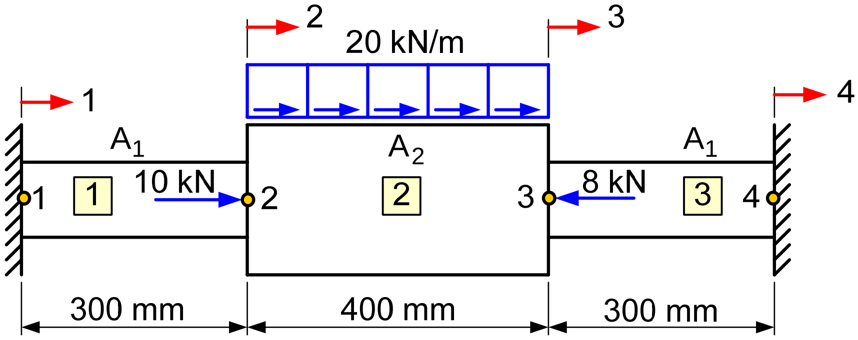
**Esimerkki 2.3**

Tarkastellaan kuvan 1 mukaisesti kuormitettua aksiaalista rakennetta, jossa pistevoimien lisäksi elementtiin 2 kohdistuu pitkittäissuunnassa tasan jakaantunut kuormitus. Elementin alueessa oleva kuormitus on käsiteltävä ekvivalenttisten solmukuormitusten avulla.




$A_1 = 100\,\text{mm}^2 \quad A_2 = 200\,\text{mm}^2 \quad E = 210\,\text{GPa}$

Kuva 1. Aksiaalinen rakenne.

Elementin 2 ekvivalenttinen solmukuormitusvektori on kuvan 2.13 mukaan

$$\{r\}^2 = \frac{20 \cdot 400}{10^3 \cdot 2}\{1 \quad 1\} = \{\underset{2}{4} \quad \underset{3}{4}\}\,\text{kN}$$

joka voidaan summata osoitenumeroidensa mukaisesti kokonaiskuormitusvektoriin $\{R\}$. Tähänkin kuormitustapaukseen voidaan käyttää esimerkissä 2.1 johdettua elementtiverkon jäykkyysmatriisia $[K]$. Elementtiverkon perusyhtälöksi tulee nyt

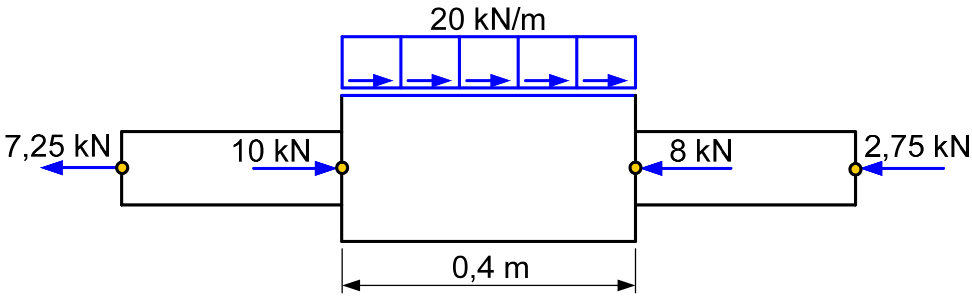
$$\begin{bmatrix} 70 & -70 & 0 & 0 \\ -70 & 175 & -105 & 0 \\ 0 & -105 & 175 & -70 \\ 0 & 0 & -70 & 70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ U^2 \\ U^3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^1 \\ 10+4 \\ -8+4 \\ F^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^1 \\ 14 \\ -4 \\ F^4 \end{bmatrix}$$

josta voidaan ratkaista tuntemattomat solmusiirtymät ja tukivoimat. Ratkaisu on

$$U^2 = 0{,}103571\,\text{mm} \quad U^3 = 0{,}039286\,\text{mm}$$

$$F^1 = -7{,}25\,\text{kN} \quad F^4 = -2{,}75\,\text{kN}$$

Kuvassa 2 on rakenteen vapaakappalekuva, josta nähdään aksiaalisen voimatasapainon toteutuvan.




Kuva 2. Rakenteen vapaakappalekuva.

