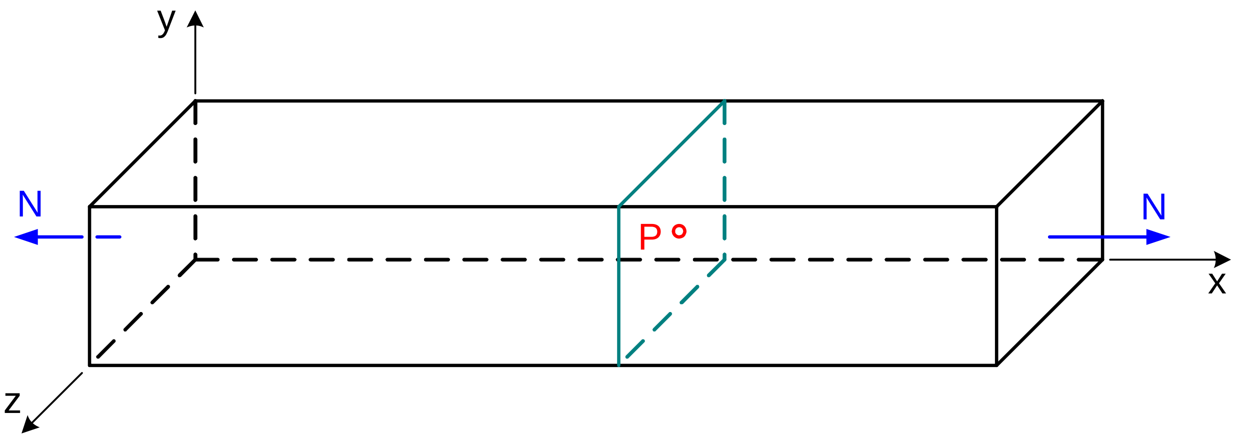
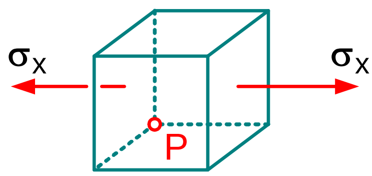
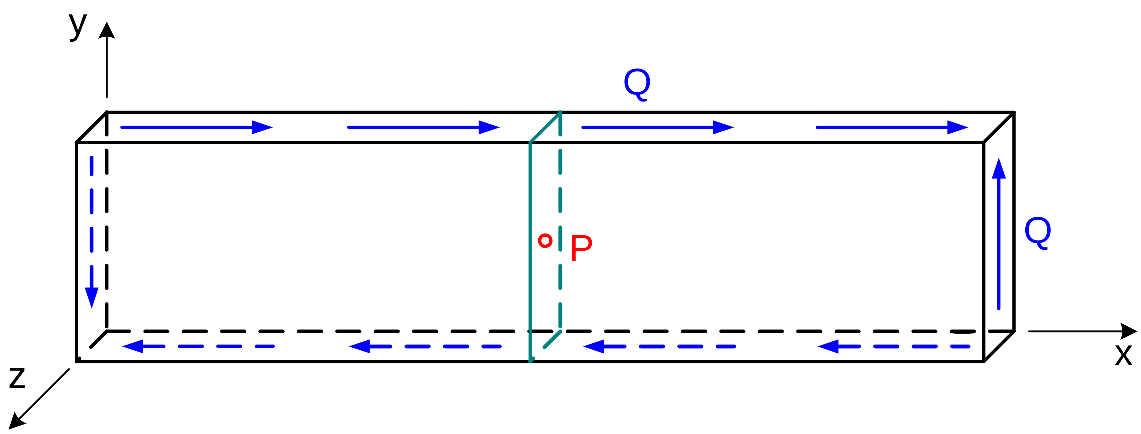
YKSIULOTTEINEN JÄNNITYSTILA

