

a

Francesco Polleri^{1, b} e Mattia Sotgia^{1, c}

(Gruppo A1)

¹Dipartimento di Fisica,

Università degli Studi di Genova, I-16146 Genova, Italia

(Dated: presa dati 30 novembre, 1-2 dicembre 2021, consegnata in data 11 dicembre 2021)

INTRODUZIONE

Lo scopo principale di questa esperienza di laboratorio è fare una verifica sperimentale della dipendenza quadratica inversa dell'energia irradiata da una sorgente luminosa in funzione della distanza da essa. Per fare le misure necessarie abbiamo bisogno di diversi dispositivi e in particolare sfrutteremo il funzionamento di amplificatori per strumentazione, basati su amplificatori operazionali.

Come sorgente luminosa usiamo una piccola lampadina ad incandescenza che possiamo posizionare a diverse distanze da un termometro al platino (PT100) che usiamo quindi come sensore e la cui caratteristica principale è la dipendenza lineare, a temperature intorno a quella ambiente, della resistenza in funzione della variazione di temperatura (la derivata è 0.4 Ω/K).

Poiché vogliamo misurare delle variazioni di temperatura attraverso la variazione del valore di una resistenza, utilizziamo un ponte di Wheatstone in modo che le nostre misure siano il più precise possibili e per vedere ancora meglio gli effetti di queste variazioni sulla nostra uscita del segnale usiamo un amplificatore per strumentazione.

STUDIO E CARATTERIZZAZIONE DI UN AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

Poiché l'amplificatore per strumentazione che utilizziamo per la nostra misura è costituito da tre amplificatori operazionali inseriti in un unico circuito, ci interessa studiare meglio il loro comportamento in modo da progettare il circuito nel modo migliore possibile.

Iniziamo costruendo un semplice circuito (Figura 1) con un amplificatore LM741 alimentato con $\pm V_{cc} = \pm 15V$ e progetta-

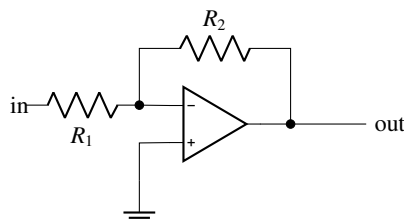


Figura 1 Schema circuitale amplificatore invertente

to in modo che il guadagno ad anello chiuso sia $G_{close} = 80$. Attraverso lo studio del circuito troviamo che il guadagno risulta essere $G = -\frac{R_2}{R_1}$. Per scegliere le resistenze da inserire nel circuito non ci basiamo però solo su questa condizione, bensì le prendiamo in modo che siano molto più grandi della resistenza interna del generatore che dovrebbe essere circa 50 Ω. Prendiamo quindi come valore nominale di R_1 1 kΩ, mentre per R_2 80 kΩ. Misuriamo le resistenze con il tester a nostra disposizione e troviamo che $R_1 = 0.988(6)$ kΩ mentre $R_2 = 82.7(5)$ kΩ

Per effettuare la misura del guadagno raccogliamo 5 valori della tensione di uscita (V_{out}) con i rispettivi valori della tensione di entrata (V_{in}) a 50 Hz in modo da acquisire i dati in una zona in cui il guadagno non dipende dalla frequenza poiché l'amplificatore si comporta come un passa basso. Inoltre i valori di V_{in} li abbiamo scelti in modo che, una volta amplificati, fossero comunque minori di 15V, che è la tensione con cui alimentiamo l'amplificatore, perché altrimenti il valore di V_{out} sarebbe appunto uguale a V_{cc} (questi valori sono riportati in Tabella ??). Eseguendo in fit lineare usando come funzione

$$V_{out} = G \cdot V_{in} + q$$

e impostando come parametri G e q Otteniamo quindi che

$$G = 78.6(81)$$

$$q = 0.03 \text{ V}$$

Osserviamo quindi che il valore di G è compatibile con il valore che volevamo ottenere, cioè $G = 80$ e che la quota della retta è compatibile con zero e ciò rispecchia il fatto che se la tensione in entrata è nulla, anche quella in uscita deve esserlo.

