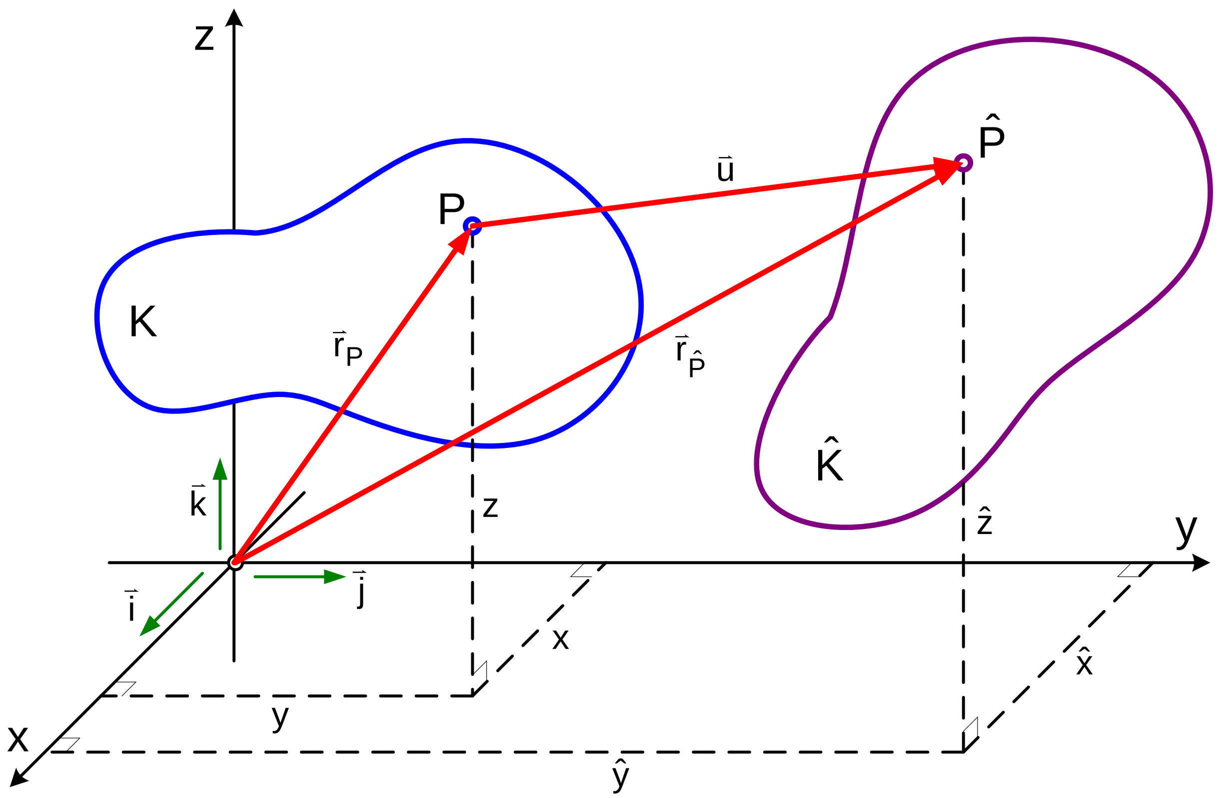
SIIRTYMÄTILA



Siirtymävektori:

$$\vec{u} = \vec{r}_{\hat{P}} - \vec{r}_P = u\,\vec{i} + v\,\vec{j} + w\,\vec{k}$$

