

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Fakulta informatiky a informačných technológií

Evidenčné číslo: FIIT-000-00000

Matúš Cuper

Optimalizácia konfiguračných parametrov predikčných metód

Bakalárska práca

Vedúci práce: Ing. Marek Lóderer

máj 2017

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Fakulta informatiky a informačných technológií

Evidenčné číslo: FIIT-000-00000

Matúš Cuper

Optimalizácia konfiguračných parametrov predikčných metód

Bakalárska práca

Študijný program: Informatika

Študijný odbor: 9.2.1 Informatika

Miesto vypracovania: Ústav informatiky a softvérového inžinierstva, FIIT STU Bratislave

Vedúci práce: Ing. Marek Lóderer

máj 2017

Anotácia

Slovenská technická univerzita v Bratislave

FAKULTA INFORMATIKY A INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ

Študijný program: Informatika

Autor: Matúš Cuper

Bakalárska práca: Optimalizácia konfiguračných parametrov predikčných metód

Vedúci práce: Ing. Marek Lóderer

máj 2017

V práci sme sa zamerali na problémy vznikajúce pri prekii časových radov. V súčasnosti existuje veľké množstvo metód, ktoré nám zabezpečujú predpoveď sledovanej veličiny s prijateľne malou odchýlkou na krátke obdobie v blízkej budúcnosti. Cieľom bakalárskej práce bolo vytvoriť systém, ktorý používateľovi poskytne jednoduché rozhranie pre porovnanie jednotlivých predikčných algoritmov nad množinou dát, ktorú si sám zvolí. Hľadanie ich optimálneho nastavenia prebieha pomocou optimalizačných algoritmov založených na správaní sa živočíchov v prírode.

V práci sme analyzovali a opísali množinu predikčných a optimalizačných algoritmov. Navrhli sme systém na hľadanie optimálnych parametrov predikčných metód, čím sme výrazne ovplyvnili presnosť predikčných metód. Systém bol implementovaný v jazyku R a na vytvorenie používateľského rozhrania bola použitá knižnica Shiny. Optimalizácie sme vykonávali nad dátovými množinami v doméne energetiky. Výsledný systém umožňuje používateľovi využívať silu predikčných algoritmov a nájsť ich optimálne parametre pre zabezpečenie čo najpresnejšej predikcie.

Annotation

Slovak University of Technology Bratislava
FACULTY OF INFORMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES
Degree Course: Computer Science
Author: Matúš Cuper
Bachelor thesis: Optimizing configuration parameters of prediction methods
Supervisor: Ing. Marek Lóderer
May 2017

Tu bude text anglickej anotácie

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Čestne prehlasujem, že bakalársku prácu som vypracoval samostatne pod vedením vedúceho bakalárskej práce a s použitím odbornej literatúry, ktorá je uvedená v zozname použitej literatúry.

.....
Matúš Cuper

POĎAKOVANIE

Ďakujem vedúcemu bakalárskej práce Ing. Marekovi Lódererovi za odborné vedenie, cenné rady a pripomienky pri spracovaní bakalárskej práce.

Obsah

1	Úvod	1
2	Analýza problému	2
2.1	Časové rady	2
2.1.1	Analýza časových radov	2
2.1.2	Zložky časových radov	2
2.2	Analýza predičných algoritmov	4
2.2.1	Lineárna regresia	4
2.2.2	Stochastické modely	6
2.2.3	Regresia založená na podporných vektoroch	8
2.2.4	Rozhodovacie stromy	8
2.2.5	Náhodné lesy	9
2.2.6	Neurónové siete	9
2.2.7	Učenie súborov klasifikátorov	10
2.2.8	Exponenciálne vyrovňovanie	10
2.3	Analýza optimalizačných algoritmov	11
2.3.1	Genetický algoritmus	11
2.3.2	Optimalizácia svorkou divých vlkov	12
2.3.3	Umelá kolónia včiel	13
2.3.4	Kolónia mravcov	14
2.4	Meranie presnosti predpovedi	15
2.4.1	Stredná chyba predpovede	15
2.4.2	Stredná absolútna chyba	15
2.4.3	Stredná percentuálna chyba	15
2.4.4	Stredná absolútna percentuálna chyba	16
2.4.5	Stredná štvorcová chyba	16
2.4.6	Symetrická stredná absolútna percentuálna chyba	16
2.5	Zhodnotenie analýzy	16
3	Špecifikácia požiadaviek	17
4	Návrh riešenia	18
5	Implementácia	19
6	Zhodnotenie	20
7	Záver	21
8	Technická dokumentácia	22
9	Plán do nasledujúceho semestra	23
	Literatúra	24

Zoznam obrázkov

1	Príklad trendovej zložky časového radu.	3
2	Príklad sezónnej zložky časového radu.	4
3	Príklad reziduálnej zložky časového radu.	5
4	Príklad multiplikatívneho modelu	6
5	Príklad aditívneho modelu.	7
6	Príklad možného umiestnenia vlka v dvojrozmernom priestore na základe polohy koristi.	14

Zoznam tabuliek

1 Úvod

V súčasnosti sme obklopený množstvom zariadení, ktoré merajú a zhromažďujú informácie z iných zariadení. Príkladom môžu byť rôzne mobilné aplikácie, meteorologické stanice alebo chytré merače merajúce spotrebu elektriky, vody či plynu. Namerané dáta sa môžu meniť v závislosti od napr. hodiny, dňa alebo počasia. Samozrejme existujú aj merania, ktoré sú ovplyvnené ľudským správaním, ktoré sa môže líšiť v závislosti od vyššie uvedených faktorov, ale aj faktorov ako sú kultúrne tradície, zvyky či náboženstvo. Na základe nameraných dát vieme vytvoriť predpoveď, ktorá opäť môže ovplyvniť ostatné faktory a celé predpovedanie sa tak stáva opäť komplexnejším. Ak sú dáta merané v pravidelných intervaloch a konzistentne, nazývame ich časový rad.

V práci sme sa zamerali na predpovedanie veličín na základe ich historických meraní. Ostatné faktory pri tom neboli brané do úvahy. Tým sa stáva predpovedanie jednoduchšie a menej presné, čím vzniká priestor pre hlavný zámer práce, optimalizovanie predikčných metód na základe ich vstupných parametrov. Získame tým presnejšiu predpoveď ako keby sme nastavenie predikčných algoritmov nechali na náhode alebo vlastnom úsudku.

Optimalizačné algoritmy, tak ako ich názov napovedá, slúžia na nájdenie optimálneho riešenia. Nájdenie najlepšieho riešenia požaduje preskúmanie všetkých možností. Stáva sa tak pomalým a výpočtovo náročným. Optimalizačné algoritmy rýchlo nájdu riešenie, ktoré je pre potreby našej práce postačujúce. Optimalizačné algoritmy môžeme rozdeliť do viacerých skupín, v práci sa však zameriavame prednostne na biologicky inšpirované algoritmy, ktoré sú jednou z najefektívnejších podskupín.

Výsledný systém poskytuje používateľovi webové grafické rozhranie, pomocou ktorého môže predpovedať hodnoty vložených časových radov. Má možnosť zvoliť si medzi viacerými predikčnými a optimalizačnými algoritmami. Rozhranie poskytuje používateľovi základné informácie o algoritmoch, ako aj vysvetlenie efektov jednotlivých vstupných parametrov metód. Je na zvážení používateľa, aké parametre zvolí pre optimalizačné algoritmy. Vstupné parametre predikčných metód budú zvolené optimálne na základe výstupných hodnôt optimalizačných algoritmov. Používateľ má k dispozícii vyhodnotenie predpovede, ktoré porovnáva predpovedanú a skutočnú hodnotu rôznymi metodikami.

Celá práca je rozdelená do niekoľkých kapitol. V kapitole 2 sme sa zamerali na analýzu problému. Definovali sme kľúčové pojmy, použité metódy, opísali sme časové rady, ich vlastnosti, rozdelili sme predikčné a optimalizačné algoritmy do skupín. Kapitola 3 popisuje funkcionality, ktorú systém poskytuje používateľom. V kapitole 4 sa zameriavame na návrh systému a v kapitole 5 už samotnou implementáciou systému v jazyku R. Výsledky práce sú zhodnotené v kapitole 6.

