda, sfruttiamo una scheda Arduino DUE, che è in grado, una volta presi in input i segnali che ci interessano, di fornirci in output su un seriale i valori del ritardo temporale che vogliamo misurare.

II. CARATTERIZZAZIONE APPARATO SPERIMENTALE ANALOGICO

Il sistema di misura è composto da un emettitore e da un ricevitore posti ad una distanza $d = [0.1, 0.5]$ m. Questi due strumenti, messi in comunicazione con un oscilloscopio ci permettono di misurare il ritardo tra il fronte dell'onda trasmessa e quello dell'onda ricevuta, permettendoci di individuare il ritardo tra le due onde e quindi di inferire il valore della velocità del suono in aria.

L'emettitore.—L'emettitore consiste in un semplice altoparlante elettronico (attuatore), caratterizzato da un diametro esterno di 5.985(5) cm capace di convertire in onde sonore un segnale elettrico che gli viene dato in ingresso. Nel nostro caso viene alimentato in ingresso da un'onda quadra, di frequenza e ampiezza variabili (in base alle necessità della misura le frequenze sono tra 10 Hz e 10 kHz). Il generatore fornisce inoltre un segnale TTL standardizzato con la stessa frequenza

dell'onda in ingresso che può quindi essere utilizzato come riferimento per la misura di quest'onda.

Il ricevitore.—Lo strumento è composto da un microfono (trasduttore) che permette di convertire in segnale analogico l'onda sonora che riceve. Il segnale analogico continuo viene poi mandato in ingresso ad un comparatore a soglia fissa, che quindi permette di ottenere solo due letture in uscita, un segnale alto e un segnale basso. Il segnale che quindi leggiamo dal microfono è alto se il microfono non *sente* nessun suono sopra la soglia impostata con il comparatore, mentre passa ad un segnale basso appena il segnale supera la soglia. Ci interessa quindi leggere l'istante in cui il segnale passa da alto a basso, ovvero il primo fronte di discesa del segnale.

I due strumenti sono allineati ad una guida millimetrata fissata al tavolo, necessaria per misurare la distanza tra la sorgente e il ricevitore.

III. VALUTAZIONE DEGLI ERRORI SULLA MISURA

Errore sulla misura della distanza.— Lo strumento che utilizziamo per misurare la distanza è un metro caratterizzato da un errore massimo di 1 mm. Poiché stiamo misurando la distanza che separa il microfono dall'altoparlante e dobbiamo quindi allineare il metro sia al punto che prendiamo come riferimento per l'emettitore, sia al punto di riferimento del ricevitore, consideriamo come errore massimo per questa misura 2 mm (consideriamo infatti 1 mm per ogni allineamento, ipotizzando di non compiere nessun errore di parallasse), che porta quindi ad avere un errore statistico pari a $2\text{ mm}/\sqrt{3} = 1.15\text{ mm}$.

Errore sulla misura del tempo.— Per quanto riguarda l'errore sul delay nella misura analogica calcoliamo tale quantità in base a quanto è riportato sul data-sheet dell'oscilloscopio, mentre per la misura con il metodo digitale faremo una trattazione di tipo statistico, come vedremo successivamente, che ci permetterà di fornire una definizione più rigorosa degli errori statistici associati alle misure di tempo (affrontata in sezione VII).

IV. PRESA DATI ANALOGICA

Inizialmente utilizziamo l'oscilloscopio per effettuare misure del ritardo t tra la trasmissione e la ricezione del segnale sonoro. Possiamo infatti impostare lo strumento in modo che possa fornirci una lettura di differenza temporale (delay) tra

due istanti nei due segnali che forniamo in ingresso. Poniamo infatti il primo cursore sul fronte di salita dell'onda quadra che genera il suono e il secondo sul primo fronte di discesa dell'onda del microfono. In questo modo lo strumento può fornire in automatico il valore di delay tra i due fronti. Lasciando fisso il ricevitore spostiamo la sorgente lungo la guida e dopo aver misurato la distanza d raccogliamo i valori del rispettivo ritardo per quella distanza ottenendo così una serie di coppie di valori (t, d) .

Ripetiamo lo stesso procedimento ponendo però uno dei due cursori non più sul primo fronte di salita dell'onda dell'emettitore, bensì sul primo fronte di discesa della stessa onda. In questo modo otteniamo un nuovo set di dati da poter confrontare con il primo.

