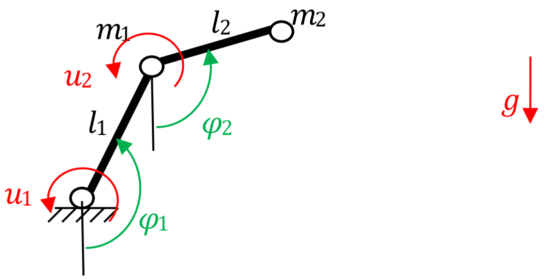
Lastenheft zum Laborprojekt C - Zwei-Gelenk-Roboter:

Zur Modellbildung und Simulation eines Zwei-Gelenk-Roboters wird der Roboter als Doppelpendel betrachtet.



Hinweis:

- Aufgrund des hohen Rechenaufwands wird in diesem Laborprojekt keine Linearisierung oder Eigenwertberechnung vorgenommen.
- Verwenden Sie den Simulink-Solver `ode23tb` in der Standardkonfiguration und ändern den Parameter Relative Tolerance von auto auf 10^{-6}. Dieser Solver ist für die steife, chaotische Dynamik des Systems geeignet. Andere Simulink-Solver lösen die Modellgleichungen nicht korrekt.

Modellannahmen

- Die Roboterarme sind masselos.
- Die Massen konzentrieren sich in den Antriebsmotoren und am Greifer.
- Die Robotergelenke sind reibungslos.
- Der Roboter wird angetrieben durch zwei Elektromotoren jeweils in der Schulter und im Ellenbogen, die die Drehmomente u_1 und u_2 erzeugen.

Dynamisches Modell

Die Bewegungsgleichungen sind gegeben als:

Leiten Sie diese Bewegungsgleichungen mit Hilfe der **Lagrange-Gleichungen 2. Art** her (siehe Vorlesung Modellbildung). Vgl. Abschnitt 5.3.8 in (Woernle, 2011) für eine Herleitung der Bewegungsgleichungen eines Doppelpendels ohne Antrieb. Bestimmen Sie die stationäre Gleichungen der Ruhelage für $\bar{u}_1$ und $\bar{u}_2$.

Hinweis zur Herleitung des Zustandsraummodells:

• Es ist eine analytische, symbolische Invertierung der Massenmatrix $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\varphi},\dot{\boldsymbol{\varphi}})$ notwendig.
Systemvariablen im Zustandsraummodell Das System hat folgende Eingangssignale:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} (m_1+m_2)l_1^2 & m_2 l_1 l_2 \cos(\varphi_1-\varphi_2) \\ m_2 l_1 l_2 \cos(\varphi_1-\varphi_2) & m_2 l_2^2 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\varphi},\dot{\boldsymbol{\varphi}})} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} m_2 l_1 l_2 \sin(\varphi_1-\varphi_2)\,\dot{\varphi_2}^2 \\ -m_2 l_1 l_2 \sin(\varphi_1-\varphi_2)\,\dot{\varphi}_1^2 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\varphi},\dot{\boldsymbol{\varphi}})}$$

$$+ \underbrace{\begin{pmatrix} (m_1+m_2) g l_1 \sin\varphi_1 \\ m_2 g l_2 sin\varphi_2 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\varphi})} = \underbrace{\begin{pmatrix} u_1-u_2 \\ u_2 \end{pmatrix}}_{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u})} ; t > 0$$

$$\varphi_1(0) = \pi\,, \varphi_2(0) = \frac{\pi}{2}, \dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi_2}(0) = 0$$

Eingangssignal	Symbol	Simulink	Einheit
Drehmoment durch Schulter-Antrieb	u_1	u1	Nm
Drehmoment durch Ellbogen-Antrieb	u_2	u2	Nm

Verwenden Sie folgenden Zustandsvektor in der Zustandsraumdarstellung des Modells:

Zustandsvariable	Symbol	Simulink	Einheit	Anfangswert
Winkel des Oberarms	$x_1 = \varphi_1$	x(1)	rad	π
Winkel des Unterarms	$x_2 = \varphi_2$	x(2)	rad	$\frac{\pi}{2}$
Winkelgeschwindigkeit des Oberarms	$x_3 = \dot{\varphi}_1$	x(3)	$\frac{rad}{s}$	$0\frac{rad}{s}$
Winkelgeschwindigkeit des Unterarms	$x_4 = \dot{\varphi}_2$	x(4)	$\frac{rad}{s}$	$0\frac{rad}{s}$

Der Ausgangsvektor $\boldsymbol{y}$ entspricht dem Zustandsvektor $\boldsymbol{x}$.

Aufgabe zur Vorabgabe

- Für eine erfolgreiche Modellierung in Simulink muss die Massenmatrix invertierbar sein. Zeigen Sie, dass die Massenmatrix unabhängig von den Zustandsgrößen oder der Parameter Festlegung invertierbar ist.
- Bestimmen Sie allgemein die stationären Gleichungen des Systems.
- Zur späteren Regelung und Bahnplanung des Roboterarms wird folgende stationäre Gleichung $\bar{\varphi}_1 = f_s(\bar{\varphi}_2)$ mit der Vorgabe $\bar{u}_2 = \beta\bar{u}_1$ benötigt. Bestimmen Sie diese aus den stationären Gleichungen.

Modellierung in Simulink

Folgende Parameter werden für das Modell benötigt:

```
%% Robot
P_m1 = 10;  % elbow motor mass [ kg ]
P_m2 = 10;  % robot load mass [ kg ]
P_l1 = 0.8; % upper arm length [ m ];
P_l2 = 0.7; % lower arm length [ m ];
P_g  = 9.81;% gravity [ m/s^2 ]
```

Computervisualisierung (Animation)

Der Roboter soll während der laufenden Simulink-Simulation grafisch in einem MATLAB-Figure animiert werden. Die Animation soll folgende Objekte grafisch darstellen:

- Oberarm des Roboters
- Unterarm der Roboters

Verwenden Sie den Simulink-Block `Real-Time-Pacer` zur Simulation und Animation in Realzeit, siehe Kap. 2 Allgemeine Aufgabenstellung.