2 Analýza problému

Predpovedanie spotreby elektriky je kľúčovou činnosťou pre plánovanie a prevádzkovanie rôznych elektronických zariadení. Potrebný vzor pre časové rady spotreby elektriny je často komplexný a je zložitý ho nájsť aj kvôli zmenám cien elektriky na trhu. Preto je náročné nájsť a implementovať vhodný model počítajúci presnú predpoveď [12].

2.1 Časové rady

Časový rad je množina dátových bodov nameraná v čase postupne za sebou. Matematicky je definovaný ako množina vektorov $x(t)$, kde t reprezentuje uplynulý čas. Premenná $x(t)$ je považovaná za náhodnú premennú. Merania v časových radoch sú usporiadané v chronologickom poradí [1].

Časové rady delíme na spojité a diskrétné. Pozorovania pri spojitých časových radoch sú merané v každej jednotke času, zatiaľ čo diskrétné obsahujú iba pozorovania v diskrétnych časových bodoch. Hodnoty toku rieky, teploty či koncentrácie látok pri chemickom procese môžu byť zaznamenané ako spojitý časový rad. Naopak, populácia mesta, produkcia spoločnosti alebo kurzy mien reprezentujú diskrétny časový rad. Vtedy sú pozorovania oddelené rovnakými časovými intervalmi, napr. rokom, mesiacom či dňom [1]. V našom prípade sú namerané dáta dostupné každú celú štvrt' hodinu.

2.1.1 Analýza časových radov

V praxi je vhodný model napasovaný do daného časového radu a zodpovedajúce parametre sú predpovedané na základe známych dát. Pri predpovedaní časových radov sú dáta z predchádzajúcich meraní zhromažďované a analyzované za účelom navrhnutia vhodného matematického modelu, ktorý zachytáva proces generovania dát pre časové rady. Pomocou tohto modelu sú predpovedané hodnoty budúcich meraní. Takýto prístup je užitočný, keď nemáme veľa poznatkov o vzore v meraniach idúcich za sebou alebo máme model, ktorý poskytuje nedostatočne uspokojivé výsledky [1].

Cieľom predikcií časových radov je predpovedať hodnotu premennej v budúcnosti na základe doteraz nameraných dátových vzoriek. Matematicky zapísané ako

$$\hat{x}(t + \Delta_t) = f(x(t - a), x(t - b), x(t - c), \dots) \quad (1)$$

Hodnota \hat{x} vo vzorci 1 je predpovedaná hodnota jednorozmerného diskrétného časového radu x . Úlohou je nájsť takú funkciu $f(x)$, pre ktorú bude \hat{x} predstavovať predpovedanú hodnotu časového radu. Táto funkcia by mala predpovedať hodnoty v budúcnosti konzistentne a objektívne [15].

Časové rady sú najčastejšie vizualizované ako graf, kde pozorovania sú na osy y a plynúci čas na osy x . Pre lepšie vysvetlenie časových radov, budú nasledujúce odstavce obsahovať aj obrázky zobrazujúce vygenerovanú dátovú množinu.

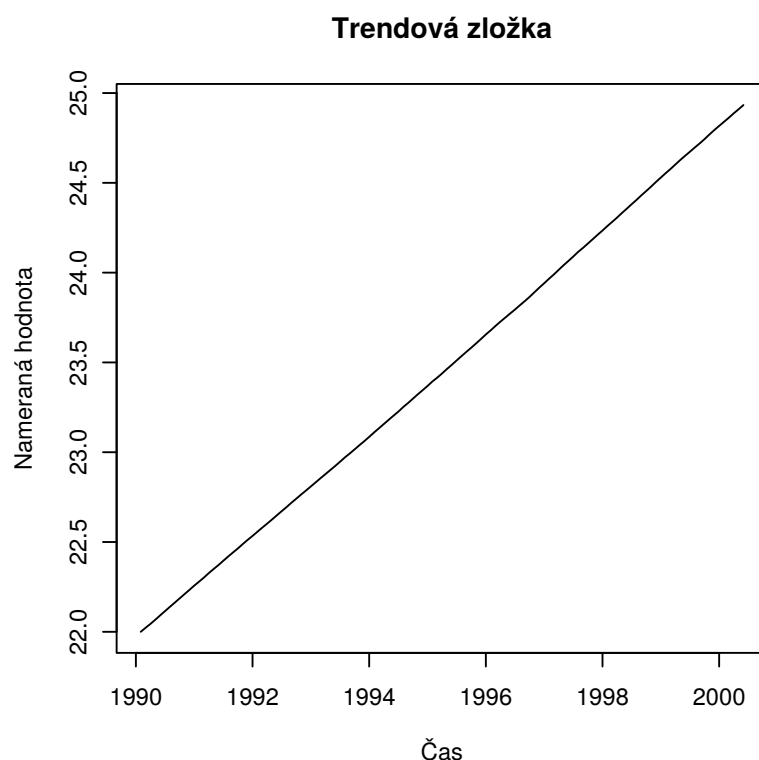
2.1.2 Zložky časových radov

Pri predpovedaní časových radov ako napr. meraní odberu elektriky vznikajú 2 typy trendov. Prvým typom je trvalá alebo dočasná zmena spôsobená ekonomickými alebo ekologickými faktormi. Druhým typom je sezónna zmena, spôsobená zmenami ročných období a množstvom denného svetla. Môžeme ju pozorovať na úrovni dňov, týždňov alebo rokov. Veličina,

ktorú sa snažíme predpovedať postupne mení svoje správanie a model sa tak stáva nepresným. Kvôli tomu je nutné v každom modeli rozdeľovať tieto typy tendencií, aby sme vedeli model zmenám prispôbiť [7].

Vo všeobecnosti sú časové rady zložené zo 4 hlavných zložiek, ktoré môžeme odlíšiť od pozorovaných dát. Jedná sa o trendovú, cyklickú, sezónnu a reziduálnu zložku [1].

Trendová zložka predstavuje správanie časového radu v dlhodobom časovom horizonte. Z tohto pohľadu má časový rad tendenciu klesať, rásť alebo stagnovať. Príkladom môže byť nárast populácie či klesajúca úmrtnosť [1].

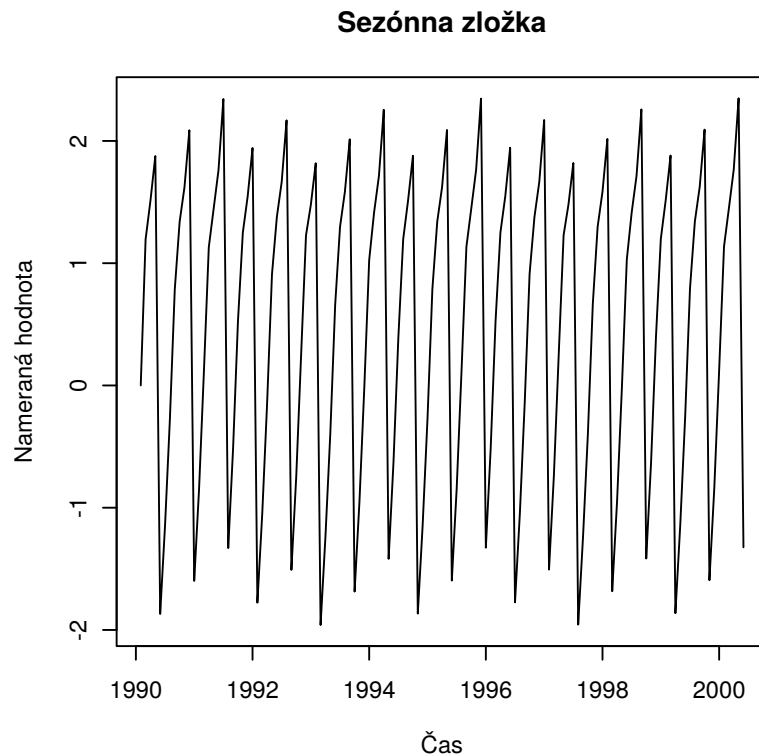


Obr. 1: Príklad trendovej zložky časového radu.