Scelta dei limiti sulla distanza di misura d .—Le distanze a cui viene effettuata la misura sono scelte in parte per un limite fisico degli strumenti, che si traduce in una lunghezza massima della guida oltre la quale non potevamo più effettivamente misurare la distanza, e un limite invece sperimentale legato al fatto che una distanza troppo piccola non avrebbe permesso di poter distinguere l'istante di emissione e l'istante di ricezione dell'onda. Analizziamo ora nel dettaglio i due fattori limitanti nella scelta del range di distanze utilizzabili in laboratorio.

Il primo è dovuto al funzionamento di altoparlante e microfono. Questi infatti funzionano attraverso campi elettromagnetici variabili legati alla presenza di bobine e magneti al loro interno. Perciò quando i due strumenti sono troppo vicini si possono verificare fenomeni di autoinduzione e mutua induzione. Il campo elettromagnetico derivante da questi fenomeni si propaga però alla velocità della luce, 6 ordini di grandezza maggiore della quantità che stiamo cercando di misurare, perciò l'effetto di accoppiamento emettitore-trasduttore è praticamente istantaneo, e il delay risulta essere quindi nullo.

Un secondo effetto è legato invece alla mancanza di un vero isolamento acustico tra i due strumenti, che essendo assicurati alla stessa guida, permettono quindi la trasmissione di vibrazioni, che risultano essere trascurabili per distanze sufficientemente grandi, ma che invece possono risultare influenti a distanze molto piccole, tali per cui il suono propagato nel tavolo non si dissipa prima di raggiungere il microfono (inoltre la velocità di propagazione del suono attraverso un materiale solido risulta essere maggiore rispetto alla propagazione in aria, essendo la velocità di propagazione $v_s \propto E^{1/2}$, con E modulo di Young, che risulta essere molto maggiore nei solidi rispetto all'aria ($E_{\text{air}}^{20^\circ\text{C}} = 1.43 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $E_{\text{solid}} \geq 1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$)[1]).

V. ANALISI DATI ANALOGICA

Nell'ipotesi che la densità dell'aria sia uniforme e la temperatura costante (quindi che il valore della velocità del suono sia costante) per il tratto di spazio che l'onda sonora percorre, possiamo considerare che la velocità media $\langle v_s \rangle$, calcolata come distanza su tempo, sia uguale al valore istantaneo della velocità del suono v_s . In questa ipotesi allora la misura della velocità del suono può essere trattata al primo ordine di approssimazione come il rapporto tra una misura della distanza d e una misura del tempo t impiegato per coprire tale distanza. In questo modo allora otteniamo che la distanza percorsa può essere considerata come $d = v_s t$, dove però stiamo ipotizzando

di considerare la misura della distanza in termini esatti. Ma poiché la distanza può essere considerata a meno di una costante additiva, di offset rispetto al posizionamento dell'emettitore e del ricevitore, allora è più corretto considerare una relazione

$$d = v_s t + \delta_{\text{offset}}. \quad (1)$$

Stiamo però ancora considerando condizioni ottimali di misura, per cui ipotizziamo che il ricevitore e l'emettitore siano perfettamente in asse, ovvero che siano allineati perfettamente anche nelle direzioni ortogonali alla trasmissione del segnale. Si potrebbe introdurre un fattore quadratico all'interno della funzione di fit che includa questo disassamento per cui la funzione risulterebbe

$$d = \sqrt{v_s^2 t^2 + 2\delta_{\text{offset}} v_s t + (\delta_{\text{offset}}^2 - \delta_{\perp}^2)} \quad (2)$$

Osserviamo però che questa correzione non porta a nessun cambiamento rispetto al modello lineare in quanto otteniamo che $\delta_{\text{offset}}^2 - \delta_{\perp}^2 \simeq \delta_{\text{offset}}^2$, che porta quindi l'espressione (2) ad essere equivalente all'espressione (1).

Realizziamo quindi un grafico (figura 1) su cui riportiamo entrambi i set di punti e facciamo un fit secondo la funzione

$$d(t) = v_s t + \delta_{\text{offset}} \quad (3)$$

dove v_s e δ_{offset} sono i parametri che rappresentano rispettivamente la pendenza della retta e la sua quota, cioè, nel nostro caso, la velocità a cui ha viaggiato il suono emesso dall'altoparlante e l'offset sulla misura della distanza. Questo offset è dovuto al fatto che noi non misuriamo la distanza vera e propria tra emettitore e ricevitore perché è difficile trovare in questo modo dei punti precisi su cui prendere le misure, quindi troviamo un punto di riferimento sulla base che sostiene l'altoparlante e un punto sulla base del microfono e misuriamo la distanza tra questi. La presenza di questo offset non influisce sulla misura che vogliamo fare, in quanto la pendenza della retta, da cui ricaviamo il valore della velocità del suono, non è legata al valore dell'intercetta, purché l'offset sia lo stesso per ogni distanza a cui abbiamo preso le misure.

