Laboratorium 1

MAT4 - Stosowany rachunek prawdopodobieństwa

Wersja: 2023-10-08

1

Eksperyment losowy polega na wykonaniu 10 rzutów symetryczną monetą.

1. Przeprowadzić pojedynczą symulację tego eksperymentu. Wyświetlić otrzymaną próbkę i zliczyć liczbę reszek.
2. Przekonać się, że próbka wygenerowana w poprzednim punkcie jest *losowa* - wykonać stworzony przez siebie kod jeszcze raz i wyświetlić nową próbkę.
3. Opierając się na wylosowanych próbach, estymować (oszacować) prawdopodobieństwo uzyskania reszki w pojedynczym rzucie. Porównać wartość estymowaną na podstawie próbki z wartością teoretyczną.
4. Przeprowadzić symulację stu rzutów monetą symetryczną. Na jej podstawie oszacować prawdopodobieństwo uzyskania reszki w pojedynczym rzucie. Porównać wartość estymowaną na podstawie próbki z wartością teoretyczną.
5. Powtórzyć poprzedni punkt dla miliona rzutów.

2

1. Za pomocą symulacji oszacować prawdopodobieństwo tego, że w trzech rzutach monetą symetryczną wypadną dokładnie dwa orły. Porównać wyestymowaną wartość z jej teoretycznym odpowiednikiem.
2. Wykonać poprzedni punkt dla monety niesymetrycznej - takiej, dla której prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w jednym rzucie wynosi 3/4.

3

1. Za pomocą symulacji oszacować prawdopodobieństwo tego, że w 5 rzutach symetryczną monetą żadne dwa kolejne rzuty nie dadzą jednakowych rezultatów.
2. Wykonać poprzedni punkt dla 20 rzutów symetryczną monetą.

4

Za pomocą symulacji oszacować prawdopodobieństwo, że podczas wykonywania rzutów symetryczną monetą pierwszy orzeł pojawi się w rzucie o numerze parzystym.

5

W pewnym pokoju znajduje się k osób. Załóżmy, że dla każdej osoby prawdopodobieństwo bycia urodzonym w każdym z 365 dni w roku (zakładamy dla uproszczenia, że nie ma lat przestępnych) jest jednakowo prawdopodobne. Zakładamy, że urodziny wszystkich osób w pokoju są niezależne (w szczególności zakładamy, że w pokoju nie ma bliźniąt).

1. Napisać funkcję `urodziny(k)`, która zwraca teoretyczne prawdopodobieństwo tego, że wśród k osób co najmniej dwie mają urodziny w tym samym dniu roku.
2. Narysować wykres wartości funkcji `urodziny(k)` dla $k = 0, \ldots, 100$. Odczytać z wykresu przybliżoną wartość k, dla której prawdopodobieństwo tego, że wśród k osób co najmniej dwie mają urodziny w tym samym dniu roku, wynosi 1/2.
3. Za pomocą symulacji oszacować wartość prawdopodobieństwa, że wśród 23 osób co najmniej dwie mają urodziny w tym samym dniu roku

6

Rozważmy następującą grę losową. Dana jest talia n kart, ponumerowanych liczbami naturalnymi od 1 do n. Karty zostały starannie potasowane. Wybieramy je kolejno z talii, przypisując wyborom numery od 1 do n i porównujemy liczbę widniejąca na wyciąganej karcie z numerem wyboru. Jeżeli choć raz (wśród n możliwych razy) te liczby się zgadzają, uznajemy, że grę wygraliśmy.

1. Przeprowadzić symulację takiego doświadczenia losowego dla $n = 100$.
2. Powtórzyć symulację 10^4 razy i na tej podstawie oszacować prawdopodobieństwo wygrania gry.