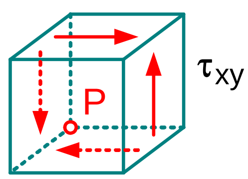
Normaalijännitys





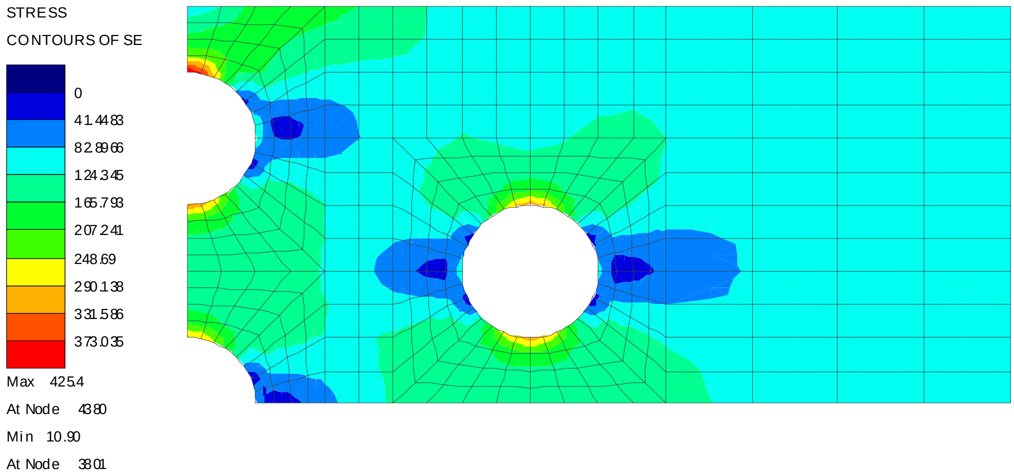
Leikkausjännitys

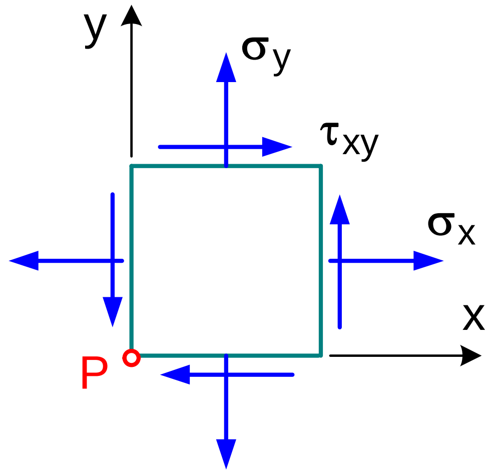




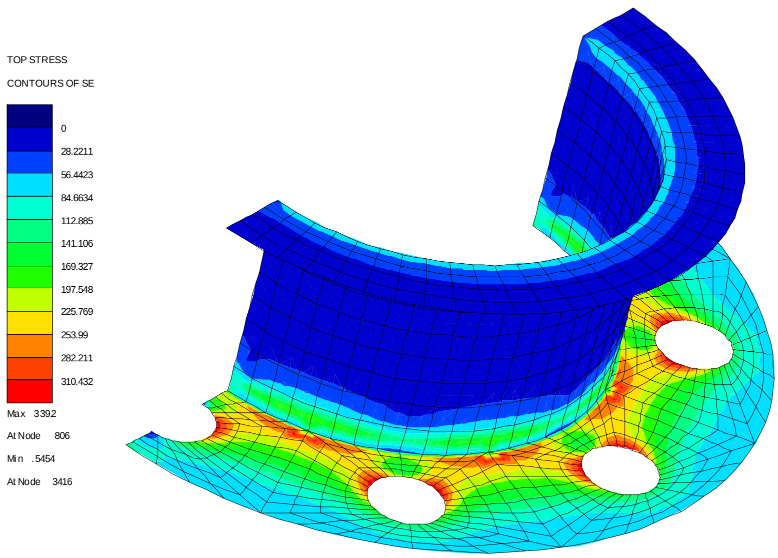
KAKSIULOTTEINEN JÄNNITYSTILA

Levyrakenne

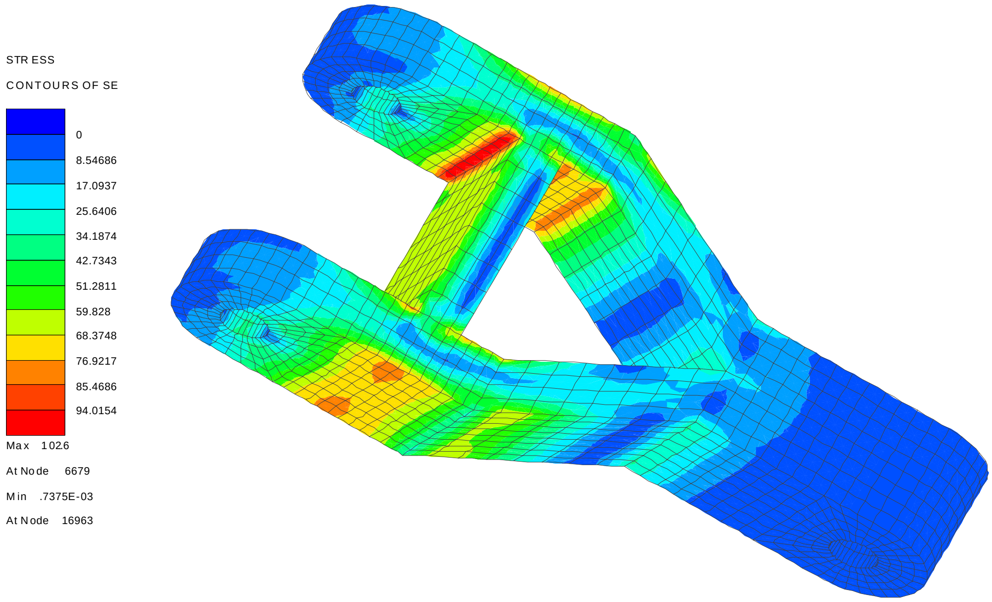


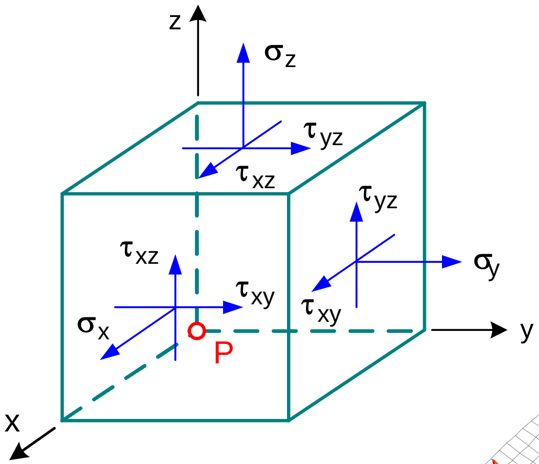


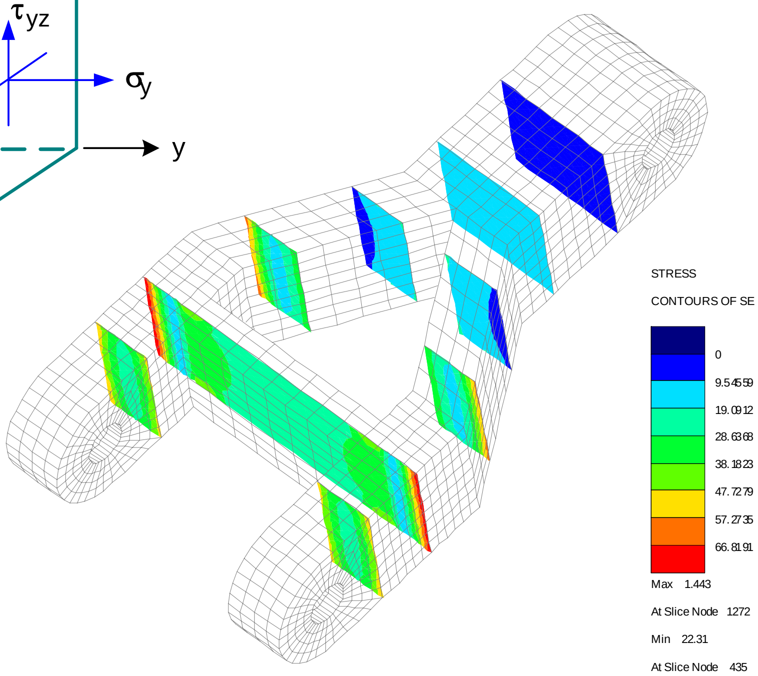
Kuorirakenne



KOLMIULOTTEINEN JÄNNITYSTILA

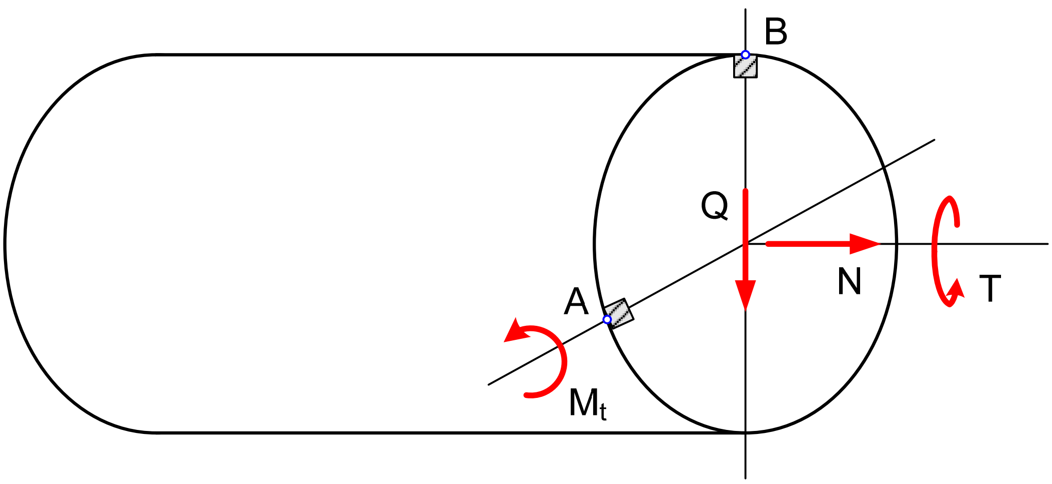




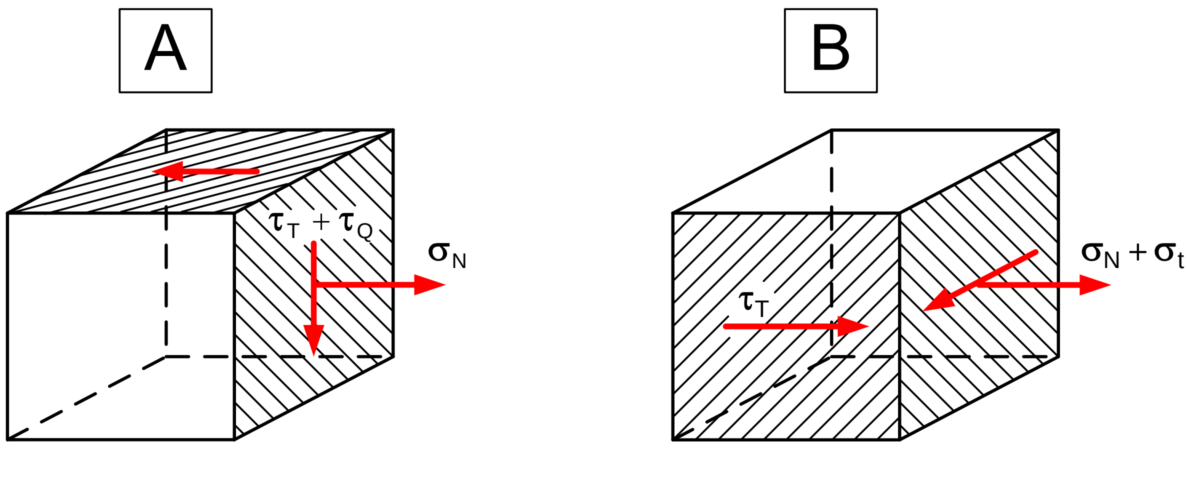


KANNATTIMEN JÄNNITYSTILA

Poikkileikkauksen rasitukset

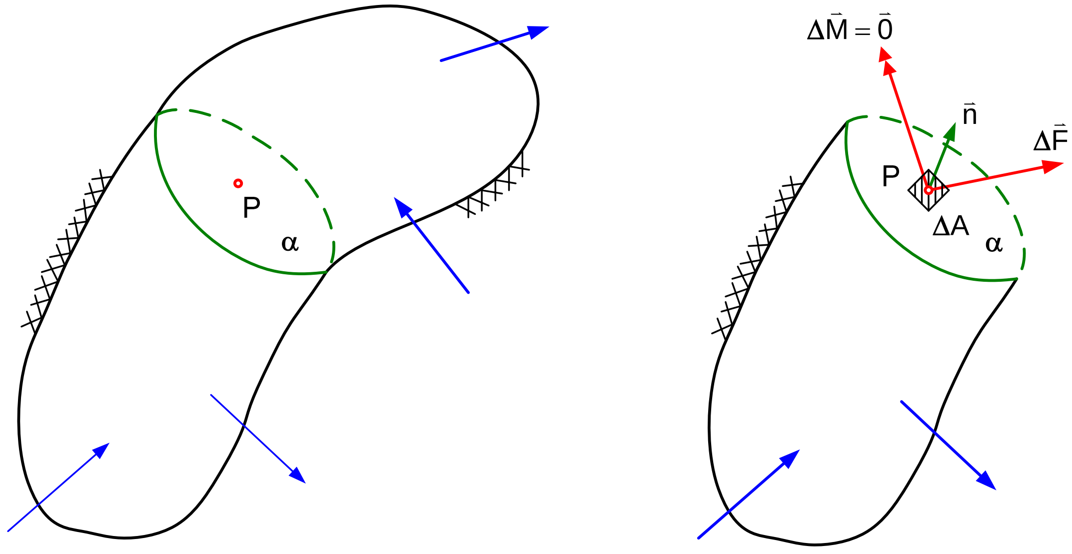


Pisteiden A ja B jännityskomponentit



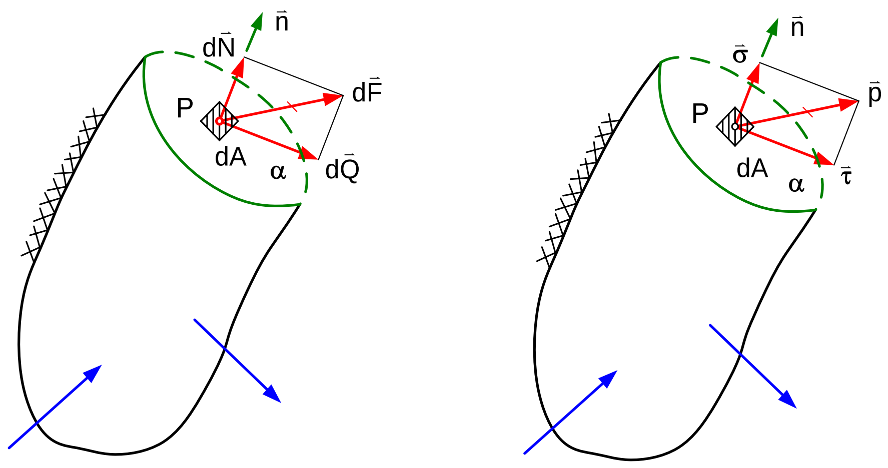
JÄNNITYSVEKTORI

Kontinuumihypoteesi: Kappaleen materiaalitilavuuden jokaisessa pisteessä on materiaalia.



Jännitysvektori:

$$\vec{p} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$



Normaali- ja leikkausjännitysvektori:

$$d\vec{F} = d\vec{N} + d\vec{Q} \qquad \vec{p} = \frac{d\vec{N}}{dA} + \frac{d\vec{Q}}{dA} = \vec{\sigma} + \vec{\tau}$$