Cyklická zložka je spôsobená zmenami, ktoré sa cyklicky opakujú. Dĺžka periódy je 2 a viac rokov, čo zodpovedá strednodobému časovému horizontu. Táto zložka je zastúpená najmä pri ekonomických časových radoch napríklad podnikateľský cyklus pozostávajúci zo 4 fáz, ktoré sa stále opakujú [1].

Sezónna zložka predstavuje kolísanie časových radov počas ročných období. Dôležitými faktormi pri tom sú napr. klimatické podmienky, tradície alebo počasie. Napríklad predaj zmrzliny sa v lete zvyšuje, ale počet predaných lyžiarskych súprav klesá [1].

Reziduálna zložka predstavuje veličinu, ktorá nemá žiadny opakovateľný vzor a ani dlhodobý trend. V časových radoch má nepredvídateľný vplyv na pozorovanú veličinu. V štatistike zatiaľ nie je definovaná metóda na jej meranie. Označuje sa aj ako náhodná zložka alebo biely šum. Je spôsobená nepredvídateľnými a nepravidelnými udalosťami [1].



Obr. 2: Príklad sezónnej zložky časového radu.

Vo všeobecnosti sa pre tieto 4 zložky používajú 2 rôzne modely. Je to multiplikatívny model a aditívny model.

$$\begin{aligned} Y(t) &= T(t) \times S(t) \times C(t) \times I(t) \\ Y(t) &= T(t) + S(t) + C(t) + I(t) \end{aligned} \quad (2)$$

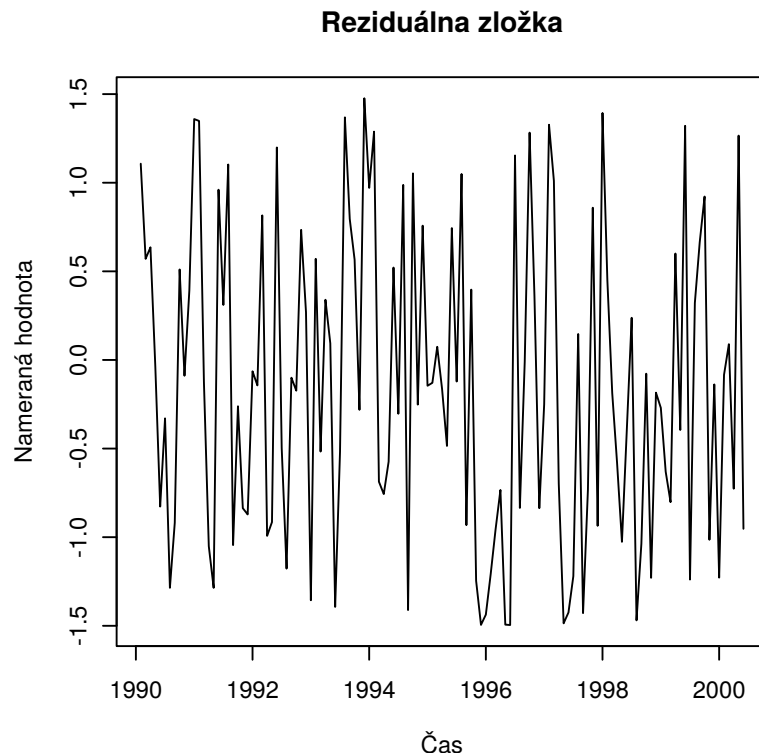
Vo vzorci 2 predstavuje $Y(t)$ meranie v čase t . Premenné $T(t)$, $S(t)$, $C(t)$ a $I(t)$ sú zložkami trendu, sezónnosti, cyklu a náhodnosti. Multiplikatívny model, zobrazený na obrázku 4 je založený na predpoklade, že časové rady môžu byť na sebe závislé a môžu byť ovplyvňované medzi sebou, zatiaľ čo aditívny model, zobrazený na obrázku 5 predpokladá nezávislosť zložiek [1].

2.2 Analýza predikčných algoritmov

Na základe množstva predikčných

2.2.1 Lineárna regresia

Najpoužívanejšia štatistická metóda, ktorá modeluje vzťah závislej premennej a vysvetľujúcej premennej. Závislú premennú predstavuje veličina, ktorú sa snažíme predpovedať, čo je v našom prípade spotreba elektriky. Vysvetľujúca premenná v sebe zahŕňa rôzne faktory, ktoré ovplyvňujú závislú premennú. Môžeme si pod tým predstaviť deň v týždni, počasie, tradície alebo rôzne udalosti, ktoré majú vplyv na predpoveď. [10, 12].



Obr. 3: Príklad reziduálnej zložky časového radu.

Predpokladajme typický regresný problém. Dáta pozostávajúce z množiny n meraní majú formát $\{(x_1, f(x_1)), \dots, (x_n, f(x_n))\}$. Úlohou regresie je odvodiť funkciu \hat{f} z dát, kde

$$\hat{f} : X \rightarrow \mathbb{R}, \text{ kde, } \hat{f}(x) = f(x), \forall x \in X, \quad (3)$$

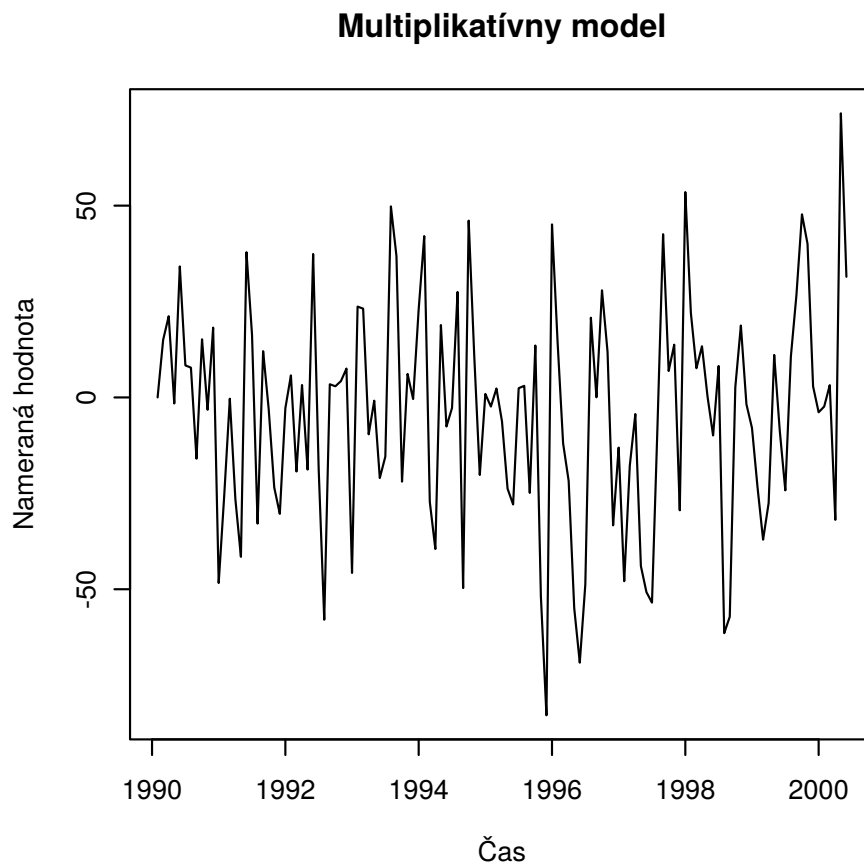
Funkcia f vo vzorci 3 reprezentuje reálnu neznámu funkciu. Algoritmus použitý na odvodenie funkcie \hat{f} sa nazýva indukčný algoritmus. Funkcia \hat{f} sa nazýva model alebo prediktor. Obvykle je úlohou regresie minimalizovať odchýlku funkcie pre štvorcovú chybu, konkrétne strednú štvorcovú chybu MSE [13].