Dal fit otteniamo che, considerando i dati raccolti sfruttando l'onda prodotta sul fronte di salita del segnale emesso,

$$v_s = 347.8(12) \text{ m/s} \\ \delta_{\text{offset}} = 0.14687(80) \text{ m},$$

mentre considerando i dati raccolti sfruttando l'onda prodotta sul fronte di discesa del segnale otteniamo

$$v_s = 349.9(17) \text{ m/s} \\ \delta_{\text{offset}} = 0.1280(15) \text{ m}.$$

Vediamo che i valori dei 2 offset sono nell'ordine dei centimetri, che corrisponde a ciò che ci aspettavamo, in quanto, come detto in precedenza, la distanza tra altoparlante e microfono è stata misurata usando dei punti di riferimento distanti appunto qualche centimetro dai punti in cui effettivamente veniva emesso e rivelato il suono.

Osserviamo che i due valori del parametro v_s sono compatibili (con una significatività statistica di 1.03σ) e perciò possiamo ricavare la miglior stima

$$v_s(\text{Analogic}) = 348.46(95) \text{ m/s}.$$

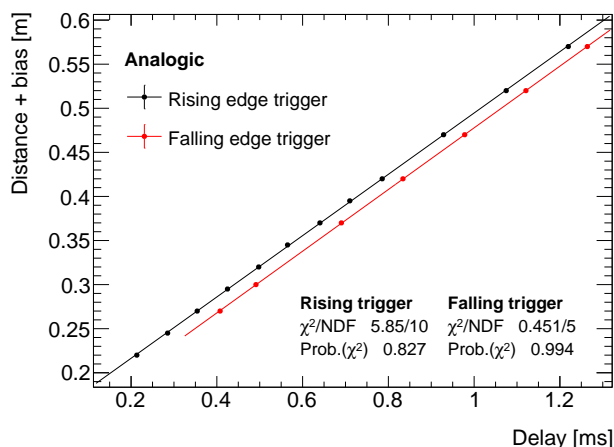


Figura 1. Dipendenza lineare della distanza tra sorgente e ricevitore dal tempo t per un'onda meccanica acustica che si propaga in aria; il coefficiente di proporzionalità esprime la velocità di propagazione v_s dell'onda in aria, a pressione e temperatura di laboratorio. Possiamo osservare che esiste una differenza tra le coppie di punti acquisite considerando il fronte di salita o di discesa dell'onda quadra fornita all'emettitore, che però si risolve in una differenza di offset su tutte le misure, senza causare una differenza invece per il coefficiente di proporzionalità v_s .

VI. DESCRIZIONE DEL SISTEMA AUTOMATICO DI ACQUISIZIONE DATI

Siccome nella misura con il metodo analogico abbiamo dovuto usare l'oscilloscopio come strumento di misura, dovendo di volta in volta riposizionare i cursori per ottenere una misura precisa del ritardo tra le due onde, vogliamo adesso trovare un modo per riuscire a raccogliere un maggior numero di dati in maniera più automatica e veloce. Sino ad ora abbiamo misurato il ritardo temporale tra il primo fronte dell'onda quadra che permette all'altoparlante di emettere il suono e il primo fronte di discesa dell'onda del microfono, che corrisponde all'inizio dell'oscillazione della membrana del ricevitore. Sfruttando però il sistema automatico, che appunto vogliamo creare e utilizzare, possiamo rendere la misura più precisa. Possiamo infatti fare in modo che il nostro sistema acquisisca il ritardo del primo fronte di discesa e il ritardo del fronte di salita immediatamente successivo, in modo da poter fare una media e capire quale ritardo corrisponde effettivamente al massimo o minimo dell'oscillazione della membrana del microfono. Per migliorare ancora di più la precisione possiamo richiedere che il sistema acquisisca N volte tali misure.

Per creare questo sistema utilizziamo una scheda Arduino DUE per la realizzazione di un timer. Analizziamo ora la logica che permette al timer di acquisire una misura della variazione temporale dei diversi eventi misurabili.

Routine di START e DATA ACQUISITION.—Quando il sistema è acceso (stato iniziale) un contatore è posto ad un conteggio zero, e il sistema è in attesa di un segnale di abilitazione, che viene fornito attraverso uno switch fisico. Fino a che lo switch non cambia il suo stato, allora il contatore è mantenuto a zero e la variabile booleana di abilitazione è impostata sul falso. Il sistema non ascolta nessun input sui canali digitali e quindi non incrementa il conteggio e non misura intervalli. Non ap-

pena l'interruttore viene cambiato, allora la scheda abilita la lettura dei segnali digitali in ingresso ed attende il passaggio del segnale dell'onda quadra sul fronte di salita per iniziare la presa dati (il sistema entra nel secondo stato accessibile, quello per cui è in attesa dei segnali digitali).

