



II.3. Sovella rotaatiosymmetristä ratkaisua kuvan mukaisen tasaisen reunapaineen p kuormittaman ohuen ympyrälevyn tapaukseen.

Ratkaisu:

Säteittäisjännityksen lauseke on muotoa: $\sigma_r = A + \frac{B}{r^2}$

Reunaehdot ovat: $\sigma_r(0) \neq \infty$ $\sigma_r(R) = -p$ \Rightarrow $B = 0$ $A = -p$

$$\Rightarrow \sigma_r = -p$$

Kehäjännitys saadaan tasapainoyhtälöstä ($f_r = 0$) $\sigma_\theta = -r \sigma_{r,r} + \sigma_r$

$$\Rightarrow \sigma_\theta = -p$$

Kehän suuntainen venymä ratkeaa materiaaliyhtälöstä $\epsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu \sigma_r)$

$$\Rightarrow \epsilon_\theta = \frac{1}{E}[-p - \nu(-p)] \Rightarrow \epsilon_\theta = -\frac{1-\nu}{E}p$$

Säteittäisvenymä on $\epsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu \sigma_\theta)$ \Rightarrow $\epsilon_r = -\frac{1-\nu}{E}p$

Säteittäissiirtymä ratkeaa kinemaattisesta yhtälöstä $u_r = r \epsilon_\theta$

$$\Rightarrow u_r = -\frac{1-\nu}{E}pr$$

Säteen muutos $\Delta R = u_r(R)$ \Rightarrow $\Delta R = -\frac{1-\nu}{E}pR$