



IV.1. Määritä oheisen pallokuoren sisäpuolisesta ylipaineesta p johtuvien kalvovoimien N_φ , N_θ ja $N_{\varphi\theta}$ sekä vastaavien kalvojännitysten σ_φ , σ_θ ja $\tau_{\varphi\theta}$ lausekkeet. Laske vielä pallon säteen muutos Δr , kun materiaalivakiot ovat E ja ν . Sovella tuloksia lukuarvoihin $p = 2 \text{ MPa}$, $r = 1 \text{ m}$, $h = 12 \text{ mm}$. $E = 210 \text{ GPa}$ ja $\nu = 0,3$.

Ratkaisu:

Tässä tapauksessa on $r_\varphi = r_\theta = r$ $p_r = p$ $p_\varphi = 0 \Rightarrow$

$$N_\varphi = \frac{1}{r \sin^2 \varphi} \int_0^\varphi r^2 p \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{pr}{\sin^2 \varphi} \int_0^\varphi \frac{1}{2} \sin^2 \varphi = \frac{pr}{\sin^2 \varphi} \cdot \frac{1}{2} \sin^2 \varphi \Rightarrow N_\varphi = \frac{pr}{2}$$

$$N_\theta = rp - \frac{r}{r} \cdot \frac{pr}{2} \Rightarrow N_\theta = \frac{pr}{2} \quad N_{\varphi\theta} = 0$$

$$\sigma_\varphi = \sigma_\theta = \frac{pr}{2h} \quad \tau_{\varphi\theta} = 0$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_\varphi) = \frac{1}{E} \left(\frac{pr}{2h} - \nu \frac{pr}{2h} \right) = \frac{(1-\nu)pr}{2Eh}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\Delta(2\pi r)}{2\pi r} = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta r = r \varepsilon_\theta \Rightarrow \Delta r = \frac{(1-\nu)pr^2}{2Eh}$$

Sovellus lukuarvoihin:

$$N_\varphi = N_\theta = \frac{2 \cdot 1000}{2} \frac{\text{N}}{\text{mm}} = 1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad \sigma_\varphi = \sigma_\theta = \frac{1000}{12} \text{ MPa} = 83,33 \text{ MPa}$$

$$\Delta r = \frac{(1-0,3) \cdot 2 \cdot 1000^2}{2 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot 12} \text{ mm} = 0,278 \text{ mm}$$