Acquisizione del singolo dato.—Appena il segnale fornito in TTL alla scheda passa da basso ad alto (ovvero si ha un segnale di RISE per la scheda Arduino) il valore temporale in microsecondi viene salvato in memoria e appena la scheda legge sul segnale che invece arriva dal ricevitore il primo fronte di discesa e il primo fronte di salita, ne acquisisce i tempi e salva in memoria la differenza temporale tra questi due eventi e l'evento RISE sull'onda quadra. Quindi successivamente il segnale dell'onda quadra riporterà un fronte di discesa, che quindi sarà letto dalla scheda come segnale di FALL, e quindi similmente a quanto avviene per il segnale di RISE, salva il valore di tempo corrispondente a tale evento e poi misura la differenza temporale tra questo evento e i corrispondenti nuovi fronti di discesa e salita del segnale prodotto dal microfono. Questi dati vengono poi salvati in memoria. Ogni volta che un evento RISE e un evento FALL sono identificati e le relative misure effettuate, il counter interno alla scheda viene incrementato di 1. La scheda resta in attesa di una seconda coppia di eventi uguali, fino a che il counter non supera il valore N prestabilito.

Routine di STOP.—Quando il conteggio raggiunge il valore N allora il sistema entra nel terzo stato accessibile, lo stato di fine della misura, dove i dati salvati in memoria sulla scheda sono quindi poi comunicati attraverso il seriale al computer, che immediatamente legge i relativi valori e li salva in un file. Da questo terzo stato il sistema è poi libero di ritornare allo stato iniziale di start, per cui la misura potrà dunque ricominciare da capo.

VII. CORREZIONE DEGLI ERRORI DI DIGITALIZZAZIONE

Il sistema di acquisizione così creato però potrebbe fornire in uscita dei valori di misura sbagliati, in quanto potrebbe sbagliare la lettura dei segnali sui pin digitali. Questo può essere causato da contatti elettrici non stabili o da segnali non privi di rumore, presentando quindi delle oscillazioni che possono essere interpretate dalla scheda con un evento RISE o FALL. Questo porta ad avere dei valori di delay che possono essere sbagliati, nettamente distinti e distinguibili dai valori reali medi. Possiamo infatti realizzare per ogni set di N valori un istogramma e facilmente identificare i valori che possiamo definire *outliers*, ovvero valori che sono nelle code delle distribuzioni dei dati raccolti. Osservando infatti un esempio di distribuzione, possiamo vedere che sono presenti dei valori di delay di $0\mu\text{s}$ (fig. 2 sotto, gli ultimi due istogrammi), o valori a circa $1000\mu\text{s}$ quando il valore della media dei tempi è circa $400\mu\text{s}$ (fig. 2 sopra, i primi due istogrammi). Questi punti influiscono sul valore medio e sulla deviazione standard della distribuzione in modo influente, quindi decidiamo di toglierli dal calcolo. Rimuovendo tali valori dall'insieme dei punti raccolti osserviamo che infatti gli errori associati alle misure di delay (calcolate come la deviazione standard della distribuzione dei punti, oppure posti a $1\mu\text{s}$ se la dev. standard