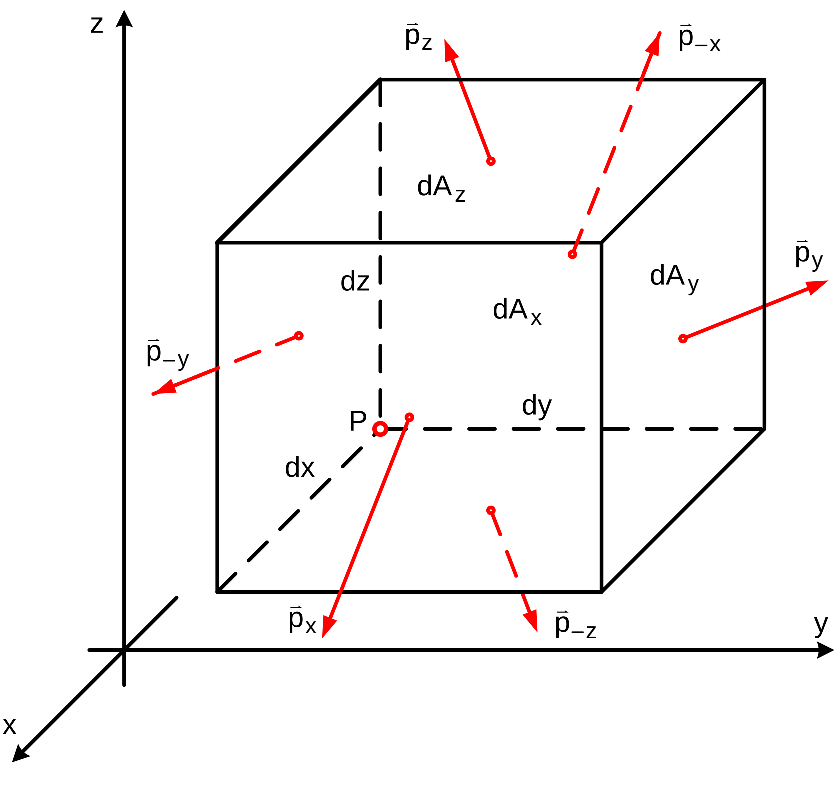
$$\vec{\sigma} = \frac{d\vec{N}}{dA} \qquad \vec{\tau} = \frac{d\vec{Q}}{dA}$$

JÄNNITYSTILAN KÄSITE

Määritelmä: Kaikkien pisteen P kautta asetettujen pinta-alkioiden dA_{α_i} jännitysvektoreiden $\vec{p}_{\alpha_i}$ (ääretöntä) joukkoa kutsutaan tämän pisteen **jännitystilaksi**.

Pisteen jännitystila hallitaan täydellisesti, kun tunnetaan sen **kolmeen eri pintaelementtiin liittyvät jännitysvektorit**. Näiksi pintaelementeiksi valitaan ne elementit, joiden normaalit osoittavat koordinaattiakseleiden x-, y- ja z-suuntiin.

KOORDINAATTISUUNTIEN JÄNNITYSVEKTORIT



$$\vec{p}_{-x} = -\vec{p}_x \qquad \vec{p}_{-y} = -\vec{p}_y \qquad \vec{p}_{-z} = -\vec{p}_z$$

Pisteen P kohdalta leikattua differentiaalisen pientä suorakulmaista särmiötä $dx\,dy\,dz$ sanotaan **jännityselementiksi**. Sen tahoilla vaikuttavat koordinaattisuuntiin liittyvät jännitysvektorit.

JÄNNITYSKOMPONENTIT

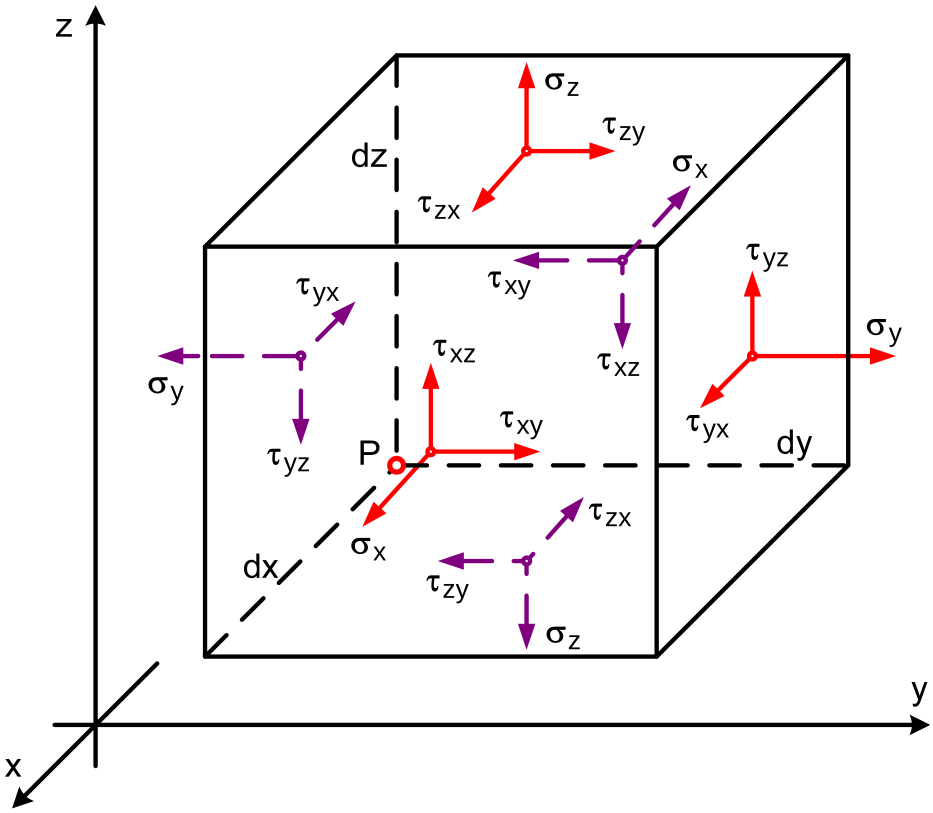
Koordinaattisuuntien jännitysvektorit jaetaan komponentteihinsa:

Positiivisten tahojen jännitysvektorit:

$$\vec{p}_x = \sigma_x \vec{i} + \tau_{xy} \vec{j} + \tau_{xz} \vec{k}$$
$$\vec{p}_y = \tau_{yx} \vec{i} + \sigma_y \vec{j} + \tau_{yz} \vec{k}$$
$$\vec{p}_z = \tau_{zx} \vec{i} + \tau_{zy} \vec{j} + \sigma_z \vec{k}$$

Negatiivisten tahojen jännitysvektorit:

$$\vec{p}_{-x} = -\sigma_x \vec{i} - \tau_{xy} \vec{j} - \tau_{xz} \vec{k}$$
$$\vec{p}_{-y} = -\tau_{yx} \vec{i} - \sigma_y \vec{j} - \tau_{yz} \vec{k}$$
$$\vec{p}_{-z} = -\tau_{zx} \vec{i} - \tau_{zy} \vec{j} - \sigma_z \vec{k}$$



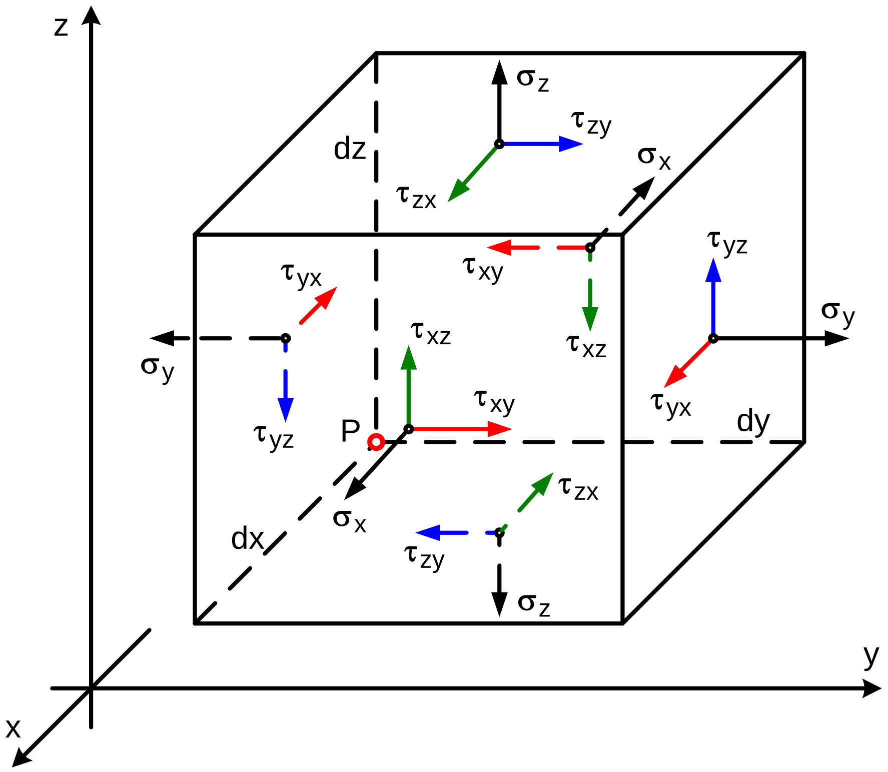
Merkinnät: Jännityskomponentin ensimmäinen alaindeksi ilmaisee pintaelementin normaalin suunnan ja toinen jännityksen suunnan. Normaalijännityksillä nämä suunnat ovat samat, joten niillä käytetään vain yhtä alaindeksiä.

Merkkisääntö: Jännityselementin positiivisen tahon jännityskomponentti on positiivinen, jos se vaikuttaa koordinaattiakselin positiiviseen suuntaan. Negatiivisen tahon jännityskomponentti on positiivinen, jos se vaikuttaa koordinaattiakselin negatiiviseen suuntaan.

JÄNNITYSKOMPONENTIT

Momenttitasapainosta seuraa **leikkausjännitysten parittainen yhtäsuuruus**:

$\tau_{yx} = \tau_{xy}$ $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ $\tau_{yz} = \tau_{zy}$



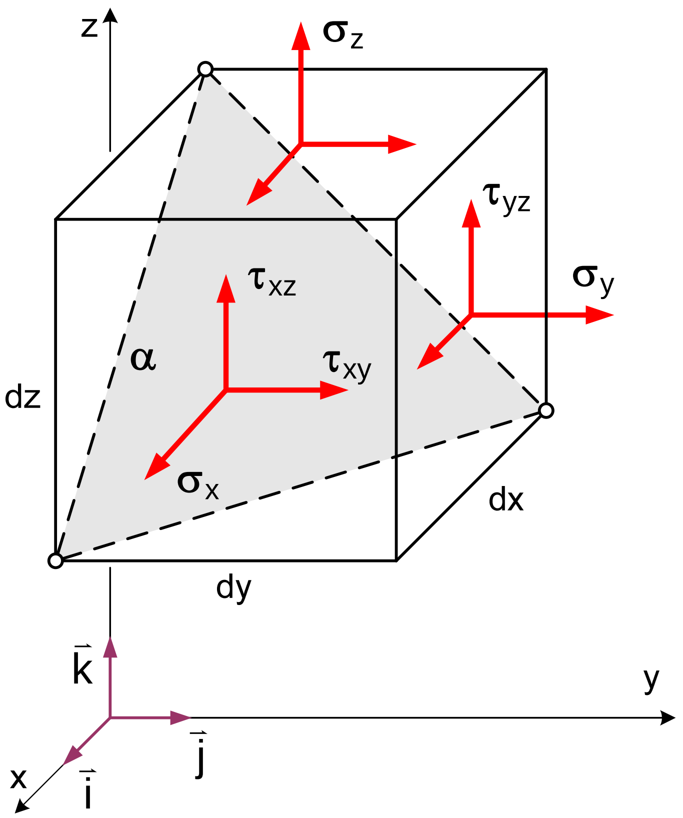
Parittaisesta yhtäsuuruudesta seuraa, että pisteen P jännitystilan tuntemiseen riittää **kuusi jännityskomponenttia**:

$$\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz}$$

JÄNNITYSMATRIISI

$$[S] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

VINON SUUNNAN JÄNNITYSVEKTORI



Koordinaattisuuntien jännitysvektorit ja niiden komponentit

$$\vec{p}_x = \sigma_x \vec{i} + \tau_{xy} \vec{j} + \tau_{xz} \vec{k}$$
$$\vec{p}_y = \tau_{xy} \vec{i} + \sigma_y \vec{j} + \tau_{yz} \vec{k}$$
$$\vec{p}_z = \tau_{xz} \vec{i} + \tau_{yz} \vec{j} + \sigma_z \vec{k}$$

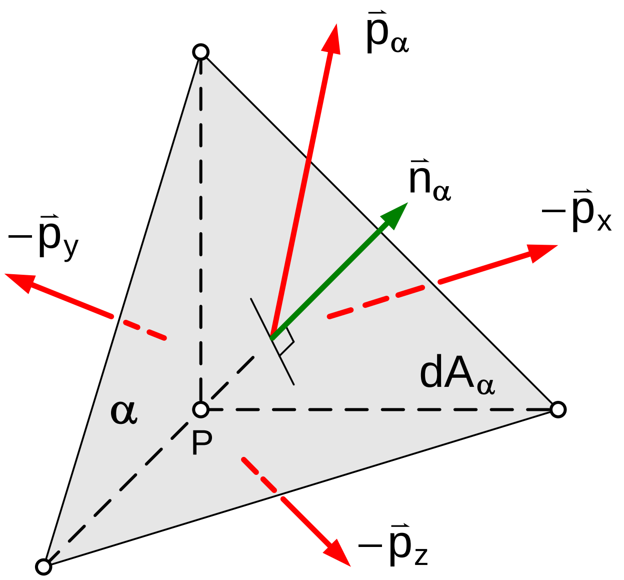
Suunnan α normaali

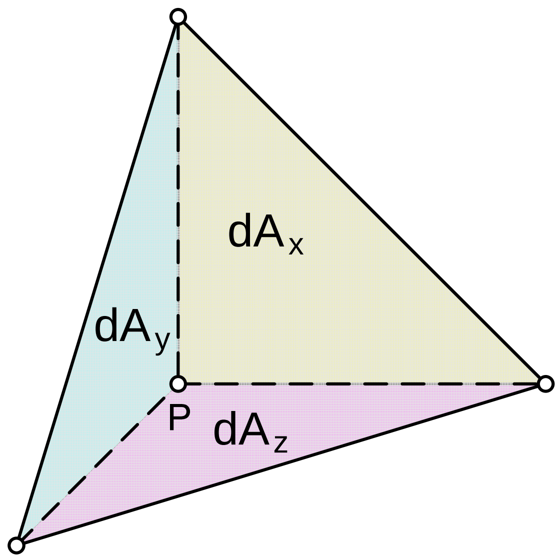
$$\vec{n}_\alpha = l \vec{i} + m \vec{j} + n \vec{k}$$
$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

