

Laboratorium 2

MAT4 - Stosowany rachunek prawdopodobieństwa

Wersja: 2023-10-15

1

Za pomocą symulacji oszacować prawdopodobieństwo, z jakim w ciągu dziesięciu rzutów zwykłą kostką nie pojawi się co najmniej jedna z sześciu ścianek.

2

1. Komenda

```
runif(n,min=a,max=b)
```

generuje próbę n -elementową z rozkładu jednostajnego na odcinku $[a, b]$. Narysować histogramy prób z rozkładu jednostajnego na $[0, 1]$, o rosnących licznosciach. Skorzystać z faktu, że

```
hist(wektor, breaks = seq(min(wektor), max(wektor), length.out = k+1))
```

rysuje histogram z podziałem na k przedziałów klasowych (ang. *bins*). Rozkład jednostajny:

2. Asia i Basia umawiają się na spotkanie między 11:00 a 12:00, przy czym ta, która przyjdzie pierwsza, czeka na drugą tylko kwadrans. Jakie jest prawdopodobieństwo, że Asia i Basia się spotkają?

3 Frakcje czwórek w rzutach kostką

Przeprowadzić symulację n rzutów kostką sześcienną. Niech $f(k)$ oznacza frakcję liczby czwórek w pierwszych k rzutach, a więc

$$f(k) = \frac{1}{k} (\# \text{ czwórek w pierwszych } k \text{ rzutach}).$$

Dla otrzymanej próbki narysować wykres funkcji $f(k)$ dla $k = 1, \dots, n$.

1. Wykonać powyższe polecenia dla zwykłej kostki do gry i $n = 10^4$.
2. Wykonać powyższe polecenia dla kostki, na której czwórka wypada z prawdopodobieństwem 10^{-3} (pozostałe liczby oczek są jednakowo prawdopodobne). Skomentować różnicę między wykresami sporządzonymi w tym i w poprzednim punkcie.

4 Urodziny - jeszcze raz

Założmy tym razem, że dla każdej z k osób znajdujących się w pokoju prawdopodobieństwo bycia urodzonym w każdym z 365 dni w roku (zakładamy dla uproszczenia, że nie ma lat przestępnych) *nie jest jednakowo prawdopodobne*.

1. Dokładniej założmy najpierw, że jest w roku 65 dni, dla których prawdopodobieństwo bycia urodzonym w każdym z tych dni jest trzykrotnie większe niż prawdopodobieństwo bycia urodzonym w którymkolwiek z pozostałych 300 dni. Oszacować symulacyjnie prawdopodobieństwo tego, że wśród $k = 25$ osób w pokoju co najmniej dwie mają urodziny w tym samym dniu roku. Otrzymane oszacowanie porównać z analogicznym prawdopodobieństwem dla sytuacji równych prawdopodobieństw (dla wszystkich dni w roku).
2. Poniższe zestawienie zawiera informację na temat (średniej) liczby urodzin w Polsce, w 2017 roku, w podziale na dni tygodnia:
 - poniedziałek - 1165,
 - wtorek - 1267,
 - środa - 1227,
 - czwartek - 1239,
 - piątek - 1199,
 - sobota - 832,
 - niedziela - 785.

Uwzględniając te dane wyznaczyć za pomocą symulacji najmniejszą liczbę k osób w pokoju, przy której prawdopodobieństwo tego, że co najmniej dwie mają urodziny w tym samym dniu roku, wynosi co najmniej $1/2$. Podać założenia i uproszczenia, przy których dokonano obliczeń.

5

Test na obecność pewnego wirusa ma skuteczność 95%, tzn. jeśli badana osoba jest chora (t.j. zakażona wirusem), to z prawdopodobieństwem 0.95 test daje wynik pozytywny, a jeśli badana osoba jest zdrowa, to z prawdopodobieństwem 0.95 test daje wynik negatywny. Wiadomo, że średnio 1 osoba na 1000 jest zakażona. Jeśli dla osoby wybranej losowo test dał wynik pozytywny, to jakie jest prawdopodobieństwo tego, że osoba ta jest faktycznie chora? Rozwiąż zadanie za pomocą symulacji.