RELAZIONE DI LABORATORIO

# Taratura di un Dinamometro Elettronico e Verifica dell'effetto Gough-Joule Conseguenze Macroscopiche della Natura Entropica delle Forze Elastomeriche


Eugenio Dormicchi[1], Giovanni Oliveri[1], Mattia Sotgia[1, 2]

[1] *Gruppo C03, Esperienza di laboratorio n. 7,*
[2] *In presenza in laboratorio per la presa dati*


(Presa dati 14 Aprile 2021, 15:00– 18:00; Analisi dati 20 Aprile 2021)


*Obiettivo–* Vogliamo costruire e tarare una bilancia elettronica che sfrutti il funzionanmento della cella di carico, e ricavare quindi una legge che permetta dei misurare la massa di un oggetto misurando la tensione in uscita dal sistema. Vogliamo poi verificare con lo strumento costruito le conseguenze macroscopiche della natura entropica delle forze elastomeriche, ovvero verificare come una variazione di temperatura causi una variazione dell'entropia di un sistema. *Metodi–*

*Risultati–*

*Conclusione–*


## 1. Obiettivo

## 2. Strumentazione

## 3. Metodi

Tutte le misure sono riportate nelle unità del Sistema Internazionale (SI), nal caso della tensione, si è utilizzato un sottomultiplo per evitare di rendere i calcoli difficili.
I valori riportati sono stati approssimati tenendo conto di alcune convenzioni prese. Si approssima l'errore a una cifra significativa se tale cifra è $\geqslant 3$, altrimenti se tale cifra è 1 o 2 allora si considerano due cifre significative. Considerando quindi le posizioni decimali significative dell'errore si approssima per eccesso il valore numerico della grandezza.
Si fa spesso riferimento anche alla regola del $3\sigma$, con la quale si vuole intendere la volontà di trasformare un errore di tipo massimo in errore statistico, ovvero calcolando $\varepsilon_x = \Delta x/\sqrt{3}$.

### 3.1. Taratura dinamometro sperimentale

La cella di carico utilizzata, mostrata in Figura 1, presenta quattro estensimetri (straing gauge) che rappresentano le resistenze $R_1$, $R_2$, $R_3$, e $R_4$, i quali subiscono estensione o compressione quando il carico viene applicato sulla cella. Quando subiscono compressione o estensione la loro resistenza diminuisce (compressione) o aumenta (estensione). Posta la cella di carico come in Figura 1 in basso, $R_1$ e $R_3$ risultano avere resistenza maggiore, mentre $R_2$ e $R_4$ risultano avere resistenza minore. se consideriamo $\varepsilon = \Delta L/L$ la variazione di lunghezza dell'estensimetro, otteniamo che $\Delta R/R = k\varepsilon$ dove $k$ è un fattore di porporzionalità (gauge factor). Se consideriamo un'approssimazione di piccoli carichi $F$, allora $\varepsilon$ è proporzionale al carico applicato, $\varepsilon = cF$.
La variazione di resistenza può essere misurata in vari modi, ma è una variazione che corrisponde circa allo 0.1%/0.01%. Sfruttiamo perciò lo schema di misua a ponte di Wheatstone, come rappresentato in Figura 2, che trasforma variazioni di