$$u = \hat{x} - x \qquad v = \hat{y} - y \qquad w = \hat{z} - z$$

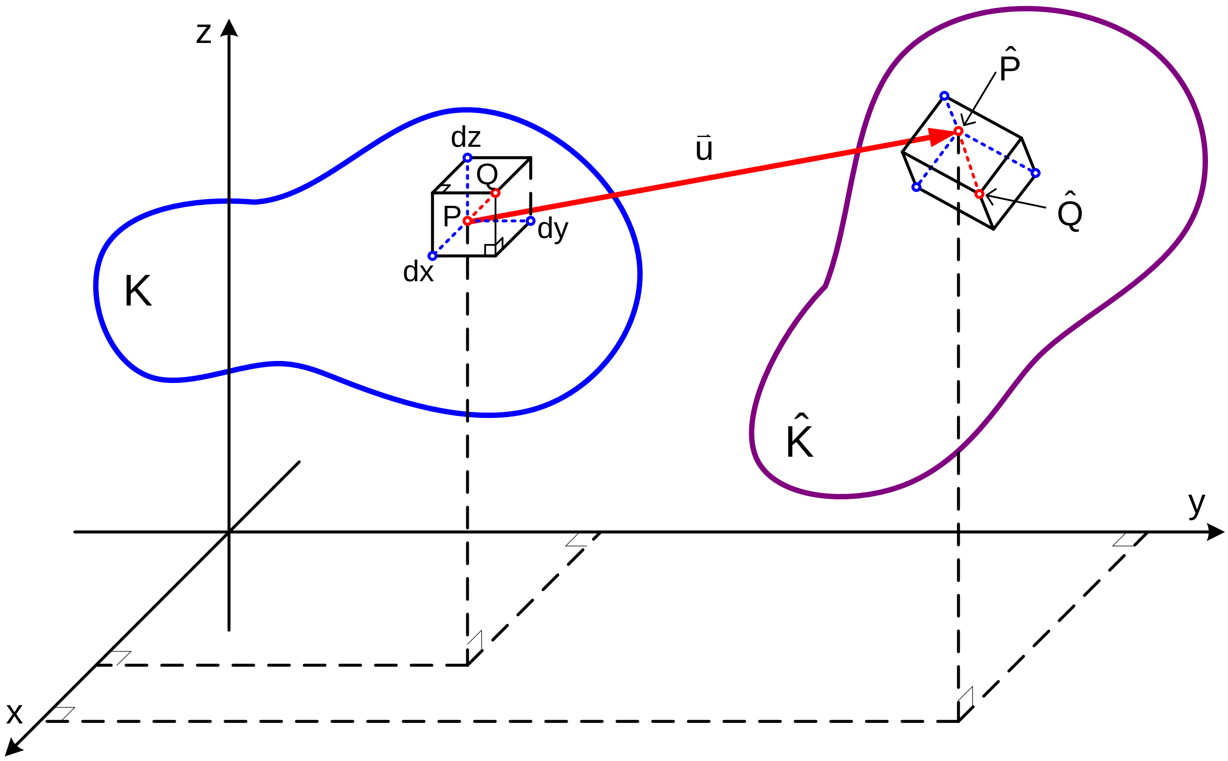
Siirtymäkenttä:

$$\vec{u}(x,y,z) = u(x,y,z)\,\vec{i} + v(x,y,z)\,\vec{j} + w(x,y,z)\,\vec{k}$$

Siirtymäkentän komponentit:

