Corrente elétrica, Campo Magnético, Lei de Ampére, Lei da indução, Circuitos e Materiais Magnéticos.

Nome: Mateus Sousa Araújo.
Matrícula: 374858.
Professor: Antônio Joel Ramiro de Castro.
Curso: Engenharia de Computação.

1. **Moysés Nussenzveig - Cap. 6 - Problema 1.**

   Uma válvula diodo da era pré-transistor contém um par de placas planas paralelas de espaçamento d, no vácuo. Estabelece-se entre elas uma diferença de potencial V. Um feixe de elétrons com área de seção transversal A e de velocidade inicial v_0 é emitido a partir de umadas placas (catodo) e acelerado até a outra (anodo), produzindo uma corrente estacionária de intensidade i.

   (a) Calcule a velocidade $v(x)$ de um elétron à distância x do cátodo.

   (b) Calcule a densidade $n(x)$ de elétrons no feixe como função de x. Suponha que i é suficientemente fraco para que o campo gerado pelos elétrons seja desprezível em confronto com o campo acelerador.

   RESOLUÇÃO

   (a) Podemos considerar inicialmente a 2ª lei de Newton com uma força resultante de natureza elétrica. Esse campo é atuante entre as duas placas paralelas, logo podemos escrever as seguintes relações:

   $$F = qE = ma$$

   $$qV/d = m\frac{V^2 - V_0^2}{2x}$$

   Isolando $V(x)$ temos:

   $$V(x) = \left(\frac{2qV_x}{mV_0^2 d} + 1\right) V_0$$

   (b) A densidade de corrente elétrica é dada por:

   $$J = nqV$$

   Sabemos que $J = i/A$. Substituindo na equação acima, temos:

   $$n = \frac{J}{qV} = \frac{i}{qAV} = \frac{i}{eAJ_0}\left(\frac{2qV_x}{mV_0^2 d} + 1\right)^{-1/2}$$

2. **Moysés Nussenzveig - Cap. 6 - Problema 4.**

   O campo elétrico médio na atmosfera, perto da superfície terrestre, é de 100 V/m dirigido para a Terra. A corrente média de íons que atinge a totalidade da superfície da terra é de 1800 A. Supondo que a distribuição da corrente é isotrópica, calcule a condutividade do ar na vizinhança da superfície da Terra.

   RESOLUÇÃO

Considerando uma distribuição superficial de cargas em termos da densidade de corrente, temos:

$$J = \sigma E$$

Podemos também escrever que a densidade de corrente é:

$$J = i/S$$

Igualando as duas, temos:

$$\sigma E = \frac{i}{S} = \frac{i}{SE}$$

$$\sigma = \frac{1200}{4\pi(6,37 \cdot 10^6)^2\ 100}$$

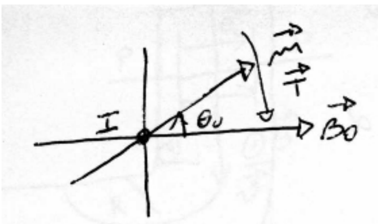
$$\sigma = 3,53 \cdot 10^{-14}\ \Omega\ m^{-1}$$

Substituindo os valores da área de uma esfera e colocando os valores correspondentes temos:

3. **Moysés Nussenzveig - Cap. 7 - Problema 1.**

Uma bússola tende a oscilar antes de alinhar-se com o campo magnético da Terra. Considere uma agulha imantada de momento de dipolo magnético m e momento de inércia I, suspensa de forma a poder oscilar livremente em torno de um eixo vertical, situada num campo magnético horizontal uniforme B_0. As direções de m e B_0 formam inicialmente um pequeno ângulo θ_0. Calcule a frequência angular de oscilação (desprezando o amortecimento) e mostre que sua determinação permite $|m| \cdot |B_0|$.

RESOLUÇÃO



Podemos generalizar as grandezas dadas no problema e plotar em um plano. As grandezas m e B_0 permitem que nós achemos um outro vetor resultante da operação vetorial dos dois. Esse vetor resultante é uma força de tração, que tende a colocar um corpo no seu estado inicial de repouso. Podemos escrever, então:

$$T = m \times B_0 S$$

$$T = mB_0 \sin\theta$$

Para valores pequenos de θ, temos senos pequenos. Isso é muito semelhante a relação da lei de Hooke para fios:

$$T = mB_0\theta$$

$$T = k\theta$$

A torção T é proporcional ao ângulo dos vetores formados. Podemos considerar um movimento harmônico simples (MHS) com frequência $\omega = 2\pi/T$. Se a aceleração de um sistema massa-mola simples é $\alpha = \omega^2 x$, podemos substituir na 2ª lei de Newton:

$$F = m\omega^2 x$$

Como m e ω são grandezas constantes dentro do MHS, podemos expressar:

$$k = m\omega^2$$

Isolando ω, temos a frequência angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Podemos escrever agora que:

$$\omega = \sqrt{\frac{mB}{I}}$$

4. **Moysés Nussenzveig - Cap. 7 - Problema 3.**

   (a) Calcule a frequência angular de rotação de um elétron no campo magnético da terra, numa região em que ele possa ser tratado como uniforme e de intensidade $0,5$ Gauss.

