Eletrostática - Capacitores e Dielétricos.

Nome: Mateus Sousa Araújo.
Matrícula: 374858.
Professor: Antônio Joel Ramiro de Castro.
Curso: Engenharia de Computação.

1. **Griffiths - Cap. 4 - Problema 4.10.**

   Uma esfera de raio R tem uma polarização

   $$P(r) = kr$$

   onde k é uma constante e r é o vetor a partir do centro.

   (a) Calcule as cargas de polarização σ_p e ρ_p.

   (b) Encontre o campo dentro e fora da esfera.

   RESOLUÇÃO

   (a) Para encontrar σ_b temos:

   $$\sigma_b = P \cdot \hat{n} = kR$$

   Para ρ_b, temos:

   $$\rho_b = -\nabla \cdot P = -\frac{1}{r^3}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 kr) = -\frac{1}{r^2}3kr^2 = -3k$$

   .

   (b) Para $r < R$, temos que o campo elétrico é:

   $$E = \frac{1}{3\epsilon_0}\rho r\hat{r}$$

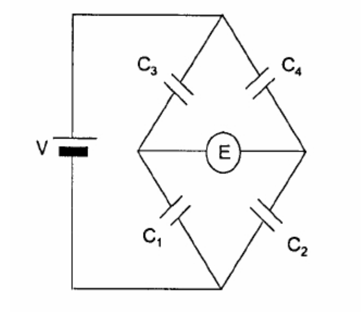
   Para $r > R$, temos:

   $$Q_{tot} = (kR)(4\pi R^2) + (-3k)(4/3\pi R^3) = 0$$

   .

   Podemos concluir pela expressão acima que $E = 0$.

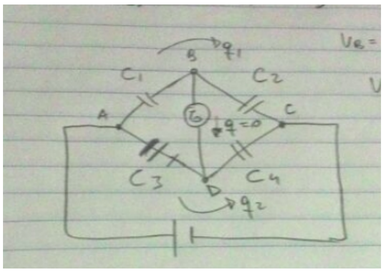
2. **Griffiths - Cap. 4 - Problema 4.16.**



Na ponte de capacitâncias da figura, o eletrômetro E detecta a diferença de potencial entre os dois pontos entre os quais está ligado. Mostre que, quando a leitura de E é zero, vale a relação

$$\frac{C1}{C2} = \frac{C3}{C4}$$

RESOLUÇÃO



Considerando que na figura acima os pontos B e D possuem o mesmo potencial, temos que para cada ramo do circuito passará uma quantidade de cargas q_1 e q_2 respectivamente.

Calculando a diferença de potencial entre A e B, temos:

$$V_a - V_b = \frac{q_1}{C_1} \tag{1}$$

Calculando a diferença de potencial entre A e D, temos:

$$V_a - V_d = \frac{q_2}{C_3} \tag{2}$$

Como $V_b = V_d = 0$, e somando 1 e 2, ficamos:

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_3} \tag{3}$$

Calculando a diferença de potencial entre B e C, temos:

$$V_b - V_c = \frac{q_1}{C_2} \tag{4}$$

Calculando a diferença de potencial entre D e C, temos:

$$V_d - V_c = \frac{q_1}{C_4} \tag{5}$$

Como $V_b = V_d = 0$, e somando 4 e 5, ficamos:

$$\frac{q_1}{C_2} = \frac{q_2}{C_4} \tag{6}$$

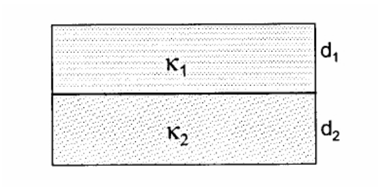
Dividindo 3 por 6, ficamos:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{C_4}{C_3}$$

O que é válido com o que a questão pede.

3. **Griffiths - Cap.4 - Problema 4.25.**

O espaço entre as placas (de área A) de um capacitor plano está preenchido por duas camadas dielétricas adjacentes, de espessuras d_1 e d_2 e constantes dielétricas k_1 e k_2, respectivamente. A diferença de potencial entre as placas é V e o campo aponta de 1 para 2. Encontre:



(a) A capacitância C do capacitor.

(b) A densidade superficial de carga livre σ nas placas.

RESOLUÇÃO

(a) Pela lei de Gauss, o campo elétrico da placa de um capacitor plano é da seguinte forma:

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Se integrarmos esse campo para encontrarmos a diferença de potencial entre as placas do capacitor de 0 a d, obtemos:

$$V = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Aplicando esse resultado para achar a capacitância na relação $C = Q/V$, obtemos:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A capacitância de um dielétrico C_{diel} depende de uma constante σ:

$$C_{diel} = \sigma C$$

$$C_{diel} = \sigma \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A capacitância total do capacitor é a soma da capacitância dos dois dielétricos:

$$C_1 + C_2 = \frac{\sigma_0 \epsilon_0 A}{d_1} + \frac{\sigma_1 \epsilon_0 A}{d_2}$$

Simplificando, obtemos:

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\sigma_0 \epsilon_0 A} + \frac{d_2}{\sigma_1 \epsilon_0 A}$$

(b) Pela relação geral para capacitores e considerando uma distribuição de cargas $Q = \sigma A$, temos:

$$Q = CV$$

$$\sigma A = CV$$

$$\sigma = \frac{CV}{A}$$