$$\boxed{u(x,y,z) \qquad v(x,y,z) \qquad w(x,y,z)}$$

VENYMÄ ja LIUKUMA

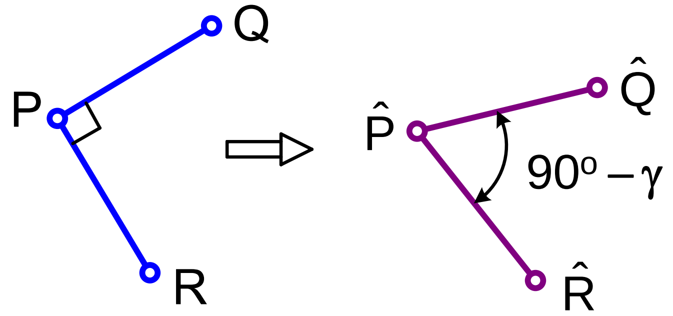


Viivaelementti: $PQ = dL$

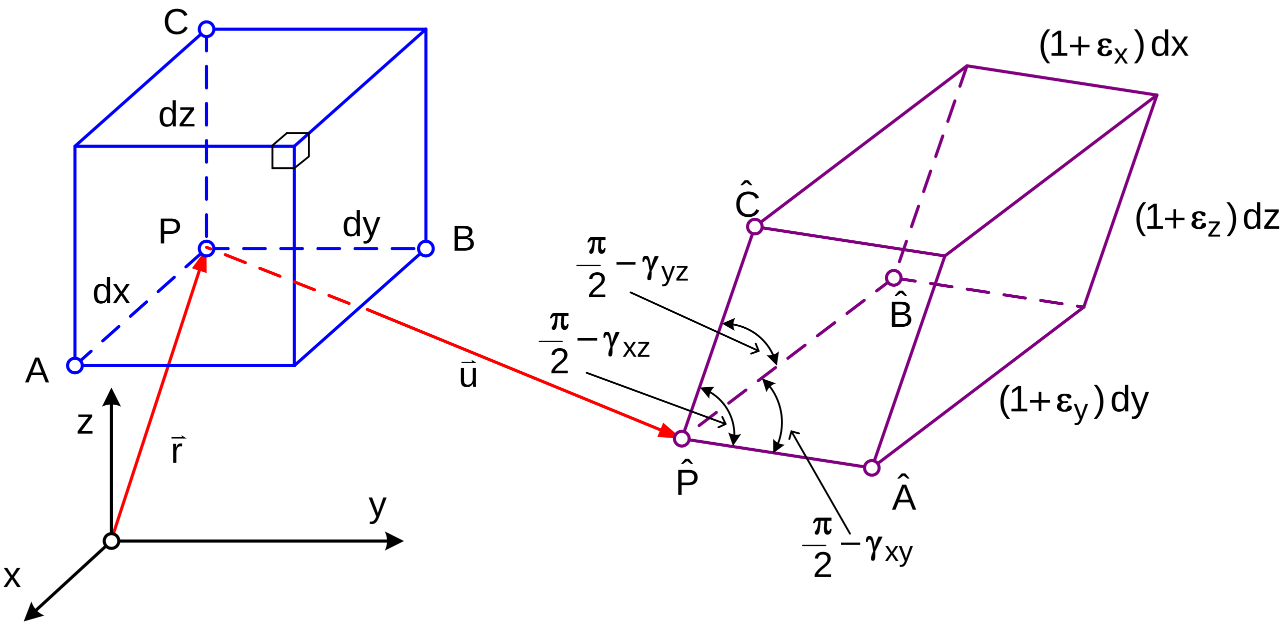
Venymä on viivaelementin suhteellinen pituudenmuutos eli

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta(dL)}{dL}}$$

Liukuma $\boxed{\gamma}$ **on kohtisuoran viivaelementtiparin välisen suorankulman muutos.**



MUODONMUUTOSKOMPONENTIT



Venymät: $\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z$

Liukumat: $\gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}$

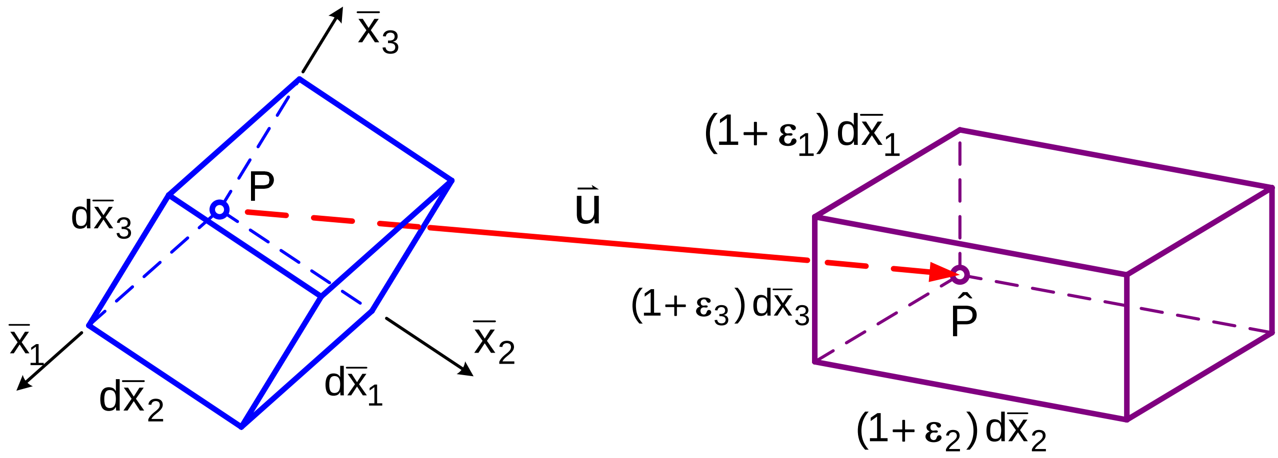
Liukuman puolikkaat: $\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\gamma_{xy} \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\gamma_{xz} \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\gamma_{yz}$

