

Laboratorium 12

MAT4 - Stosowany rachunek prawdopodobieństwa

Wersja: 2023-12-18

1 Wykres gęstości łącznej dwuwymiarowego rozkładu normalnego

Napisać funkcję, która będzie rysowała wykres dwuwymiarowej gęstości normalnej o zadanych parametrach. Można skorzystać przy tym z wbudowanej w R funkcji `persp(x,y,z,...)`, która rysuje powierzchnię powstającą z interpolacji punktów (x, y, z) . Do wyznaczenia odpowiednich wartości z można użyć polecenia `outer`, której działanie najprościej ilustruje następujący przykład

```
x<-c(1,2)
y<-c(3,4)
f<-function(x,y){x*y}
z<-outer(x,y,f)
print(z)
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]    3    4
## [2,]    6    8
```

2 Generowanie próby z dwuwymiarowego rozkładu normalnego

1. Dla kilku wartości $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^2$ i kilku macierzy $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^2$ (symetrycznych i dodatnio określonych) wylosować próbę z rozkładu dwuwymiarowego normalnego (można przy tym skorzystać z polecenia `mvrnorm` z biblioteki MASS). Zbadać zależność kształtu wylosowanej chmury punktów od parametrów \mathbf{m} i \mathbf{C} . W szczególności zbadać wpływ znaku współczynnika korelacji ρ na kształt chmury.
2. Obejrzyć histogramy rozkładów brzegowych.
3. Dla $\mathbf{m} = (0, 0)$ i jednostkowej macierzy \mathbf{C} wyznaczyć (teoretycznie i empirycznie)

$$\mathbb{P}(X^2 + Y^2 \leq 1),$$

gdy $(X, Y) \sim \mathcal{N}(\mathbf{m}, \mathbf{C})$.

3 Generowanie próby z dwuwymiarowego rozkładu normalnego metodą rozkładu warunkowego

Można pokazać, że jeśli (X, Y) ma rozkład łączny normalny z parametrami $\mathbf{m} = (0, 0)$ i

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \rho\sigma_X\sigma_Y \\ \rho\sigma_X\sigma_Y & \sigma_Y^2 \end{bmatrix},$$

to rozkład warunkowy zmiennej losowej Y pod warunkiem $X = x$ jest normalny

$$\mathcal{N}\left(\rho \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} x, \sigma_Y^2 (1 - \rho^2)\right).$$

Wykorzystać ten fakt do wygenerowania metodą rozkładów warunkowych próby z dwuwymiarowego rozkładu normalnego z $\mathbf{m} = (0, 0)$ i wybranymi przez siebie wartościami σ_X , σ_Y i ρ .

4 Sploty

Zbadać empirycznie sploty dwóch rozkładów

- Poissona z różnymi parametrami,
- jednostajnych na odcinku $(0, 1)$.