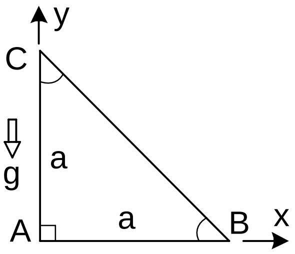


II.2. Osoita, että $\phi(x,y)=(\rho g/3)y^3$ (ρ on tiheys) kelpaa Airyn jännitysfunktioksi ja määritä sitä vastaavat reunakuormitukset oheisen suorakulmaisen kolmion muotoisessa pystyasennossa painovoimakentässä olevassa levyssä. Esitä tulos kuvan avulla ja tarkista koko levyn tasapaino.

Ratkaisu:

$$\phi=\frac{\rho g}{3}y^3 \qquad \Rightarrow \qquad \nabla^4\phi=0$$

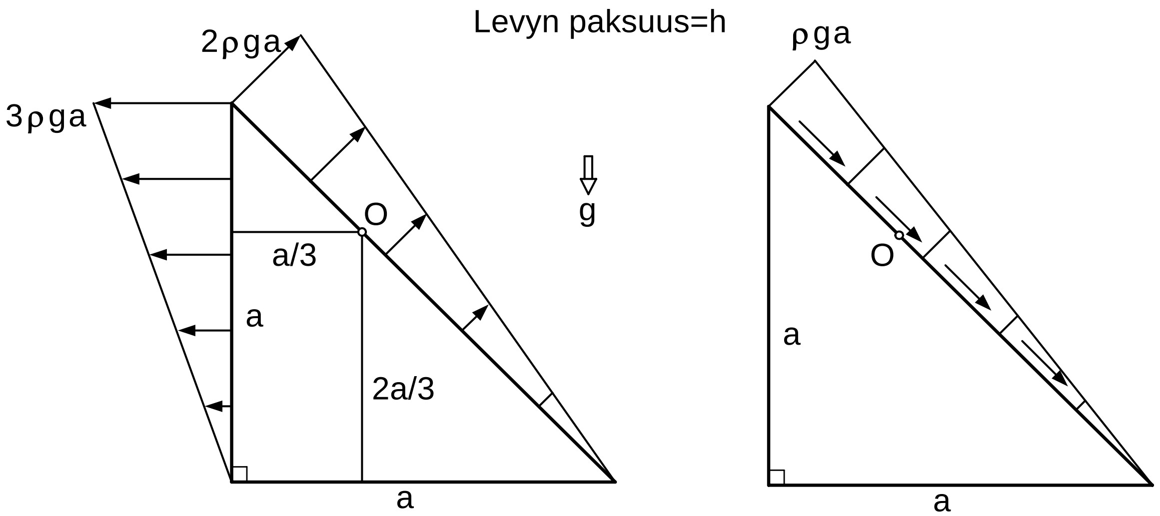
Painovoima: $\quad V=\rho g y \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 V=0$

$\Rightarrow$ ϕ kelpaa jännitysfunktioksi.

$$\sigma_x=\phi_{,yy}+V=2\rho g y+\rho g y=3\rho g y \qquad \sigma_y=\phi_{,xx}+V=\rho g y \qquad \tau_{xy}=-\phi_{,xy}=0$$

$$\sigma_{45^\circ}=3\rho g y\cdot\cos^2 45^\circ+\rho g y\cdot\sin^2 45^\circ+2\cdot 0\cdot\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ=2\rho g y$$

$$\tau_{45^\circ}=-(3\rho g y-\rho g y)\cdot\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ+0\cdot(\cos^2 45^\circ-\sin^2 45^\circ)=-\rho g y$$



$$\uparrow \qquad -\frac{1}{2}a^2 h\rho g+\frac{1}{2}a\sqrt{2}\cdot h\cdot 2\rho g a\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2}a\sqrt{2}\cdot h\cdot\rho g a\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=0 \qquad \text{OK}$$

$$\rightarrow \qquad -\frac{1}{2}ah\cdot 3\rho g+\frac{1}{2}a\sqrt{2}\cdot h\cdot 2\rho g a\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}a\sqrt{2}\cdot h\cdot\rho g a\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=0 \qquad \text{OK}$$

O $\qquad 0=0 \qquad$ OK