Keďže časový rad pozostáva z viacerých zložiek, môžeme ho zapísať ako funkciu $L(t)$ definovanú ako

$$L(t) = L_n(t) + \sum a_i x_i(t) + e(t) \quad (4)$$

Vo vzorci 4 funkcia $L_n(t)$ predstavuje odber elektriky v čase t . Hodnota a_i je odhadovaný pomaly meniaci sa koeficient. Faktory $x_i(t)$ nezávisle vplyvajú na spotrebu elektriky. Môže sa jednať napríklad o počasie alebo zvyky ľudí. Komponent $e(t)$ je biely šum, ktorý má nulovú strednú hodnotu a pevnú varianciu. Číslo n je počet meraní, obvykle 24 alebo 168, v našom prípade 96 meraní počas jedného dňa [10].

Lineárna regresná analýza je štatistická metóda používaná na modelovanie vzťahov, ktoré môžu existovať medzi veličinami. Nachádza súvislosti medzi závislou premennou a potenciálnymi vysvetľujúcimi premennými. Používame pri tom vysvetľujúce premenné, ktoré môžu byť namerané súčasne so závislými premennými alebo aj premenné z úplne iných zdrojov. Regresná analýza môže byť tiež použitá na zlúčenie trendu a sezónnych zložiek do modelu. Keď je raz model vytvorený, môže byť použitý na zásah do spomínaných



Obr. 4: Príklad multiplikatívneho modelu

vzt'ahov alebo, v prípade dostupnosti vysvetľujúcich premenných, na vytvorenie predikcie [11].

Viacnásobná lineárna regresia sa snaží modelovať vzt'ah medzi dvoma alebo viacerými vysvetľujúcimi premennými a závislou premennou vhodnou lineárnou rovnicou pre pozorované dáta. Výsledný model je vyjadrený ako funkcia viacerých vysvetľujúcich premenných [7].

Túto funkciu môžeme zapísať ako

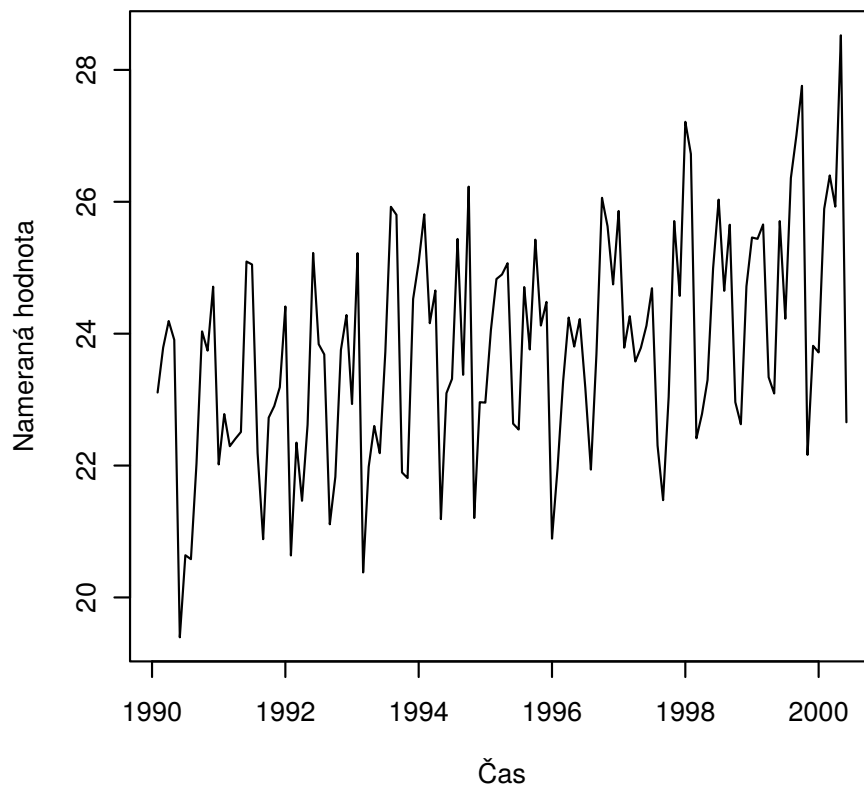
$$Y(t) = V_t a_t + e_t \quad (5)$$

Vo vzorci 5 t označuje čas, kedy bolo meranie uskutočnené. $Y(t)$ predstavuje celkový nameraný odber elektriky. Vektor V_t reprezentuje hodnoty vysvetľujúcich premenných v čase merania. Vysvetľujúce premenné môžu predstavovať meteorologické vplyvy, ekonomický nárast, ceny elektriky či kruzy mien. Chybu modelu v čase t zapíšeme ako e_t [10, 12].

2.2.2 Stochastické modely

Tieto metódy časových radov sú založené na predpoklade, že dáta majú vnútornú štruktúru, ako napr. autokoreláciu, trend či sezónnu variáciu. Najprv sa precízne zostaví vzor zodpovedajúci dostupným dátam a potom sa na jeho základe predpovie budúca hodnota veličiny [10].

Aditívny model



Obr. 5: Príklad aditívneho modelu.

Autoregresný model predpovedá budúcu hodnotu premennej ako súčet lineárnej kombinácie p predchádzajúcich meraní, náhodnej chyby a konštanty. V literatúre sa označuje ako AR (autoregressive model). Matematicky môžeme autoregresný model zapísať ako

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (6)$$

Vo vzorci 6 hodnota y_t predstavuje predpovedanú hodnotu v čase t . Náhodnú chybu v čase t zapíšeme ako ε_t . Hodnoty φ_i sú parametre modelu a c je konštanta. Konštantou p označujeme rad modelu [1].

Model kľzavého priemeru na rozdiel od autoregresného modelu používa ako vysvetľujúce premenné chyby predchádzajúcich meraní a nie priamo hodnoty. V literatúre sa označuje ako MA (moving average). Matematicky môžeme tento vzťah zapísať ako

$$y_t = \mu + \sum_{j=1}^q \Theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (7)$$

Vo vzorci 7 hodnota y_t predstavuje strednú hodnotu postupnosti meraní v čase t . Hodnoty Θ_j sú parametre modelu a konštantou q označujeme rad modelu. Vychádzame z predpokladu, že náhodná zložka ε_t je biely šum, čo je rovnomerne distribuovaná náhodná premenná, ktorá má nulovú strednú hodnotu a konštantnú varianciu σ^2 [1].

Autoregresívny model kľzavého priemeru reprezentuje súčasnú hodnotu časového rádu lineárne na základe jeho hodnôt a hodnôt bieleho šumu v predchádzajúcich periódach. V literatúre sa označuje ako ARMA (autoregressive moving average) [10].

Ide o kombináciu autoregresie (AR) a kľzavého priemeru (MA), vhodnú pre modelovanie jednorozmerných časových radov. Matematicky môžeme reprezentovať tento model ako súčet predchádzajúcich modelov

$$y_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \Theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (8)$$

Rad modelu určuje p a q [1].

Autoregresívny integrovaný model kľzavého priemeru je generalizáciou modelu ARMA. V literatúre sa označuje ako ARIMA (autoregressive integrated moving average). Modely typu ARMA môžu byť použité iba na statické časové rady. Mnoho časových radov v praxi vykazuje nestatické správanie a napr. tie, ktoré obsahujú komponenty trendu a sezónnosti. Kvôli tomu bol navrhnutý model ARIMA, ktorý je zahŕňa v sebe aj prípady nestatických časových radov. Z nestatických časových radov sa vytvárajú statické pomocou konečného počtu derivovaní dátových bodov. Vzniká tak matematický model, ktorý môžeme zapísať ako

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i L^i\right)(1 - L)^d y_t = \left(1 + \sum_{j=1}^q \Theta_j L^j\right) \varepsilon_t \quad (9)$$

Vzorec 9 môžeme zapísať aj jednoduchšie a to

$$\varphi(L)(1 - L)^d y_t = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (10)$$

Vo vzorci 9 predstavujú premenné p , d a q rad autoregresného modelu, modelu kľzavého priemeru a integrovaného modelu. Hodnota d zodpovedá stupňu derivovania, zvyčajne je rovná 1. V prípade, že $d = 0$ dostaneme klasický ARMA model. Rovnakým spôsobom vieme dostať modely AR a MA [1].