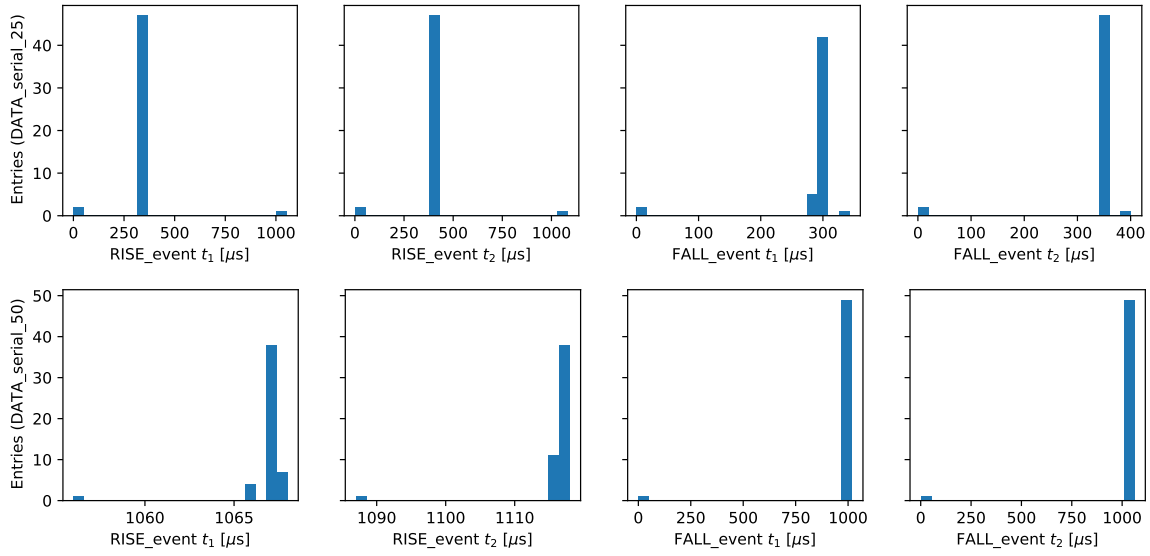


Figura 2. Istogrammi dei set di dati raccolti (sono riportati quelli per le misure a 0.25 m e quelle per le misure a 0.5 m). Per ogni distanza sono raccolti $N = 50$ punti, sia per l'evento RISE che per l'evento FALL, in due istanti differenti, uno per il primo fronte di variazione del segnale fornito dal microfono, uno per il secondo fronte. La media tra queste due misure permette di ottenere poi una misura più precisa dell'effettivo fronte d'onda che viene rilevato dal microfono.

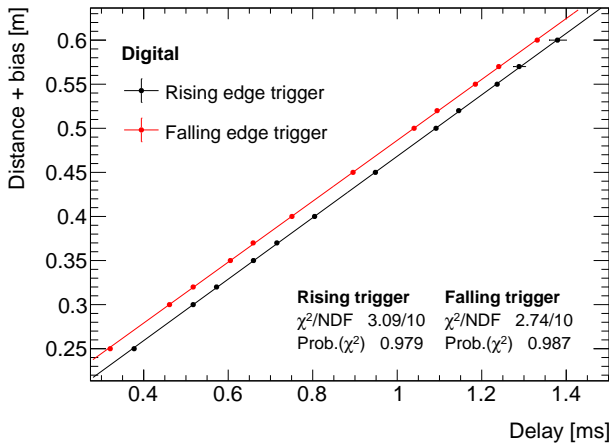


Figura 3. Coppie di dati $(\langle t_{\text{rise}} \rangle, d)$ e $(\langle t_{\text{fall}} \rangle, d)$ raccolte sfruttando il sistema digitale, con i relativi fit lineari. Per entrambi i casi otteniamo che il rapporto χ^2/ndf è vicino a 1 (risulta essere in realtà anche minore), e in entrambi i casi la $\text{Prob.}(\chi^2)$ è superiore al 95%.

diventa minore della risoluzione dello strumento) diventano ragionevoli rispetto alle misure effettuate.

VIII. ANALISI DATI, ACQUISIZIONE DIGITALE

L'apparato sperimentale ci restituisce $N = 50$ misure per ognuno dei quattro possibili delay che abbiamo deciso di misurare, questo per tutte le distanze a cui abbiamo posizionato l'altoparlante. Da questi set di dati possiamo ottenere per ogni delay un valor medio e una deviazione standard. Per ogni distanza abbiamo quindi quattro valori (ognuno con il proprio errore), due relativi al delay rispetto al fronte di salita del segnale dell'emettitore e gli altri due rispetto al fronte di discesa. Da ognuna di queste coppie possiamo ulteriormente

ricavare il valor medio e una nuova deviazione standard che calcoliamo come la radice della somma in quadratura delle due deviazioni standard precedenti. Come detto in precedenza questo valor medio è quello che meglio approssima il delay corrispondente al punto in cui abbiamo il massimo o il minimo dell'oscillazione della membrana del microfono.

Possiamo quindi riportare le coppie $(\langle t_{\text{rise}} \rangle, d)$ e $(\langle t_{\text{fall}} \rangle, d)$ come in figura 3 e per ogni set di coppie realizziamo un fit secondo l'equazione (1). Otteniamo come nel caso della misura in analogica due coppie di parametri $v_s, \delta_{\text{offset}}$. Per gli eventi RISE troviamo quindi

$$v_s = 348.5(14) \text{ m/s}$$

$$\delta_{\text{offset}} = 0.1198(12) \text{ m}$$

mentre per gli eventi FALL

$$v_s = 345.4(13) \text{ m/s}$$

$$\delta_{\text{offset}} = 0.1409(12) \text{ m}$$

Otteniamo che i valori ottenuti nei due casi della velocità del suono in aria risultano essere compatibili tra di loro con una significatività statistica di 1.62σ , e la miglior stima ottenuta è quindi

