



IV.7. Määritä kuvan ympyräsynterikuoren kalvovoimien N_x , N_ψ ja $N_{x\psi}$ lausekkeet, kun sylinteri on täynnä nestettä, jonka tiheys on ρ . Kuori on tuettu päistään ohuilla levyillä, jolloin kuoren päissä $N_x = 0$.

Ratkaisu:

$$r = a \quad p_x = 0 \quad p_\psi = 0 \quad p_r = \rho g a (1 - \cos \psi)$$

$$N_\psi = a p_r \Rightarrow N_\psi = \rho g a^2 (1 - \cos \psi) \quad \text{vetoa}$$

$$N_\psi(0^\circ) = 0 \quad N_\psi(90^\circ) = \rho g a^2 \quad N_\psi(180^\circ) = 2 \rho g a^2 = \max N_\psi$$

$$N_{x\psi} = - \int \frac{1}{a} \rho g a^2 \sin \psi \, dx + f_1(\psi) = - \rho g a x \sin \psi + f_1(\psi)$$

$$\text{Symmetriaehto: } N_{x\psi}(x=0) = 0 \Rightarrow f_1(\psi) = 0 \Rightarrow$$

$$N_{x\psi} = - \rho g a x \sin \psi \quad \max |N_{x\psi}| = \rho g a L / 2, \text{ kun } x = \pm L / 2 \quad \psi = 90^\circ$$

$$N_x = - \int \frac{1}{a} (- \rho g a x \cos \psi) \, dx + f_2(\psi) = \frac{1}{2} \rho g x^2 \cos \psi + f_2(\psi)$$

$$\text{Reunaehto: } N_x(x = \pm L / 2) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \rho g \frac{L^2}{4} \cos \psi + f_2(\psi) = 0$$

$$\Rightarrow f_2(\psi) = - \frac{1}{8} \rho g L^2 \cos \psi \Rightarrow N_x = - \frac{1}{8} \rho g (L^2 - 4x^2) \cos \psi$$

N_x on puristusta, kun $0^\circ \leq \psi \leq 90^\circ$ ja vetoa, kun $90^\circ \leq \psi \leq 180^\circ$.

$$\max |N_x| = \rho g L^2 / 8, \text{ kun } x = 0 \quad \psi = 180^\circ$$