

Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Messunsicherheit nach GUM

Ergänzende Materialien

Relative Messunsicherheiten

Michael Matus
Wien, 2022

Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Relative Unsicherheiten – Definition

- Oft ist es bequem oder ganz einfach üblich statt Unsicherheiten, so genannte **relative** Unsicherheiten anzugeben.
- Das sind (nach GUM Annex J) Unsicherheiten bezogen auf den Wert den sie charakterisieren. Bezugswert ist hier x .
$$u_{rel}(x) = \frac{u(x)}{x}$$
- Wie alle relativen Werte haben sie die Dimension 1 und werden oft in %, ‰ oder ppm angegeben.

2


Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Grundlegendes

- Bei der Angabe von **relativen** Werten ist grundsätzlich Vorsicht angebracht. Der **Bezugswert** muss immer zweifelsfrei erkennbar sein
- Eine gute und kurze Übersicht der Problematik bietet die
ÖNORM A 6405:2009
Prozent, Promille, Parts per Million, Punkt, Prozentpunkt

3




Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Relative Unsicherheiten – Anwendungen

- In manchen Anwendungen durchaus sinnvoll: Verbrauchsmengenzähler (Elektrizität, Wasser, Gas, Wärme, ...).
- Die Unsicherheit der gemessenen Verbrauchsmenge ist in einen weiten Bereich zu ihr proportional → **konstante relative Unsicherheit**
- Andere Beispiele: Längenmessungen über große Distanzen, Frequenzmessungen, chemische Analytik

4




Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Relative Unsicherheiten – Anwendungen

- Spezifikationen in diesen Anwendungen sind ebenfalls als relative Werte angegeben:
- Eichfehlergrenzen bei Verbrauchsmengenzähler z.B. ±1 % des angezeigten Wertes (ab einer unteren Grenze)
- Toleranzen von nicht eichfähigen Messgeräten (z.B. Multimeter)
- Verwendet man ausschließlich relative Werte [Abweichungen / Unsicherheiten / Grenzwerte] wird die Bewertung sehr einfach.**

5



Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Relative Unsicherheiten – Anwendungen

- Chemische Analytik – Beispiele von Modellgleichungen aus dem EURACHEM / CITAC Guide CG 4:

$$c_{NaOH} = \frac{1000 \cdot m_{KHP} \cdot P_{KHP}}{M_{KHP} \cdot V_T} \quad [\text{mol l}^{-1}]$$

$$r = \frac{c_0 \cdot V_L}{a_V} \cdot d \cdot f_{acid} \cdot f_{time} \cdot f_{temp}$$

$$P_{op} = F_{hom} \cdot \frac{I_{op} \cdot c_{ref} \cdot V_{op}}{I_{ref} \cdot Rec \cdot m_{sample}} \quad [\text{mg kg}^{-1}]$$

6

Relative Unsicherheiten – Anwendungen

- Chemische Analytik – Modellgleichungen sind sehr oft Produkte und Quotienten der Eingangsgrößen

$$y = \frac{x_1 x_2 x_3}{x_4 x_5}$$

$$u_{\text{rel}}(y) = \sqrt{u_{\text{rel}}^2(x_1) + u_{\text{rel}}^2(x_2) + u_{\text{rel}}^2(x_3) + u_{\text{rel}}^2(x_4) + u_{\text{rel}}^2(x_5)}$$

7

Relative Unsicherheiten – Gefahren

- In den vielen Fällen kann die Anwendung relativer Unsicherheiten zu Missverständnissen führen.
- Unsicherheiten von Messabweichungen (können sehr klein und auch 0 werden)
- Unsicherheiten von Temperaturwerten (Kelvin / Celsius)
- Generell suggeriert die Verwendung relativer Unsicherheiten diese seien über einen größeren Bereich konstant (was selten zutrifft)

8

Relative Unsicherheiten – Gefahren

- Gefahr:** Der Bezugswert ist nicht eindeutig angegeben. Der Bezugswert kann x (z.B. Abweichung), Nominalwert, Istwert, Endwert, Toleranzwert, ..., sein. Laut GUM ist aber immer explizit der Messwert gemeint.
- Besonders verwirrend:** Der Messwert ist bereits selbst ein Relativwert! Damit wird die (absolute) Messunsicherheit bereits ein Relativwert. Eine relative Messunsicherheit hat dann als Bezugswert bereits einen Relativwert!
- Leider nicht akademisch: Photometrie, Radioaktivität, Chemie, ...

9

Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Rechnen mit relativen Unsicherheiten

- Die sicherste Methode ist die Umwandlung relativer Messunsicherheiten in absolute:
$$u(x) = x \cdot u_{\text{rel}}(x)$$
- Mit diesen kann man nun den herkömmlichen Formalismus anwenden. Die Ergebnisunsicherheit kann anschließend, wenn notwendig, in eine relative Unsicherheit umgerechnet werden.
- Brauchbare Computer-Programme führen das automatisch im Hintergrund aus.
Aber nur wenn sie „wissen“ was der Bezugswert ist!

10

Bundesamt
für Eich- und
Vermessungswesen

bev.gv.at

Zusammenfassung

- Gleicher Informationsgehalt
- Undefiniert wenn Messwert = 0
- Sinnvoll wenn ± konstant über weiten Bereich (Zähler)
- Bei Berechnungen vorher in absolute Unsicherheiten umwandeln
- Möglichst vermeiden!

11
