

III.1. Teräslaatan paksuus $h = 6 \text{ mm}$ ja materiaalivakiot ovat $E = 200 \text{ GPa}$ ja $\nu = 0,3$. Määritä laatan suuret D ja I . Laatan kuormituksesta aiheutuu sen keskipinnan tiettyyn pisteeseen momenttitiheydet $M_x = 0,6 \text{ kN}$, $M_y = 0,4 \text{ kN}$ ja $M_{xy} = -0,5 \text{ kN}$. Laske kimmopinnan kaarevuudet κ_x ja κ_y sekä kierevyys κ_{xy} tässä pisteessä. Määritä lisäksi tarkastelukohdan leikkausten $x = \text{vakio}$ ja $y = \text{vakio}$ jännitysjakautumat ja piirrä niiden kuvaajat. Laske vielä laatan alapinnan $\sigma_{\text{vert}} / \text{MLJH}$.

Ratkaisu: $I = \frac{h^3}{12} = 18 \text{ mm}^3$ $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 3956044 \text{ Nmm}$

$$\begin{cases} M_x = D(\kappa_x + \nu \kappa_y) \\ M_y = D(\kappa_y + \nu \kappa_x) \\ M_{xy} = D(1-\nu) \kappa_{xy} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \kappa_x = \frac{1}{D(1-\nu^2)}(M_x - \nu M_y) \\ \kappa_y = \frac{1}{D(1-\nu^2)}(M_y - \nu M_x) \\ \kappa_{xy} = \frac{1}{D(1-\nu)} M_{xy} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\kappa_x = 133,3 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1} \quad \kappa_y = 61,6 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1} \quad \kappa_{xy} = -180,6 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$\rho_x = \frac{1}{|\kappa_x|} = 7500 \text{ mm} \quad \rho_y = \frac{1}{|\kappa_y|} = 16364 \text{ mm} \quad \rho_{xy} = \frac{1}{|\kappa_{xy}|} = 5537 \text{ mm}$$

$$\sigma_x = \frac{M_x}{I} z = \frac{600 \text{ N}}{18 \text{ mm}^3} z = 33,33 \text{ MPa} \cdot \frac{z}{\text{mm}}$$

$$\sigma_y = \frac{M_y}{I} z = \frac{400 \text{ N}}{18 \text{ mm}^3} z = 22,22 \text{ MPa} \cdot \frac{z}{\text{mm}}$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_{xy}}{I} z = \frac{-500 \text{ N}}{18 \text{ mm}^3} z = -27,78 \text{ MPa} \cdot \frac{z}{\text{mm}}$$

Alapinnassa: $\sigma_x = 100 \text{ MPa}$ $\sigma_y = 66,7 \text{ MPa}$ $\tau_{xy} = -83,3 \text{ MPa}$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \Rightarrow$$

$$\sigma_1 = 168,3 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = -1,6 \text{ MPa} \quad \sigma_3 = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_I = 168,3 \text{ MPa} \quad \sigma_{III} = -1,6 \text{ MPa} \Rightarrow$$

$$\sigma_{\text{vert}} / \text{MLJH} = \sigma_I - \sigma_{III} = 169,9 \text{ MPa}$$