$$v_s(\text{Digital}) = 346.73(94) \text{ m/s.}$$

IX. CALCOLO DI v_s E CONCLUSIONI

Dai risultati ottenuti attraverso il metodo analogico e attraverso il metodo digitale osserviamo che i valori di v_s (Analogic) e v_s (Digital) sono compatibili con significatività statistica pari a 1.29σ per cui possiamo calcolare una miglior stima sperimentale ($v_s(\text{Exp})$), ottenendo quindi il valore

$$v_s(\text{Exp}) = 347.59(67) \text{ m/s,}$$

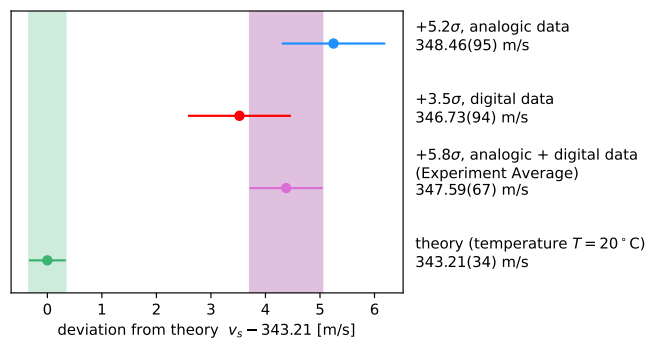


Figura 4. Risultati complessivi analisi dati. Differenza sperimentale tra il valore teorico della velocità del suono 343.21(34) m/s e il valore misurato in laboratorio. È riportata anche la miglior stima del valore ottenuto in laboratorio (347.59(67) m/s). Dalla figura osserviamo inoltre che il valore di v_s (Digital) riportato in rosso risulta essere più vicino al valore teorico (verde), rispetto a v_s (Analogic) (azzurro).

che risulta essere non compatibile con il valore teorico [2], con una significatività statistica di 5.8σ .

Uno dei nostri obiettivi era quello di utilizzare il metodo digitale per riuscire a fare una misura più precisa della velocità del suono. Notiamo infatti (figura 4) che il valore di v_s (Digital) risulta essere più vicino al valore teorico della velocità del suono rispetto a quanto non lo sia il valore di v_s (Analogic), infatti in termini di significatività statistica il primo risulta essere di 5.2σ , mentre il secondo di 3.5σ .

Questo mette in luce quanto abbiamo detto in precedenza, ovvero che con la presa dati digitale, per cui abbiamo potuto raccogliere più dati, e anche considerare il valore medio tra i fronti di discesa e di salita dell'onda in arrivo al microfono, quindi prendendo in modo più preciso il valore del massimo (o minimo) del segnale acustico che è trasmesso sul microfono, possiamo ottenere una misura più affidabile della velocità del suono. Infatti per la presa dati analogica non abbiamo raccolto dati su entrambi i fronti, portandoci dietro quindi un possibile errore sui tempi, che ci è però difficile quantificare.

Questo effetto è legato al modo in cui il microfono riceve, traduce il segnale meccanico in elettrico e come poi procede a digitalizzarlo. Come infatti abbiamo già illustrato in II, il microfono riceve un'onda meccanica, che fa vibrare una membrana solidale ad un magnete permanente, che oscillando induce una corrente elettrica su un avvolgimento metallico. La corrente genera quindi un segnale ai capi della bobina, che viene amplificato e quindi può essere letto. Questo segnale però non è facilmente utilizzabile per effettuare una misura di ritardo temporale senza ricorrere ad una analisi dello spettro e quindi senza sfruttare strumenti matematici più precisi (come le trasformate di Fourier). Per questo motivo ricorriamo ad un processo di digitalizzazione più semplice, facendo passare il segnale attraverso un comparatore a soglia fissata, che ci permette di avere come output dal microfono invece che un segnale continuo, un segnale discretizzato, in cui è ben visibile un salto in corrispondenza del passaggio del segnale dell'onda oltre la soglia imposta dal comparatore.

Prendendo in analisi una singola onda in arrivo al microfono che produrrà quindi un segnale elettrico dall'uscita del microfono, questo avrà ampiezza inizialmente nulla e presenterà alcuni picchi in prossimità dell'arrivo dell'onda sulla mem-

brana del microfono, e poi verrà di nuovo smorzato a zero. Ci interessiamo del primo picco, che rappresenta l'arrivo del segnale alla membrana del microfono. Questo picco produrrà una caduta di segnale e una risalita in prossimità dell'arrivo del fronte di salita dell'onda e del passaggio del fronte di discesa. La distanza tra i due eventi può variare in base all'intensità dell'onda, e quindi allargarsi e restringersi. Se quindi consideriamo solo il primo fronte per effettuare una misura del delay stiamo di fatto trascurando che l'allargamento o il restringimento di questi fronti causano uno spostamento in avanti o indietro del primo fronte, e quindi una lieve variazione nella misura del delay legata alla variazione dell'intensità dell'onda incidente sulla membrana.

