II.7. Rengaslaikan a=50 mm, b=400 mm, E=210 GPa, v=0,3, $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ ja $\sigma_{sall}=200 \text{ MPa}$. Määritä MLJH:n perusteella, kuinka suurella pyörimisnopeudella n (r/min) laikkaa voidaan korkeintaan pyörittää. Laske, paljonko laikan sisä- ja ulkosäde muuttuvat, kun laikalla on suurin sallittu pyörimisnopeus.

Ratkaisu:

$$\begin{aligned} \text{MPa} &:= \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} & \text{E} &:= 210 \cdot 10^3 \cdot \text{MPa} & \nu := 0.3 & \rho := 7850 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \text{a} &:= 50 \cdot \text{mm} & \text{b} := 400 \cdot \text{mm} & \sigma_{\text{sall}} := 200 \cdot \text{MPa} \end{aligned}$$

$$\text{max}\sigma_{\theta}(\omega) := \frac{3+\nu}{4} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \left(\frac{1-\nu}{3+\nu} \cdot a^2 + b^2\right)$$

MLJH:
$$\max \sigma_{\theta} = \sigma_{sall}$$
 \Rightarrow $\frac{3+\nu}{4} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \left(\frac{1-\nu}{3+\nu} \cdot a^2 + b^2\right) = \sigma_{sall}$

$$\omega := \sqrt{\frac{4 \cdot \sigma_{\text{sall}}}{(3 + \nu) \cdot \rho \cdot \left(\frac{1 - \nu}{3 + \nu} \cdot a^2 + b^2\right)}}$$

$$\omega = 438.606 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$rpm := \frac{Hz}{60} \hspace{1cm} n := \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \hspace{1cm} n = 4188.380 \, rpm$$

$$u_r(r) := \frac{3+\nu}{8\cdot E} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot \left\lceil (1-\nu) \cdot \left(a^2 + b^2\right) \cdot r + \frac{(1+\nu) \cdot a^2 \cdot b^2}{r} - \frac{1-\nu^2}{3+\nu} \cdot r^3 \right\rceil$$

$$u_r(a) = 0.04762 \,\text{mm}$$
 $u_r(b) = 0.08647 \,\text{mm}$