2.2.3 Regresia založená na podporných vektoroch

Regresia založená na podporných vektoroch a metóda podporných vektorov je založená na štatistickej teórii učenia, nazývanej aj VC teória, podľa svojich autorov, Vapnik a Chervonenkisa [15].

Metóda podporných vektorov je použitá na množstvo úloh strojového učenia ako je rozoznávanie vzorov, klasifikácia objektov a v prípade predikcií časových radov to je regresná analýza. Regresia založená na podporných vektoroch je postup, ktorého funkcia je predpovedaná pomocou nameraných dát, ktorými je metóda podporných vektorov natrénovaná. Toto je odklon od tradičných predpovedí časových radov, v zmysle že metódou podporných vektorov nepoužíva žiadny model, ale predikciu riadia samotné dáta [15].

Táto predikčná metóda poskytuje malý počet voľných parametrov. Garantuje konvergenciu k ideálnemu riešeniu a môže byť výpočtovo efektívna [15].

2.2.4 Rozhodovacie stromy

Rozhodovacie stromy sú jednou z najrozšírenejších učiacich metód. Používajú sa najmä na klasifikáciu, ale v súčasnosti sa využívajú aj na regresiu. Rozhodovací strom je reprezentovaný ako množina uzlov a im prislúchajúcich hrán. Uzly reprezentujú atribúty a výstupné

hrany sú vždy označené konkrétnou hodnotou pre atribút, z ktorého vychádzajú. Rozhodovanie začína v koreni stromu a končí po dosiahnutí listového uzla. Pre riešenie jedného problému je možné vytvoriť stromy s rôznym počtom a usporiadaním uzlov. Najlepším riešením je strom s najmenším počtom rozhodovacích uzlov [14].

Regresný rozhodovací strom

2.2.5 Náhodné lesy

Náhodné lesy sú kombináciou predpovedí stromov. Každý strom závisí od hodnoty náhodného vektora s rovnakým rozdelením. Chyba lesu závisí od sily jednotlivých stromov a koreláciou medzi nimi. Náhodný les môžeme definovať ako klasifikátor pozostávajúci z množiny stromov $\{h(x, \Theta_k), k = 1, 2, \dots\}$, kde $\{\Theta_k\}$ sú nezávislé rovnomerne distribuované náhodné vektory a každý strom sa podieľa na hlasom na voľbe triedy vstupu x . S nárastom počtu stromov hodnota $\{\Theta_k\}$ konverguje k určitému bodu. Tým je zabezpečené, že náhodné lesy sa s pridávaním počtu stromov nepretrénujú ale veľkosť chyby sa postupne ustáli. Pri výbere náhodného vektora sa snažíme pri zachovaní jeho sily minimalizovať koreláciu, čím zvyšujeme presnosť celého výpočtu [3].

Väčšinou sú náhodné lesy používané na klasifikačné problémy, avšak je možné ich aplikovať aj na regresiu. Regresné náhodné lesy sú tvorené rastom stromov závislých na náhodnom vektore $\{\Theta\}$. Prediktor stromu $h(x, \Theta)$ nadobúda číselné hodnoty narozdiel od štíkov tried ako je to pri klasifikačných problémoch. Predpokladáme trénovaciu množinu, ktorá je nezávislou distribúciou náhodného vektora Y, X . Potom môžeme strednú štvorcovú generalizačnú chybu pre číselný prediktor h matematicky zapísať ako

$$E_{X,Y}(Y - h(X))^2 \quad (11)$$

Prediktor náhodného lesu je tvorený priemerom k stromov, čo zapíšeme ako $h(x, \Theta_k)$ [3].

2.2.6 Neurónové siete

Neurónové siete sú inšpirované činnosťou mozgu a nervovej sústavy.

Neurónová sieť predstavuje orientovaný graf uzlov. Každý uzol počíta svoj výstup na základe vstupov od susedných uzlov. Výpočet prebieha aplikovaním funkcie, ktorá sa nazýva sigmoid, na vážený súčet vstupov. Uzol neurónovej siete sa označuje ako neurón [8].

Je veľa typov neurónových sietí napríklad viacvrstvové perceptónové siete, samoriadiacie siete, siete s viacerými skrytými vrstvami atď. V každej skrytej vrstve je množstvo neurónov. Hlavnou výhodou je, že väčšina sietí nepotrebuje model. Na druhej strane, trénovanie obvykle zaberá veľa času. Výstupom siete je lineárna rovnica váh prepojených so vstupom [10].

Najpoužívanejšou neurónovou sieťou je viacvrstvový perceptón, ktorý pozostáva z uzlov a im prislúchajúcim hranám. Uzly sú zoskupované do rôznych vrstiev. Prvá vrstva je vstupná vrstva, kde počet d označuje počet vstupných parametrov vstupujúcich do siete. Táto vrstva je následne prepojená hranami so skrytou vrstvou pozostávajúcou z h uzlov. Tá je potom prepojená s výstupnou vrstvou s c uzlami. Kvôli tomu sa tieto siete zvyknú označovať aj ako dopredné siete [14].

Elementy skrytých a výstupných vrstiev sú umelé neuróny pozostávajúce z uzlov, viacerých vstupujúcich a jednou výstupnou hranou. Funkciou neurónu je transformovať lineárnu

kombináciu vstupov pomocou nelineárnej aktivačnej funkcie, čiže každú vstupnú hranu pre-násobiť jej váhou a výsledok týchto súčinou sčítať. Tak dostaneme pre neurón j vzorec 12 opisujúci lineárnu kombináciu vstupov a_j

$$a_j = \sum_{i=1}^d w_{ji} x_i \quad (12)$$

Príčom váha w_{ji} označuje váhu medzi neurónom i na vstupnej vrstve a neurónom j na skrytej vrstve [14].

Aktivovanie neurónu j závisí od jeho aktivačnej funkcie $g(a_j)$. Jednu z najpoužívanejších aktivačných funkcií, logistickú sigmoidnú funkciu, môžeme matematicky zapísať ako

$$g(a) \equiv \frac{1}{1 + \exp(-a)} \quad (13)$$

Je zrejmé, že funkcia zo vzorca 13 vracia hodnoty v rozmedzí $(0, 1)$ [14].

2.2.7 Učenie súborov klasifikátorov

Používa sa na jednoduchú predikciu. Ak h je počet meraní, ktoré sú denne dostupné, v deň t sa vykoná h predikcií podľa váženého priemeru m modelmi. Nasledujúci deň sa vypočíta chyba predpovede, na základe ktorej sa znova prepočítajú váhy a každý model sa aktualizuje[7].

Učenie súborov klasifikátorov môžeme rozdeliť na homogénne a heterogénne učenie.

Homogénne učenie súborov klasifikátorov Pozostáva z modelov rovnakého typu, ktoré sa učia na rôznych podmnožinách datasetu.

Heterogénne učenie súborov klasifikátorov Aplikuje rôzne typy modelov nad rovnakými dátovými množinami[7].

2.2.8 Exponenciálne vyrovňovanie

Táto metóda, tak ako vyššie popísané metódy, najprv na základe dát z predchádzajúcich meraní vytvorí model. Ten sa v ďalej použije na redpovedanie budúcich dát. Tento vzťah môžeme matematicky zapísať ako

$$y(t) = \beta(t)^T f(t) + \varepsilon(t) \quad (14)$$

Vo vzorci 14 sa opäť nachádza biely šum $\varepsilon(t)$. Hodnota $\beta(t)$ predstavuje **coefficient vector** a $f(t)$ **fitting function** [12].

