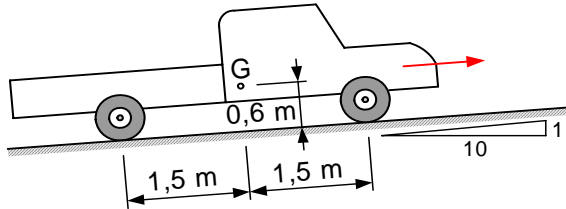


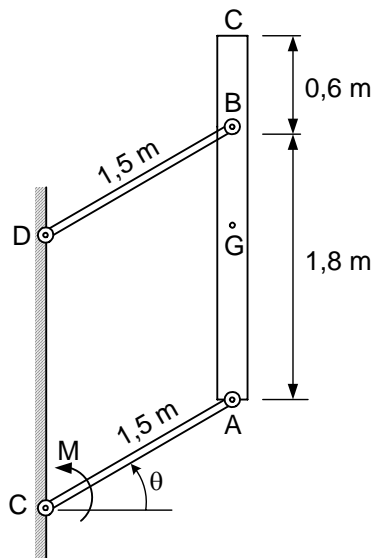
Liite lukuun 6.

Jäykän kappaleen tasokinetiikka - harjoitustehtäviä



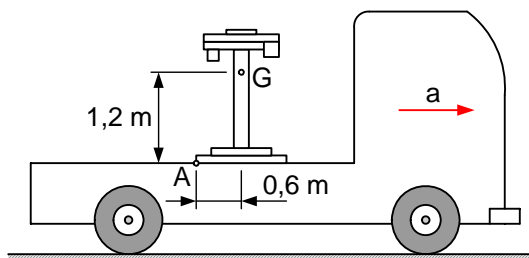
6.1 Avolavapakettiauton massa on 1500 kg. Auto lähtee levosta liikkeelle 10 % ylämäkeen ja saavuttaa vakio- kiihtyvyydellä nopeuden 50 km/h 60 m matkalla. Laske pyöräparien normaalivoimat ja vetävien takapyörien kitkavoima. Tien ja renkaiden välinen kit-

kakerroin on vähintään 0,8. Vast. $N_E = 6550 \text{ N}$ $N_T = 8100 \text{ N}$ $F_\mu = 3880 \text{ N}$



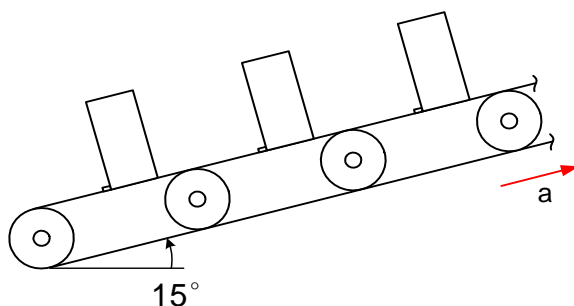
6.2 Sauvan AC massa on 150 kg ja $AG = GC$. Sauva nostetaan levosta kohdasta $\theta = 0^\circ$ massattomien varsien AC ja BD avulla kohtaan C vaikuttavalla momentilla $M = 5 \text{ kNm}$. Määritä varsien kulmakiihtyvyys α kulman θ funktiona ja laske varren BD normaalivoima, kun $\theta = 30^\circ$.

Vast. $\alpha = (14,18 - 6,54 \cos \theta) \text{ 1/s}^2$ $BD = 2,14 \text{ kN}$

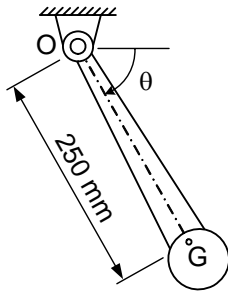


6.3 Porakonetta kuljetetaan auton lavalla ja kuljettaja on unohtanut kiinnittää koneen lavaan. Lepokitkakerroin kohdassa A on 0,6 ja porakoneen massakeskiö on G. Määritä suurin kiihtyvyys a , joka autolla voi olla, jotta porakone ei luista eikä kaadu lavalla.

