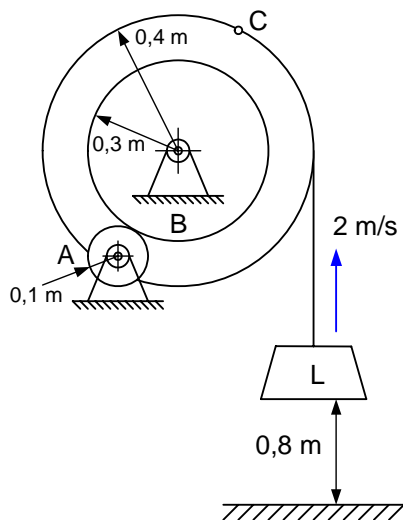


Liite lukuun 5.

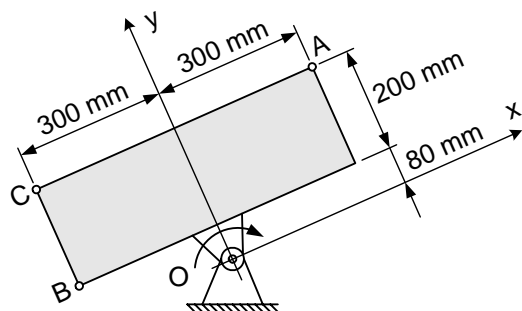
Jäykän kappaleen tasokinematiikka - harjoitustehtäviä

5.1 Vauhtipyörä pyörii vapaasti pyörimisnopeudella 1800 r/min myötäpäivään, kun siihen alkaa vaikuttaa hetkellä $t=0$ vastapäiväinen muuttuva momentti. Momentti aiheuttaa vastapäiväisen kulmakiihtyvyyden $\alpha = 4 \cdot t \text{ rad/s}^3$, missä t on momentin vaikutusaika. Määritä aika, jonka kuluttua vauhtipyörän pyörimisnopeus on laskenut arvoon 900 r/min myötäpäivään ja aika, jonka kuluttua vauhtipyörän pyörimissuunta muuttuu. Montako kierrosta vauhtipyörä on pyörinyt momentin vaikutettua 14 s? Vast. 6,9 s, 9,7 s, ≈ 260 r



5.2 Moottorin hammaspyörä A pyörittää nostorummun hammaspyörää B. Taakkaa L aletaan nostaa levosta vakio kiihtyvyydellä siten, että taakan noustua 0,8 m sen nopeus on 2 m/s. Laske tätä hetkeä vastaava nostovaijerin pisteen C kiihtyvyys ja pyörän A kulmanopeus ja kulmakiihtyvyys.

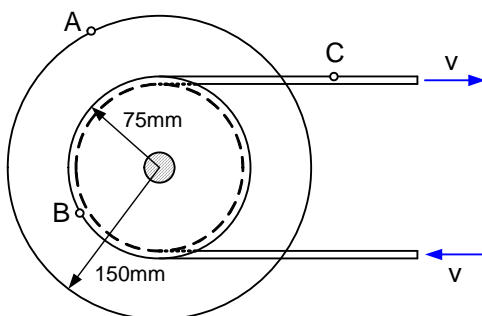
Vast. $10,3 \text{ m/s}^2$, $15,0 \text{ 1/s}$, $18,8 \text{ 1/s}^2$



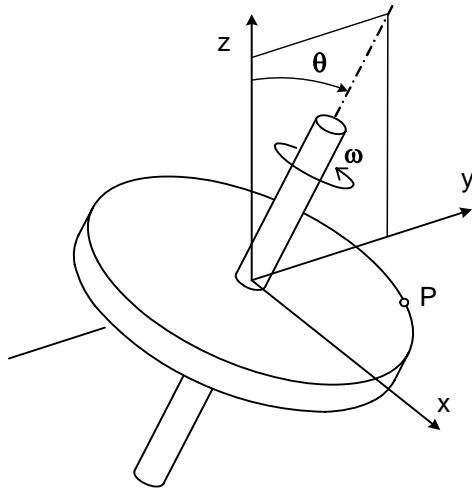
5.3 Suorakulmion muotoinen levy pyörii myötäpäivään akselin O ympäri. Sivun BC kulmanopeus on vakio 6 rad/s. Määritä pisteen A nopeus- ja kiihtyvyydenvекtori.