Jednou z predikčných metód časových radov, ktorá používa exponenciálne vyrovňovanie je aj Wintersova metóda. Pri sezónnych dátach sú použité 3 vyrovňavacie parametre a to trend, sezónnosť a stacionárnosť. Analýza a predpoveď priamym aplikovaním Wintersovej metódy môže byť náročné, keďže dátové množiny väčšinou obsahujú **riedke pozorovania (sparse values)**. Tento problém môžeme vyriešiť kombináciou ostatných metód, ako je napr. autoregresívny model či spektrálna analýza, s exponenciálnym vyrovňovaním [12].

2.3 Analýza optimalizačných algoritmov

2.3.1 Genetický algoritmus

Genetický algoritmus patrí medzi biologicky inšpirované algoritmy patriace do triedy evolučných algoritmov. Genetický algoritmus je stochastický optimalizačný algoritmus, ktorého úlohou je nájdenie globálneho riešenia pre zadaný problém, čiže sa nestane, že riešenie spadne do lokálne minima a nenájde sa tak optimálne riešenie. Od tradičných algoritmov sa líšia hlavne v počte riešení, ktoré sú kandidátmi na najlepšie riešenie. Tradičné vyhľadávacie algoritmy prehľadávajú dôkladne iba jedno riešenie, zatiaľ čo genetické algoritmy hlbšie spracujú viacero kandidátov naraz. Každý kandidát na optimálne riešenie problému je reprezentovaný dátovou štruktúrou, ktorú označujeme pojmom jedinec. Súbor jedincov tvorí populáciu. Začiatok procesu začína náhodnými riešeniami populácie, ktorý sa postupne zlepšuje [5].

Vytvorenie novej generácie sa vykonáva pomocou genetických operátorov, a to selekciou, krížením a mutáciou. Proces selekcie vyberie kvalitnejšie chromozómy, ktoré prežijú a vyskytnú sa tak aj v ďalšej generácii [17].

Pri genetických algoritmoch sa zavádzajú pojmy ako chromozón, fitness funkcia, kríženie, elitárstvo, operátor reprodukcie či mutácie [5].

Chromozón je pomenovanie pre jedinca. V literatúre sa tiež zvykne používať označenie kandidát [2].

Fitness funkcia je funkcia určujúca efektívnosť chromozónu, pre ktoré je vypočítaná fitness funkcia. Pri hľadaní optimálneho riešenia sa porovnáva hodnota fitness funkcie aktuálneho riešenia s hodnotou funkcie cieľového riešenia [5, 17].

Operátor reprodukcie je obvykle prvý operátor, ktorý sa uplatní na populáciu. Operátor náhodne vyberie reťazce z dvoch chromozónov na párenie [5].

Kríženie je operátor kombinácie. Kríženie vykonáva výmenu blokov chromozónov. Z druhého chromozónu je vybraný reťazec náhodnej veľkosti, ktorý sa vymení s rovnako dlhým reťazcom z prvého chromozónu [5].

Vzniká problém ako, čo najvhodnejšie, určiť bod kríženia a vybrať tak najkvalitnejšie bloky chromozónu. Kvôli tomu je potrebné definovať nový element nazývaný väzba, označovaný ako d_i

$$d_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2} \quad (15)$$

Za predpokladu, že chromozón reprezentujeme ako maticu veľkosti $1 \times N$, potom väzbu definovanú vzorcom 15 môžeme reziprezentovať ako maticu $1 \times (N - 1)$. Vypočítaním priemeru susedných hodnôt aj pre cieľovú maticu a nájdením priemeru matice, určíme body kríženia. Chromozón rozdelíme na miestach, kde je väzba, čo najmenšia [17].

Elitárstvo je to proces pridávania chromozónov s najlepšou hodnotou funkcie fitness priamo do ďalšej populácie. Zaisťuje to, že najlepšie riešenie budúcej generácie bude vždy lepšie, alebo pri najhoršom rovnaké, ako najlepšie riešenie predchádzajúcej generácie [6].

Operátor mutácie sa vykoná po vykonaní operátora reprodukcie. Mutácia chromozómu väčšinou predstavuje operáciu, ktorá s nízkou pravdepodobnosťou invertuje jeden bit v chromozóme [5].

Princíp fungovania genetických algoritmov možno znázorniť v nasledujúcom pseudokóde [5]

Algorithm 1 Pseudokód genetického algoritmu

- 1: Náhodne inicializovanie jedincov
 - 2: Vyhodnotenie fitness funkcie pre každého jedinca
 - 3: Výber jedincov pre ďalšiu populáciu na základe fitness funkcie
 - 4: Kríženie jedincov
 - 5: Mutowanie jedincov
 - 6: Kontrola či nebolo nájdené žiadane optimálne riešenie
 - 7: Ukončenie ak sa našlo takéto riešenie, inak opakovanie krokov 2 až 6
 - 8: Koniec
-

Veľkou výhodou genetického algoritmu je, že mutácia predchádza sklznutiu do lokálnych miním a kombinácia chromozómov vedie k rýchlemu približovaniu sa k optimálnemu riešeniu. Napriek týmto výhodám, majú genetické algoritmy aj niekoľko nevýhod [6].

- Reprezentovanie kandidátov je príliš obmedzujúce
- Mutácia a kríženie sú v súčasnosti aplikovateľné iba na chromozómy reprezentované bitovým reťazcom alebo číslami
- Definovanie fitness funkcie je často netriviálnou záležitosťou a jej generalizácia je náročná

2.3.2 Optimalizácia svorkou divých vlkov

Algoritmus je založený na správaní vlka sivého, ktorý je na vrchole potravinového reťazca a preferuje život vo svorke. Lov pozostáva zo stopovania, prenasledovania, približovania sa, obklúčenia koristi a útokom na korisť. Vlkov vo svorke možno rozdeliť do niekoľkých skupín [16].

Alfa vlky sú vodcami svorky. Ich úlohou je robiť rozhodnutia ohľadom lovu, miesta na spanie či času zobudenia. Tieto príkazy diktujú svorke, avšak bolo pozorované aj demokratické správanie, kedy alfa vlky nasledovali ostatné vlky zo svorky. Všetky vlky uznávajú postavenie alfa vlkov vo svorke. Zaujímavosťou je, že vodcom svorky nemusí byť najsilnejší jedinec, ale môže to byť aj jedinec najlepší v organizovaní svorky [16].

Beta vlky sú druhým stupňom v hierarchii vlčej svorky, podriadené alfa vlkom, ktorým pomáhajú v rozhodovaní a organizácii svorky. Sú najlepšími kandidátmi na alfa vlkov v prípade úmrtia alebo zostarnutia alfa vlkov. Mali by rešpektovať alfa vlky a organizovať nižšie postavené vlky. Hrajú rolu radcu a ďalej distribuujú príkazy a vracajú sa s odozvou na ne [16].

Delta vlky inak nazývané aj podriadené vlky zastupujú vo svorke úlohy prieskumníkov, strážcov, starejších, lovcov či opatrovateľov. Prieskumníci hliadkujú hranice a varujú svorku pred nebezpečím. Strážcovia zabezpečujú bezpečie svorky. Starejší sú skúsenými vlkami, ktorí boli alfa alebo beta vlkami. Lovci pomáhajú alfa a beta vlkom pri love. Opatrovatelia sa starajú o slabé, choré alebo zranené vlky [16].

Omega vlky majú najnižšiu hodnotu vo svorke. Hrajú rolu obetných baránkov, ktoré sa podrobia ostatným vlkom. K potrave sa dostanú ako úplne posledné. Aj keď sa možno javí ich postavenie vo svorke zbytočné, boli pozorované prípady, kedy ich strata spôsobila vo svorke nedorozumenia [16].

Spoločenská hierarchia reprezentovaná matematickým modelom, označuje najvhodnejšie riešenie ako alfa, druhé a tretie najvhodnejšie ako beta resp. delta. Riešenia ostatných kandidátov označujeme ako omega. Algoritmus optimalizácie (v prírode lovu) je vedený alfa, beta a delta kandidátmi, ktorí sú nasledovaní kandidátmi omega [16].