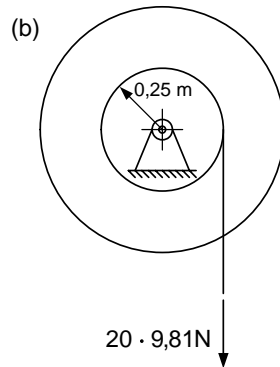
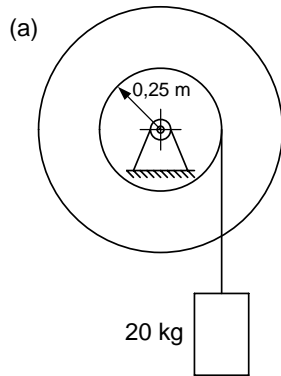
Vast. $4,91 \text{ m/s}^2$



6.4 Kuvan mukaisella kuljettimella siirretään homogeenisia sylintereitä ylöspäin 15° kulmassa vaakatasoon nähden. Sylinterin pohjan halkaisija on puolet sylinterin korkeudesta. Määritä suurin kiihtyvyys, jolla hihna voidaan käynnistää niin, että sylinterit eivät kaadu. Vast. $2,20 \text{ m/s}^2$



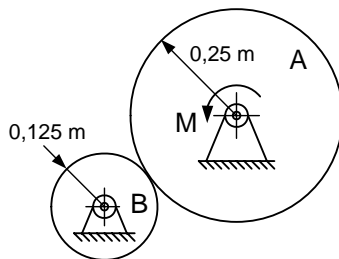
6.8 Kuvan heilurin massakeskiö on G, massa 7,5 kg ja hitaussäde akselin O suhteen on 295 mm. Heiluri päästetään lepoasennosta $\theta = 0^\circ$ liikkeelle. Määritä laakerin O tukireaktioresultantti, kun $\theta = 60^\circ$. Laakerin kitkaa ei oteta huomioon. Vast. 156 N



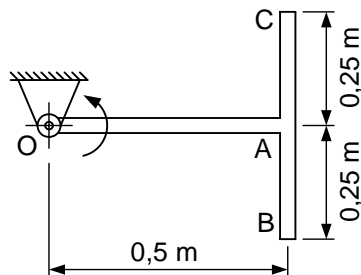
6.9 Nostorummun massa on 100 kg ja hitaussäde akselin suhteen 375 mm. Laske rummun kulmakiihtyvyys tapauksissa (a) ja (b), kun laakerin kitkaa ei oteta huomioon.

Vast. $\alpha_a = 3,20 \text{ 1/s}^2$

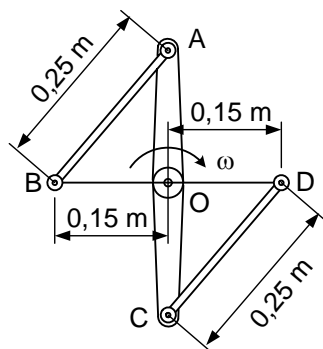
$\alpha_b = 3,49 \text{ 1/s}^2$



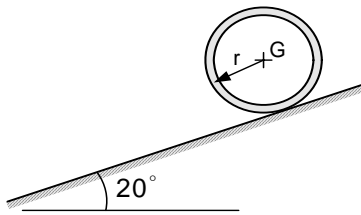
6.10 Hammaspyörän A massa on 24 kg ja hitaussäde akselin suhteen 150 mm. Hammaspyörän B vastaavat suureet ovat 6 kg ja 75 mm. Laske pyörän B kulmakiihtyvyys, kun pyörään A vaikuttaa momentti $M = 8 \text{ Nm}$. Vast. $23,7 \text{ 1/s}^2$



6.11 Sauvoilla OA ja BC on sama massa 8 kg. Ne on kiinnitetty toisiinsa hitsaamalla kohdasta A ja muodostavat yhdessä T-muotoisen kappaleen, joka pyörii akselin O ympäri vapaasti. Kappaleen kulmanopeus on 4 1/s sauvan OA ollessa vaaka-asennossa. Laske laakerin O tukireaktioresultantti. Vast. 101 N



