

3.16 Massa m on tuettu kahdella levyllä ja koskettaa juuri jousta, joka on lepopituudessaan. Jousen jousivakio on k ja sen massaa ei oteta huomioon. Määritä massan suurin nopeus v, suurin jousesta alustaan välittyvä voima R sekä jousen suurin puristuma δ .

Ratkaisu:

Sovelletaan työlausetta välillä alkutila (1) - puristuma x (2). Käytetään työlausetta muodossa $W_{1-2} = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e$.

$$0 = \frac{1}{2}mv^2 - mgx + \frac{1}{2}kx^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{2gx - \frac{k}{m}x^2}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{2} \frac{2g - 2\frac{k}{m}x}{\sqrt{2gx - \frac{k}{m}x^2}} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad g - \frac{k}{m}x = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{mg}{k}$$

Suurin nopeus on siis staattisen tasapainoaseman kohdalla.

$$v_{\text{max}} = \sqrt{2g \cdot \frac{mg}{k} - \frac{k}{m} \cdot \left(\frac{mg}{k}\right)^2}$$
 \Rightarrow $v_{\text{max}} = g\sqrt{\frac{m}{k}}$

Sovelletaan työlausetta välillä alkutila – suurin puristuma δ.

$$0 = 0 - mg\delta + \frac{1}{2}k\delta^2 \qquad \Rightarrow \qquad \delta = \frac{2mg}{k}$$

Suurin puristuma on kaksinkertainen staattiseen tasapainoasemaan verrattuna.

$$R = k\delta$$
 \Rightarrow $R = 2mg$