

**Fondamenti di informatica II - esame del 13 giugno 2019, COMPITO A
canale I e vecchi ordinamenti fino al 2013-14**

- A. Per $n > 1$, sia $T(n)$ il numero esatto di esecuzioni del comando $a \leftarrow a + 2$ nel seguente frammento codice:
- ```
for i \leftarrow 1 to $n - 1$ do
 for j \leftarrow $n - i + 1$ to n do
 $a \leftarrow a + 2$
```
- Esprimere  $T(n)$  utilizzando la notazione  $O(n)$ .  
Calcolare il valore  $T(10)$  oppure un valore maggiore di  $T(10)$  che sia il più possibile vicino al valore esatto.
- B. Definire le classi: P, NP e indicare le relazioni di contenimento fra le classi.
- C. Dati due problemi P e Q, come posso dimostrare che P è non più difficile di Q?
- D. Con riferimento al problema SAT, in cui, data una formula booleana in CNF, occorre stabilire se la formula è soddisfacibile o meno, si mostri che il problema appartiene alla classe NP.  
Come si modifica la dimostrazione nel caso di 4-SAT, in cui ciascuna clausola della formula ha esattamente 4 letterali?
- E. Si descriva il funzionamento di una macchina di Turing a due nastri. Sotto quali aspetti tale macchina è "superiore" a quella a nastro singolo?
- F. Illustrare la gerarchia di Chomsky delle grammatiche; indicare per ciascuna categoria la proprietà o caratteristica a vostro giudizio maggiormente rilevante.
- G. Descrivere un automa a stati finiti (deterministico o nondeterministico) che riconosce le stringhe appartenenti al linguaggio costituito da tutte e sole le stringhe binarie contenenti la sequenza 010 e la sequenza 111 (in qualunque posizione, cioè possiamo avere prima la stringa 010 e poi la stringa 111, o viceversa).
- H. Descrivere una grammatica libera da contesto che generi il seguente linguaggio
- $$L = \{a^n b^m \mid m \geq 0, n \geq 0, m > n\}$$
- (stringhe di  $a, b$  che iniziano con delle  $a$ , seguite da un numero di  $b$  strettamente maggiore del numero delle  $a$ ).
- I. Si consideri la seguente grammatica G (con assioma S e simboli terminali  $\{a, b\}$ ):
- $$S \rightarrow aAb \mid aSb$$
- $$A \rightarrow aaAbb \mid ab$$
- (1) Fornire la sequenza di derivazioni che a partire dall'assioma deriva la stringa aaaabbbb  
(2) Descrivere il linguaggio generato dalla grammatica  
(3) Se ci sono produzioni inutili, semplificare la grammatica eliminandole; motivare la risposta.

**Fondamenti di informatica II - esame del 13 giugno 2019, COMPITO B  
canale I e vecchi ordinamenti fino al 2013-14**

- A. Per  $n > 0$ , si consideri una ricorrenza  $T(n)$  il cui albero delle chiamate è binario e completo (cioè, ogni nodo interno ha due figli e ciascun ramo ha la stessa lunghezza) con  $n$  foglie. Il lavoro compiuto in ciascun nodo dell'albero è pari a 1.  
Esprimere  $T(n)$  utilizzando la notazione  $O(n)$ . Si determini il valore esatto di  $T(8)$  per un albero con 8 foglie.
- B. Definire la classe dei problemi NP-completi e indicare le relazioni di contenimento rispetto alle classi P e NP
- C. Dati due problemi P e Q, come posso dimostrare che P è almeno tanto difficile quanto Q?
- D. Dimostrare che il problema Vertex cover che, dato un grafo  $G=(V,E)$  e un intero  $k$  decide se esiste un insieme di al più  $k$  nodi che copre tutti gli archi del grafo, appartiene alla classe NP.  
Come si modifica la dimostrazione nel caso di un grafo  $G=(V,E)$  con  $n$  nodi e in cui si chiede un copertura di taglia  $\lceil n/10 \rceil$ ?
- E. Si descriva il funzionamento di una macchina di Turing nondeterministica. Sotto quali aspetti tale macchina è "superiore" a quella deterministica?
- F. Definire il concetto di grammatica ambigua fornendo e discutendo un esempio. Discutere brevemente la necessità di avere grammatiche non ambigue per definire linguaggi di programmazione.
- G. Descrivere un automa a stati finiti (deterministico o nondeterministico) che riconosce le stringhe appartenenti al linguaggio costituito da tutte e sole le stringhe binarie contenenti un almeno due simboli 1 e un simbolo 0 (in qualunque posizione, cioè possiamo avere prima la stringa 11 e poi uno 0 o viceversa).
- H. Descrivere una grammatica libera da contesto che generi il seguente linguaggio  
$$L = \{0^n 1^m \mid m \geq 0, n \geq 0, m < n\}$$
  
(stringhe di 0 e 1 che iniziano con 0 seguite da un numero di 1 strettamente minore del numero di 0).
- I. Si consideri la seguente grammatica G (con assioma S e simboli terminali  $\{0, 1\}$ ):  
$$S \rightarrow 11A00 \mid 11S00$$
$$A \rightarrow 11A00 \mid 10$$
  
(1) Fornire la sequenza di derivazioni che a partire dall'assioma deriva la stringa 1111100000  
(2) Descrivere il linguaggio generato dalla grammatica  
(3) Se ci sono produzioni inutili semplificare la grammatica eliminandole; motivare la risposta.