Utilizzando sempre lo stesso circuito vogliamo creare un diagramma di Bode della funzione di trasferimento, in modo da osservare effettivamente il comportamento da passa-basso e da trovare la frequenza di taglio. Impostiamo quindi la V_{in} a 100mV e raccogliamo i valori di V_{in} , V_{out} e del periodo T con i loro rispettivi fondo scala, facendo variare la frequenza da 100Hz fino 20KHz raccogliendo circa 3 punti per ogni decade (questi valori sono riportati in Tabella ??). Realizziamo un fit sui dati usando come funzione

$$|H[v]| = \frac{G}{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{v_0}\right)^2}} \quad (1)$$

e scegliendo come parametri G e v_0 . Otteniamo quindi che

$$G = 83.2(12)$$

$$v_0 = 8.72(26) \text{ kHz}$$

^a Esperienza n. 4

^b s5025011@studenti.unige.it

^c s4942225@studenti.unige.it



Figura 2 Grafico combinato dei diagrammi di Bode

Ripetiamo lo stesso procedimento utilizzando però come R_2 una resistenza da 8 k Ω in modo che il guadagno sia 10 volte più piccolo. Vogliamo quindi verificare che il prodotto $\nu_0 \cdot G$ è costante. Raccogliamo quindi i nuovi dati riportati in Tabella ?? e realizziamo un altro fit usando di nuovo l'equazione (1) e impostando gli stessi parametri e troviamo che

$$G = 8.00(10)$$

$$\nu_0 = 85.4(23) \text{ kHz}$$

Osserviamo che effettivamente il guadagno si presenta essere circa 10 volte più grande del valore misurato in precedenza.

Nel primo caso il prodotto vale $68.3(20) \times 10^4$, mentre nell'altro caso vale $72.6(24) \times 10^4$ e troviamo che quindi sono effettivamente compatibili.

Inoltre dalla Figura 2 possiamo osservare anche visualmente che il prodotto che prima abbiamo quantitativamente verificato essere costante sia visibile anche sovrapponendo i due diagrammi. Infatti possiamo osservare che diminuendo il guadagno G_{close} da 80 a 8, ovvero cambiando R_1 da 80 k Ω a 8 k Ω , osserviamo che la frequenza di taglio si sposta di un fattore 10, passando da 8 kHz a 80 kHz.

Un'altra cosa che vogliamo misurare è il valore dell'impedenza di ingresso per verificare che come da modello sia effettivamente pari ad R_1 . Per fare questo colleghiamo in serie una resistenza che abbia lo stesso valore di R_1 tra il punto che porta V_{in} e R_1 . Misuriamo quindi la tensione in uscita nel nodo di congiunzione tra le due resistenze e troviamo che il valore di V_{out} è circa pari a $\frac{V_{in}}{2}$ e ciò significa che la tensione si è ripartita a metà tra la nuova resistenza che abbiamo inserito e l'impedenza di ingresso del circuito e quindi effettivamente l'impedenza di ingresso del nostro circuito è proprio R_1 .

Successivamente costruiamo un circuito amplificatore non-invertente il cui schema è riportato in Figura 3 e utilizzando le stesse resistenze usate in precedenza. Ripetiamo quindi gli stessi procedimenti fatti prima per trovare il guadagno (dati



Figura 3 Schema circuitale amplificatore non-invertente

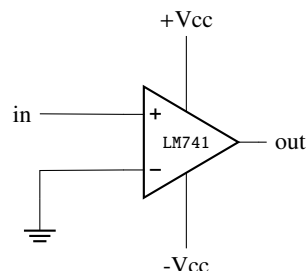


Figura 4 Schema circuitale del comparatore utilizzato per effettuare la misura della *slew rate*.

raccolti in Tabella ??) e troviamo che

$$G = 81.5(70)$$

$$q = 0.18(82) \text{ V}$$

per cui il guadagno è compatibile con quello che avremmo dovuto ottenere da modello cioè $G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ mentre la quota è compatibile con zero.

Per misurare la tensione di ingresso del circuito ripetiamo ciò che avevamo fatto prima e questa volta troviamo che V_{out} è praticamente uguale a V_{in} . Ciò significa che la resistenza di ingresso del circuito è molto più grande di 1 k Ω perché infatti sulla nuova resistenza inserita non vi è praticamente caduta di potenziale. Ciò significa che il modello è verificato in quanto la resistenza di ingresso dovrebbe essere infinita, cioè realisticamente nell'ordine di $10^6 \Omega$.