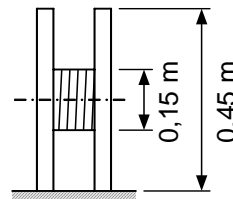
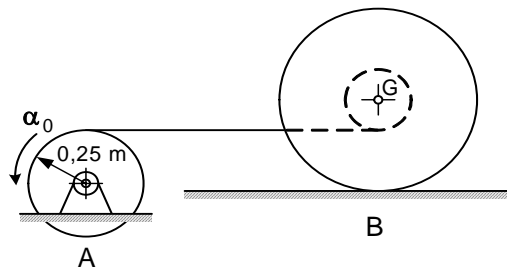
6.12 Sauva AC pyörii vakio kulmanopeudella $\omega = 10 \text{ 1/s}$ akselin O ympäri myötäpäivään. Kummankin varren AB ja CD massa on 4 kg ja niitä pidetään kuvan asennossa vaijereiden OB ja OD avulla. Vaijerit ovat kohtisuorassa sauvaa AC vastaan. Laske vaijereiden OB ja OD rasitus. Vast. 30 N



6.13 Metallirengas päästetään levosta liikkumaan pitkin kaltevaa tasoa. Renkaan säde on 150 mm, tason kaltevuuskulma on 20° , lepokitkakerroin $\mu_s = 0,15$ ja liikekitkakerroin $\mu_k = 0,12$. Määritä aika jonka kuluttua rengas on liikkunut tasolla 3 m ja laske tätä hetkeä vastaava renkaan kulmakihti.

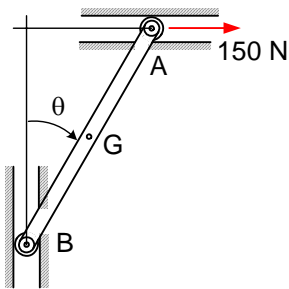
Vast. 1,63 s 7,37 $1/s^2$

6.14 Rummulle A annetaan vakio kulmakihti $\alpha_0 = 3 \text{ 1/s}^2$, josta aiheutuu rullan B liike vaakatasolla. Rullan hitaussäde massakeskiönsä G suhteen on 250 mm. Rul-



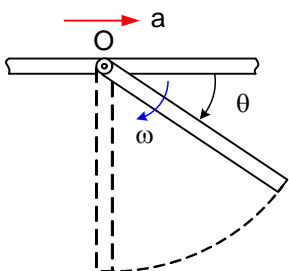
lan ja vaakatason välinen lepokitkakerroin on 0,25. Määritä vaijerin rasitus ja vaakatasosta rullaan kohdistuva kitkavoima.

Vast. 155 N 76 N



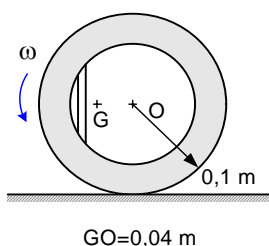
6.15 Sauvan AB päät liikkuvat pitkin pystytasossa olevia johteita kuvan mukaisesti. Sauva on aluksi levossa asennossa $\theta = 30^\circ$, kunnes voima 150 N alkaa vaikuttaa. Laske seurauksena oleva sauvan AB kulmakihti ja rullien A ja B tukireaktiot. Kitkaa ei oteta huomioon.

Vast. 4,69 $1/s^2$ 337 N 77 N



6.16 Auton ovi on epähuomiossa jäänyt hieman raolleen, kun autoa aletaan jarruttaa vakio hidastuvuudella a. Johda lauseke oven kulmanopeudelle ω oven ollessa kohdassa $\theta = 90^\circ$ ja laske saranoiden tukireaktiokomponentit kulman θ funktiona. Oven massa on m, massakeskiön etäisyys akselista O on r ja hitaussäde akselin O suhteen on k.

