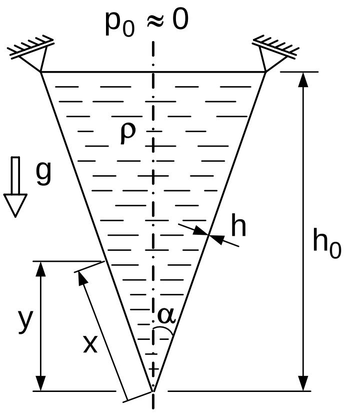


IV.6. Kuvan mukainen kartion muotoinen nestesäiliö on täynnä nestettä (tiheys ρ). Määritä kalvojännityksien lausekkeet sivuviivan suuntaisen koordinaatin x funktiona. Sovella tuloksia lukuarvoihin $\alpha = 45^\circ$, $a = 3\text{ m}$, $h = 5\text{ mm}$, $h_0 = 5\text{ m}$, $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$, $g = 9{,}81\text{ m/s}^2$. Piirrä kalvovoimien ja VVEHin mukaisen vertailujännityksen kuvaajat koordinaatin x funktiona ja etsi vertailujännityksen maksimikohta ja -arvo.

Ratkaisu:

$$y = x\cos\alpha \qquad p_r = \rho g(h_0 - y) = \rho g(h_0 - x\cos\alpha) \qquad p_x = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$N_\theta = \rho g x(h_0 - x\cos\alpha)\tan\alpha \qquad \text{(vetoa)}$$

Kehän suuntaisen kalvovoiman N_θ maksimiarvo on kohdassa $x = \dfrac{h_0}{2\cos\alpha}$ ja se on

$$\max N_\theta = \frac{\rho g h_0^2 \tan\alpha}{4\cos\alpha}$$

$$N_x = \frac{1}{x}\left[\int \rho g x(h_0 - x\cos\alpha)\tan\alpha\, dx + C\right] = \frac{1}{x}\left[\rho g\left(\frac{h_0}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\cos\alpha\right)\tan\alpha + C\right]$$

$$\Rightarrow \qquad N_x = \rho g\left(\frac{h_0}{2}x - \frac{1}{3}x^2\cos\alpha\right)\tan\alpha + \frac{C}{x}$$

Reunaehto: Yläreunan meridiaanivoimaresultantin pystykomponentti = astiassa olevan nesteen painovoima $\Rightarrow$

$$2\pi h_0\tan\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\left[\rho g\left(\frac{h_0}{2}\frac{h_0}{\cos\alpha} - \frac{1}{3}\frac{h_0^2}{\cos^2\alpha}\cos\alpha\right)\tan\alpha + \frac{C\cos\alpha}{h_0}\right] = \frac{1}{3}\pi(h_0\tan\alpha)^2 h_0\rho g$$

$$\Rightarrow \qquad 2\cos\alpha\left(\rho g\frac{h_0^2}{6\cos\alpha}\tan\alpha + \frac{C\cos\alpha}{h_0}\right) = \frac{1}{3}h_0^2\rho g\tan\alpha \qquad \Rightarrow \qquad C = 0$$

$$\Rightarrow \qquad N_x = \rho g\frac{x}{2}\left(h_0 - \frac{2}{3}x\cos\alpha\right)\tan\alpha \qquad \text{(vetoa)}$$

Sivuviivan suuntaisen kalvovoiman N_x maksimiarvo on kohdassa $x = \dfrac{3h_0}{4\cos\alpha}$ ja se on

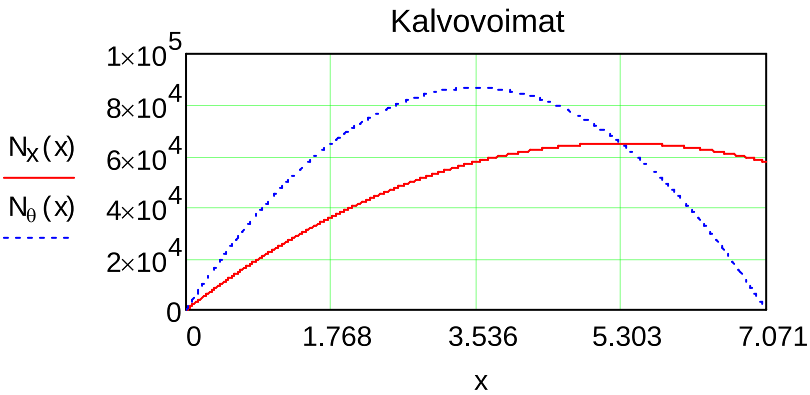
$$\max N_x = \frac{3\rho g h_0^2\tan\alpha}{16\cos\alpha}$$

Lähtötiedot: $MPa := \frac{N}{mm^2}$ $\rho := 1000 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $g := 9.81 \cdot \frac{m}{s^2}$ $\alpha := 45 \cdot deg$

$h_0 := 5 \cdot m$ $h := 5 \cdot mm$

$$N_\theta(x) := \rho \cdot g \cdot x \cdot \left(h_0 - x \cdot \cos(\alpha)\right) \cdot \tan(\alpha) \qquad \sigma_\theta(x) := \frac{N_\theta(x)}{h}$$

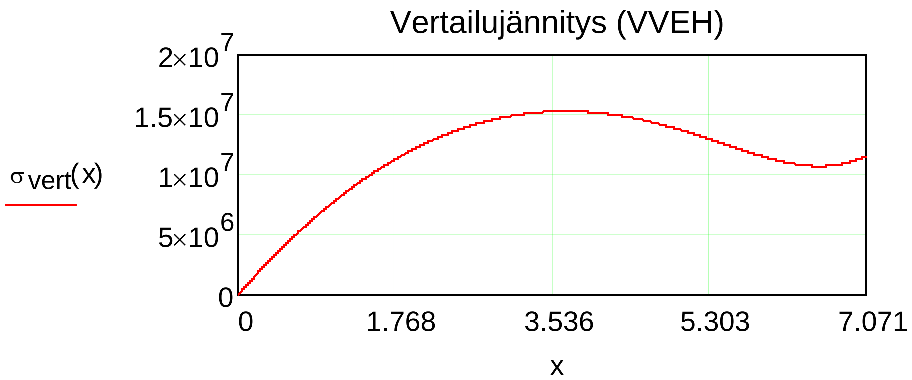
$$N_x(x) := \rho \cdot g \cdot \frac{x}{2} \cdot \left(h_0 - \frac{2}{3} \cdot x \cdot \cos(\alpha)\right) \cdot \tan(\alpha) \qquad \sigma_x(x) := \frac{N_x(x)}{h}$$



$$N_\theta\left(\frac{h_0}{2 \cdot \cos(\alpha)}\right) = 86708.969 \frac{N}{m}$$

$$N_x\left(\frac{3h_0}{4 \cdot \cos(\alpha)}\right) = 65031.727 \frac{N}{m}$$

$$\sigma_{vert}(x) := \sqrt{\sigma_\theta(x)^2 + \sigma_x(x)^2 - \sigma_\theta(x) \cdot \sigma_x(x)}$$



Alkuarvaus: $x := \frac{h_0}{4 \cdot \cos(\alpha)}$

Giver $0 \le x \le \frac{h_0}{\cos(\alpha)}$ $p := Maximize(\sigma_{vert}, x)$ $p = 3.684\,m$

$\sigma_{vert}(p) = 15.317\,MPa$