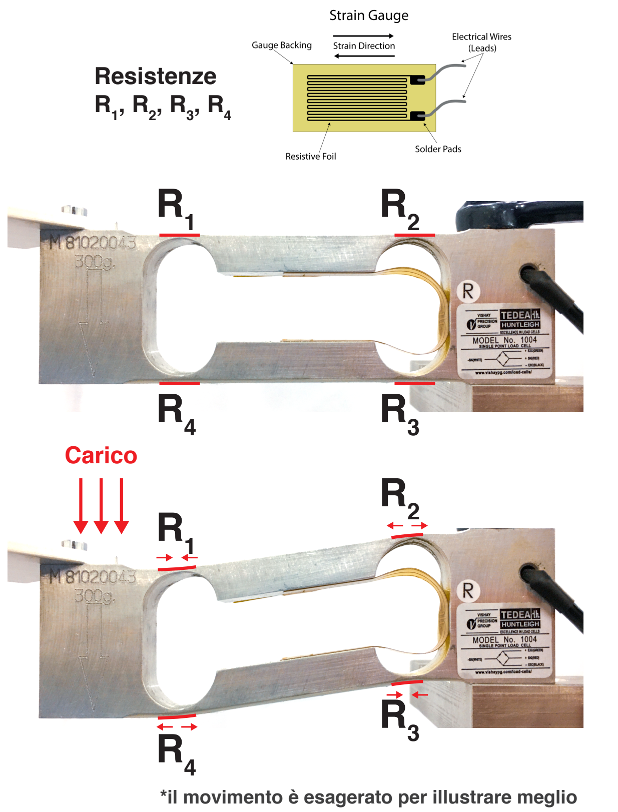


**Figura 1.** *In alto:* schema di costruzione di un estensimetro (strain gauge). *In basso:* vista laterale della cella di carico in condizioni di riposo e in condizione di carico. Nella condizione di carico l'effetto è volutamente esagerato per illustrare la compressione di $R_1$ e $R_3$ e la estensione di $R_2$ e $R_4$.

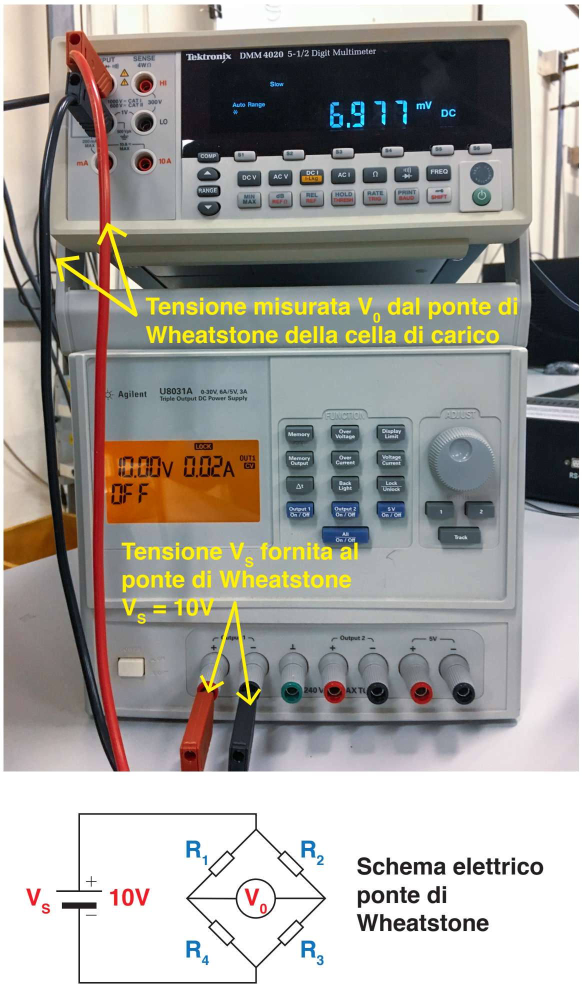


**Figura 2.** *In alto:* multimetro da banco Tektronix DMM 5-1/2 Digit Multimeter impostato su scala automatica, modalità `Slow` che consente una lettura più precisa della tensione; generatore di corrente DC Agilent U8031A Triple Output DC Power Supply, con una tensione in uscita sull'output 1 di 10.00 V. *In basso:* Schema elettrico del ponte di Wheatstone utilizzato per amplificare la variazione delle resistenze. $V_0$ indica la tensione misurata con il multimetro, mentre $V_S$ indica la tensione erogata dal generatore che alimenta tale ponte.

misura di resistenze in variazioni ben più evidenti di tensioni, lette poi dal multimetro come $V_0$.

In assenza di carico le resistenze sono nulle, e la tensione in uscita è $V_0 = 0V$, in presenza di carico invece la tensione è legata alla forza esercitata come

$$V_0 = V_s k\varepsilon = V_s kcF \ (V_s = 10.00V). \tag{1}$$

In realtà la cella di carico stessa presenta una massa, oltre che dover sostenere il piatto su cui verranno successivamente posate le masse per la taratura, e quindi anche in condizione di riposo il multimetro segna una tensione $\neq 0$,

$$V_{\text{scarico}} = 0.845 \text{ mV}.$$

Per tarare il dinamometro sperimentale creato prendiamo in considerazione otto corpi di massa nota senza errore, e li combiniamo in modo da ottenere 15 valori (da circa $5.0 \times 10^{-2}$ kg fino a $5.50 \times 10^{-1}$ kg) di masse. Queste masse vengono poi posate sul piatto della cella di carico e ne viene misurata la tensione $V_0$ dal ponte di Wheatstone. Se ora

