

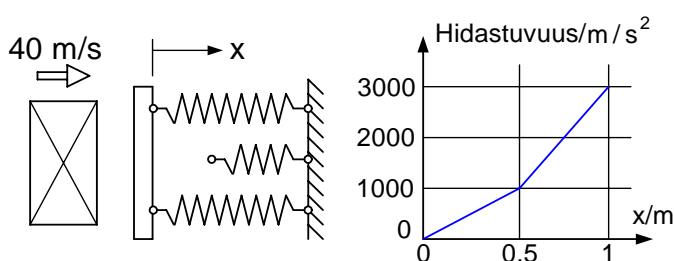
Liite lukuun 2.

Partikkelin kinematiikka - harjoitustehtäviä

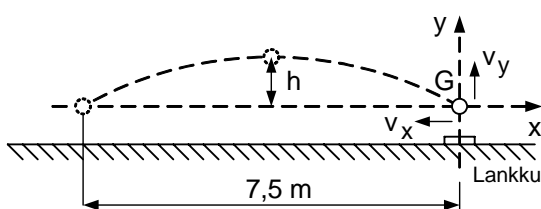
2.1 Moottoripyöräpoliisi lähtee kohdasta A ilman alkunopeutta kaksi sekuntia myöhemmin kuin vakionopeudella 120 km/h ajava auto ohittaa kohdan A. Poliisi kiihdyttää moottoripyörää vakiokiihtyvyydellä 6 m/s^2 , kunnes moottoripyörän maksiminopeus 150 km/h saavutetaan, minkä jälkeen poliisi ajaa tällä maksiminopeudella. Määritä kuinka kaukana kohdasta A poliisi saavuttaa auton. Vast. 911 m

2.2 Paine kiväärin luodin takana on likimain kääntäen verrannollinen piippua pitkin mitattuun etäisyyteen x . Tästä seuraa, että luodin kiihtyvyyden lauseke on $a = k/x$, missä k on vakio. Luoti lähtee levosta kohdasta $x = 7,5 \text{ mm}$ ja sen nopeus kiväärin piipun päässä $x = 750 \text{ mm}$ on 600 m/s . Määritä luodin kiihtyvyys sen ollessa piipun keskikohdalla $x = 375 \text{ mm}$. Vast. 104 km/s^2

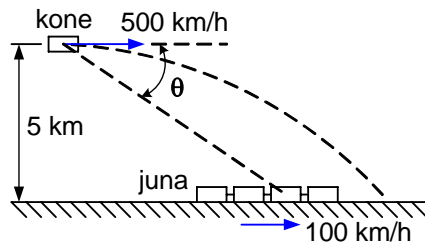
2.3 Pieni kappale päästetään levosta putoamaan öljyä sisältävään astiaan. Kappaleen kiihtyvyys alaspäin on $a = g - kv$, missä g on putoamiskiihtyvyys, k on öljyn viskositeetista ja kappaleen muodosta riippuva vakio ja v on kappaleen nopeus. Määritä kappaleen nopeus v ja asema y pystysuunnassa ajan t funktiona, kun pudotushetkellä $t = 0$ asema $y = 0$. Vast. $v = \frac{g}{k}(1 - e^{-kt})$ $y = \frac{g}{k}[t - \frac{1}{k}(1 - e^{-kt})]$



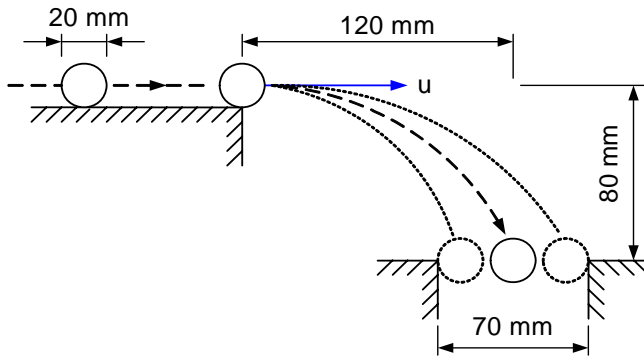
2.4 Kolmesta jousesta koostuvaa puskuria käytetään pysäyttämään suuren massan vaakasuuntainen liike. Massan törmätessä puskurin sen nopeus on 40 m/s. Kaksi ulointa jouta aiheuttavat pituuden muutokseensa verrannollisen hidastuvuuden, kuten kuvan käyrässä on esitetty. Kun pituuden muutos ylittää määrän 0,5 m, keskellä oleva jousi lisää hidastuvuutta käyrän mukaisesti. Määritä uloimpien jousien pituuden muutos massan pysähtyessä. Vast. 0,831 m



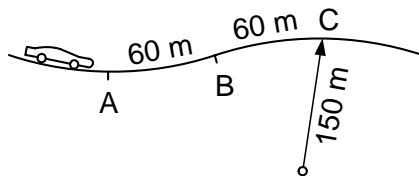
2.5 Pituushyppääjä tulee lankulle vaakasuuntaisella nopeudella $v_x = 10 \text{ m/s}$. Määritä kuvan mukaiseen hyppyyn tarvittava hyppääjän massakeskiön G pystysuuntainen nopeuskomponentti v_y hyppääjän irrotessa lankulta. Laske myös, paljonko on hyppääjän massakeskiön G ylöspäin nousema matka h . Ilman vastusta ei oteta huomioon. Vast. $v_y = 3,68 \text{ m/s}$ $h = 0,690 \text{ m}$



