

3.24 Kuvan mukainen systeemi pyörii pystyakselin ympäri vapaasti pyörimisnopeudella 40 kierr/min, kun $\theta = 90^\circ$. Kulma θ muutetaan arvoon 60° voimaa F kasvattamalla. Massa m = 5 kg. Määritä uutta asentoa vastaava kulmanopeus ω . Laske myös voiman F tekemä työ asentoa muutettaessa. Luistien ja sauvojen massoja ei oteta huomioon.

Ratkaisu:

Pallojen kulmanopeus alussa on $\omega_1 = 40 \cdot \frac{2\pi}{60\,\text{s}} = 4{,}19\frac{1}{\text{s}}$ ja etäisyys rotaatioakselista on $r_1 = (0{,}6\cdot\cos45^\circ + 0{,}1)\text{m} = 0{,}524\text{m}$.

Pallojen nopeus alkutilassa on $v_1 = r_1 \omega_1 = 4.19 \frac{1}{s} \cdot 0.524 m = 2.196 \frac{m}{s}$

Lopputilassa pallojen etäisyys rotaatioakselista on $r_2 = (0.6 \cdot \cos 30^{\circ} + 0.1) \, \text{m} = 0.620 \, \text{m}$ ja nopeus $v_2 = \omega_2 \, v_2 = \omega_2 \cdot 0.620 \, \text{m}$.

Liikemäärän momentti pyörimisakselin suhteen säilyy:

$$2.5 \text{kg} \cdot 2,196 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,524 \text{m} = 2.5 \text{kg} \cdot \omega_2 \cdot 0,620 \text{m} \cdot 0,620 \text{m} \implies \omega_2 = 3,00 \frac{1}{\text{s}}$$

$$v_2 = 3,00 \frac{1}{s} \cdot 0,620 \,\text{m} = 1,858 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Työlause $W_{1-2} = \Delta T + \Delta V_g + \Delta V_e$ $\Delta V_e = 0$

$$\Delta T = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \text{kg} (1,858^2 - 2,196^2) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = -6,847 \text{ J}$$

$$\Delta V_g = 2.5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.6 \text{m} \cdot [-\sin 30^\circ - (-\sin 45^\circ)] = 12,190 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_{1-2} = -6.847 \text{ J} + 12,190 \text{ J} \Rightarrow W_{1-2} = 5.34 \text{ J}$$