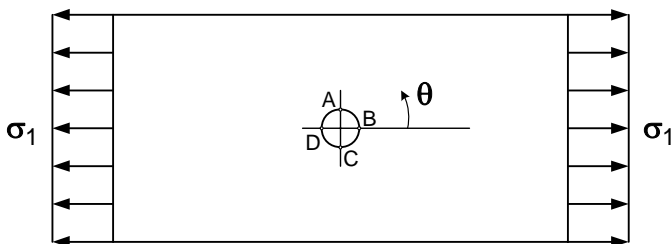


II.10. Osoita, että oheisen levyn pienen reiän reunapisteen ($r = a$) $\max \sigma_\theta = 3\sigma_1 - \sigma_2$ ja $\min \sigma_\theta = -\sigma_1 + 3\sigma_2$, kun $\sigma_1 \geq \sigma_2$. Sovella tulosta isotrooppiseen ($\sigma_1 = \sigma_2$) ja puhtaan leikkausjännitystilän ($\sigma_1 = -\sigma_2$) loven muotolukujen määrittämiseen.

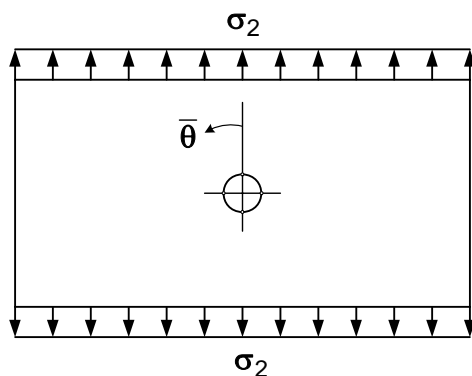
Ratkaisu:



$$\sigma_{\theta 1}(a, \theta) = \frac{\sigma_1}{2} (2 - 4 \cos 2\theta) \Rightarrow$$

$$\sigma_{\theta 1}(a, \theta) = \sigma_1 (1 - 2 \cos 2\theta)$$

(+)



$$\sigma_{\bar{\theta} 2}(a, \bar{\theta}) = \frac{\sigma_2}{2} (2 - 4 \cos 2\bar{\theta}) \Rightarrow$$

$$\sigma_{\bar{\theta} 2}(a, \bar{\theta}) = \sigma_2 (1 - 2 \cos 2\bar{\theta})$$

$$\bar{\theta} = \theta - 90^\circ \Rightarrow$$

$$\sigma_{\theta 2}(a, \theta) = \sigma_2 [1 - 2 \cos(2\theta - 180^\circ)]$$

$$\Rightarrow \sigma_{\theta 2}(a, \theta) = \sigma_2 (1 + 2 \cos 2\theta)$$

Yhteensä $\sigma_\theta(a, \theta) = \sigma_1 (1 - 2 \cos 2\theta) + \sigma_2 (1 + 2 \cos 2\theta) \Rightarrow$

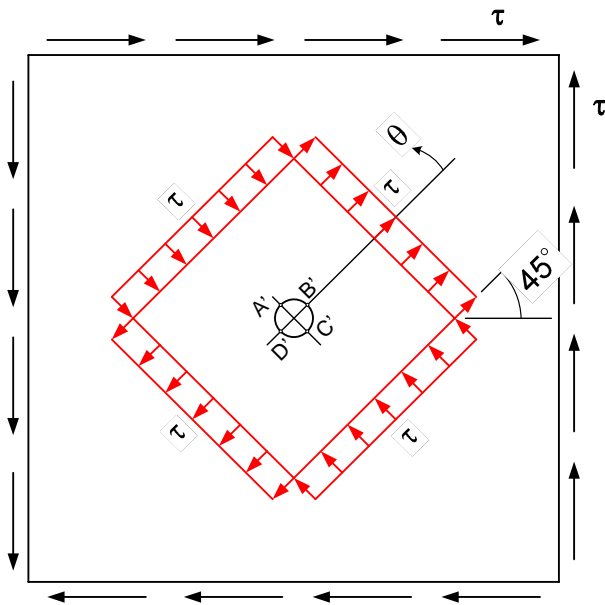
$$\sigma_\theta(a, \theta) = (\sigma_1 + \sigma_2) - 2(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta$$

Ääriarvot: $\max \sigma_\theta(a, \theta) = 3\sigma_1 - \sigma_2$, kun $\theta = 90^\circ$ (A) ja $\theta = 270^\circ$ (C)

$\min \sigma_\theta(a, \theta) = -\sigma_1 + 3\sigma_2$, kun $\theta = 0^\circ$ (B) ja $\theta = 180^\circ$ (D)

Isotrooppinen jännitystilä: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \Rightarrow$ kaikilla kulman θ arvoilla $\sigma_\theta(a, \theta) = 2\sigma$

Puhdas leikkausjännitystila:



Kaukana reiästä on tasojännitystila, jonka jännityskomponentit ovat

$$\sigma_x = 0 \quad \sigma_y = 0 \quad \tau_{xy} = \tau \quad \Rightarrow$$

Pääjännitykset:

$$\sigma_1 = \tau \quad \sigma_2 = -\tau$$

Pääsuunta:

$$\varphi_1 = 45^\circ \quad \varphi_2 = 135^\circ$$

Kun kulma θ mitataan kuvan mukaisesti on edellä saadun ratkaisun mukaan

$$\sigma_\theta(a, \theta) = -4\tau \cos 2\theta$$

Ääriarvot: $\max \sigma_\theta(a, \theta) = 4\tau$, kun $\theta = 90^\circ$ (A') ja $\theta = 270^\circ$ (C')

$\min \sigma_\theta(a, \theta) = -4\tau$, kun $\theta = 0^\circ$ (B') ja $\theta = 180^\circ$ (D')