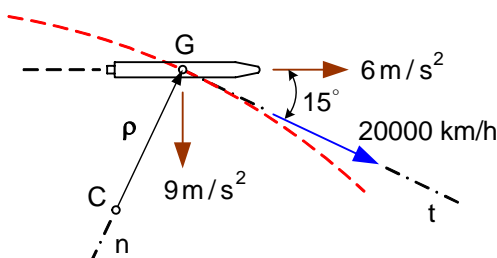
2.6 Pommikone lentää vaakasuuntaan nopeudella 500 km/h 5 km korkeudella. Koneen tarkoituksena on osua samassa pystytasossa olevaan junaan, joka liikkuu nopeudella 100 km/h samaan suuntaan kuin kone. Laske näkösäteen ja lentosuunnan välisen kulman θ arvo pommien irrotushetkellä. Vast. $54,6^\circ$



2.7 Kuvan tilanteessa pallot lähtevät vaakatasolta vaakasuuntaisella nopeudella u ja putoavat 70 mm leveään reikään. Reiän keskikohta on etäisyydellä 120 mm pallon irtoamiskohdasta. Laske, missä rajoissa u saa vaihdella, jotta kuulat osuisivat reikään. Käytä rajatapauksina kuvaan katkoviivalla merkittyjä tilanteita. Vast. $0,744 \text{ m/s} \leq u \leq 1,135 \text{ m/s}$



2.8 Auton kuljettaja jarruttaa kuvan tilanteessa siten, että auton hidastuvuus on tien suunnassa vakio. Auton nopeus notkossa A on 100 km/h ja mäen päällä C 50 km/h. Kohtien A ja C välimatka tietä pitkin mitattuna on 120 m. Kohdassa A auton kiihtyvyyden suuruus on 3 m/s^2 ja tien kaarevuussäde pystytasossa kohdassa C on 150 m. Laske kaarevuussäde pystytasossa kohdassa A, auton kiihtyvyys kaarevuuden käännepisteessä B ja auton kiihtyvyys kohdassa C. Vast. $\rho_A = 432 \text{ m}$ $a_B = 2,41 \text{ m/s}^2$ $a_C = 2,73 \text{ m/s}^2$

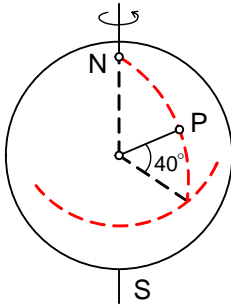


2.9 Ohjus säilyttää pituusakselinsa vaakasuunnassa työntövaiheen aikana. Työntövoima aiheuttaa vaakasuuntaisen kiihtyvyysskomponentin 6 m/s^2 ja maan vetovoima alaspäin olevan kiihtyvyysskomponentin, joka on ohjuksen lentokorkeudella 9 m/s^2 . Tarkasteluhetkellä ohjuksen massakeskiö G liikkuu nopeudella 20000 km/h kuvan mukaiseen suuntaan. Las-

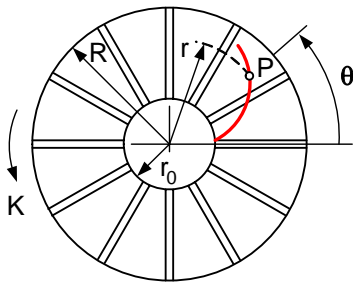
ke massakeskiön G lentoradan kaarevuussäde, nopeuden v lisääntymisnopeus \dot{v} , janan CG kääntymisnopeus $\dot{\beta}$ ja kiihtyvyysvektori \vec{a} .

Vast. $\rho = 4,32 \cdot 10^6 \text{ m}$ $\dot{v} = 8,12 \text{ m/s}$ $\dot{\beta} = 12,85 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$

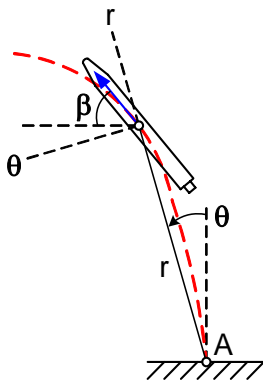
$$\vec{a} = (8,12 \vec{e}_t + 7,14 \vec{e}_n) \text{ m/s}^2$$



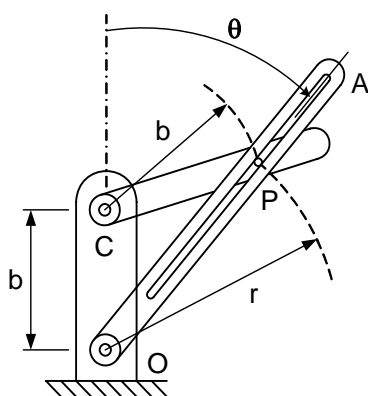
2.10 Oletetaan, että maapallon akseli (SN kuvassa) on levossa avaruudessa. Laske maan pinnalla 40° leveysasteella olevan pisteen P kiihtyvyys, kun maapallon halkaisija on 12742 km ja pyörimisnopeus $\dot{\theta} = 0,729 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$ ($\approx 2\pi \text{ rad/vrk}$).
Vast. $0,0259 \text{ m/s}^2$



