



**2.4** Kolmesta jousesta koostuvaa puskuria käytetään pysäyttämään suuren massan vaakasuuntainen liike. Massan törmätessä puskuriin sen nopeus on 40 m/s. Kaksi ulointa joustia aiheuttavat pituuden muutokseensa verrannollisen hidastuvuuden, kuten kuvan käyrässä on esitetty. Kun pituuden muutos ylittää

määrän 0,5 m, keskellä oleva jousi lisää hidastuvuutta käyrän mukaisesti. Määritä uloimpien jousien pituuden muutos massan pysähtyessä.

**Ratkaisu:**

Käytetään yksikköjärjestelmää (m, s). Kiihtyvyys on aseman funktio. Kiihtyvyyden vaihtelua kuvaavien suorien yhtälöt ovat

$$a = \begin{cases} -2000x, & \text{kun } 0 \leq x \leq 0,5 \\ -4000x + 1000, & \text{kun } 0,5 \leq x \leq 1,0 \end{cases}$$

Käytetään energiadiifferentiaaliyhtälöä  $a dx = v dv$ .

Lasketaan ensin nopeus  $v_1$  asemassa  $x = 0,5$ , jolloin keskimmäinen jousi alkaa puristua. Alkutilanne on  $v_0 = 40$  ja  $x_0 = 0$ .

$$-2000x dx = v dv \Rightarrow \int_0^{0,5} -2000x dx = \int_{40}^{v_1} v dv \Rightarrow \int_0^{0,5} -1000x^2 = \int_{40}^{v_1} \frac{1}{2}v^2$$

$$\Rightarrow -1000 \cdot 0,5^2 = \frac{1}{2}v_1^2 - \frac{1}{2}40^2 \Rightarrow v_1^2 = 1100 \Rightarrow v_1 = 33,17$$

Tuloksesta nähdään, että massa ei pysähdy ennen asemaa  $x = 0,5$ . Lasketaan sitten asema  $x_2$ , kun kappale pysähtyy eli  $v = 0$ . Alkutilanne on  $v_1 = 33,17$  ja  $x_1 = 0,5$ .

$$(-4000x + 1000)dx = v dv \Rightarrow \int_{0,5}^{x_2} (-4000x + 1000)dx = \int_{33,17}^0 v dv$$

$$\Rightarrow \int_{0,5}^{x_2} (-2000x^2 + 1000x) = \int_{33,17}^0 \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow$$

$$-2000x_2^2 + 1000x_2 + 2000 \cdot 0,5^2 - 1000 \cdot 0,5 = -\frac{1}{2}33,17^2 \Rightarrow$$

$$x_2^2 - 0,5 \cdot x_2 - 0,275 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{0,5 \pm \sqrt{0,5^2 + 4 \cdot 0,275}}{2} \Rightarrow \boxed{x_2 = 0,831 \text{ m}}$$