Vast. $\vec{v}_A = (1,7 \vec{i} - 1,8 \vec{j}) \text{ m/s}$

$\vec{a}_A = (-10,8 \vec{i} - 10,1 \vec{j}) \text{ m/s}^2$

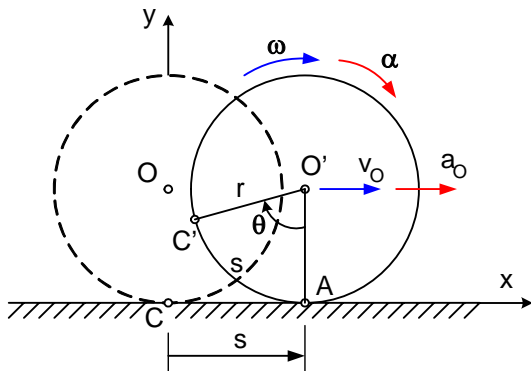


5.4 Hihnapyörä ja siihen kiinnitetty levy pyörivät kasvavalla kulmanopeudella. Tietyllä hetkellä hihnan nopeuden suuruus on $v = 1,5 \text{ m/s}$ ja pisteen A kiihtyvyyden suuruus on $a_A = 75 \text{ m/s}^2$. Määritä vastaava levyn ja pyörän kulmakiihtyvyys, pisteen B kiihtyvyys ja hihnan pisteen C kiihtyvyys. Vast. 300 1/s^2 , $37,5 \text{ m/s}^2$, $22,5 \text{ m/s}^2$

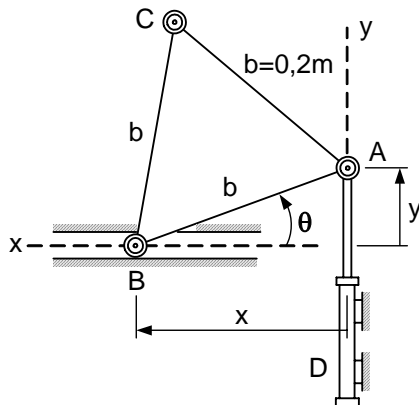


5.5 Ympyrälevy pyörii vakiokulmanopeudella $\omega = 40 \text{ rad/s}$ akselinsa ympäri, joka on vinossa asennossa yz-tasossa siten, että $\tan \theta = 3/4$. Määritä pisteen P nopeus- ja kiihtyvyydsvektori, kun sen paikkavektori on $\vec{r}_P = (150\vec{i} + 160\vec{j} - 120\vec{k}) \text{ mm}$.

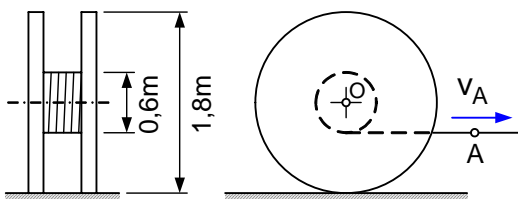
Vast. $\vec{v}_P = 0,4 \cdot (-20\vec{i} + 12\vec{j} - 9\vec{k}) \text{ m/s}$,
 $\vec{a}_P = 16 \cdot (-15\vec{i} - 16\vec{j} + 12\vec{k}) \text{ m/s}^2$



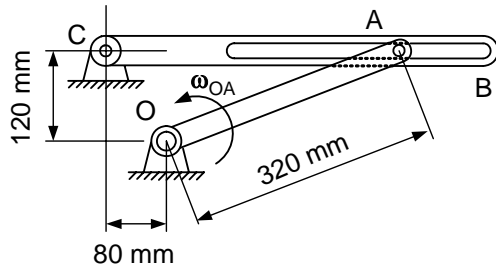
5.6 r-säteinen pyörä vierii liukumatta pitkin vaakasuoraa pintaa. Määritä pyörän kulma-asema, kulmanopeus ja kulmakiihtyvyys sen keskipisteen O liikesuureiden s, v_O ja a_O funktiona. Määritä myös alustan kanssa kosketuksessa olevan pyörän kehän pisteen A nopeus ja kiihtyvyys. Vast. $\theta = s/r$, $\omega = v_O/r$, $\alpha = a_O/r$, $v_A = 0$, $a_A = r\omega^2$



5.7 Kolmiolevy ABC liikutetaan hydraulisylinterin D avulla. Sylinterin mäntä liikkuu tietyllä aikavälillä ylöspäin vakionopeudella $0,3 \text{ m/s}$. Laske vaakasuorassa ohjaimessa liikkuvan rullan B keskipisteen nopeus ja kiihtyvyys sekä levyn sivun CB kulmanopeus ja kulmakiihtyvyys, kun kulma $\theta = 30^\circ$. Vast. $v_B = -0,17 \text{ m/s}$, $a_B = -0,69 \text{ m/s}^2$, $\omega = 1,72 \text{ 1/s}$, $\alpha = 1,72 \text{ 1/s}^2$