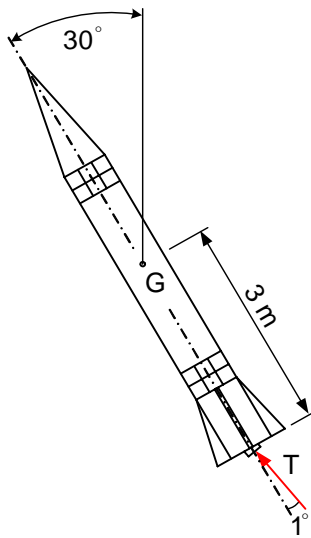
Vast. $\omega(90^\circ) = \sqrt{2ar/k}$



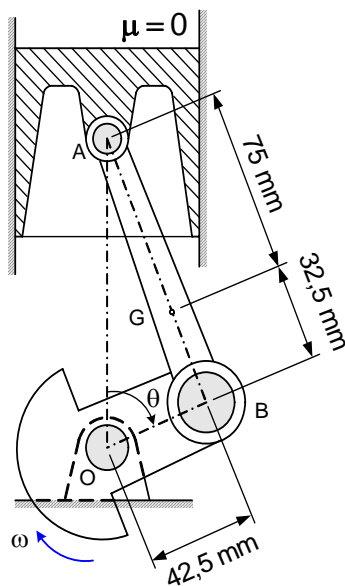
6.17 Tasapainottamaton rengas vierii liukumatta vaakatasolla. Renkaan massa on 10 kg ja kuvan asennossa sen kulmanopeus on 2 $1/s$. Renkaan hitaussäde massakeskiön G suhteen on 64 mm. Laske kuvan asentoa vastaava alustan ja renkaan välinen normaalivoima ja kitkavoima.

Vast. 88 N 24 N

6.18 Raketti lentää maan ilmakehän yläpuolella 400 km korkeudella, jolloin putoamiskiihtyvyys on $8,69 \text{ m/s}^2$. Raketti lentää pystysuuntaan nähden 30° kulmassa ja sen jäljellä oleva massa on 300 kg. Rakettimoottorin työntövoima on $T = 4 \text{ kN}$ ja suutin on kuvan mukaisesti kääntyneenä 1° lentosuunnasta. Laske raketin massakeskiön G kiihtyvyysskomponentit a_x ja a_y sekä raketin kulmakiihtyvyys α . Raketin hitaussäde massakeskiön suhteen on 1,5 m.

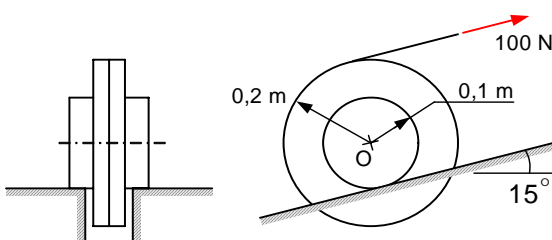


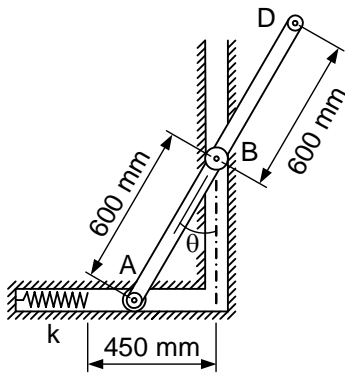
Vast. $6,87 \text{ m/s}^2$ $2,74 \text{ m/s}^2$ $0,31 \text{ 1/s}^2$



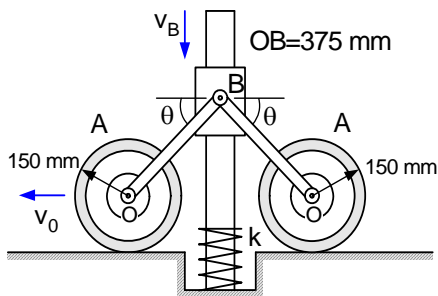
6.19 Kiertokangen AB massa on 0,6 kg ja hitaussäde massakeskiön G suhteen on 28 mm. Männän ja männäntapin A yhteenlaskettu massa on 0,82 kg. Kampiakselin pyörimisnopeus on vakio 3000 r/min , jolloin vastaava kulmanopeus on $100 \cdot \pi \text{ 1/s}$. Laske männäntappiin A kohdistuva voima asennossa $\theta = 90^\circ$, kun komponenttien painovoimia eikä männän yläpuolista painetta oteta huomioon. Vast. 1522 N