Suuntakosinit l, m, n

Suunnan α jännitysvektori $\quad \vec{p}_\alpha = p_{\alpha x} \vec{i} + p_{\alpha y} \vec{j} + p_{\alpha z} \vec{k}$

Pinta-alasuhteet $\quad dA_x = l dA_\alpha \quad dA_y = m dA_\alpha \quad dA_z = n dA_\alpha$





Tetraedrin voimatasapainoehto

$$\vec{p}_\alpha\, dA_\alpha - \vec{p}_x\, dA_x - \vec{p}_y\, dA_y - \vec{p}_z\, dA_z = \vec{0} \qquad \Rightarrow$$

$$\vec{p}_\alpha\, dA_\alpha - \vec{p}_x\, l\, dA_\alpha - \vec{p}_y\, m\, dA_\alpha - \vec{p}_z\, n\, dA_\alpha = \vec{0} \qquad \Rightarrow$$

Vinon suunnan jännitysvektori ja sen komponentit koordinaattiakseleiden suunnissa

$$\boxed{\vec{p}_\alpha = l\vec{p}_x + m\vec{p}_y + n\vec{p}_z}$$

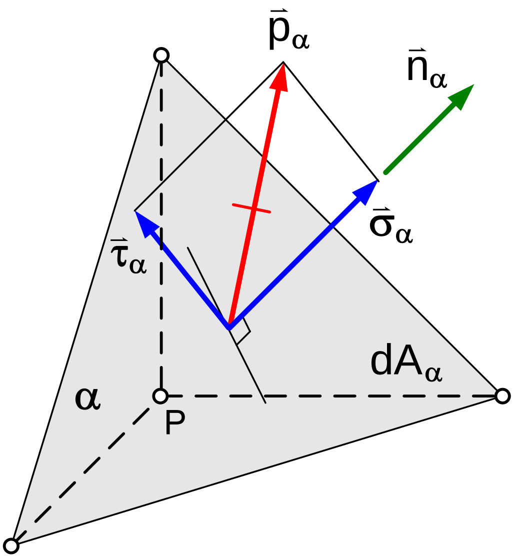
$$\boxed{\begin{aligned} p_{\alpha x} &= l\sigma_x + m\tau_{xy} + n\tau_{xz} \\ p_{\alpha y} &= l\tau_{xy} + m\sigma_y + n\tau_{yz} \\ p_{\alpha z} &= l\tau_{xz} + m\tau_{yz} + n\sigma_z \end{aligned}}$$

Matriisimuoto

$$\begin{bmatrix} p_{\alpha x} \\ p_{\alpha y} \\ p_{\alpha z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l\sigma_x + m\tau_{xy} + n\tau_{xz} \\ l\tau_{xy} + m\sigma_y + n\tau_{yz} \\ l\tau_{xz} + m\tau_{yz} + n\sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow$$

$$\boxed{\{p_\alpha\} = [S]\{n_\alpha\}}$$

Komponentit normaalin ja leikkauspinnan suunnissa



$$\boxed{\sigma_\alpha = \vec{p}_\alpha \cdot \vec{n}_\alpha \qquad \vec{\sigma}_\alpha = \sigma_\alpha\, \vec{n}_\alpha}$$

$$\boxed{\vec{\tau}_\alpha = \vec{p}_\alpha - \vec{\sigma}_\alpha \qquad \tau_\alpha^2 = \vec{\tau}_\alpha \cdot \vec{\tau}_\alpha}$$

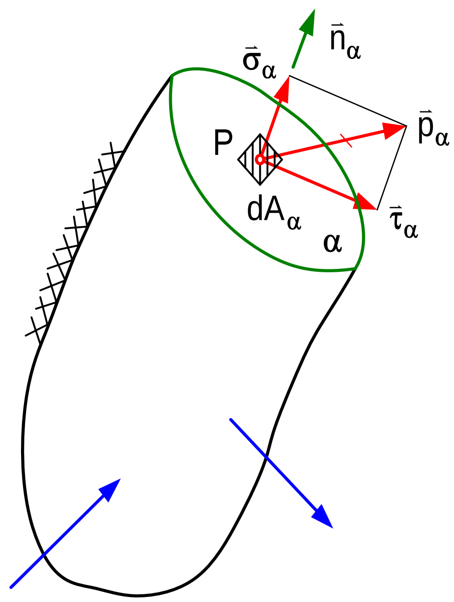
Matriisimuoto

$$\boxed{\sigma_\alpha = \{n_\alpha\}^T \{p_\alpha\} \qquad \{\sigma_\alpha\} = \sigma_\alpha \{n_\alpha\}}$$

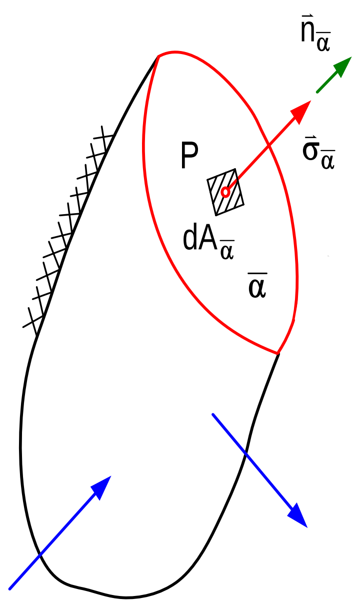
$$\boxed{\{\tau_\alpha\} = \{p_\alpha\} - \{\sigma_\alpha\} \qquad \tau_\alpha^2 = \{\tau_\alpha\}^T \{\tau_\alpha\}}$$

PÄÄJÄNNITYKSET JA -SUUNNAT

Pisteen P kohdalla suuntaan $\vec{n}_\alpha$ liittyvään pintaelementtiin dA_α kohdistuu yleensä sekä normaalijännitysvektori $\vec{\sigma}_\alpha$ että leikkausjännitysvektori $\vec{\tau}_\alpha$.