   (b) Para um elétron com energia cinética de 1 keV, típica daquela encontrada na aurora boreal, calcule o raio de curvatura nesse campo.

RESOLUÇÃO

(a) Podemos igualar a força magnética a força centrípeta. Dessa forma, temos:

$$F_b = qvB = \frac{mv^2}{R} = Bq = \frac{mv}{R} = m\omega$$

$$\omega = \frac{Bq}{m}$$

Transformando o campo magnético de Gauss em Tesla temos $B = 5 \cdot 10^{-5}$ T. Considerando o valor da carga elétrica e a massa de um elétron, temos:

$$\omega = \frac{5 \cdot 10^{-5}\ 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}$$

$$\omega = 8,79 \cdot 10^6 \text{ rad}$$

Calculando a frequência usando o resultado obtido acima, temos:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8,79 \cdot 10^6}{2\pi} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

(b) Colocando na relação de energia cinética temos:

$$E = \frac{1}{2}\frac{m}{v^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2.1000.1,6 \cdot 10^{-14}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 18,75 \cdot 10^6 \text{m/s}$$

Como temos:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

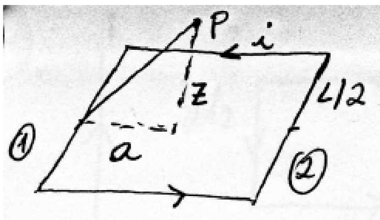
Substituindo os valores dados na questão, temos que $r = 2,1$ m.

5. **Moysés Nussenzveig - Cap. 8 - Problema 4.**
Uma espira quadrada de lado L é percorrida por uma corrente i.

(a) Determine, em módulo, direção e sentido, o campo B num ponto P situado sobre o eixo da espira (reta perpendicular ao seu plano passando pelo centro O da espira), à distância z de O.

(b) Interprete o resultado obtido para $z >> L$.

RESOLUÇÃO



(a) Podemos calcular o campo produzido apenas por um fio e depois multiplicar por 4. Utilizando a lei de Biot-Savart, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} a \int_0^{L/2} \frac{dy}{(a^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

Resolvendo a integral acima por substituição trigonométrica obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i L^2}{2\pi \left(\frac{L^2}{4} + z^2\right) \sqrt{\frac{L^2}{2} + z^2}}$$

(b) Para $z >> L$ temos:

$$B = \frac{\mu_0 i S}{2\pi z^3}$$

6. **Moysés Nussenzveig - Cap. 9 - Problema 1.**

O princípio do fluxômetro, empregado para medir a intensidade B de um campo magnético, consiste em empregar uma pequena bobina de prova, com N espiras de área S, cujos terminais estão ligados a um galvanômetro balístico. A bobina, cuja resistência é R, é colocada com o plano das espiras perpendicular ao campo magnético que se deseja medir, do qual é removida subitamente. Isso gera um pulso de corrente, e o galvanômetro balístico mede a carga total Q associada a este pulso. Calcule o valor de B em função de N, S, R e Q.

RESOLUÇÃO

O fluxo que atravessa uma espira de área S com um campo magnético constante B é dado por:

$$\phi = \oint B \cdot ds = Bs$$

Generalizando o resultado para n espiras, temos:

$$\phi = nBs$$

Relacionando o fluxo com a carga q temos:

$$i = \frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d\phi}{dt}\frac{1}{R}$$

Dessa forma, obtemos:

$$\phi = qR$$

Podemos substituir a relação acima em $\phi = nBs$.

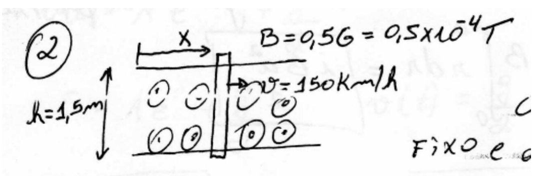
$$\phi = nBs = qR$$

$$B = \frac{qR}{NS}$$

7. **Moysés Nussenzveig - Cap. 9 - Problema 2.**

Liga-se um voltímetro entre os trilhos de uma estrada de ferro, cujo espaçamento é de $1,5$ m. Os trilhos são supostos isolados um do outro. A componente vertical do campo magnético terrestre no local é de $0,5$ G. Qual é a leitura do voltímetro quando passa um trem a 150 km/h?

