

## Esimerkki 6.2

Tarkastellaan esimerkkinä standardimuotoisesta pintaintegraalista lauseketta

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\eta^2}{\xi+2} d\xi d\eta$$

Lasketaan ensin vertailua varten integraalin tarkka arvo.

$$I = \int_{-1}^1 \frac{1}{3} \eta^3 \bigg|_{-1}^1 \ln(\xi+2) = \frac{2}{3} \ln 3 \approx 0,7324082$$

1x1-integrointi antaa tulokseksi huonon likiarvon  $I_{1 \times 1} \approx 0$ . 2x2-integroinnilla saadaan kaavan (6.11) mukaisesti

$$I_{2 \times 2} \approx 1 \cdot 1 \cdot \frac{1/3}{1/\sqrt{3}+2} + 1 \cdot 1 \cdot \frac{1/3}{1/\sqrt{3}+2} + 1 \cdot 1 \cdot \frac{1/3}{-1/\sqrt{3}+2} + 1 \cdot 1 \cdot \frac{1/3}{-1/\sqrt{3}+2} \approx 0,7272727$$

3x3-integroinnista seuraa vastaavasti

$$\begin{aligned} I_{3 \times 3} \approx & \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3/5}{\sqrt{3/5}+2} + \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0 + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3/5}{\sqrt{3/5}+2} + \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3/5}{0+2} + \frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0 + \\ & \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3/5}{0+2} + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3/5}{-\sqrt{3/5}+2} + \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{9} \cdot 0 + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{3/5}{-\sqrt{3/5}+2} \approx 0,7320261 \end{aligned}$$