6.20 Pyörä vierii liukumatta ylös kaltevaa tasoa, kun 100 N voima vaikuttaa pyörän kehältä purkautuvaan köyteen. Laske pyörän kulmanopeus, kun sen keskipiste on liikkunut 3 m alkuasemasta, jossa pyörä oli lepotilassa. Pyörän massa on 40 kg, massakeskiö on O ja hitaussäde massakeskiön suhteen 150 mm. Määritä myös 100 N voiman teho, kun pyörä on liikkunut 3 m. Vast. $30,3 \text{ 1/s}$ 908 W

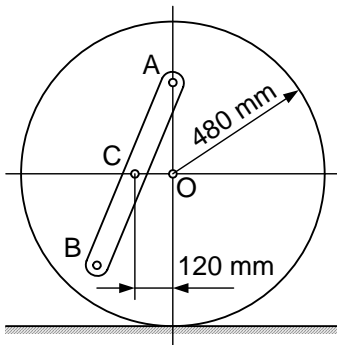




6.21 Sauvan ABD massa on 20 kg ja massakeskiö B. Sauva päästetään levosta liikkeelle, kun kulma $\theta = 0^+$. Rulla B liikkuu pystysuuntaisessa johteessa ja rulla A vaakasuuntaisessa johteessa, jossa oleva jousi alkaa puristua, kun sauva on kallistunut riittävästi. Määritä (a) sauvan kulmanopeus kohdassa $\theta = 30^\circ$ ja (b) nopeus, jolla rulla B osuu vaakatasoon. Jousivakio $k = 5 \text{ kN/m}$ ja johteet ovat kitkattomat. Vast. $2,74 \text{ 1/s}$ $2,15 \text{ m/s}$

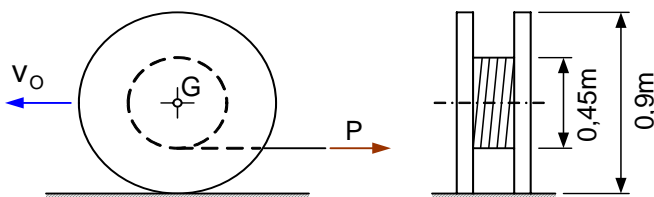


6.22 Kuvan mekanismin pyörien A massa on 30 kg ja hitaussäde massakeskiön O suhteen 100 mm. Varsien OB massa on 10 kg ja niitä voidaan pitää ohuina sauvoina. Luistin B massa on 7 kg ja se liikkuu kiinteätä pystysuuntaista sauva pitkin kitkattomasti. Jousivakio $k = 30 \text{ kN/m}$ ja luistin alaosa koskettaa juuri joustajousta varsien OB ollessa vaakasuorassa. Luisti päästetään levosta liikkeelle asemasta $\theta = 45^\circ$ ja kitka riittää estämään pyörien A luiston. Määritä (a) luistin nopeus sen osuessa jouseen ja (b) jousen suurin puristuma. Vast. $2,54 \text{ m/s}$ $60,1 \text{ mm}$

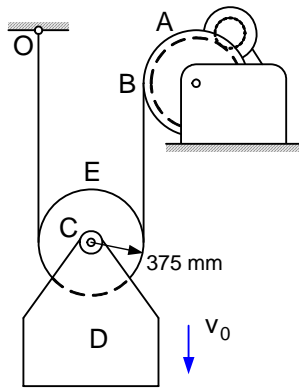


6.23 Sauvan ACB massa on 20 kg ja hitaussäde massakeskiön C suhteen 160 mm ja se on kiinnitetty homogeeniseen ympyrälevyyn, jonka massa on 130 kg. Levy ja sauva päästetään levosta liikkeelle kuvan mukaisesta alkuasemasta. Laske levyn suurin kulmanopeus seurauksena olevan liikkeen aikana. Levy vierii liukumatta. Vast. $0,98 \text{ 1/s}$

