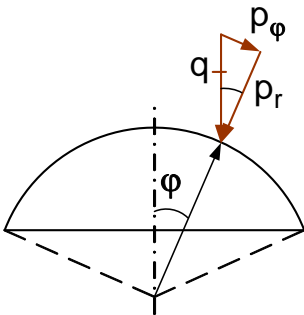


IV.2. Määritä oheisen pallokalotin muotoisen kuoren kalvovoimien N_φ ja N_θ lausekkeet, kun kuormituksena on pyörähdysakselin suuntainen painovoima. Kuoren materiaalin tiheys on ρ . Laske kalvojännitykset σ_φ ja σ_θ . Selvitä, millä kulman α arvoilla kuoressa on vain puristusjännityksiä ($0 < \alpha \leq 90^\circ$).

Ratkaisu:



$$r_\varphi = r_\theta = r \quad q = \rho gh$$

$$p_r = -q \cos \varphi \quad p_\varphi = q \sin \varphi$$

$$\begin{aligned} N_\varphi &= \frac{1}{r \sin^2 \varphi} \int_0^\varphi r^2 q (-\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \sin \varphi d\varphi \\ &= \frac{-r^2 q}{r \sin^2 \varphi} \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{qr}{\sin^2 \varphi} \int_0^\varphi \cos \varphi d\varphi = \frac{qr}{\sin^2 \varphi} (\cos \varphi - 1) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_\varphi = \frac{qr(\cos \varphi - 1)}{1 - \cos^2 \varphi} = \frac{qr(\cos \varphi - 1)}{(1 - \cos \varphi)(1 + \cos \varphi)} \Rightarrow N_\varphi = \frac{-qr}{1 + \cos \varphi}$$

$$N_\theta = -r q \cos \varphi - \frac{r}{r} \cdot \left(\frac{-qr}{1 + \cos \varphi} \right) \Rightarrow N_\theta = qr \left(\frac{1}{1 + \cos \varphi} - \cos \varphi \right)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{-qr}{h(1 + \cos \varphi)}$$

$$\sigma_\theta = \frac{qr}{h} \left(\frac{1}{1 + \cos \varphi} - \cos \varphi \right)$$

$$\sigma_\varphi \leq 0, \text{ kun } 0 < \varphi \leq 90^\circ$$

σ_θ voi olla vetoa tai puristusta, etsitään nollakohta:

$$\frac{h}{qr} \sigma_\theta = \frac{1}{1 + \cos \varphi} - \cos \varphi = 0 \Rightarrow \frac{1 - \cos \varphi - \cos^2 \varphi}{1 + \cos \varphi} = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi + \cos \varphi - 1 = 0 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (\text{vain } - \text{ kelpaa})$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = 0,618 \Rightarrow \varphi = 51,83^\circ \Rightarrow \sigma_\theta \leq 0, \text{ kun } 0 < \varphi \leq 51,83^\circ$$

Kuoressa on vain puristusjännityksiä, kun

$$0 < \alpha \leq 51,83^\circ$$