

Potenser och logaritmer

Kort mattepetition

Mattias Villani 🧑

Statistiska institutionen
Stockholms universitet

Institutionen för datavetenskap
Linköpings universitet



mattiasvillani.com



[@matvil](https://twitter.com/matvil)



[mattiasvillani](https://github.com/mattiasvillani)

- Potensal
- Logaritmer
- Exponentialfunktionen och naturliga logaritmen
- Potenser, logaritmer och exponentialfunktionen i R.

Potenstal

- **Potenstal** med **bas** a och **exponent** x

$$a^x = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{x \text{ gånger}}$$

- ▶ Exempel med **basen** 10

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$

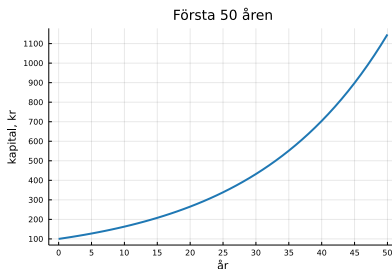
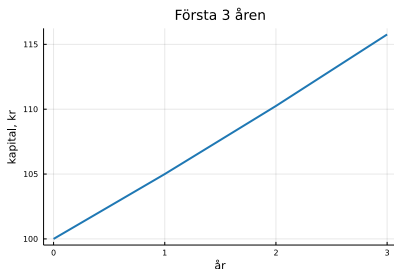
- ▶ Exempel med **basen** 2 (datorer förstår bara binära 0-1 tal)

$$2^{10} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdots 2}_{10 \text{ gånger}} = 1024$$

Potenstal - ränta på ränta

■ Exempel: 100 kr på banken med 5% ränta:

- ▶ Efter 1 år: $100 \cdot 1.05 = 105$ kr
- ▶ Efter 2 år: $105 \cdot 1.05 = 100 \cdot 1.05^2 = 110.25$ kr
- ▶ Efter 3 år: $110.25 \cdot 1.05 = 100 \cdot 1.05^3 \approx 115.76$ kr
- ▶ Efter x år: $100 \cdot 1.05^x$



Potenstal

■ Multiplikation av potenstal med samma bas

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

► Exempel:

$$10^2 \cdot 10^3 = \underbrace{10 \cdot 10}_{2 \text{ gånger}} \cdot \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{3 \text{ gånger}} = 10^5 = 100000$$

■ Potenstal med bas a och exponent x

$$a^x$$

■ Potenser ('upphöjt till') av potenstal

$$(a^x)^3 = \underbrace{a^x \cdot a^x \cdot a^x}_{3 \text{ gånger}} = a^{3x}$$

$$(a^x)^y = \underbrace{a^x \cdot a^x \cdots a^x}_{y \text{ gånger}} = a^{xy}$$

Logaritmer

- **10-logaritm:** Vilket tal ska 10 upphöjas till för att få talet x ?

$$\log_{10}(x)$$

- ▶ Exempel:

$$\log_{10}(64) = 1.80618, \text{ därför att } 10^{1.80618} = 64$$

- Varje bas har sin egen logaritm

$$\log_2(64) = 6, \text{ därför att } 2^6 = 64.$$

- **Logaritmen av en produkt** (multiplikation)

$$\log_{10}(x \cdot y) = \log_{10}(x) + \log_{10}(y)$$

- **Logaritmen av ett potental**

$$\log_{10}(a^x) = x \cdot \log_{10}(a)$$

- Logaritmen och potensen är varandras **inverser**:

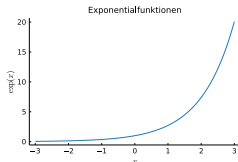
$$\log_{10}(10^x) = x$$

Exponentialfunktioner

■ Exponentialfunktioner

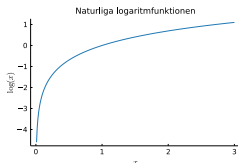
$$\exp(x) = e^x$$

där $e \approx 2.71828$ är **Eulers tal** som **bas**, istället för basen 10.



■ Naturliga logaritmen $\ln(x)$ är inversa funktionen till $\exp(x)$.

$$\ln(e^x) = x$$



■ Vi kommer t ex använda att

Räkna med `exp()` notationen

■ Exponentialfunktionen

$$\exp(x) = e^x$$

■ Som för alla potenstal:

$$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$$

och

$$(e^x)^y = e^{xy}$$

■ Uttryckt i `exp(x)` notation

$$\exp(x) \exp(y) = \exp(x + y)$$

■ Slutligen

$$\ln \exp(\beta_0 + \beta_1 x) = \beta_0 + \beta_1 x$$

■ 'loggen och potensen tar ut varandra'.