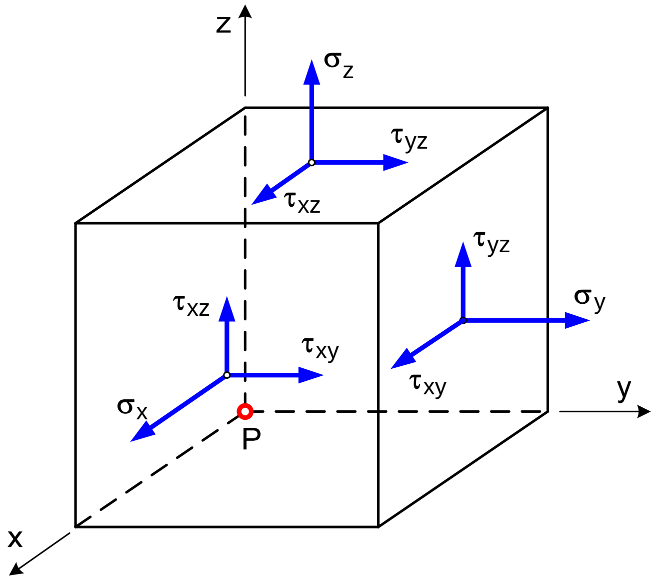


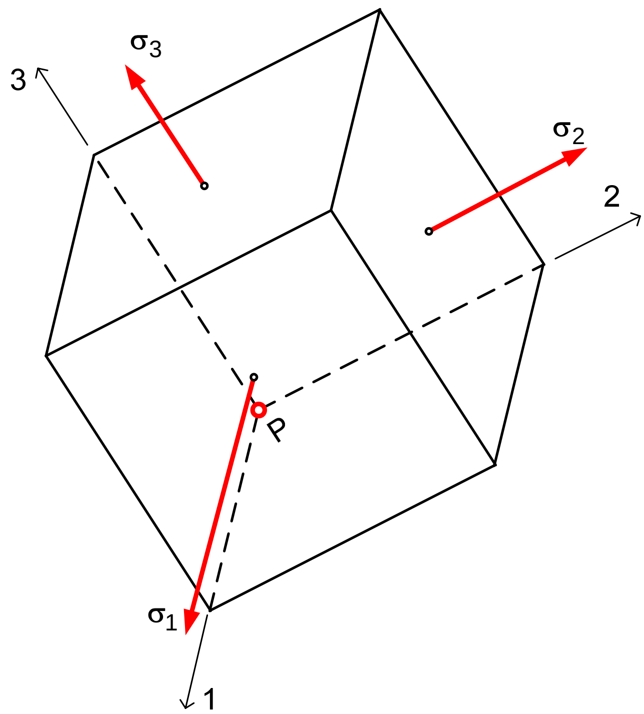
Pintaelementtiä $dA_{\bar{\alpha}}$, johon kohdistuva leikkausjännitysvektori $\vec{\tau}_{\bar{\alpha}} = \vec{0}$, sanotaan **päätasoksi** ja sen normaalin $\vec{n}_{\bar{\alpha}}$ suuntaa **pääsuunnaksi**. Päätasoon kohdistuu vain normaalijännitys $\vec{\sigma}_{\bar{\alpha}}$ ja sitä sanotaan **pääjännitykseksi**.



PÄÄJÄNNITYKSET JA -SUUNNAT

Yleinen jännityselementti:



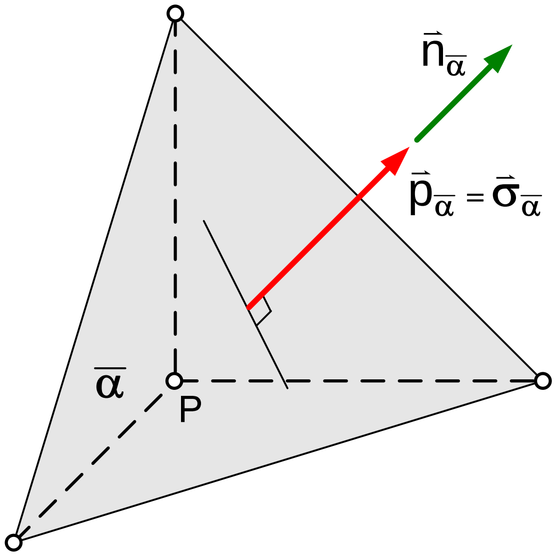


Pääjännityselementti:
Jokaisessa jännitystilassa on (ainakin) yksi sellainen suorakulmaisen jännityselementin asento, että sen kaikki tahot ovat päätasoja, särmät pääsuuntia ja jännitykset pääjännityksiä.

Pääjännitykset ovat jännitystilan normaalijännityksen **ääriarvoja**.

Algebralliseen suuruusjärjestykseen laitettuja pääjännityksiä merkitään $\boxed{\sigma_I\ ,\sigma_{II}\ ,\sigma_{III}}$, jolloin $\boxed{\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}}$.

PÄÄJÄNNITYSTEN JA PÄÄSUUNTIEN MÄÄRITYS



Päätasossa $\overline{\alpha}$ on leikkausjännityskomponentti $\tau_{\overline{\alpha}} = 0$. Jännitysvektori $\vec{p}_{\overline{\alpha}}$ on tällöin normaalin $\vec{n}_{\overline{\alpha}}$ suuntainen eli

$$\vec{p}_{\overline{\alpha}} = \sigma_{\overline{\alpha}}\, \vec{n}_{\overline{\alpha}}$$

Tason $\overline{\alpha}$ normaalijännitystä $\sigma_{\overline{\alpha}}$ sanotaan **pääjännitykseksi** ja normaalin $\vec{n}_{\overline{\alpha}}$ suuntaa **pääsuunnaksi**. Ottamalla käyttöön matriisiesitys saadaan

$$\{p_{\overline{\alpha}}\} = [S]\{n_{\overline{\alpha}}\} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{[S]\{n_{\overline{\alpha}}\} = \sigma_{\overline{\alpha}}\{n_{\overline{\alpha}}\}}$$

Kyseessä on **jännitysmatriisin ominaisarvotehtävä**, jossa $\sigma_{\overline{\alpha}}$ on **ominaisarvo** ja $\{n_{\overline{\alpha}}\}$ **ominaisvektori**.

Edellä oleva matriisiyhtälö on auki kirjoitettuna

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} = \sigma_{\overline{\alpha}} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_{\overline{\alpha}} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_{\overline{\alpha}} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_{\overline{\alpha}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Saatu yhtälö on pääsuunnan **suuntakosinien homogeeninen yhtälöryhmä**. Suuntakosineille pätee $l^2 + m^2 + n^2 = 1$, joten triviaaliratkaisu $l = m = n = 0$ ei kelpaa. Homogeenisella yhtälöryhmällä on ei-triviaali ratkaisu vain, jos sen kerroinmatriisin determinantti on nolla, josta seuraa **karakteristinen yhtälö**

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_{\overline{\alpha}} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_{\overline{\alpha}} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_{\overline{\alpha}} \end{vmatrix} = 0$$

Kehittämällä determinantti saadaan pääjännitykselle $\sigma_{\overline{\alpha}}$ kolmannen asteen yhtälö, joka on muotoa

$$\sigma_{\overline{\alpha}}^3 - I_1 \sigma_{\overline{\alpha}}^2 + I_2 \sigma_{\overline{\alpha}} - I_3 = 0$$

Kertoimet I_1, I_2 ja I_3 ovat jännitystilan **pääinvariantit** ja niiden lausekkeet ovat

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \det[S]$$

Yllä olevalla kolmannen asteen yhtälöllä on aina kolme reaalijuurta, joita merkitään σ_1, σ_2 ja σ_3.

Pääjännityksiä on aina kolme ja ne ovat yleensä erisuuria. Jännitystilaa sanotaan sylinterimäiseksi, jos kaksi pääjännityksistä on yhtä suuria. Pallomaisessa jännitystilassa kaikki kolme pääjännitystä ovat yhtä suuria.

Kun pääjännitykset tunnetaan, pääsuunnat ratkeavat suuntakosinien yhtälöryhmästä ja yksikkövektoriehdosta

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_i & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_i & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_i \\ m_i \\ n_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1 \\ i = 1, 2, 3 \end{matrix}$$

Pääsuunnat $\{n_i\}$, $i = 1, 2, 3$ ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

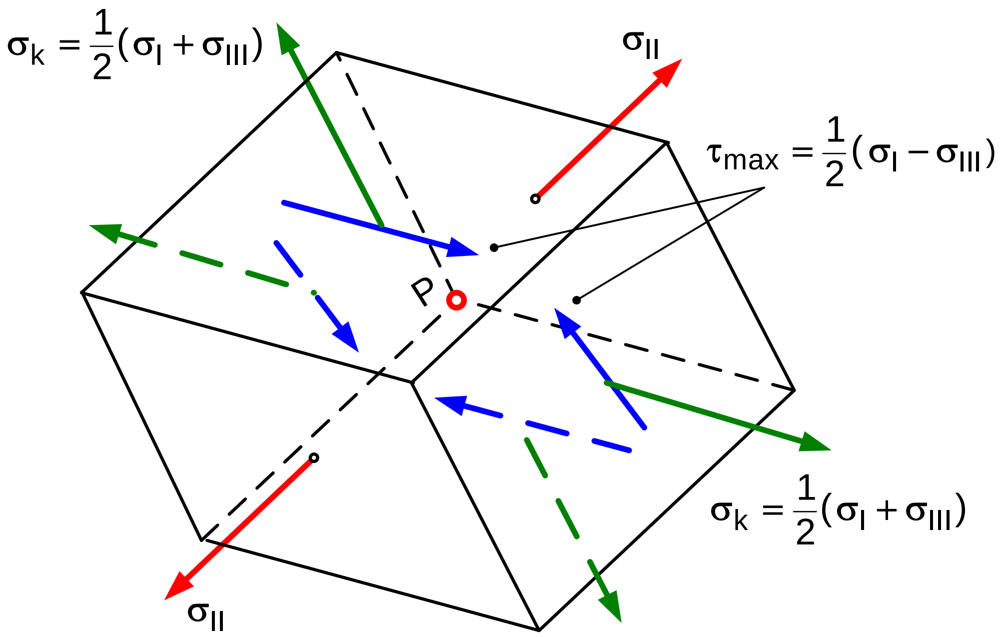
MAKSIMILEIKKAUSJÄNNITYS

Leikkausjännityksen absoluuttinen maksimiarvo eli **pääleikkausjännitys** on

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_I - \sigma_{III})}$$

Pääleikkausjännitys esiintyy sen jännityselementin tahoissa, joka saadaan kiertämällä pääjännityselementtiä 45^0 keskimmäisen pääjännityksen σ_{II} suunnan ympäri.