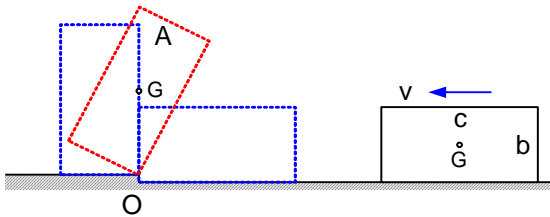
6.24 Kaapeli on kiedottu symmetriselle kelalle kuvan mukaisesti. Kaapelin päähän vaikuttava voima kasvaa funktion $P(t) = 6,5 \cdot t \text{ N/s}$, $t \geq 0$ osoittamalla tavalla. Kelan massakeskiön nopeus hetkellä $t = 0$ on $0,9 \text{ m/s}$ vasemmalle. Kelan massa on



60 kg ja hitaussäde massakeskiön suhteen 250 mm. Määritä kelan kulmanopeus hetkellä $t = 10 \text{ s}$, kun tiedetään, että kela vierii liukumatta. Vast. $2,60 \text{ 1/s}$ myötäpäivään

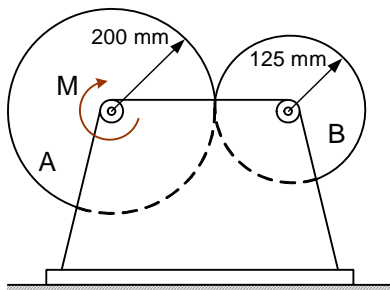


6.25 Kuvassa esitetyn nostolaitteen pyörän E massa on 30 kg ja hitaussäde massakeskiön C suhteen 250 mm. Kuorman D massa on 40 kg. Kuorma liikkuu alussa nopeudella 1,2 m/s alaspäin, kunnes nostorumpuun A alkaa vaikuttaa myötäpäiväinen momentti, joka pitää nostovaijerin B rasituksen vakioarvossa 380 N. Laske pyörän E kulmanopeus, kun 5 s on kulunut momentin vaikutuksen alkamisesta sekä vaijerin O rasitus momentin vaikuttaessa. Kitkaa ei oteta huomioon. Vast. 8,53 1/s 368 N



6.26 Suorakulmaisen särmiön muotoinen laatikko liikkuu vaakatasoa pitkin vakionopeudella v , kun se osuu kohdassa O olevaan matalaan korokkeeseen. Laske, mikä on nopeuden v pienin arvo, jolla laatikko nousee asentoon A ilman loppunopeutta.

Törmäyksen kohtaan O oletetaan tapahtuvan siten, että laatikko ei ponnahda takaisin, vaan alkaa heti kääntyä. Laske myös törmäyksessä tapahtuva suhteellinen energiahäviö $\Delta E/E$, kun $b = c$. Vast. 62,5 %



6.27 Hammaspyörät A ja B ovat aluksi levossa ja momentti $M = 0$, jolloin pyörien akselisiin kohdistuvat rungosta voimat $R_A = 120$ N ja $R_B = 64$ N, jotka vaikuttavat ylöspäin ja aiheutuvat hammaspyörien painovoimista. Pyörään A alkaa sitten vaikuttaa momentti $M = 6,8$ Nm. 4 s kuluttua pyörän A liikemäärän momentti akselinsa suhteen on $15 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$ myötäpäivään ja pyörän B liikemäärän momentti akselinsa suhteen on $5 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$. Laske tätä hetkeä vastaavat rungosta akselisiin kohdistuvat voimat \tilde{R}_A ja \tilde{R}_B . Ratkaise tehtävä tarkastelemalla pyöriä A ja B yhtäaikaa kappalesysteeminä. Vast. 107 N 77 N