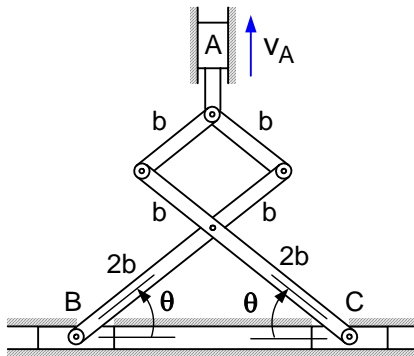


5.8 Kaapelikela vierii liukumatta vaakasuoralla alustalla. Kaapelin kohdan A nopeus on $v_A = 0,4 \text{ m/s}$ oikealle. Laske kelan keskipisteen O nopeus ja kelan kulmanopeus. Vast. $v_O = 0,6 \text{ m/s}$, $\omega = 0,67 \text{ 1/s}$ myötäpäivään

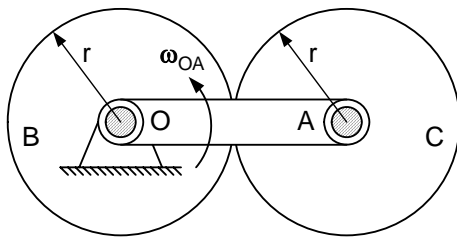


5.9 Varren OA kulmanopeus on $\omega_{OA} = 8 \text{ 1/s}$ vastapäivään kuvan asemassa. Määritä vastaava varren CB kulmanopeus ω_{CB} .

Vast. $6,3 \text{ 1/s}$ vastapäivään

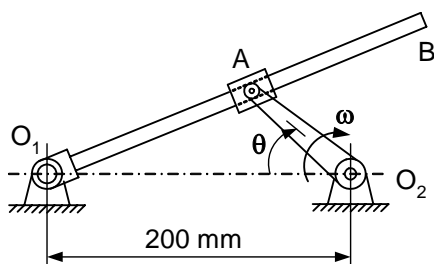


5.10 Pystysuuntaisessa ohjaimessa olevan luistin A asemaa säädetään vaakasuuntaisessa ohjaimessa olevien luistien B ja C avulla. Luistin A nopeus on v_A ylöspäin. Määritä kulman θ funktiona vastaavat luistien B ja C nopeudet, jotka ovat yhtä suuria ja vastakkaissuuntaisia. Vast. $v_B = \frac{1}{2} v_A \tan \theta$

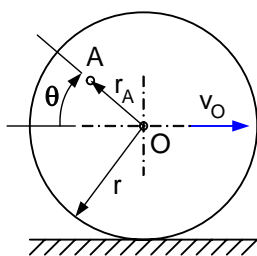


5.11 Varsi OA pyörii akselin O ympäri vastapäivään kulmanopeudella $\omega_{OA} = 4 \text{ 1/s}$. Määritä pyörän C kulmanopeus ω_C , kun a) pyörä B on kiinteä, eikä siis pyöri ja b) pyörii myötäpäivään kulmanopeudella $\omega_B = 2 \text{ 1/s}$.

Vast. a) 8 1/s b) 10 1/s

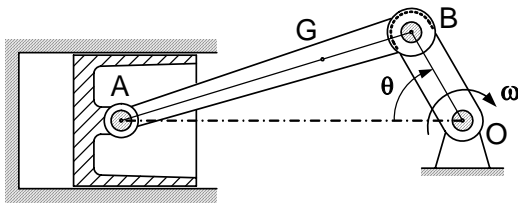


5.12 Luisti A on nivelöity varteen O_2A ja voi liukua vapaasti pitkin vartta O_1B . Varrella O_2A on tietyllä aikavälillä vakio kulmanopeus $\omega = 2 \text{ 1/s}$. Laske varren O_1B kulmanopeus, kun $\theta = 45^\circ$. $O_2A = 100 \text{ mm}$ Vast. $0,38 \text{ 1/s}$

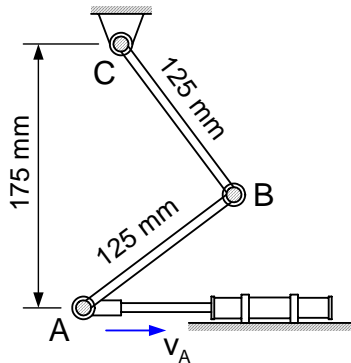


5.13 Pyörä vierii liukumatta vaakatasoa pitkin oikealle. Pyörän säde on $r = 300 \text{ mm}$ ja keskipisteen O nopeus $v_O = 3 \text{ m/s}$. Laske pyörän pisteen A nopeus kuvan asemassa, jossa $r_A = 200 \text{ mm}$ ja $\theta = 30^\circ$. Vast. $(4,00 \vec{i} + 1,73 \vec{j}) \text{ m/s}$

