

## Fondamenti di informatica II - esame dell'11 maggio 2020

1. Per  $n > 0$ , si consideri una ricorrenza  $T(n)$  il cui albero delle chiamate è binario completo (cioè, ogni nodo interno ha due figli e ciascun ramo ha la stessa lunghezza) ed  $n$  è il numero di foglie. Il lavoro compiuto in ciascun nodo dell'albero è pari a 1.
  - 1.1. Esprimere  $T(n)$  in forma chiusa attraverso la notazione  $\Theta(n)$ .
  - 1.2. Si determini il valore esatto di  $T(8)$  (albero con 8 foglie).
2. Definire le classi P e NP e indicare le relazioni di contenimento fra le classi. Illustrare la rilevanza pratica della questione  $P \stackrel{?}{=} NP$ .
3. Con riferimento al problema SAT in cui, data una formula booleana con variabili logiche che possono essere affermate o negate occorre stabilire se la formula sia soddisfacibile o meno, si mostri che esso appartiene alla classe NP.
4. Nell'analisi di complessità e, in particolare nella notazione  $O()$ , si ignorano le costanti moltiplicative e additive. Discutere questa scelta indicandone vantaggi e svantaggi.
5. Si consideri il seguente programma incompleto per risolvere della più lunga sottosequenza comune di due con la tecnica della programmazione dinamica. Completare il programma nei punti indicati con "....."

**Input:** Stringhe X e Y con n e m elementi, rispettivamente

**Output:** Matrice L, tale che, per  $i = 0, \dots, n-1$  e  $j = 0, \dots, m-1$ ,  $L[i, j]$  memorizza la lunghezza della stringa più lunga che è sottosequenza sia della stringa  $X[0..i] = x_0x_1x_2\dots x_i$  che della stringa  $Y[0..j] = y_0y_1y_2\dots y_j$

```
for i = 1 to n-1 do
    L[i, -1] = 0
for j = 0 to m-1 do
    L[-1, j] = 0
for i = 0 to n-1 do
    for j = 0 to m-1 do
        if  $x_i = y_j$  then
            L[i, j] = .....
        else
            L[i, j] = .....
return array L
```

6. Costruire un automa a stati finiti (deterministico o non-deterministico) che riconosce le stringhe appartenenti al linguaggio costituito da tutte e sole le stringhe binarie contenenti almeno due simboli 1 adiacenti e almeno un simbolo 0 (in qualunque posizione, cioè possiamo avere prima la stringa 11 e poi uno 0, o viceversa).
7. Sia data la grammatica con insieme dei simboli non terminali  $N = \{S, T\}$ , insieme simboli terminali  $T = \{a, b, c\}$ , assioma S e produzioni specificate nel seguito:  
 $S \rightarrow aSc \mid aTc \mid ac \mid bc$   
 $T \rightarrow bTc \mid bc$ 
  - 7.1. Fornire un albero di derivazione della stringa  $aabbbccccc$ ;
  - 7.2. Di quale tipo è tale grammatica nella gerarchia di Chomsky?
  - 7.3. Specificare (descrivere con notazione insiemistica) il linguaggio generato dalla grammatica.
8. Definire il concetto di grammatica ambigua e discutere se la grammatica fornita nell'esercizio precedente è ambigua o no.
9. Si costruisca una grammatica  $LL(1)$  per il linguaggio  $\{a^n, n \geq 1\}$ .