**Tabella 1.** Dati prima parte, taratura strumento.

| Tensione [mV] $V_{0,\,i}(\pm\varepsilon_{V_0})$ | Massa [kg] $m_i$ | (Combinazioni) |
|---|---|---|
| 2.199(±0.0003) | 0.048140 | $(c_1)$ |
| 2.926(±0.0003) | 0.073949 | $(c_4)$ |
| 3.649(±0.0003) | 0.099685 | $(c_1 + c_2)$ |
| 4.112(±0.0003) | 0.116217 | $(c_8)$ |
| 5.145(±0.0003) | 0.152843 | $(c_2 + c_6)$ |
| 5.769(±0.0003) | 0.175066 | $(c_4 + c_7)$ |
| 6.539(±0.0003) | 0.202415 | $(c_6 + c_7)$ |
| 7.989(±0.0003) | 0.253960 | $(c_2 + c_6 + c_7)$ |
| 8.619(±0.0003) | 0.276364 | $(c_4 + c_6 + c_7)$ |
| 9.808(±0.0003) | 0.318632 | $(c_6 + c_7 + c_8)$ |
| 11.161(±0.0003) | 0.366772 | $(c_1 + c_6 + c_7 + c_8)$ |
| 12.061(±0.0003) | 0.398766 | $(c_5 + c_6 + c_7 + c_8)$ |
| 14.141(±0.0003) | 0.472715 | $(c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8)$ |
| 15.637(±0.0003) | 0.525908 | $(c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8)$ |
| 17.087(±0.0003) | 0.577453 | $(c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8)$ |

partendo dalla equazione 1 consideriamo la forza come forza peso ricaviamo ($F = Mg$)

$$V_0 = V_s k\varepsilon = V_s kcgM \ (V_s = 10.00 \text{ V}). \tag{2}$$

Considerando il termine $V_s kcg$ costante possiamo descrivere una relazione lineare $V = aM$, in cui introduciamo anche un fattore correttivo $b$ per giustificare il fatto che con $M = 0$, e quindi con la cella scarica, $V_{\text{scarico}} \neq 0$. La legge diventa quindi

$$V_0 = aM + b \tag{3}$$

Misurati i valori di $V_0$ per ognuna delle 15 masse riportiamo i valori in Tabella 1, e associamo ai valori di $V_0$ un errore statistico ricavato dalla mezza misura della sensibilità dello strumento, staticizzata dividendo ulteriormente per $\sqrt{3}$, ottenendo quindi

$$\varepsilon_{V_0} = 0.001/(2 \cdot \sqrt{3}) = 0.0003 \text{ mV}.$$

### *3.2. Misura di $\Delta V$ in relazione alla temperatura*

Per verificare sperimentalemnte l'effetto Gough Joule si utilizza una sua conseguenza macroscopica. È noto che in un solido sottoposto ad un aumento di temperatura i legami interni si indebolicano, come si può osservare in un metallo. Il comportamento degli elasomeri è invece contro-intuitivo e in particolare si osserva una contrazione del solido all'aumentare della temperatura. Questo comportamento è legato alla natura entropica dell'elastomero; la gomma in particolar modo quando viene scaldata aumenta la sua entropia interna, e quindi i singoli filamenti interni si dispongono in modo caotico, facendo contrarre il solido.
In un elastomero, il maggior effetto che si può osservare quando un carico viene applicato è l'allineamento delle catene polimeriche e quindi un allineamento dei monomeri. In questo modo si ha una riduzione dell'entropia. Se il corpo viene invece rialsciato, il sistema tornerebbe ad uno stato ad entropia maggiore, per cui il corpo complessivamente si accorcerebbe. In modo analogo, se forniamo calore ad un elastomero allungato, aumentiamo l'entropia del sistema, che corrisponde ad una tendenza delle catene polimeriche a

**Tabella 2.** Tensione al variare della temperatura. Sono stati presi quattro valori della tensione a 30 s, 1 min, 2 min e 3 min dal momento in cui la temperatura del liquido era stabile, poiché per alcuni fenomeni di isteresi dell'elastomero la contrazione presenta un effetto di deriva, e quindi risulta importatne effettuare una misura rispetto al tempo. Nel prendere il valore della tensione riportiamo tra parentesi le cifre che scalavano più velocemente, che consideriamo come incertezza massima. Le ultime tre righe riportano valori di tensione a temperature in salita, però osserviamo che le tre temperature, segnate con *, risultano essere estremamente instabili, e tendono a decrescere molto velocemente, perdendo circa 4-6 K in 3 min.

