

■ Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen	bev.gv.at
Arithmetisches Mittel	
Beispiel: Massendifferenz zweier Gewichtsstücke wird dreimal bestimmt	
$x_1 = +4 \mu g$	
x <sub>2</sub> = -7 μg	
x <sub>3</sub> = +6 μg	
Im Weiteren rechnen wir mit den Zahlenwerten.	
(wir werden später sehen, warum das erlaubt ist)	

Beispiel

x<sub>1</sub> = +4

x<sub>2</sub> = -7

x<sub>3</sub> = +6

Wir könnten irgendeine der drei Zahlen auswählen und für das Weitere als Repräsentant verwenden.

Oder einen der (vielen) Mittelwerte heranziehen.

```
Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

Arithmetisches Mittel

Ersatzwert-Eigenschaft

x_1 = +4 - +1

x_2 = -7 - +1

x_3 = +6 - +1

x_4 = +1

x_5 = -1

Die Summe aller n Einzelwerte kann man sich ersetzt denken durch n gleiche Werte von der Größe des arithmetischen Mittels.
```

```
Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

Arithmetisches Mittel

Ersatzwert-Eigenschaft

x_1 = +4 + 1 + 4
x_2 = -7 + 1 + 4
x_3 = +6 + 1 + 4
x_3 = +6 + 1 + 4
x_4 = -1 + 4
x_5 =
```

```
Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

Arithmetisches Mittel

Schwerpunkt-Eigenschaft

X<sub>1</sub> = +4 +4 -1 = +3

X<sub>2</sub> = -7 -7 -1 = -8

X<sub>3</sub> = +6 +6 -1 = +5

Die Summe der Abweichungen ("Fehler") aller beobachteten Messwerte vom arithmetischen Mittel ist gleich Null.
```

■ Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen	bev.gv.at	
Arithmetisches Mittel		
Lineare Transformationseigenschaft		
$y_i = a + b \cdot x_i \implies \overline{y} = a + b \cdot \overline{x}$		
Invariant gegenüber linearen Transformationen.		
b ist oft eine Maßeinheit!		
	10	

■ Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

Arithmetisches Mittel

Optimalitätseigenschaft

→ Betrachten vorher die Standardabweichung

Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen Standardabweichung Motivation Ein Maß für die Streuung der Einzelwerte um den Mittelwert.

• Summe der Abweichungsquadrate
• Division durch n-1• Wurzel daraus  $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{l=1}^{n}(x_l-\bar{x})^2}$ 

```
Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen

Standardabweichung

Beispiel

x_1 = +4 \quad (+4-1)^2 = 9

x_2 = -7 \quad (-7-1)^2 = 64

x_3 = +6 \quad (+6-1)^2 = 25

98/(3-1) = 49 = 7^2

Standardabweichung s = 7
```

Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

Standardabweichung

Eigenschaften

Einzelwerte

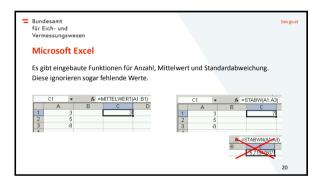
Mittelwert

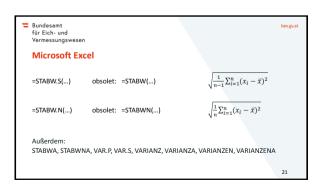
Standardabweichung

sind alle von der gleichen Dimension! Der Größenkalkül ist anwendbar!

= Bundesamt für Eich- und	bev.gv.at	
Vermessungswesen		
Arithmetisches Mittel		
Optimalitätseigenschaft		
Die Summe der Quadrate der Abweichungen aller Daten vom arithmetischen		
Mittelwert ist kleiner als die Summe der Quadrate der Abweichungen von einem beliebigen anderem Wert.		
Arithmetischer Mittelwert ist Lösung der "Methode der kleinsten Fehlerquadrate"		
		-
	16	
	10	
■ Bundesamt für Eich- und	bev.gv.at	
Vermessungswesen		-
Warum Arithmetisches Mittel?		
In der Messtechnik		
	17	
■ Bundesamt für Eich- und	bev.gv.at	
Vermessungswesen		-
Warum Arithmetisches Mittel?		
In der Messtechnik		
Weil man es kann!		-
Der Größenkalkül erlaubt die Summe zweier Größen zu bilden.		
Nicht so bei:		
Härtewerten, Postleitzahlen, Schulnoten,		
Summe und damit arithmetischer Mittelwert ist nicht definiert!		-
	18	







Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen **Partielle Differentiation** Für die Anwendung der klassischen (Gauß'schen) Fehleranalyse wie auch beim GUM, ist der Begriff der Funktionsableitung (Differentiation) notwendig. Der Einfluss mehrere Eingangsgrößen auf die Ausgangsgröße wird durch eine mathematische Funktion beschrieben. Die Ableitung dieser Funktion nach einer dieser Eingangsgrößen beschreibt die Empfindlichkeit der Ausgangsgröße auf eben jene Eingangsgröße. 22 Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen bev.gv.at **Partielle Differentiation** Eine partielle Ableitung ist die Ableitung einer Funktion mit mehreren Argumenten nach einem dieser Argumente (in Richtung dieser Koordinatenachse). Die Werte der übrigen Argumente werden konstant gehalten.  $y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx}$ y = f(x) $y = f(x_1, x_2, x_3)$ 23 Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen **Partielle Differentiation** Für das Verständnis des Moduls ist es nicht notwendig Differentiationen manuell durchführen zu können oder überhaupt Analysis zu verstehen. Für die Praxis reicht die Verwendung der GUM Workbench. Allerdings wird bei der schriftlichen Prüfung zu diesen Modul ein Rechenbeispiel verlangt. Daher gibt es einen Übungszettel: GUM\_Uebungsblatt\_parAbl.pdf 24