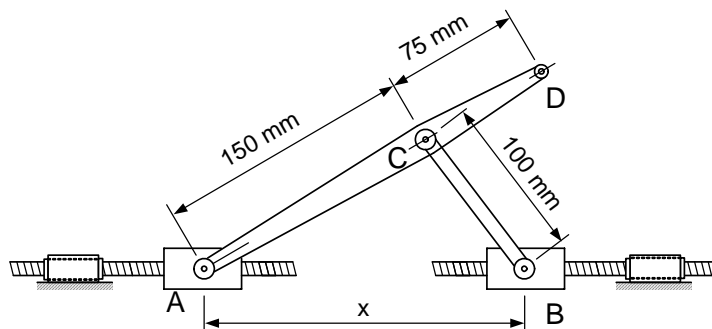
5.14 Kuvan mukaisessa mäntämekanismissa kammen OB pyörimisnopeus on 1500 r/min myötäpäivään ja kulma $\theta = 60^\circ$. Määritä männän A nopeus, kiertokang-
 gen pisteen G nopeus ja kiertokang-
 en kulmanopeus. $OB = 125 \text{ mm}$, $BG = 100 \text{ mm}$ ja $AG = 250 \text{ mm}$.



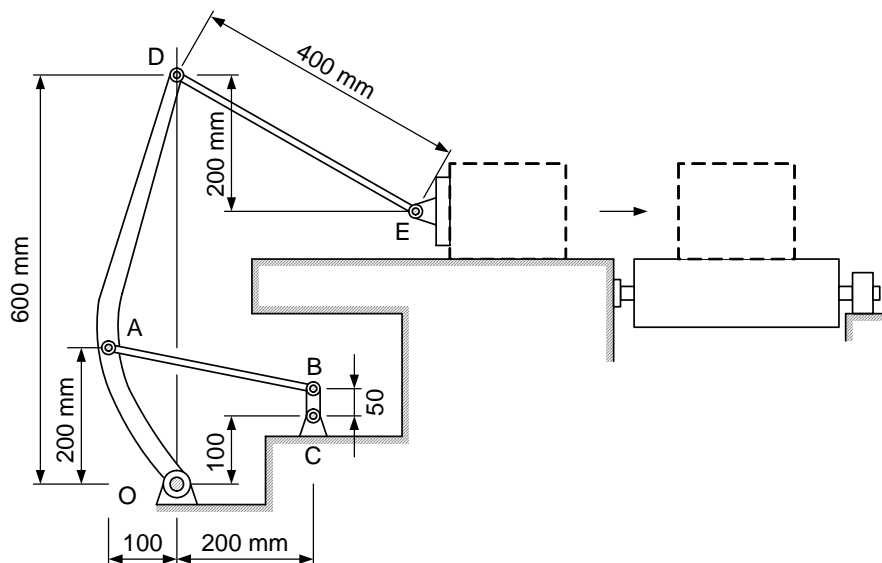
Vast. 20,2 m/s, 19,2 m/s, 29,5 1/s



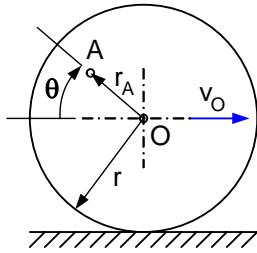
5.15 Varret AB ja CB ovat kuvan tilanteessa koh-
 tisuorassa toisiaan vastaan. Hydraulisylinteri aiheuttaa
 tapille A nopeuden $v_A = 0,5 \text{ m/s}$ oikealle. Määritä var-
 sien AB ja CB kulmanopeudet. Vast. $\omega_{CB} = 3,2 \text{ 1/s}$
 vastapäivään, $\omega_{AB} = 2,4 \text{ 1/s}$ vastapäivään



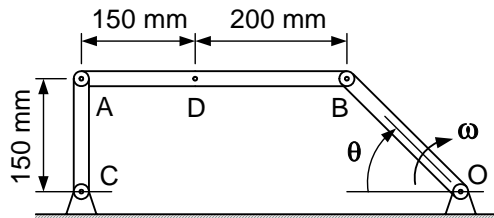
5.16 Kappaleiden A ja B lii-
 kettä hallitaan pyörittämällä
 niiden läpi kulkevia ruuveja.
 Kappaleen A nopeus on
 75 mm/s oikealle ja kappale-
 en B nopeus 50 mm/s
 vasemmalle sekä etäisyys
 $x = 150 \text{ mm}$. Määritä varren
 ACD kulmanopeus. Vast.
 0,295 1/s vastapäivään