Obkľúčenie koristi môžeme matematicky reprezentovať ako

$$\begin{aligned}\vec{D} &= |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) \vec{X}(t)| \\ \vec{X}(t+1) &= \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}\end{aligned}\tag{16}$$

Aktuálnu iteráciu vo vzorci 16 zapíšeme ako t , vektor \vec{X}_p predstavuje vektor polohy koristi a \vec{X} je vektor polohy vlka. Vektory \vec{A} a \vec{C} sú koeficienty, ktoré zapíšeme ako

$$\begin{aligned}\vec{A} &= 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \\ \vec{C} &= 2 \cdot \vec{r}_2\end{aligned}\tag{17}$$

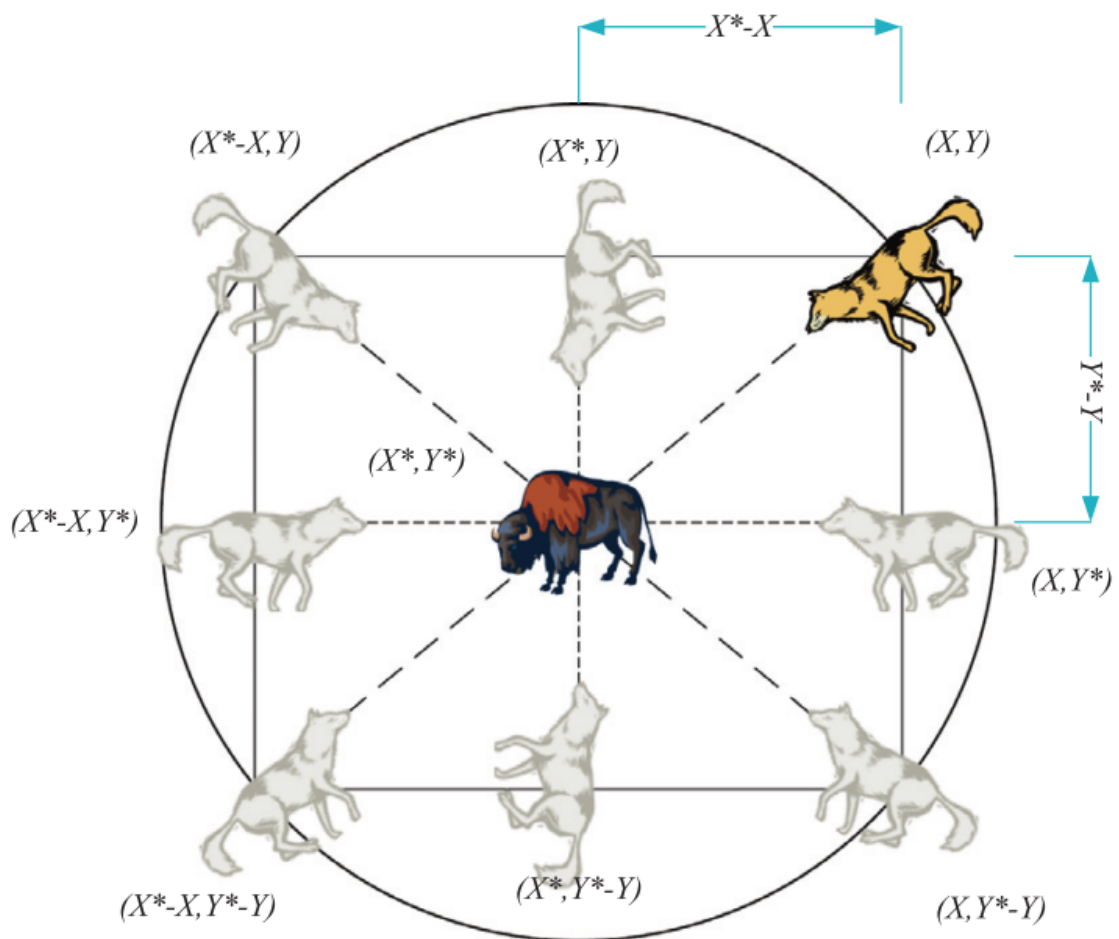
Vo vzorci 17 premenná \vec{a} sa počas výpočtu lineárne znižuje od 2 po 0. Vektory \vec{r}_1 a \vec{r}_2 sú náhodnými vektormi v rozsahu $[0, 1]$. Vlk môže svoju pozíciu (X, Y) aktualizovať v závislosti od pozície koristi (X^*, Y^*) . Obrázok 6 ilustruje možné aktualizované pozície, ktoré môže najlepší agent dosiahnuť. Tieto pozície získame aplikovaním vzorcov 16 [16].

2.3.3 Umelá kolónia včiel

V literatúre označovaný ako ABC algoritmus (Artificial bee colony) je pomerne nový medzi rojovými algoritmi. Princíp je založený na biologickom procese, správaní medonosných včiel pri hľadaní potravy. Hlavný mechanizmus ktorým včely optimalizujú množstvo procesov je tzv. včelí tanec (**waggle dance**), ktorým včely lokalizujú zdroje potravy a nachádzajú ďalšie [5].

Každá včela na pracujúca v roji sa spolupodieľa na tvorbe celého systému na globálnej úrovni. Správanie systému je určené lokálnym správaním, kde spolupráca a zladenie jedincov vedie k štruktúrovanému kolaboračnému systému [5].

Algoritmus funguje na princípe, že včely nájdu najviac výnosný zdroj s použitím, čo najmenej energie. **Foragers** (zrejme robotnice hľadájúce zdroj jedla) uvažujú presúvanie sa medzi zdrojmi nektárov na základe kvality alebo zisku zdroju. Algoritmus poskytuje samo-manážovateľné a samo-organizované riešenie, vo svojej podstate decentralizované, pre daný problém [4].



Obr. 6: Príklad možného umiestnenia vlka v dvojrozmernom priestore na základe polohy koristi.

2.3.4 Kolónia mravcov

Pri tomto algoritme, mravce tiež opúšťajú mravenisko, kvôli hľadaniu zdrojov potravy náhodne. Potom vyhodnotia kvalitu zdroja potravy a donesú ho naspäť do mraveniska. Zanechávajú pri tom na zemi chemické stopy. Sila týchto stôp závisí od kvality nájdeného zdroja potravy. Mnoho výskumov využíva tento algoritmus na riešenie NP problémov, ako napríklad problém obchodných cestujúcich, vyfarbovanie grafov, smerovacie áut alebo plánovacie problémy. Používa sa aj pri **cloud computing** na nájdenie optimálneho riešenia pri plánovaní úloh pre virtuálne servery [4].

Keď mravce hľadajú potravu prvý krát, hľadajú náhodne až kým nenájdu zdroj potravy. Zanechávajú pri tom za sebou chemickú stopu nazývanú feromón, ktorá tak vedie k zdroju. Tá následne priťahuje ostatné mravce k tomuto zdroju potravy. Tento proces pokračuje pokiaľ mravce nenájdu najkratšiu cestu vedúcu ku konkrétnemu zdroju potravy. Najkratšia cesta je určená naakumulovaným množstvom feromónov na ceste k zdroju potravy [4].

2.4 Meranie presnosti predpovedi

Pre vyhodnotenie efektívnosti a presnosti modelov je potrebné merať ich vlastnosti tak, aby sme ich vedeli medzi sebou porovnávať. V nasledujúcich spôsoboch merania sú použité pojmy ako aktuálna hodnota y_t , predpovedaná hodnota f_t alebo chyba predpovede e_t definovaná ako $e_t = y_t - f_t$. Veľkosť testovacej množiny budeme označovať ako n [1].

