Laboratorium 3

MAT4 - Stosowany rachunek prawdopodobieństwa

Wersja: 2023-10-23

1 Rzuty monetą do chwili uzyskania dwóch orłów z rzędu

Przeprowadzić symulację doświadczenia losowego polegającego na rzucaniu monetą do momentu uzyskania dwóch orłów z rzędu. Niech X oznacza liczbę rzutów w takim doświadczeniu. Wyznaczyć empirycznie prawdopodobieństwa tego, że $X = k$ dla $k = 2, \ldots, 8$ i porównać je z ich teoretycznymi odpowiednikami. Czy zmienna X ma rozkład geometryczny, a jeśli tak, to z jakim parametrem?

2 Najbardziej prawdopodobna liczba sukcesów w schemacie Bernoulliego

Wyznaczyć empirycznie najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego dla $n = 100$ prób i prawdopodobieństwa sukcesu w pojedynczej próbie $p = 0.9$. Skorzystać z polecenia

```
rbinom(n,size,prob)
```

losującego próbę długości `n` z rozkładu dwumianowego $\mathrm{bin}(size, prob)$ z parametrami $size$ i $prob$. Porównać wyznaczoną empirycznie najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów z tą, która wynika ze wzoru definiującego rozkład dwumianowy. Skorzystać przy tym z polecenia

```
dbinom(x, size, prob)
```

które zwraca

$$\mathbb{P}(X = x) = \binom{size}{x} prob^x (1 - prob)^{size-x}$$

dla $x = 0, \ldots, size$. Eksperymentując z różnymi wartościami n i p sformułować hipotezę o liczbie sukcesów $k = k(n, p)$ w n próbach Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu p w pojedynczej próbie, dla której

$$\mathbb{P}(X = k) = \max_{l:0,\ldots,n} \mathbb{P}(X = l).$$

]

3 Brak pamięci rozkładu geometrycznego

Przeprowadzić symulację doświadczenia losowego polegającego na rzucaniu monetą niesymetryczna (z prawdopodobieństwem wypadnięcia orła w pojedynczym rzucie równym p) do momentu wypadnięcia pierwszego orła. Niech, jak zwykle, X oznacza liczbę wykonanych rzutów.

1. Dla ustalonego $k \in \mathbb{N}$ Wyznaczyć empirycznie prawdopodobieństwo warunkowe $\mathbb{P}(X > k + l | X > k)$ dla $l = 1, 2, \ldots, 10$. Porównać prawdopodobieństwa empiryczne z prawdopodobieństwami $\mathbb{P}(Y > l)$, $l = 1, \ldots, 10$ dla zmiennej losowej z rozkładu geometrycznego z parametrem p. Wykorzystać przy tym komendę `pgeom`.

2. Eksperymentować z różnymi wartościami $p \in (0, 1)$ i $k \in \mathbb{N}$.