II.4. Osoita, että tapauksessa $p_u = 0$, $p_s \neq 0$ paksuseinäisen sylinteriputken $\max \sigma_{vert}/MLJH$ on putken sisäpinnalla. Johda putkelle MLJHin mukainen seinämän paksuuden mitoituskaava $\dfrac{s}{a} = \sqrt{\dfrac{\sigma_{sall}}{\sigma_{sall} - 2p_s}} - 1$. Osoita MLJHin avulla, että putken lujuutta ei voida rajattomasti lisätä paksuntamalla sen seinämää.

Ratkaisu:

Kun $p_u = 0$, on

$$\sigma_r = \frac{a^2 p_s}{b^2 - a^2}\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \leq 0 \quad , a \leq r \leq b \qquad \sigma_\theta = \frac{a^2 p_s}{b^2 - a^2}\left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) > 0 \quad , a \leq r \leq b$$

$$\sigma_z = 0 \quad \text{tai} \quad \sigma_z = 2\nu \frac{a^2 p_s}{b^2 - a^2} \geq 0 \quad \text{sekä} \quad \sigma_z < \sigma_\theta \quad , a \leq r \leq b$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_{vert}/MLJH = \sigma_I - \sigma_{III} = \sigma_\theta - \sigma_r = \frac{a^2 p_s}{b^2 - a^2}\left(1 + \frac{b^2}{r^2} - 1 + \frac{b^2}{r^2}\right) = \frac{2a^2 b^2 p_s}{(b^2 - a^2) r^2}$$

$$\max \sigma_{vert}/MLJH = \frac{2b^2 p_s}{b^2 - a^2} = \frac{2(b/a)^2 p_s}{(b/a)^2 - 1} \quad \text{sisäpinnassa}$$

Mitoituskaava saadaan ehdosta $\max \sigma_{vert}/MLJH = \sigma_{sall} \quad \Rightarrow$

$$\frac{2(b/a)^2 p_s}{(b/a)^2 - 1} = \sigma_{sall} \quad \Rightarrow \quad \frac{2p_s}{\sigma_{sall}} = \frac{(b/a)^2 - 1}{(b/a)^2} = 1 - \frac{1}{(b/a)^2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\sigma_{sall} - 2p_s}{\sigma_{sall}} = \frac{1}{(b/a)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{\sigma_{sall}}{\sigma_{sall} - 2p_s}}$$

s on seinämän paksuus $\Rightarrow \quad b = a + s \quad \Rightarrow$

$$\frac{s}{a} = \sqrt{\frac{\sigma_{sall}}{\sigma_{sall} - 2p_s}} - 1$$

Mitoituskaavasta näkyy, että jos $\sigma_{sall} = R_e$ ja $p_s = R_e/2$, on tarvittava seinämän paksuus s ääretön.