Expresiones algebraicas-Ecuaciones e inecuaciones

Expresiones algebraicas

Una expresión algebraica contiene letras, números y signos. La manipulación de expresiones algebraicas tiene las mismas propiedades que la manipulación de expresiones numéricas, ya que las letras se comportan como si fuesen números. Las expresiones algebraicas que se tratarán en este curso tendrán, por lo general, una o dos letras. Un ejemplo de expresión con una única letra es:

$$3x^2 + 4x - 2 - x^2 + 7x =$$

Ante cualquier expresión, lo primero que debe hacerse es simplificarla, utilizando las propiedades de las expresiones, que son equivalentes a las propiedades de los números. En el caso del ejemplo, deben agruparse los términos con las mismas letras. Por un lado, debemos sumar $3x^2$ y $-x^2$, mientras que, por otro lado, se debe sumar 4x y 7x:

$$3x^2 + 4x - 2 - x^2 + 7x = 3x^2 - x^2 + 4x + 7x - 2 = 2x^2 + 11x - 2$$

No te sientas tentado/a en aplicar la fórmula de la resolvente para resolver ecuaciones de segundo grado ya que no es una ecuación, es una expresión algebraica de grado 2.

El grado de una expresión algebraica con una única letra es el exponente máximo de esta letra en la expresión. Por ejemplo, el grado de $2x^2 + 11x - 2$ es 2.

Del lenguaje coloquial al simbólico y viceversa

El **lenguaje coloquial** es aquel que nos permite expresar ideas utilizando nuestro idioma, de manera oral o escrita.

El **lenguaje simbólico** nos permite "traducir" a símbolos al lenguaje coloquial. Por ello, para resolver problemas, es necesario conocer cómo expresar de esta forma lo descrito en un enunciado escrito. De este modo se obtienen letras, símbolos matemáticos y números; expuestos de tal forma que nos permiten hallar los resultados deseados.

La suma de dos números consecutivos da como resultado

$$X + (X+1) =$$

El doble del siguiente de un número da como resultado la cuarta parte de dicho número.



$$2(x+1)=\frac{1}{4}x$$

Ejemplos de resolución en clase

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El doble del consecutivo de un número	
La mitad del cuadrado de un número	
	$\frac{1}{3}(x-1) + 2x + 3(x+1)$
	2(x-1)
	$x^2 + x$
La cuarta parte de la diferencia entre el doble de un número y 4	
	$\sqrt[3]{x/2}$
La mitad de la raíz cúbica de un número.	
La suma entre tres números naturales consecutivos	
	$\frac{1}{4}x-1$
La cuarta parte del sucesor de un número	

El signo igual es el símbolo: =

El símbolo = se usa entre conjuntos para indicar que ambos tienen los mismos elementos. También se escribe a=b para indicar que a y b representan el mismo elemento de algún conjunto. Se requieren ciertas suposiciones acerca de la relación de igualdad respecto al conjunto de los números reales

Propiedades

Postulado 1: La propiedad reflexiva de la igualdad: $\forall a \in R: a = a$

Postulado 2: La propiedad de simetría de la igualdad: $si\ a \land b \in R \land si\ a = b \rightarrow b = a$

Postulado 3: La propiedad transitiva de la igualdad: $si\ a,b\land c\in R\ \land si\ a=b\ \land\ b=c\ \rightarrow a=c$

Postulado 4: La propiedad de sustitución de la igualdad: $si~a \land b \in R \land a = b$, entonces a puede ser sustituida por b en cualquier expresión, enunciado específico o proposición abierta. Tal sustitución no cambia el valor de la expresión ni altera la veracidad del enunciado específico ni el conjunto de verdad de la proposición abierta.

Igualdades - identidades - ecuaciones

Ecuaciones de primer grado

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas. Por ejemplo: x+1=6. La letra x es la **incógnita** de la ecuación y representa al número desconocido que hace que la igualdad sea verdadera. Resolver la ecuación consiste en encontrar este número, llamado **solución** de la ecuación.

La solución de la ecuación anterior es 5 porque al escribir 5 en el lugar de x se obtiene una igualdad cierta: 5+1=6

Una ecuación es de primer grado cuando:

- Sólo hay una incógnita (normalmente es x
- La incógnita no tiene exponente. Es decir, siempre aparece como x

La incógnita sí puede ir precedida de un número, por ejemplo, 2x, pero este número sólo multiplica a la incógnita: 2x significa 2·x

√ Ejercicios

1. Busca la definición de expresión algebraica, identifica cada componente (coeficiente-parte literal) cita ejemplos. Expresa en lenguaje algebraico:

Un número aumentado en 5 unidades
Un número disminuido en 8 unidades
El cuadrado del sucesor de un número
La tercera parte de un número
El triple de, un número disminuido en 7 unidades
El 12% de un número
Dos números pares consecutivos
La suma de tres números consecutivos
Un joven tiene 15 años de edad. Representa su edad hace x años y dentro de x años
Un joven tiene x años. Representa su edad dentro de dos años y dentro de m años.
La suma de 2 números pares consecutivos
Representa el número total de pesos que hay en "x" billetes de 50 pesos, "y" billetes
de 100 pesos y "z" billetes de 200 pesos.
Tu edad dentro de x años
El doble del anterior de un número
El cuadrado del consecutivo de un número
El cubo de la suma entre 2 y x

2. En la siguiente tabla figuran expresiones algebraicas y ecuaciones. Marca con una cruz todas las que sean ecuaciones de primer grado: a) 2x + 1 + x - 4 =b) 2x + 1 + x - 4 = 5c) $\frac{3}{2}x - 5 + 8x = 2x - 5$ d) 1 - x + 9 =e) $\frac{3}{2}x - 5 + 8x = 2x - 5$ f) $\frac{3}{2}x - 5 + 8x =$ i) $\pi x + 2\pi x = \pi/2$

a)
$$2x + 1 + x - 4 =$$

d)
$$1 - x + 9 =$$

g)
$$7x + 5 = 9x - \frac{3}{9}$$

b)
$$2x + 1 + x - 4 = 5$$

$$(x^2)^{\frac{3}{2}}x - 5 + 8x = 2x - 5$$

$$h) \pi x + 2\pi x =$$

c)
$$\frac{3}{2}x + 2x - 9 = 9 - 2x$$

f)
$$\frac{3}{2}x - 5 + 8x =$$

i)
$$\pi x + 2\pi x = \pi/3$$

3. Encuentra el valor de la incógnita aplicando las propiedades de las igualdades:

a)
$$2x - 3 = 4x + 5$$

b)
$$2(x+4) = 8$$

c)
$$(3x-9): 3=6$$

d)
$$\frac{4}{3}(x-3) = \frac{4}{3}$$

a)
$$2x - 3 = 4x + 5$$

b) $2(x + 4) = 8$
c) $(3x - 9): 3 = 6$
d) $\frac{4}{3}(x - 3) = \frac{4}{3}$
e) $\frac{1}{2}(x + 2) + \frac{3}{4}(x + 2) = 2x$
f) $\frac{4}{5}(1 - x): 2 = 6x$
g) $-x + \frac{1}{5}x = -1 - 2x$
h) $-\frac{1}{3}x + 3x = 0$
i) $-\frac{4}{5}x + \frac{1}{2}x = 6$

f)
$$\frac{4}{5}(1-x)$$
: 2 = 6x

g)
$$-x + \frac{1}{5}x = -1 - 2x$$

h)
$$-\frac{1}{3}x + 3x = 0$$

i)
$$-\frac{4}{5}x + \frac{1}{2}x = 6$$