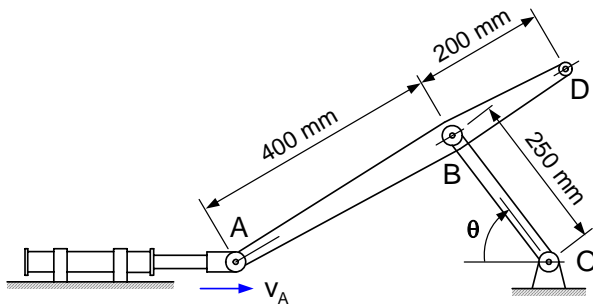
5.17 Kuvan mekani-
 smia käytetään pieni-
 en laatikoiden siirtä-
 miseen kuljettimelle.
 Varsi OD ja kampi
 CB ovat pystyasen-
 nassa. Kampi CB
 pyörii myötäpäivään
 vakio pyörimisnopeu-
 della 0,5 r/s. Määri-
 tä nopeus, jolla laa-
 tikko kuvan asema-
 sa siirtyy kuljettimel-
 le. Vast. 0,514 m/s



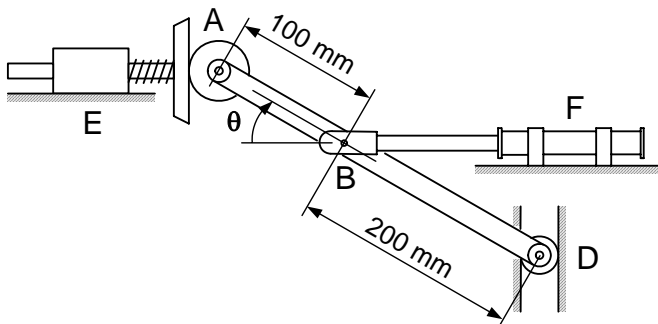
5.18 Pyörä vierii liukumatta vaakatasoa pitkin oikealle. Pyörän säde on $r = 300 \text{ mm}$ ja keskipisteen O nopeus $v_O = 3 \text{ m/s}$. Määritä pyörän hetkellinen nopeusnapa ja laske sen avulla pyörän pisteen A nopeus kuvan asemassa, kun $r_A = 200 \text{ mm}$ ja $\theta = 30^\circ$. Vast. $4,36 \text{ m/s}$



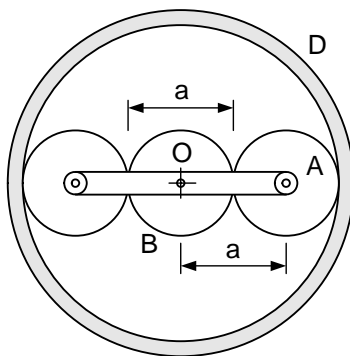
5.19 Kuvan mekanismissa on varren OB kulmanopeus 10 1/s myötäpäivään, kun kulma $\theta = 45^\circ$. Määritä vastaavat pisteiden A ja D nopeudet sekä varren AB kulmanopeus. Vast. $1,5 \text{ 1/s}$, $1,6 \text{ m/s}$, $4,3 \text{ 1/s}$



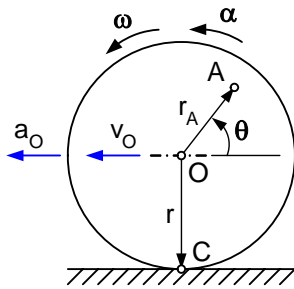
5.20 Hydraulisyylinteri antaa tapille A vaakasuuntaisen nopeuden $v_A = 4 \text{ m/s}$ kulman θ ollessa 45° . Määritä pisteen D nopeus ja sauvan ABD kulmanopeus tarkasteluhetkellä. Vast. $4,5 \text{ m/s}$, $7,5 \text{ 1/s}$



5.21 Tapin E vaakasuuntaista liikettä hallitaan muuttamalla painetta paineilmasylinterissä F, joka on vaakasuunnassa. Tapin E nopeus on 2 m/s oikealle, kun kulma $\theta = 30^\circ$. Määritä rullan D nopeus pystysuuntaisessa ohjaimessa ja laske varren ABD kulmanopeus. Vast. $2,31 \text{ m/s}$, $13,33 \text{ 1/s}$

