MAT4_Lab05_P

jm

2023-10-29

Minimum zmiennych wykładniczych

Niech $X_1, ..., X_n$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach wykładniczych z parametrami $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$. Jeśli $M = \min(X_1, \ldots, X_n)$, wtedy:

- $M \sim \mathrm{Exp}(\lambda_1 + \ldots + \lambda_n)$,
- dla $k = 1, \ldots, n$,
$$\mathbb{P}(M = X_k) = \frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \ldots + \lambda_n}.$$

Zaproponuj i przeprowadź symulacje ilustrujące powyższe fakty.

Symulacja procesu Poissona

Symulacja N_t dla $t \geq 0$:

- niech $\tau_0 = 0$,
- wygenerować ciąg niezależnych zmiennych losowych $\rho_1, \rho_2, \ldots$ o jednakowym rozkładzie wykładniczym $Exp(\lambda)$,
- niech $\tau_n = \rho_1 + \ldots + \rho_n$ dla $n = 1, 2, \ldots$,
- dla każdego $k = 0, 1, \ldots$, niech $N_t = k$ dla $\tau_k \leq t < \tau_{k+1}$.

1. Korzystając z powyższego algorytmu wygenerować realizację $(N_t)_t$ dla $\lambda = 0.5$ i $t \in [0, 20]$. Narysować wykres uzyskanej trajektorii.

2. Wygenerować 10000 realizacji procesu $(N_t)_t$ z $\lambda = 0.5$ i na tej podstawie oszacować $\mathbb{P}(N_{10} = i)$, $i = 0, \ldots, 9$. Porównać uzyskane wartości z ich teoretycznymi odpowiednikami.