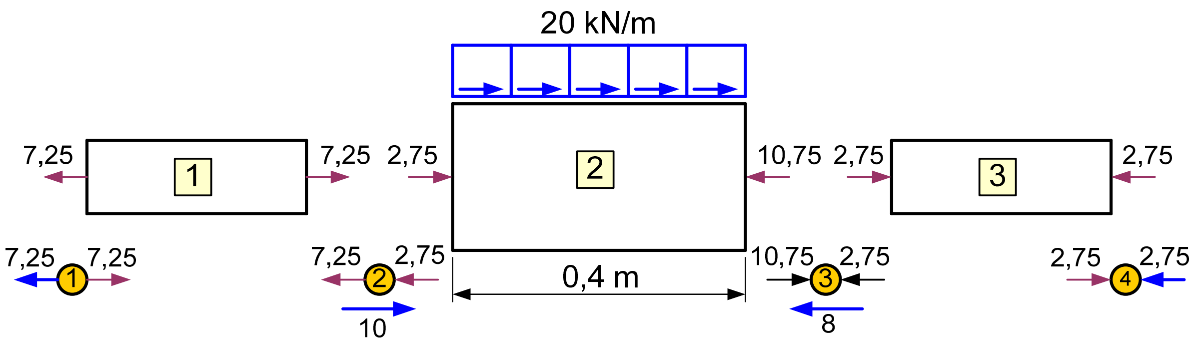
Kun elementtien solmuvoimavektorit ratkaistaan elementin perusyhtälöstä, on elementille 2 käytettävä kaavaa (2.26), joka ottaa huomioon ekvivalenttiset solmukuormitukset. Tulokseksi saadaan seuraavat vektorit

$$\begin{bmatrix} f^1 \\ f^2 \end{bmatrix}^1 = \begin{bmatrix} 70 & -70 \\ -70 & 70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}103571 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7{,}25 \\ 7{,}25 \end{bmatrix} \text{kN}$$

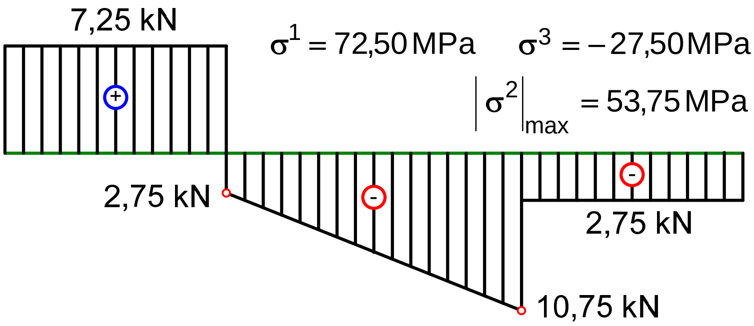
$$\begin{bmatrix} f^1 \\ f^2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 105 & -105 \\ -105 & 105 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}103571 \\ 0{,}039286 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}75 \\ -10{,}75 \end{bmatrix} \text{kN}$$

$$\begin{bmatrix} f^1 \\ f^2 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 70 & -70 \\ -70 & 70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}039286 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}75 \\ -2{,}75 \end{bmatrix} \text{kN}$$

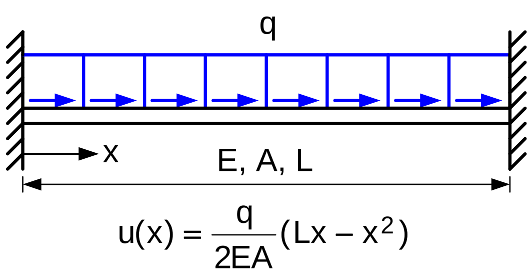
Kuvassa 3 on tasapainon toteamiseksi elementtien ja solmujen vapaakappalekuvat. Elementtien vapaakappalekuvien perusteella on vielä laadittu kuvan 4 rakenteen normaalivoimakuva, jonka avulla voidaan laskea elementtien suurimmat jännitykset.




Kuva 3. Elementtien ja solmujen vapaakappalekuvat.




Kuva 4. Normaalivoimakuva ja jännitykset.




Kuva 5. Tasainen kuormitus.

Määritetään vielä elementin 2 keskikohdan siirtymä. Se koostuu solmusiirtymien vaikutuksesta kaavan (2.22) mukaisesti ja lisäksi elementin alueella olevan tasaisen kuormituksen vaikutuksesta. Jälkimmäinen lasketaan kuvan 2.12 (b) tilanteesta ja tarkoittaa tässä kuvassa 5 esitettyä lujuusopin perustapausta.

$$u(200\,\mathrm{mm}) = \frac{400-200}{400}\cdot 0{,}103571\,\mathrm{mm} + \frac{200}{400}\cdot 0{,}039286\,\mathrm{mm}$$
$$+\frac{20\cdot(400\cdot 200-200^2)}{2\cdot 210\cdot 10^3\cdot 200}\,\mathrm{mm} = 0{,}071429\,\mathrm{mm} + 0{,}009524\,\mathrm{mm} = 0{,}080953\,\mathrm{mm}$$