Un'altra caratteristica dell'amplificatore che possiamo misurare è la cosiddetta "slew rate". La velocità di risposta, o slew rate, è una grandezza che indica la velocità, espressa in volt su secondi, con cui è capace di reagire un dispositivo o circuito elettronico, sollecitato sul suo ingresso, da un impulso di tensione, il cui valore, da minimo a massimo, è contenuto in un tempo brevissimo. Per misurarla costruiamo un comparatore a soglia nulla, il cui schema è riportato in Figura ?? e mandiamo in ingresso un'onda quadra. Poiché quindi la risposta del circuito non è immediata, sull'oscilloscopio non osserviamo un'onda quadra, bensì dei trapezi isosceli e ciò che a noi interessa è proprio la pendenza dei lati obliqui di questi trapezi. Utilizzando i cursori dell'oscilloscopio possiamo quindi misurare il rapporto tra la variazione di tensione (ΔY) e l'intervallo di tempo (ΔX). Troviamo quindi che il valore dello slew rate è $0.541(16) \text{ V}\mu\text{s}^{-1}$ che è molto vicino al valore indicato sul data-sheet del dispositivo.

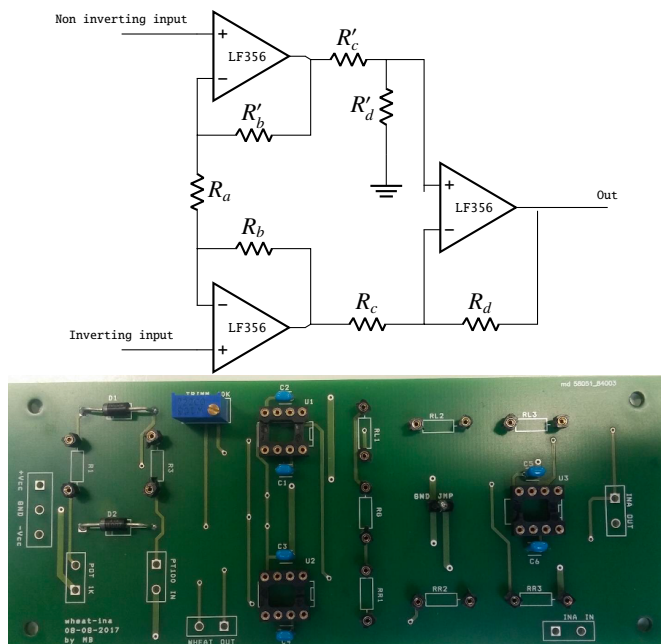


Figura 5 Schema circuitale amplificatore per strumentazione.

STUDIO E CARATTERIZZAZIONE AMPLIFICATORE PER STRUMENTAZIONE

Vogliamo costruire un amplificatore per strumentazione a due stadi il cui guadagno sia compreso tra 100 e 200. Infatti avere un guadagno troppo alto porta il segnale di uscita ad essere troppo sensibile a rumori e fluttuazioni. Dallo studio del circuito riportato in Figura 4 troviamo che se $R_b = R'_b$, $R_c = R'_c$ e $R_d = R'_d$ il guadagno è dato da

$$G = \frac{R_d}{R_c} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_b}{R_a} \right).$$

Prendiamo quindi come resistenze:

$$R_a = 17.80(110) \text{ k}\Omega$$

$$R_b = 37.50(17) \text{ k}\Omega$$

$$R_c = 1.000(64) \text{ k}\Omega$$

$$R_d = 32.20(15) \text{ k}\Omega$$

$$R'_b = 37.50(17) \text{ k}\Omega$$

$$R'_c = 1.000(64) \text{ k}\Omega$$

$$R'_d = 32.20(15) \text{ k}\Omega$$

(Per assicurarci che le resistenze che volevamo fossero uguali, avessero lo stesso valore abbiamo misurato ogni resistenza con il tester). Il valore del guadagno dovrebbe quindi essere $1.68(12) \times 10^2$.

Il circuito integrato nell'amplificatore per strumentazione (Figura 5) è caratterizzato da un guadagno complessivo dato da

$$V_{out} = G_{diff} \cdot (V_{non-inv} - V_{inv}) + G_{CM} \cdot V_{CM} + V_{offset}. \quad (2)$$

V_{offset} è il valore di offset dello strumento, ovvero il valore V_{out} che troviamo anche in assenza di segnale di ingresso

($V_{non-inv} - V_{inv}$) ed è causato dalla presenza di una differenza reale dei due amplificatori che usiamo nel primo stadio e di conseguenza anche nelle correnti che scorrono in essi.

