II.8. Ympyrälevyn b = 500 mm, ρ = 7850 kg/m³, E = 210 GPa ja ν = 0,3. Määritä kuinka suuri levyn pyörimisnopeus n voi enintään olla, kun sallittu halkaisijan muutos on 0,2 mm. Laske suurinta pyörimisnopeutta vastaava levyn normaalijännityksen maksimiarvo.

Ratkaisu:

$$\text{MPa} := \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \qquad \text{E} := 210 \cdot 10^3 \cdot \text{MPa} \qquad \qquad \nu := 0.3 \qquad \qquad \rho := 7850 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$b := 500 \cdot mm$$
 $\Delta d := 0.2 \cdot mm$

$$u_r(r\,,\omega)\,:=\,\frac{1-\nu}{8\cdot E}\cdot \rho\cdot \omega^2\cdot \left[\left(3+\nu\right)\cdot b^2\cdot r-\left(1+\nu\right)\cdot r^3\right]$$

$$\mathsf{u}_\mathsf{r}(\mathsf{b}\,,\omega) = \frac{\Delta\mathsf{d}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1-\nu}{8\cdot\mathsf{E}}\cdot\rho\cdot\omega^2\cdot2\cdot\mathsf{b}^3 = \frac{\Delta\mathsf{d}}{2} \qquad \Rightarrow$$

$$\omega := \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta d \cdot E}{(1 - \nu) \cdot \rho \cdot b^3}} \qquad \qquad \omega = 349.704 \frac{rad}{s}$$

$$rpm := \frac{Hz}{60} \hspace{1cm} n := \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \hspace{1cm} n = 3339.429 \, rpm$$

$$max\sigma_{\theta} = max\sigma_{r} = \frac{3+\nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^{2} \cdot b^{2}$$

$$max\sigma := \frac{3+\nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot b^2$$

$$max\sigma = 99.000 MPa$$