Muodonmuutosmatriisi:

$$[V] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

PÄÄVENYMÄT JA -SUUNNAT

Jokaisessa pisteen muodonmuutostilassa on ainakin yksi sellainen suorakulmaisen tilavuuselementin asento, että sen kaikki **liukumat ovat nollia**. Tämä tilavuuselementti on muodonmuutostilan **pää-elementti** ja sen särmien suunnat ovat **pääsuunnat** sekä särmien venymät **päävenymät**.



Päävenymät ovat muodonmuutostilan venymien **ääriarvoja**.

Algebralliseen suuruusjärjestykseen laitettuja päävenymiä merkitään $\boxed{\varepsilon_{I}, \varepsilon_{II}, \varepsilon_{III}}$, jolloin $\boxed{\varepsilon_{I} \geq \varepsilon_{II} \geq \varepsilon_{III}}$.

JÄNNITYS- JA MUODONMUUTOSTI-LOJEN VÄLINEN YHTEYS

YKSIULOTTEINEN JÄNNITYSTILA

Lineaarisesti kimmoinen materiaali

Hooken laki $\boxed{\sigma = E\,\varepsilon}$

Leikkauksen Hooken laki $\boxed{\tau = G\,\gamma}$

YLEINEN JÄNNITYSTILA

$$\boxed{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}} \xleftrightarrow{\text{MATERIAALI-YHTÄLÖT}} \boxed{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}}$$

Materiaaliyhtälöt eli konstitutiiviset yhtälöt antavat jännityskomponenttien ja muodonmuutoskomponenttien välisen matemaattisen yhteyden. Materiaaliyhtälöt on määritettävä **kokeellisesti aineenkoetuksen avulla**. Runsaasta materiaalien joukosta johtuen saadaan monia erilaisia materiaaliyhtälöitä.

Materiaali on **ajasta riippumaton**, jos aika ei esiinny sen materiaaliyhtälöissä ja muussa tapauksessa **ajasta riippuva**.

Materiaali on **homogeeninen**, jos sen materiaaliyhtälöt ovat kaikkialla samat ja muussa tapauksessa **epähomogeeninen**.

Materiaali on **isotrooppinen**, jos materiaaliominaisuudet eivät riipu suunnasta ja muussa tapauksessa **epäisotrooppinen**.

Materiaali on **kimmoinen**, jos sen muodonmuutokset ovat palautuvia. **Lineaarisesti kimmoisen** materiaalin materiaaliyhtälöissä jännitys- ja muodonmuutoskomponentit esiintyvät vain ensimmäisessä potenssissa.

Ajasta riippumattoman, homogeenisen, isotrooppisen ja lineaarisesti kimmoisen materiaalin materiaaliyhtälöt ovat ns. **yleistetty Hooken laki**.

YLEISTETTY HOOKEN LAKI

Lineaarisesti kimmoinen ja isotrooppinen materiaali.

Yleinen tapaus:

$$\sigma_x = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)\right] \qquad \tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z)\right] \qquad \tau_{xz} = G\gamma_{xz}$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left[(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y)\right] \qquad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right] \qquad \gamma_{xy} = \tau_{xy}/G$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right] \qquad \gamma_{xz} = \tau_{xz}/G$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right] \qquad \gamma_{yz} = \tau_{yz}/G$$

Tasojännitystila:

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \qquad \gamma_{xy} = \tau_{xy}/G$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \qquad \gamma_{xz} = 0$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \qquad \gamma_{yz} = 0$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \qquad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \qquad \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$