Quindi nel caso della raccolta dati analogica, misurando solo il ritardo rispetto al primo fronte, siamo rimasti legati a questo errore sistematico. Con la presa dati digitale invece abbiamo ovviato a questo problema utilizzando non solo il valore del delay legato al primo fronte, ma considerando la media tra il primo fronte di discesa e di salita, individuando cioè il punto effettivo corrispondente al massimo o al minimo dell'onda in arrivo. Al variare dell'intensità infatti, se la larghezza del segnale aumenta, questo aumento è però simmetrico, quindi non influenza in nessun modo il punto medio. Utilizzando il punto medio come riferimento per la misura del ritardo possiamo quindi ottenere una misura più affidabile.

Rimane comunque il problema legato al fatto che nessuno dei due valori sia compatibile con la teoria. Sembra infatti che entrambe le misure risultino spostate verso una velocità maggiore, che, ipotizzando che la strumentazione abbia funzionato in modo corretto, che l'analisi dei dati sia stata sufficientemente rigorosa e che i dati raccolti non siano affetti da errori sistematici non noti, possiamo assumere sia legata ad una condizione atmosferica diversa da quella considerata per ottenere il valore teorico con cui confrontiamo i valori sperimentali (si veda l'appendice A). Possiamo quindi supporre che la temperatura possa essere più alta rispetto ai 20°C considerati, e anzi vicina ad un valore di 25°C , temperatura per la quale i valori ottenuti potrebbero invece essere compatibili con la teoria. Per un diretto confronto con alcuni valori teorici ottenuti in appendice A troviamo che risulta fondata l'ipotesi che la temperatura potesse essere più alta e quindi la velocità teorica potesse essere più alta di quanto previsto dai risultati considerando $T = 20^\circ\text{C}$.

Confrontando $v_s(\text{Exp})$ con i valori $v_s^{23^\circ\text{C}}(\text{Theory})$ e $v_s^{25^\circ\text{C}}(\text{Theory})$ trovati in appendice A, otteniamo che la media sperimentale $v_s(\text{Exp})$ risulta essere compatibile con il valore di $v_s^{23^\circ\text{C}}(\text{Theory})$ (con una differenza di (2.62 ± 0.89) m/s) con significatività statistica di 3.0σ , e con $v_s^{25^\circ\text{C}}(\text{Theory})$ (con una differenza di (1.46 ± 0.75) m/s) con significatività statistica di 1.9σ . Questo potrebbe indicare che le nostre ipotesi di una temperatura leggermente più elevata risultano essere corrette e compatibili con il risultato sperimentale.

Si potrebbe procedere considerando un approccio diverso e opposto. Infatti dalla relazione (A1) troviamo che la velocità teorica può essere espressa in termini della temperatura (in condizioni simili a quelle standard ambientali, vicino a $T = 24^\circ\text{C}$ e $P = 1$ atm), e quindi è possibile esprimere la relazione inversa (entro certi limiti per i valori di T e v_s) e inferire quale dovrebbe essere la temperatura a cui l'esperimento si è svolto,

in base al valore da noi ottenuto di v_s . Otteniamo infatti

$$T(v_s) = 273.15 \cdot \left(\frac{v_s^2}{331.3^2} - 1 \right). \quad (^\circ\text{C}) \quad (4)$$

Sostituendo il valore della media sperimentale ottenuto in laboratorio, la temperatura che metterebbe in accordo la teoria con l'esperimento risulta essere

$$T_{v_s}^{\text{C}}(\text{Exp}) = 27.5(12)^\circ\text{C}.$$

Non possiamo comunque concludere nulla, in quanto fisicamente il valore ottenuto della temperatura non è compatibile con le condizioni sperimentali e ambientali del laboratorio, e in quanto questi risultati sono ottenuti entro un certo numero di ipotesi che prevedono che i dati raccolti, il modo in cui questi sono stati raccolti, il modo in cui sono stati analizzati e ogni passo realizzato per ottenere questo risultato siano effettivamente corretti e svolti con estremo rigore, e prevede inoltre che le condizioni che sono previste per la possibile applicabilità della relazione (A1) e delle sue derivate siano rispettate, che richiederebbero però una analisi più approfondita ed una possibile necessità di tornare in sede di laboratorio per rieseguire ulteriori raccolte dati e poter ottenere un campione di dati più ampio e più dettagliato, prevedendo anche un monitoraggio più preciso delle condizioni atmosferiche dell'ambiente e un controllo più accurato delle condizioni in cui si svolge l'esperimento.