2.4.1 Stredná chyba predpovede

V literatúre označovaná ako MFE (mean forecast error). Matematickú funkciu zapísať ako

$$MFE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t \quad (18)$$

Týmto spôsobom meriame priemernú odchýlku predpovedanej hodnoty od aktuálnej. Zistíme tak smer chyby. Nevýhodou je, že kladné a záporné chyby sa vynulujú a potom nie je možné zistiť presnú hodnotu chyby. Pri nameraní extrémnych chýb, nie sú nijak špeciálne penalizované. Taktiež hodnota chyby závisí od škály meraní a môže byť ovplyvnená aj transformáciami dát. Dobré predpovede majú hodnotu blízku 0 [1].

2.4.2 Stredná absolútna chyba

V literatúre označovaná ako MAE (mean absolute error). Patrí k jedným z najpoužívanějších. Funkciu môžeme zapísať ako

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t| \quad (19)$$

Týmto spôsobom meriame priemernú absolútnu odchýlku predpovedanej hodnoty od aktuálnej. Zistíme tak celkový rozsah chyby, ktorá nastala počas predpovede. Narozdiel od merania chyby pomocou vzorca 18 sa kladné a záporné chyby nevynulujú, no ani napriek tomu nevieme určiť celkový smer chyby. Na druhej strane tiež nenastáva žiadna penalizácia pri extrémnych chybách, hodnota chyby závisí od škály meraní, môže byť ovplyvnená transformáciami dát a dobré predpovede majú hodnotu čo najbližšiu 0 [1, 9].

2.4.3 Stredná percentuálna chyba

V označovaná ako MPE (mean percentage error). Matematicky môžeme túto funkciu zapísať ako

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{e_t}{y_t} \times 100 \quad (20)$$

Vlastnosti sú veľmi podobné ako pri MAPE v časti 2.4.4. Chyba nám poskytuje prehľad o priemernej chybe, ktorá sa vyskytla počas predpovede. Navyše, oproti MAPE, získame prehľad o smere chyby, čo má však za následok, že opačné znamienka sa vynulujú. O modely, ktorého chyba MPE sa blíži k 0 nemôžeme s určitosťou tvrdiť, že funguje správne [1].

2.4.4 Stredná absolútna percentuálna chyba

V literatúre označovaná ako MAPE (mean absolute percentage error). Vzorec, ktorým ju zapíšeme bude veľmi podobný vzorcu 20

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{e_t}{y_t} \right| \times 100 \quad (21)$$

Pomocou tohto merania chyby získavame percentuálny prehľad o priemernej absolútnej chybe, ktorá sa vyskytla počas predpovedi. Veľkosť chyby nezávisí od škály merania, ale je závislá od transformácií dát. Tiež nie je možné zistiť smer chyby a ani nenastáva žiadna penalizácia pri extrémnych chybách [1].

2.4.5 Stredná štvorcová chyba

V literatúre označovaná ako MSE (mean squared error). Vzorcom ju zapíšeme ako

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad (22)$$

Chyba meria priemernú štvorcovú odchýlku predpovedanej hodnoty. Opačné znamienka sa neovplyvňujú. Neposkytuje nám pohľad na smer chyby. Zabezpečuje penalizáciu extrémnych chýb. Zdôrazňuje fakt, že celková chyba je viac ovplyvnená jednotlivými veľkými chybami ako viacerými malými. Nevýhodou je, že chyba je veľmi citlivá na zmenu škály alebo transformáciu dát [1].

2.4.6 Symetrická stredná absolútna percentuálna chyba

V literatúre označovaná ako SMAPE

2.5 Zhodnotenie analýzy

3 Špecifikácia požiadaviek

4 Návrh riešenia

5 Implementácia

6 Zhodnotenie

7 Záver

8 Technická dokumentácia

9 Plán do nasledujúceho semestra

Literatúra

- [1] Adhikari, R.: *An Introductory Study on Time Series Modeling and Forecasting*. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013, ISBN 9783659335082.
- [2] Arun, K.; Rejimoan, R.: A survey on network path identification using bio inspired algorithms. In *2016 2nd International Conference on Advances in Electrical, Electronics, Information, Communication and Bio-Informatics (AEEICB)*, Feb 2016, s. 387–389, doi:10.1109/AEEICB.2016.7538314.
- [3] Breiman, L.: Random Forests. *Machine Learning*, ročník 45, č. 1, 2001: s. 5–32, ISSN 1573-0565, doi:10.1023/A:1010933404324.
URL <http://dx.doi.org/10.1023/A:1010933404324>
- [4] Buhussain, A. A.; Grande, R. E. D.; Boukerche, A.: Performance Analysis of Bio-Inspired Scheduling Algorithms for Cloud Environments. In *2016 IEEE International Parallel and Distributed Processing Symposium Workshops (IPDPSW)*, May 2016, s. 776–785, doi:10.1109/IPDPSW.2016.186.
- [5] Chavan, S. D.; Kulkarni, A. V.; Khot, T.; aj.: Bio inspired algorithm for disaster management. In *2015 International Conference on Energy Systems and Applications*, Oct 2015, s. 776–781, doi:10.1109/ICESA.2015.7503455.
- [6] Deolekar, R. V.: Defining parameters for examining effectiveness of genetic algorithm for optimization problems. In *2016 3rd International Conference on Computing for Sustainable Global Development (INDIACom)*, March 2016, s. 1061–1064.
- [7] Grmanová, G.; Laurinec, P.; Rozinajová, V.; aj.: Incremental Ensemble Learning for Electricity Load Forecasting. *Acta Polytechnica Hungarica*, ročník 13, č. 2, 2016.
- [8] Gruau, F.; Lyon I, L. C. B.; Doctorat, O. A. D. D.; aj.: Neural Network Synthesis Using Cellular Encoding And The Genetic Algorithm. 1994.
- [9] Gutiérrez, P. A.; Pérez-Ortiz, M.; Sánchez-Monedero, J.; aj.: Ordinal Regression Methods: Survey and Experimental Study. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, ročník 28, č. 1, Jan 2016: s. 127–146, ISSN 1041-4347, doi:10.1109/TKDE.2015.2457911.
- [10] Kumar Singh, A.; Khatoon, S.; Muazzam, M.; aj.: An Overview of Electricity Demand Forecasting Techniques. *Network and Complex Systems*, ročník 3, č. 3, 2013, ISSN 2225-0603.
URL www.iiste.org
- [11] Liu, L.; Hudak, G.: *Forecasting and Time Series Analysis Using the SCA Statistical System*, ročník zv. 1. Scientific computing Associates Corporation, 1992.
URL <https://books.google.sk/books?id=8-HrAAAACAAJ>
- [12] Mahalakshmi, G.; Sridevi, S.; Rajaram, S.: A survey on forecasting of time series data. In *2016 International Conference on Computing Technologies and Intelligent Data Engineering (ICCTIDE'16)*, Jan 2016, s. 1–8, doi:10.1109/ICCTIDE.2016.7725358.

- [13] Mendes-Moreira, J. a.; Soares, C.; Jorge, A. M.; aj.: Ensemble Approaches for Regression: A Survey. *ACM Comput. Surv.*, ročník 45, č. 1, December 2012: s. 10:1–10:40, ISSN 0360-0300, doi:10.1145/2379776.2379786.
URL <http://doi.acm.org/10.1145/2379776.2379786>
- [14] Merz, C. J.: *Classification and Regression by Combining Models*. Dizertačná práca, University of California, 1998, aAI9821450.
- [15] Sapankevych, N. I.; Sankar, R.: Time Series Prediction Using Support Vector Machines: A Survey. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, ročník 4, č. 2, May 2009: s. 24–38, ISSN 1556-603X, doi:10.1109/MCI.2009.932254.
- [16] Seeley, T. D.; Camazine, S.; Sneyd, J.: Collective decision-making in honey bees: how colonies choose among nectar sources. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, ročník 28, č. 4, 1991: s. 277–290, ISSN 1432-0762, doi:10.1007/BF00175101.
URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF00175101>
- [17] Simonova, S.; Panus, J.: Genetic algorithms for optimization of thematic regional clusters. In *EUROCON 2007 - The International Conference on Computer as a Tool*, Sept 2007, s. 2061–2066, doi:10.1109/EURCON.2007.4400359.