G_{CM} è invece il guadagno di modo comune che è presente poiché le resistenze scelte R_c/R_d e R'_c/R'_d non sono coppie uguali perfettamente, e rendono asimmetrico l'ingresso, introducendo una tensione di modo comune V_{CM} che è la media delle tensioni in ingresso.

G_{diff} è il guadagno differenziale e caratterizza il guadagno ideale che il circuito dovrebbe avere se i segnali in ingresso sono simmetrici rispetto allo zero, rendendo il termine $G_{CM} \cdot V_{CM} = 0$.

Per misurare il valore di offset vogliamo quindi che i primi due termini di (2) vengano annullati. Poniamo dunque

$$V_{non-inv} = V_{inv} = 0$$

e osserviamo il valore della tensione in uscita, verificando rispetto al valore di terra dove si pone la tensione in uscita V_{out} . Possiamo quindi usare un "trimmer" presente sulla scheda in modo da modificare la corrente in ingresso e cercare di eliminare l'offset.

Posto l'offset ad un valore trascurabile (nell'ordine dei mV), procediamo a valutare il valore di G_{CM} ponendo

$$V_{non-inv} = V_{inv} \neq 0$$

ed effettuando 5 diverse misure del valore di V_{out} per 5 diversi valori di V_{in} e facendo quindi un fit secondo l'equazione $V_{out} = G_{CM} \cdot V_{in} + q$ scegliendo come parametri G_{CM} e q (I valori raccolti si trovano in Tabella ??). Troviamo quindi che i valori dei parametri sono rispettivamente

$$G_{CM} = 0.0133(11)$$

$$q = 0.172(99) \times 10^{-2} \text{ V}$$

e notiamo che giustamente il valore della quota è compatibile con zero.

Misurato il G_{CM} , procediamo a calcolare il valore di G_{diff} usando lo stesso metodo con cui abbiamo trovato G_{CM} senza però impostare $V_{non-inv} = V_{inv}$ (I valori raccolti si trovano in Tabella ??). I valori dei parametri che il fit ci restituisce sono

$$G_{diff} = 183(16)$$

$$q = -0.04(45) \text{ V}$$

La quota è compatibile con zero e il valore di G_{diff} è compatibile con il guadagno teorico che avevamo calcolato quando abbiamo scelto le resistenze da inserire nel circuito ($G_{teorico} = 1.68(12) \times 10^2$). Inoltre vediamo anche che G_{diff} è diversi ordini di grandezza più grande di G_{CM} per cui possiamo considerare quest'ultimo trascurabile. Infatti il rapporto di reiezione di modo comune (CMRR) è pari a $13.8(16) \times 10^3$.

Un'altra caratteristica che possiamo misurare è la banda passante dell'amplificatore. Per fare ciò impostiamo la tensione di ingresso a diverse frequenze e raccogliamo i valori di V_{out} per costruire un diagramma di Bode della funzione di trasferimento e calcolare la frequenza di taglio (sappiamo infatti

che il circuito dovrebbe comportarsi da passa-basso). Utilizziamo quindi di nuovo l'equazione (1) impostando gli stessi parametri e troviamo che

$$G = 182.0(36)$$

$$\nu_0 = 156(100) \text{ kHz}$$

Vediamo inoltre che il valore del guadagno trovato è compatibile con quello ricavato in precedenza. Inoltre il valore della frequenza di risonanza è anche fisicamente sensato; infatti considerando l'amplificatore come costituito da due stadi consecutivi, dalla scelta delle resistenze otteniamo che il primo stadio porta con sé un guadagno pari a 5 (G_1), e il secondo

un guadagno pari a circa 32 (G_2). Questi due stadi si comportano come due amplificatori operazionali (LF356) e hanno lo stesso prodotto Guadagno-Banda passante (GBW), del valore di 5 MHz (data-sheet). Quindi a parità di GBW taglia prima lo stadio a guadagno maggiore, e la frequenza di taglio risultante è data da $GBW/G_2 = 156 \text{ kHz}$, perfettamente compatibile con il valore ottenuto.

Dati completi e codice sorgente

Tutti i dati completi a supporto dei grafici, e il relativo codice, sono visualizzabili su <https://github.com/mattiasotgia/Lab2>. L'analisi dati viene eseguita su un programma sviluppato in C++ basandosi su framework pubblici: ROOT, per la realizzazione dei grafici e il fit dei modelli (<https://root.cern/>).