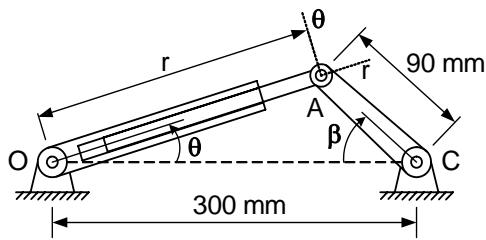
2.11 Nestepartikkelin P rataa keskipakopumpun pesässä approksimoidaan spiraalilla $r(\theta) = r_0 e^{n\theta}$, missä n on dimensioton vakio. Pumpun pyörimisnopeus $\dot{\theta} = K$ on vakio. Määritä partikkelin kiihtyvyyden suuruus sen irrotessa pumpun siivestä kohdassa $r = R$.
Vast. $RK^2(n^2 + 1)$



2.12 Rakettia seurataan tutkalla sen laukaisupisteestä A. 10 s laukaisun jälkeen saadaan tutkahavainnot: $r = 2200 \text{ m}$, $\dot{r} = 500 \text{ m/s}$, $\ddot{r} = 4,66 \text{ m/s}^2$, $\theta = 22^\circ$, $\dot{\theta} = 0,0788 \text{ rad/s}$ ja $\ddot{\theta} = -0,0341 \text{ rad/s}^2$. Määritä raketin lentoradan ja vaakasuunnan välinen kulma β sekä sen nopeuden v ja kiihtyvyyden a suuruus havaintohetkellä.
Vast. $\beta = 48,9^\circ$ $v = 529 \text{ m/s}$ $a = 9,76 \text{ m/s}^2$

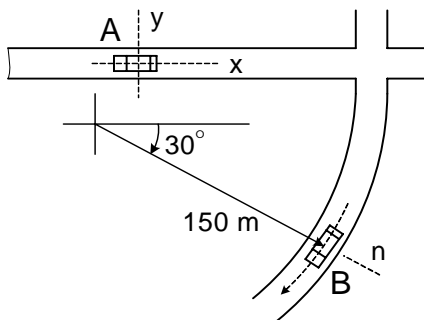


2.13 Varsi OA heilahtelee pisteen O ympäri tietyissä rajoissa, jolloin kampi CP liikkuu tapin P välityksellä. Tietyllä aikavälillä $\dot{\theta} = K$ on vakio. Määritä tapin P nopeuden v ja kiihtyvyyden suuruus tämän aikavälin mielivaltaisella hetkellä ja osoita, että ne ovat vakioita. Käytä napakoordinaatteja r ja θ .
Vast. $v = 2bK$ $a = 4bK^2$



2.14 Tappi A liikkuu 90 mm -säteistä ympyräraataa, kun kampi AC pyörii vakio kulmanopeudella $\dot{\beta} = 60 \text{ rad/s}$. Kohtaan A on kiinnitetty sauva, joka liikkuu varren OA sisällä edestakaisin ja samalla varsi kääntyy nivelen O ympäri. Määritä suureet \dot{r} , \ddot{r} , $\dot{\theta}$ ja $\ddot{\theta}$, kun kulma $\beta = 30^\circ$.

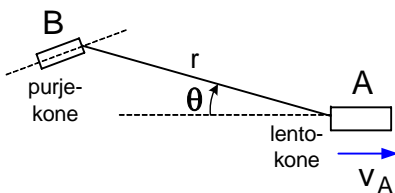
Vast. $\dot{r} = 3,58 \text{ m/s}$ $\ddot{r} = 316 \text{ m/s}^2$ $\dot{\theta} = 17,86 \text{ rad/s}$ $\ddot{\theta} = -1510 \text{ rad/s}^2$



2.15 Auton A nopeus on 72 km/h ja kiihtyvyys $1,2 \text{ m/s}^2$ vasemmalle. Auton B nopeus on 54 km/h ja se liikkuu vakionopeudella kaarteessa, jonka kaa-revuussäde on 150 m. Määritä, mitkä ovat auton B nopeus ja kiihtyvyys autosta A havaittuna.

Vast. $v_{B/A} = 18,03 \text{ m/s}$ $a_{B/A} = 0,757 \text{ m/s}^2$

2.16 Lentokone A lentää vaakatasossa nopeudella 200 km/h ja hinaa purjekonetta B, joka lisää lentokorkeuttaan. Hinausvaijerin pituus on $r = 60 \text{ m}$ ja kulma θ kasvaa vakio nopeudella $5^\circ/\text{s}$. Määritä purjekoneen nopeuden ja kiihtyvyyden suuruus kulman θ arvolla 15° .



Vast. $v_B = 206 \text{ m/s}$ $a_B = 0,457 \text{ m/s}^2$