| Tensione $V_0$ [mV] | | | | Temperatura $T_i^{(k)}$ [K] |
|---|---|---|---|---|
| a 30 s | a 1 min | a 2 min | a 3 min | $273.15 + T_i^{\text{deg}}$ |
| 7.7(50) | 7.7(21) | 7.7(00) | 7.6(61) | 273.15 + 58 |
| 7.5(93) | 7.5(85) | 7.5(63) | 7.54(6) | 273.15 + 54 |
| 7.4(95) | 7.4(87) | 7.47(3) | 7.46(0) | 273.15 + 50 |
| 7.3(88) | 7.38(3) | 7.37(4) | 7.36(3) | 273.15 + 45 |
| 7.30(4) | 7.30(1) | 7.29(5) | 7.28(8) | 273.15 + 40 |
| 7.21(3) | 7.21(0) | 7.20(6) | 7.20(0) | 273.15 + 35 |
| 7.14(3) | 7.14(0) | 7.14(0) | 7.13(5) | 273.15 + 30 |
| 7.03(3) | 7.03(1) | 7.03(1) | 7.02(8) | 273.15 + 25 |
| 6.97(6) | 6.97(6) | 6.97(6) | 6.97(7) | 273.15 + 20 |
| 7.10(6) | 7.10(4) | 7.10(0) | 7.09(6) | 273.15 + 30* |
| 7.22(1) | 7.21(9) | 7.21(5) | 7.21(1) | 273.15 + 39* |
| 7.37(8) | 7.37(5) | 7.36(5) | 7.35(8) | 273.15 + 49* |

ritornare in uno stato caotico, quindi accorciamo macroscopicamente il solido; togliendo calore invece allunghiamo il corpo, che ritorna ad uno stato ad entropia minore.
Vogliamo sfruttare il dinamometro creato e tarato per verificare sperimentalmente questo comportamento.
Si può dimostrare che la tensione $f$ esercitata da un elastomero allungato fino a $l$ da $l_0$ è con buona approssimazione

$$f = \frac{NK_BT}{l_0}\left(\alpha - \alpha^{-2}\right) \tag{4}$$

con $N$ il numero di catene monomeriche dell'elastico, $K_B = 1.3806 \times 10^{-23}$ J/K è la costante di Boltzmann, $T$ la temperatura in kelvin, $l_0$ la lunghezza a riposo dell'elastico e $\alpha$ l'elongazione relativa, definita come $\alpha = \frac{l}{l_0}$. Con $\alpha$ costante possiamo osservare una relazione lineare tra $f$ e $T$.

Innanzitutto con un calibro misuriamo la lunghezza interna dell'elastico, $l_0 \approx 29$ mm. Su il gancio fissato sulla cella di carico colleghiamo un capo dell'elastico, l'altro lo attacchiamo al gancio sul contrappeso posto in fondo al becker posto sul lab-jack, che regoliamo in modo da avere una lunghezza tra i due ganci $l \approx 2 \cdot l_0 \approx 58$ mm. Ricaviamo l'elongazione relativa $\alpha = \frac{l}{l_0} = \frac{2 \cdot l_0}{l_0} = 2$.
Riempito il becker con acqua calda ($T_K = 58$ K), quando il termometro segna una temperatura stabile e non in discesa o in salita, facciamo partire un cronometro e misuriamo dopo 30 s, 1 min, 2 min e 3 min il valore di $V_0$ letto dal multimetro, riportiamo tutti i valori in Tabella 2.

Abbassiamo la temperatura aggiungendo acqua fredda, scalando $T$ a intervalli di circa 5°C, fino a raggiungere circa 20°C, oltre quale troviamo difficile scendere, pur continuando ad aggiungere acqua fredda. Per ogni $T$ attendiamo che sia stabile e poi azioniamo il cronometro, ripetendo la misura dopo 30 s/1 min/2 min/3 min.
Infine proviamo ad aumentare da 20°C la temperatura a intervalli di circa 10 K, raggiungendo il valore di circa 49°C. Tuttavia le tensioni misurate a queste temperature sono molto incerte, perchè le temperature non sono stabili, e tendono a scendere, probabilmente a causa del contrappeso di metallo posto sul fondo del becker che rallenta il processo di riscaldamento dell'acqua, disperdendo molto del calore immerso. Infatti per le tre misure effettuate osserviamo che la temperatura nell'arco dei tre minuti della misurazione tende a scendere di circa 4/6 K.

## 4. Risultati

## 5. Conclusione

### *5.1. Controlli*

### *5.2. Possibili errori sistematici*