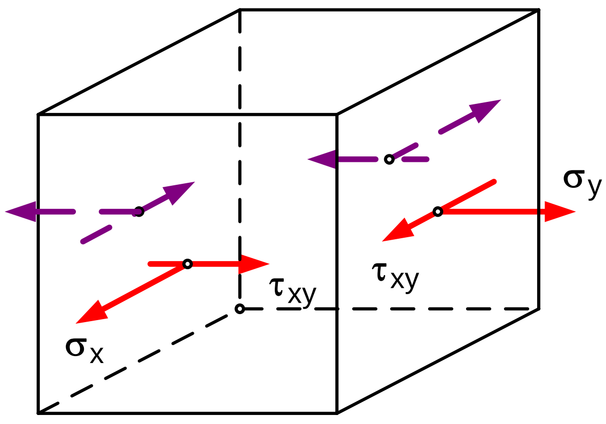
Pääleikkausjännityselementti:



Pääleikkausjännityksen esiintymistahoissa vaikuttaa normaalijännitys:

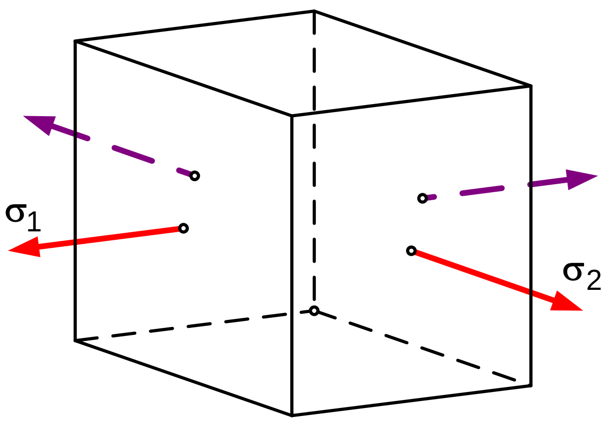
$$\boxed{\sigma_k = \frac{1}{2}(\sigma_I + \sigma_{III})}$$

TASOJÄNNITYSTILA



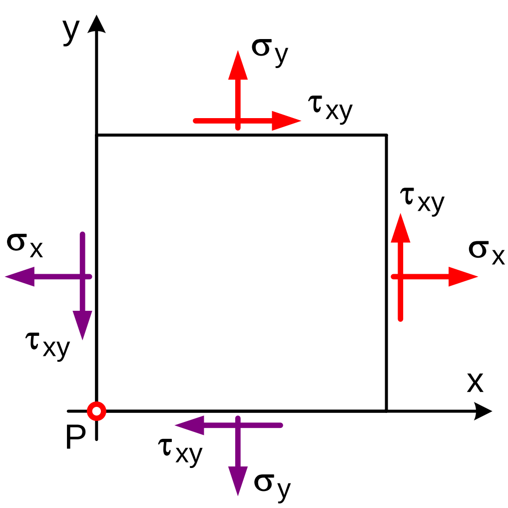
$$[S]=\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy} & 0\\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

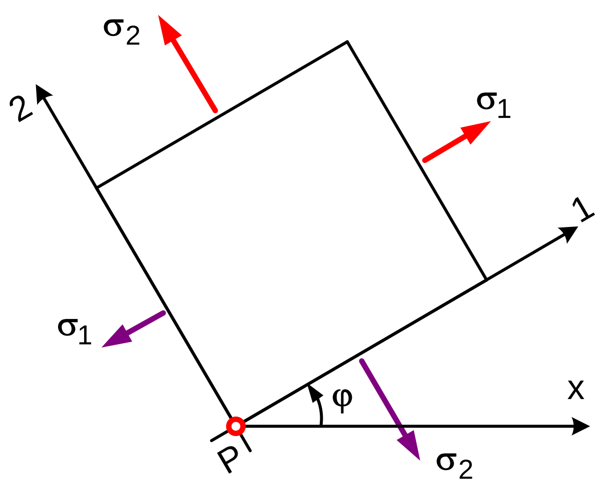
Tasojännitystila



$$[S]=\begin{bmatrix}\sigma_1 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

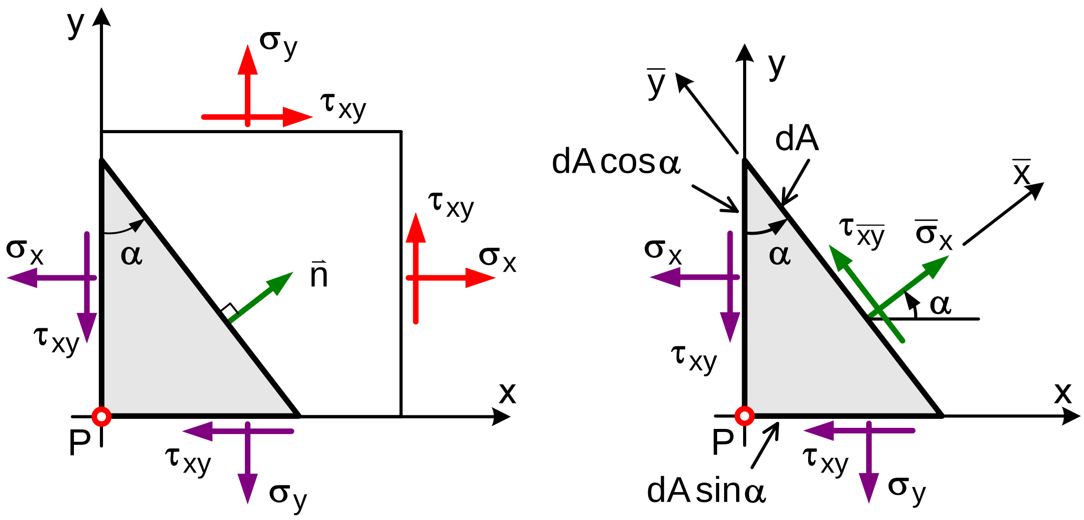
Pääelementti





TASOJÄNNITYSTILA

Tasapainoehdot:



$$\nearrow \quad \sigma_{\bar{x}} dA - \sigma_x dA\cos\alpha \cdot \cos\alpha - \sigma_y dA\sin\alpha \cdot \sin\alpha - \tau_{xy} dA\cos\alpha \cdot \sin\alpha - \tau_{xy} dA\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0$$

$$\nwarrow \quad \tau_{\bar{x}\bar{y}} dA + \sigma_x dA\cos\alpha \cdot \sin\alpha - \sigma_y dA\sin\alpha \cdot \cos\alpha - \tau_{xy} dA\cos\alpha \cdot \cos\alpha + \tau_{xy} dA\sin\alpha \cdot \sin\alpha = 0$$

Kiertokaavat:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha + 2\tau_{xy}\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sigma_{\bar{y}} = \sigma_x \sin^2\alpha + \sigma_y \cos^2\alpha - 2\tau_{xy}\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\tau_{\bar{x}\bar{y}} = -(\sigma_x - \sigma_y)\sin\alpha\cos\alpha + \tau_{xy}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$$

Trigonometrian mukaan ovat voimassa kaavat

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}[1+\cos(2\alpha)] \quad \sin^2\alpha = \frac{1}{2}[1-\cos(2\alpha)] \quad \sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}\sin(2\alpha)$$

Sijoittamalla nämä kiertokaavoihin seuraa

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos(2\alpha) + \tau_{xy}\sin(2\alpha)$$

$$\tau_{\bar{x}\bar{y}} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin(2\alpha) + \tau_{xy}\cos(2\alpha)$$

Otetaan käyttöön **vakiot** R, φ ja σ_k seuraavasti:

$$\frac{1}{2}\left(\sigma_x - \sigma_y\right) = R\cos(2\varphi) \qquad \tau_{xy} = R\sin(2\varphi) \qquad R \geq 0$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \sigma_k = \dfrac{1}{2}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) & R = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \tan(2\varphi) = \dfrac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} & \tau_{xy}\sin(2\varphi) \geq 0 \end{array}}$$