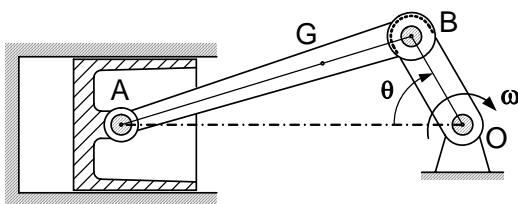


5.22 Akseli O pyörittää sauvaa OA kohdassa O olevan laakerin ympäri myötäpäivään pyörimisnopeudella 90 r/min . Hammaspyörä B voi pyöriä sauvasta OA riippumatta. Määritä pyörän B pyörimisnopeus, kun a) uloin pyörä D on kiinteä ja b) uloin pyörä D pyörii vastapäivään akselin O ympäri pyörimisnopeudella 80 r/min . Käytä nopeusnapaa hyväksi. Vast. a) 360 r/min b) 600 r/min



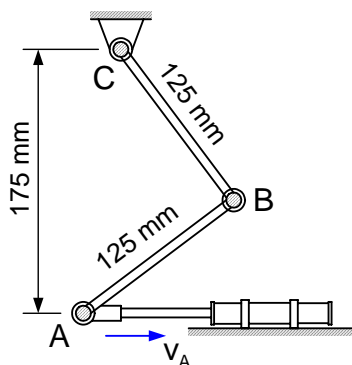
5.23 r -säteinen pyörä vierii liukumatta vaakatasoa pitkin vasemmalle. Pyörän keskipisteen O nopeus on v_O ja kiihtyvyys a_O , jotka ovat vasemmalle. Määritä pyörän pisteiden A ja C kiihtyvyys tarkasteluhetkellä. Vast. $a_C = r\omega^2$

5.24 Tarkastellaan tehtävän 5.14 mäntämekanismia. Kammen OB pyörimisnopeus on 1500 r/min myötäpäivään. Kampikulma on $\theta = 60^\circ$ tarkasteluhetkellä. Määritä

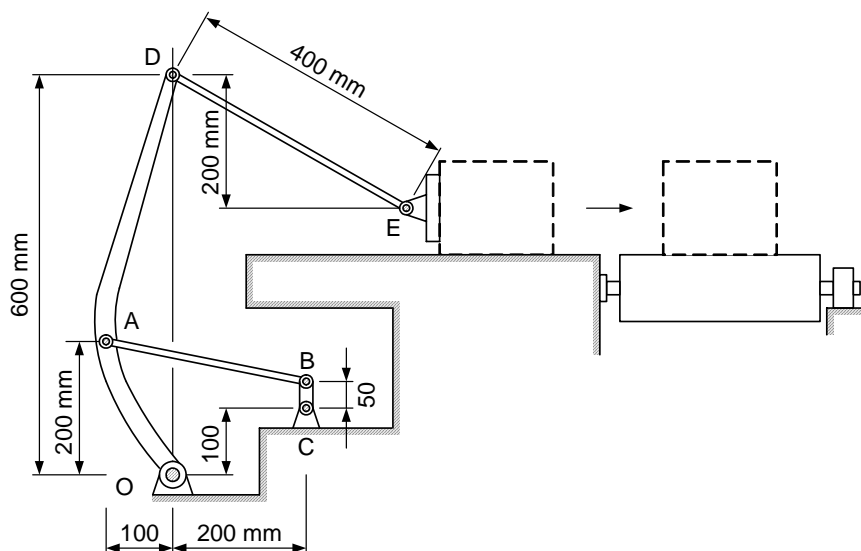


vastaava männän A kiihtyvyys ja kierto-
kangen AB kulmakiihtyvyys. $OB = 125 \text{ mm}$,
 $BG = 100 \text{ mm}$ ja $AG = 250 \text{ mm}$.

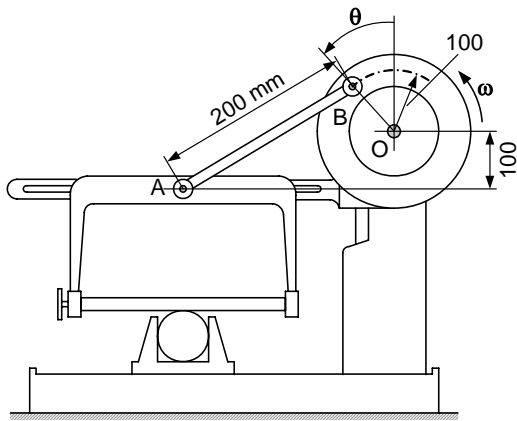
Vast. 994 m/s^2 , 7740 1/s^2 myötäpäivään