RESOLUÇÃO



O fluxo que atravessa o trilho, é dado por:

$$\phi = \oint B \cdot ds$$

Nesse caso o campo é constante e s varia apenas no comprimento. Logo, podemos escrever:

$$\phi = \oint B \cdot ds = B \int_0^x h\ dx = Bhx$$

Esse fluxo pela lei de Faraday, provocará uma força eletromotriz dada por:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bhx)$$

Como apenas B e h são fixos então apenas o comprimento varia. Podemos escrever:

$$\varepsilon = -Bhv$$

Substituindo os valores do problema na relação acima obtemos:

$$\varepsilon = 3,13 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

8. **Moysés Nussenzveig - Cap. 9 - Problema 6.**

Uma espira circular de raio a tem no seu centro uma outra espira circular de raio $b << a$. Os planos das duas espiras formam entre si um ângulo θ. Calcule a indutância mútua entre elas.

RESOLUÇÃO

O fluxo causado entre as espiras, é:

$$\phi_{b,a} = \oint B \cdot ds = \int B ds \cos\theta$$

$$\phi_{b,a} = B\cos\theta \int ds = B\cos\theta \pi b^2$$

Colocando na fórmula do campo em uma espira, temos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2a} = \frac{\mu_0 i \pi b^2 \cos\theta}{2a}$$

Agora colocando na indutância mútua, obtemos:

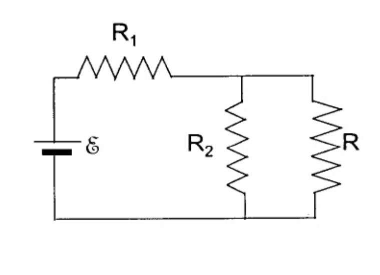
$$L = \frac{\phi}{i} = \frac{\mu_0 \pi b^2 \cos\theta}{2a}$$

9. **Moysés Nussenzveig - Cap. 10 - Problema 1.**

No circuito da figura, $R_1 = 20\Omega$ e $R_2 = 60\Omega$. Para que valor de R a potência dissipada em R é afetada o mínimo possível por pequenas variações de R?

RESOLUÇÃO

Fazendo as leis das malhas em ambas malhas no circuito temos:



$$\begin{cases} \varepsilon - 20i_1 - 60i_2 = 0 \\ -60i_2 + Ri_3 = 0 \end{cases}$$

Sabemos também que $i_2 = i_1 - i_3$. Substituindo na primeira equação temos:

$$\varepsilon - 20(i_2 + i_3) - 60i_2 = 0$$

$$\varepsilon - 80i_2 - 20i_3 = 0$$

$$\varepsilon - 80/60Ri_3 - 20i_3 = 0$$

$$i_3 = \left(20 + \frac{4}{3}R\right) = \varepsilon$$

$$i_3 = \frac{\varepsilon}{\left(20 + \frac{4}{3}R\right)}$$

A potência dissipada no resistor vai ser:

$$P = Ri_3^2 = \frac{R\varepsilon^2}{\left(20 + \frac{4}{3}R\right)^2}$$

Pegando a expressão que obtivemos, basta derivar em relação a R e igualar a zero.

$$\frac{dP}{dR} = 0$$

Fazendo algebrismos, encontramos que a resistência mínima para menor potência no circuito é:

$$R = 15\ \Omega$$

.

10. **Moysés Nussenzveig - Cap. 11 - Problema 6.**

No circuito magnético da figura, a secção reta é constante, a permeabilidade magnética do material é μ e a corrente na bobina de N espiras é i. Calcule o campo B_1 no braço central e o campo B_2 nos demais braços.

RESOLUÇÃO

Usando a Lei de Ampére e envolvendo um dos braços de um transformador simples de N espiras e com corrente I, temos:

$$\oint H \cdot dl = NI$$

Se o campo for constante, temos:

$$H = \frac{NI}{L}$$

Basta saber como se comporta H nos braços do transformador e no centro. Para isso, basta saber o fluxo do campo em cada parte. Para o braço esquerdo, temos:

$$H_{esq} = \frac{NI}{2a + 2b}$$

Para o braço direito, temos:

$$H_{dir} = \frac{NI}{2a + 2b}$$

Para o centro temos:

$$H_{cent} = \frac{NI}{b}$$

Agora basta colocar na fórmula $B = \mu H$ para saber o campo. O campo no braço esquerdo é:

$$B_{esq} = \frac{\mu NI}{2a + 2b}\ T$$

O campo no braço direito é:

$$B_{dir} = \frac{\mu NI}{2a + 2b}\ T$$

O campo no centro é:

$$B_{cent} = \frac{\mu NI}{b}\ T$$