Dati completi e codice sorgente

Tutti i dati completi a supporto dei grafici, e il relativo codice, sono visualizzabili su <https://github.com/mattiasotgia/Lab2>. L'analisi dati viene eseguita attraverso diversi notebook (<https://jupyter.org/>) scritti in C++/python basandosi su framework pubblici: ROOT, per la realizzazione dei grafici e il fit dei modelli (<https://root.cern/>), matplotlib, numpy e altri framework pubblici per l'analisi dei dati e la loro visualizzazione (<https://matplotlib.org/>, <https://numpy.org/>).

Appendice A: Calcolo teorico della velocità del suono in aria

Una stima teorica della velocità del suono in aria, utilizzata poi in figura 4 per confronto rispetto ai valori sperimentali ottenuti in laboratorio è ricavabile a partire dai valori tabulati della velocità del suono [3]. La temperatura nella stanza di laboratorio era di 20°C e la pressione era di 1 atm, quindi la velocità corrispondente precisa è di 343.21 m/s. Dalle tabelle possiamo poi anche ricavare l'incertezza associata a tale misura, considerando il valore precedente e successivo e ottenendo quindi un valore indicativo dell'errore che compiamo utilizzando questo valore tabulato della velocità. Otteniamo quindi che il valore teorico della velocità del suono in aria a $T = 20^\circ\text{C}$

e $P = 1 \text{ atm}$ è

$$v_s(\text{Theory}) = 343.21(34) \text{ m/s},$$

valore che poi possiamo confrontare con i risultati sperimentali ottenuti in laboratorio.

Calcolo del valore teorico per $T \geq 20^\circ\text{C}$.—Abbiamo osservato che il valore sperimentale non si adatta perfettamente alle condizioni imposte in precedenza per il calcolo del valore teorico della velocità del suono in aria, e possiamo osservare che uno scarto di qualche $^\circ\text{C}$ giustificerebbe in effetti una velocità come la media sperimentale trovata in laboratorio. Possiamo quindi provare a ricavare dai valori tabulati il valore di v_s per temperature differenti ($T = 23^\circ\text{C}$, $T = 25^\circ\text{C}$), per poi confrontarli con i valori teorici.

Considerando la temperatura di $T = 25^\circ\text{C}$ direttamente dai valori in tabella possiamo ottenere

$$v_s^{25^\circ\text{C}}(\text{Theory}) = 346.13(34) \text{ m/s}.$$

Per il caso ad una temperatura intermedia dobbiamo invece effettuare una stima, non essendo il valore riportato in tabella, facilmente consultabile. Possiamo altrimenti ricavare il valore della velocità del suono in aria come funzione della temperatura, utilizzando la relazione [4]

$$v_s^{\text{air}} = 331.3 \sqrt{1 + \frac{T(^{\circ}\text{C})}{273.15}}. \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A1})$$

Da questa relazione possiamo quindi ottenere il valore della velocità per ogni temperatura (purché prossima alla temperatura ambiente, attorno alla quale è possibile ricavare (A1)), ed inoltre, conoscendo l'errore sulla misura della temperatura (di circa 1°C o 1 K) possiamo anche ricavare un valore dell'incertezza legata alla velocità del suono.

Il valore della velocità del suono in aria ad una temperatura di $T = 23^\circ\text{C}$ secondo la relazione (A1) è quindi

$$v_s^{23^\circ\text{C}}(\text{Theory}) = 344.97(58) \text{ m/s}.$$

Confrontiamo in IX i diversi valori teorici delle velocità così ottenuti con la media sperimentale ottenuta in laboratorio.

^a Esperienza n. 6

^b s5025011@studenti.unige.it

^c s4942225@studenti.unige.it

[1] Fonte dei valori utilizzati <https://www.youmath.it/lezioni/fisica/dinamica/3032-modulo-di-young.html>.

[2] Si ottiene che la differenza tra la media sperimentale $v_s(\text{Exp})$ e il valore teorico $v_s(\text{Theory})$ è $(4.38 \pm 0.75) \text{ m/s}$.

[3] I valori tabulati sono stati presi da https://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_sound#Tables.

[4] Questa forma può essere ricavata a partire da alcune relazioni fondamentali di carattere meccanico e termodinamico, in accordo con la teoria cinetica dei gas. Fonte https://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_sound#Practical_formula_for_dry_air.