5.25 Tarkastellaan tehtävän 5.15 mekanismia. Tapin A nopeus on vakio $v_A = 0,5 \text{ m/s}$ oikealle ja tarkasteluhetkellä varret AB ja CB ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Määritä vastaava varren CB kulmakiihtyvyys. Vast. $5,76 \text{ 1/s}^2$



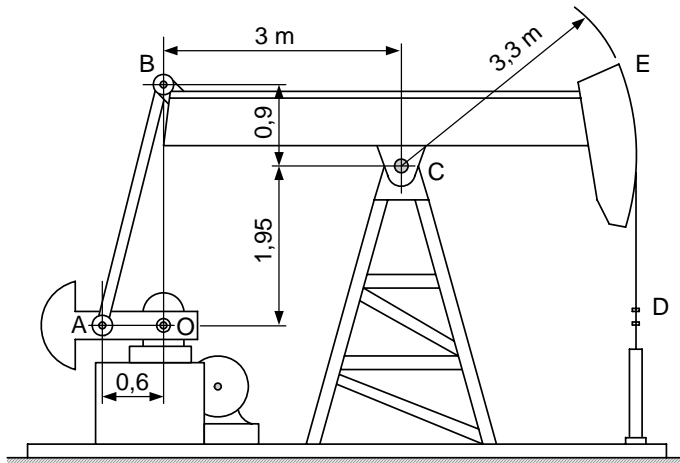
5.26 Tarkastellaan tehtävän 5.17 siirtäjämekanismia. Varsi OD ja kampi CB ovat tarkasteluhetkellä pystyasennossa. Kampi CB pyörii myötäpäivään vakio pyörimisnopeudella $0,5 \text{ r/s}$. Määritä kohdan E kiihtyvyys. Vast. $0,29 \text{ m/s}^2$



5.27 Kuvan sahamekanismissa terä on kiinnitetty runkoon, joka liikkuu vaaka-suuntaisessa ohjaimessa. Moottorin pyörimisnopeus on vakio 60 r/min vastapäivään. Määritä terän kiihtyvyys ja varren AB kulmakiihtyvyys, kun kulma $\theta = 90^\circ$.

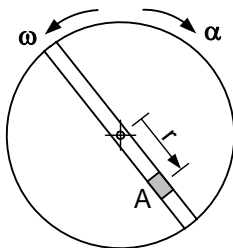
Vast. $4,9 \text{ m/s}^2$, $0,47 \text{ 1/s}^2$ vastapäivään

5.28 Kuvassa on esitetty öljynpumppauksessa käytettävä mekanismi. Taipuisa sauva D on kiinnitetty sektorikappaleeseen kohdasta E, minkä ansiosta sauva on kohdan D jälkeen olevassa porausputkessa aina pystysuuntainen. Kun kampi OA pyörii, aiheuttaa varsi AB palkille BCE edestakaisen liikkeen. Kampi OA pyörii vakio pyörimisnopeudella myötäpäivään yhden kierroksen kolmessa sekunnissa. Määritä imusauvan D kiihtyvyys, kun kampi OA ja palkki BCE ovat kuvan mukaisesti vaaka-asennossa.



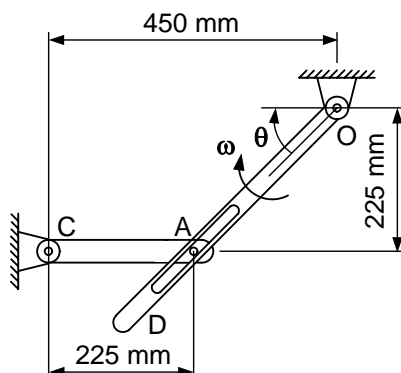
heuttaa varsi AB palkille BCE edestakaisen liikkeen. Kampi OA pyörii vakio pyörimisnopeudella myötäpäivään yhden kierroksen kolmessa sekunnissa. Määritä imusauvan D kiihtyvyys, kun kampi OA ja palkki BCE ovat kuvan mukaisesti vaaka-asennossa.

Vast. $0,57 \text{ m/s}^2$ alaspäin

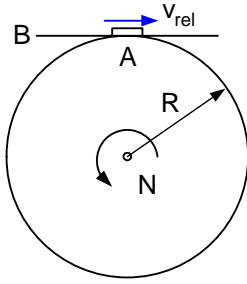


5.29 Levy pyörii pisteen O ympäri vastapäivään kulmanopeudella 4 1/s , joka vähenee nopeudella 10 1/s^2 . Levyssä on ura, jossa liikkuu luisti A. Tarkasteluhetkellä on $r = 150 \text{ mm}$, $\dot{r} = 125 \text{ mm/s}$ ja $\ddot{r} = 2025 \text{ mm/s}^2$. Määritä luistin A absoluuttinen nopeus ja kiihtyvyys.

