

**5.1** Vauhtipyörä pyörii vapaasti pyörimisnopeudella 1800 r/min myötäpäivään, kun siihen alkaa vaikuttaa hetkellä  $t=0$  vastapäiväinen muuttuva momentti. Momentti aiheuttaa vastapäiväisen kulmakiiktyvyyden  $\alpha = 4 \cdot t \text{ rad/s}^3$ , missä  $t$  on momentin vaikutusaika. Määritä aika, jonka kuluttua vauhtipyörän pyörimisnopeus on laskenut arvoon 900 r/min myötäpäivään ja aika, jonka kuluttua vauhtipyörän pyörimissuunta muuttuu. Montako kierrosta vauhtipyörä on pyörinyt momentin vaikutettua 14 s?

**Ratkaisu:**

Positiivinen pyörimissuunta on vastapäivään.

$$\text{a) } \omega_0 = -1800 \cdot \frac{2\pi}{60\text{ s}} = -60\pi \frac{1}{\text{s}} \quad \alpha = 4t \frac{\text{rad}}{\text{s}^3}$$

$$\alpha = \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow d\omega = \alpha dt \Rightarrow \int_{-60\pi}^{\omega} d\omega = \int_0^t 4t \frac{\text{rad}}{\text{s}^3} dt \Rightarrow$$

$$\omega + 60\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2t^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^3} \Rightarrow \omega = -60\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} + 2t^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^3}$$

$$\text{Kun } \omega = \omega_a = -900 \cdot \frac{2\pi}{60\text{ s}} = -30\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow t = t_a = 6,86 \text{ s}$$

$$\text{b) Pyörimissuunta muuttuu, kun } \omega = 0 \Rightarrow t = t_b = 9,71 \text{ s}$$

$$\text{c) } \omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = \omega dt \Rightarrow \int d\theta = \int \omega dt$$

$$\text{Aikaväli } 0 \rightarrow 9,71\text{ s: } \int_0^{\theta_1} d\theta = \int_0^{9,71\text{ s}} \left( -60\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} + 2t^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^3} \right) dt \Rightarrow$$

$$\theta_1 = \int_0^{9,71\text{ s}} \left( -60\pi t \frac{\text{rad}}{\text{s}} + \frac{2}{3} t^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^3} \right) = -1220 \text{ rad} \Rightarrow N_1 = \frac{1220}{2\pi} = 194,2 \text{ kierrosta}$$

$$\text{Aikaväli } 9,71 \rightarrow 14\text{ s: } \int_0^{\theta_2} d\theta = \int_{9,71\text{ s}}^{14\text{ s}} \left( -60\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} + 2t^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^3} \right) dt \Rightarrow$$

$$\theta_2 = \int_{9,71\text{ s}}^{14\text{ s}} \left( -60\pi t \frac{\text{rad}}{\text{s}} + \frac{2}{3} t^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}^3} \right) = 410 \text{ rad} \Rightarrow N_2 = \frac{410}{2\pi} = 65,3 \text{ kierrosta}$$

$$N = N_1 + N_2 = 194,2 \text{ r} + 65,3 \text{ r} = 259,5 \text{ r} \Rightarrow N \approx 260 \text{ r}$$