Kiertokaavat menevät nyt muotoon

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_k + R\left[\cos(2\varphi)\cos(2\alpha) + \sin(2\varphi)\sin(2\alpha)\right]$$
$$\tau_{\overline{xy}} = -R\left[\cos(2\varphi)\sin(2\alpha) - \sin(2\varphi)\cos(2\alpha)\right]$$

Trigonometristen funktioiden summakaavojen avulla saadaan vielä muoto

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_k + R\cos(2\alpha - 2\varphi) \qquad \tau_{\overline{xy}} = -R\sin(2\alpha - 2\varphi)$$

Pääsuunnissa on $\tau_{\overline{xy}} = 0$, mistä seuraa

$$\sin(2\alpha - 2\varphi) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha - 2\varphi = 0 \quad \text{tai} \quad 2\alpha - 2\varphi = \pi \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha = \varphi \quad \text{tai} \quad \alpha = \varphi + \pi/2}$$

Pääjännitysten lausekkeiksi tulee

$$\boxed{\sigma_1 = \sigma_k + R \qquad \sigma_2 = \sigma_k - R}$$

Nähdään myös, että

$$\boxed{\sigma_1 = \max_{\alpha}(\sigma_{\bar{x}}) \qquad \sigma_2 = \min_{\alpha}(\sigma_{\bar{x}})}$$

Pääjännitykset esiintyvät toisiaan vastaan kohtisuorissa tasoissa ja ovat normaalijännityksen ääriarvoja.

Kun pääjännitykset $\boxed{\sigma_1 \,,\, \sigma_2 \,,\, \sigma_3 = 0}$ on järjestetty algebralliseen suuruusjärjestykseen, käytetään niistä merkintöjä $\boxed{\sigma_I \,,\, \sigma_{II} \,,\, \sigma_{III}}$. Tällöin on siis voimassa $\boxed{\sigma_I \geq \sigma_{II} \geq \sigma_{III}}$.

Leikkausjännityksen ääriarvot xy-tasossa saavutetaan, kun

$$\sin(2\alpha - 2\varphi) = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha - 2\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{tai} \quad 2\alpha - 2\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha = \varphi + \pi / 4 \quad \text{tai} \quad \alpha = \varphi - \pi / 4}$$

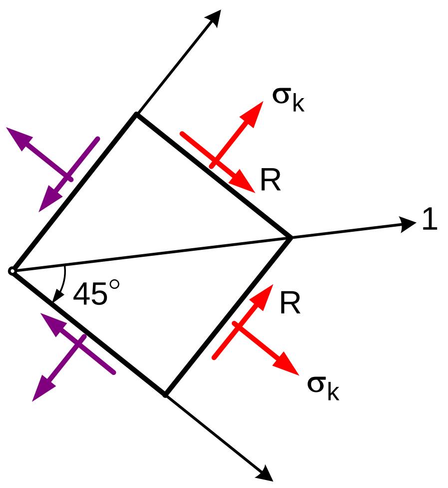
Leikkausjännityksen ääriarvoiksi tulee näissä suunnissa

$$\min_{\alpha}(\tau_{\overline{xy}}) = -R = -\frac{1}{2}\left(\sigma_1 - \sigma_2\right) = -\tau_3$$

$$\max_{\alpha}(\tau_{\overline{xy}}) = R = \frac{1}{2}\left(\sigma_1 - \sigma_2\right) = \tau_3$$

Normaalijännitys ei ole nolla leikkausjännityksen ääriarvosuunnilla, vaan saa kummallakin suunnalla arvon σ_k.

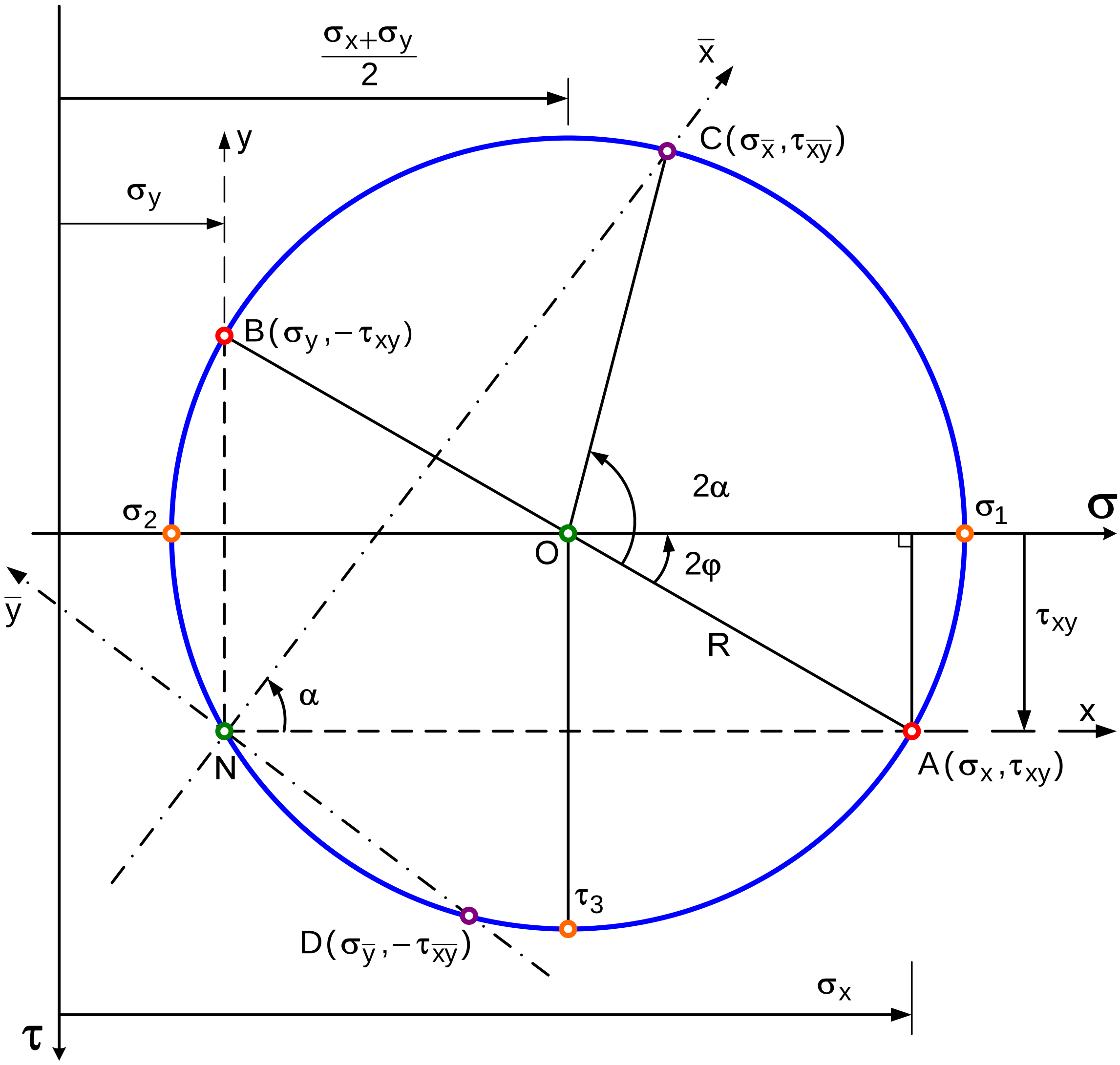
τ_{max} – elementti



xy-tason τ_{max} ei ole välttämättä absoluuttinen ääriarvo, joka on

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}}$$

MOHRIN YMPYRÄ



LAATIMINEN JA KÄYTTÖ:

1. $\sigma\tau$ – koordinaatisto, τ alaspäin.

2. Sijoitetaan koordinaatistoon pisteet $A(\sigma_x, \tau_{xy})$ ja $B(\sigma_y, -\tau_{xy})$.

3. Piirretään halkaisija AB, löydetään keskipiste O (aina σ – akselilla) ja säde $R = OA$. Piirretään Mohrin ympyrä.

4. Piirretään pisteestä A vaakasuora, joka leikkaa ympyrää navassa N. Sijoitetaan xy-koordinaatiston origo napaan, x oikealle suuntaan NA ja y ylöspäin suuntaan NB.

5. Nähdään pääjännitykset σ_1 ja σ_2, pääsuunta φ ja xy-tason $\tau_{max} = \tau_3$.

6. xy-tason suuntaan α liittyvät jännityskomponentit nähdään lukemalla navassa olevan kulman α kiertyneen $\overline{xy}$ – koordinaatiston akseleiden ja Mohrin ympyrän leikkauspisteiden koordinaatit.

KOLMEN MOHRIN YMPYRÄN ESITYS