



I.6. Oheinen kuva esittää padon kiilamaista poikkileikkausta. Padon materiaalin tiheys on ρ ja sen reunaan asti ulottuvan nesteen γ/g . Osoita, että kuvan xy -koordinaatistossa annetut jännityskomponentit

$$\sigma_x = -\gamma y$$

$$\sigma_y = (\rho g - 2\gamma/\tan^2 \beta) x / \tan \beta + (\gamma/\tan^2 \beta - \rho g) y$$

$$\tau_{xy} = -(\gamma/\tan^2 \beta) x$$

toteuttavat jännityskomponenttien tasapainoyhtälöt ja reunaehdot sivuilla AB ja AC.

Ratkaisu:

$$\sigma_{x,x} = 0 \quad \tau_{xy,y} = 0 \quad f_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_{x,x} + \tau_{xy,y} + f_x = 0 \quad \text{OK}$$

$$\tau_{xy,x} = -\frac{\gamma}{\tan^2 \beta} \quad \sigma_{y,y} = \frac{\gamma}{\tan^2 \beta} - \rho g \quad f_y = \rho g \quad \tau_{xy,x} + \sigma_{y,y} + f_y = 0 \quad \text{OK}$$

Reunalla AB: $x=0$ $a=-1$ $b=0$ $t_x = \gamma y$ $t_y = 0$

$$t_x = \sigma_x a + \tau_{xy} b \quad \Rightarrow \quad \gamma y = (-\gamma y) \cdot (-1) + 0 \cdot 0 \quad \text{OK}$$

$$t_y = \tau_{xy} a + \sigma_y b \quad \Rightarrow \quad 0 = 0 \cdot (-1) + \left(\frac{\gamma}{\tan^2 \beta} - \rho g \right) y \cdot 0 \quad \text{OK}$$

Reunalla AC: $x = y \tan \beta$ $a = \cos \beta$ $b = -\sin \beta$ $t_x = 0$ $t_y = 0$

$$t_x = \sigma_x a + \tau_{xy} b \quad \Rightarrow \quad 0 = (-\gamma y) \cdot \cos \beta + \left(-\frac{\gamma}{\tan^2 \beta} y \tan \beta \right) \cdot (-\sin \beta) \quad \text{OK}$$

$$t_y = \tau_{xy} a + \sigma_y b \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} 0 &= \left(-\frac{\gamma}{\tan^2 \beta} y \tan \beta \right) \cdot \cos \beta + \left[\left(\rho g - \frac{2\gamma}{\tan^2 \beta} \right) \frac{y \tan \beta}{\tan \beta} + \left(\frac{\gamma y}{\tan^2 \beta} - \rho g y \right) \right] \cdot (-\sin \beta) = \\ &= -\frac{\gamma y \cos \beta}{\tan \beta} + \frac{\gamma y \sin \beta}{\tan^2 \beta} = -\frac{\gamma y \cos \beta}{\tan \beta} + \frac{\gamma y \cos \beta}{\tan \beta} \quad \Rightarrow \text{OK} \end{aligned}$$