Vast. $0,61 \text{ m/s}$, $0,63 \text{ m/s}^2$

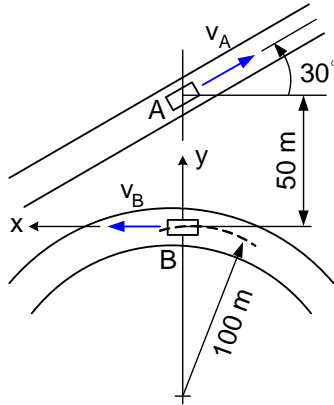


5.30 Sauvassa AC oleva tappi A liikkuu pyörivässä sauvassa OD olevassa urassa. Sauvan OD kulmanopeus on $\omega = 2 \text{ 1/s}$ myötäpäivään ja se on vakio tarkasteluhetkellä. Kuvan tilanteessa $\theta = 45^\circ$ ja sauva AC on vaaka-asennossa. Määritä tapin A absoluuttinen nopeus ja kiihtyvyys sekä nopeus ja kiihtyvyys sauvassa OD olevan uran suhteen. Vast. 900 mm/s , 8050 mm/s^2 , 636 mm/s , 8910 mm/s^2



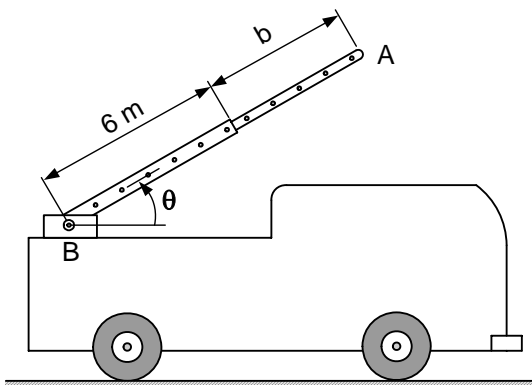
5.31 Ajoneuvo A liikkuu kohti länttä suurella nopeudella täysin tasaista tietä B pitkin, joka on maapallon päiväntasaajan tangentin suuntainen. Tiellä ei ole kaarevuutta myöskään pystytasossa. Määritä, kuinka suuri suhteellinen nopeus v_{rel} ajoneuvolla on oltava tiehen nähden, kun sen pystysuuntaisen kiihtyvyysskomponentin halutaan olevan nolla. Maan keskipisteen kiihtyvyys oletetaan nollassa. $R = 6378 \text{ km}$.

Vast. 837 km/h

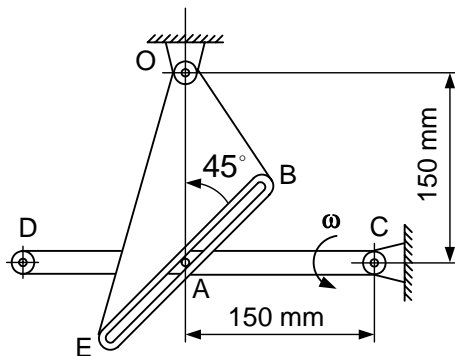


5.32 Autot A ja B liikkuvat vakionopeudella 72 km/h . Määritä auton A nopeus ja kiihtyvyys autosta B havaittuina, kun autot ovat kuvan asemassa. xy -koordinaatisto liikkuu auton B mukana.

Vast. $(47,3\bar{i} + 10,0\bar{j}) \text{ m/s}$, $(-4,0\bar{i} - 12,9\bar{j}) \text{ m/s}^2$



5.33 Paloauto liikkuu eteenpäin nopeudella 60 km/h ja kiihtyvyydellä 3 m/s^2 . Tikkaita nostetaan ja pidennetään samanaikaisesti. Tarkasteluhetkellä kulma $\theta = 30^\circ$ ja se kasvaa vakionopeudella $\dot{\theta} = 10^\circ/\text{s}$. Mitta $b = 1,5 \text{ m}$, $\dot{b} = 0,6 \text{ m/s}$ ja $\ddot{b} = -0,3 \text{ m/s}^2$. Määritä tikkaiden pää A kiihtyvyys a) paloauton suhteen ja b) tien suhteen. Vast. a) $0,57 \text{ m/s}^2$, b) $2,44 \text{ m/s}^2$



5.34 Kuvan mekanismissa sauva DC pyörii vastapäivään vakiokulmanopeudella $\omega = 2 \text{ 1/s}$. Määritä kappaleen EBO kulmanopeus ja kulmakiihtyvyys mekanismin ollessa kuvan asemassa. Vast. 2 1/s , 8 1/s^2