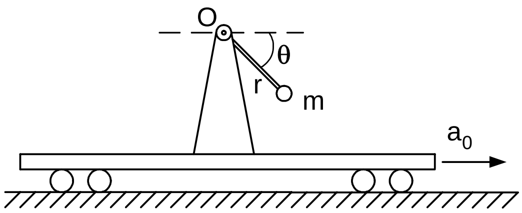
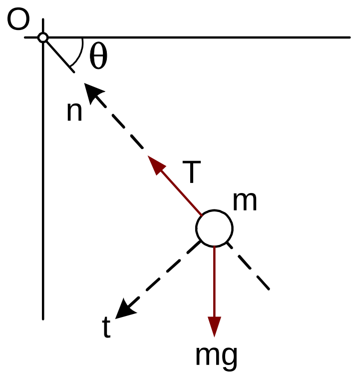
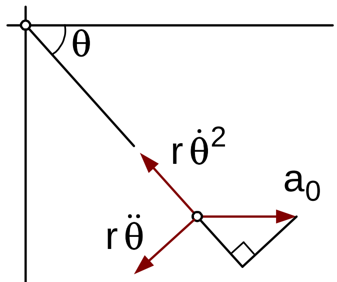


3.25 Heiluri on kiinnitetty vakiokiihtyvyydellä a_0 liikkuvaan alustaan kuvan mukaisesti. Heiluri päästetään alustan suhteen levosta liikkeelle, kun $\theta = 0$. Määritä varren rasituksen $T(\theta)$ lauseke ja laske siitä $T(\pi/2)$ ja $T(\pi)$.

Ratkaisu:



Voimat



Kiihtyvyydet

tn-kordinaatisto on vaunun mukana translaatiossa vakio kiihtyvyydellä a_0. Käytetään Newtonin lakia muodossa

$$\vec{R} = m\vec{a} = m(\vec{a}_O + \vec{a}_{rel})$$

jolloin $\vec{a}_O$ on pisteen O ja $\vec{a}$ massan m absoluuttinen kiihtyvyys sekä $\vec{a}_{rel}$ massan m suhteellinen kiihtyvyys pisteeseen O nähden.

$$\vec{a}_{rel} = r\ddot{\theta}\vec{e}_t + r\dot{\theta}^2\vec{e}_n$$

Liikeyhtälö t-suunnassa on

$$mg\cos\theta = m(-a_0\sin\theta + r\ddot{\theta}) \quad \Rightarrow \quad r\ddot{\theta} = g\cos\theta + a_0\sin\theta$$

Kulmaliikkeen energiadifferentiaaliyhtälöstä $\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = \ddot{\theta}\,d\theta$ seuraa integroimalla

$$\int_0^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\,d\dot{\theta} = \int_0^{\theta} \frac{1}{r}(g\cos\theta + a_0\sin\theta)\,d\theta \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\dot{\theta}^2}{2} = \Big/_0^{\theta} \frac{1}{r}(g\sin\theta - a_0\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\dot{\theta}^2}{2} = \frac{1}{r}[g\sin\theta + a_0(1-\cos\theta)]$$

Liikeyhtälö n-suunnassa on

$$T - mg\sin\theta = m(-a_0\cos\theta + r\dot{\theta}^2) = m[-a_0\cos\theta + 2g\sin\theta + 2a_0(1-\cos\theta)]$$

$$\Rightarrow \qquad T(\theta) = m[3g\sin\theta + a_0(2-3\cos\theta)]$$

$$T(\pi/2) = m(3g + 2a_0) \qquad T(\pi) = 5ma_0$$