

Übungen

0_GUM_Praeliminarien.pptx

Ziel ist das Vertrautwerden mit dem Begriff der partiellen Ableitung.

Bei den Übungen soll zuerst versucht werden die Ableitungen formelmäßig zu ermitteln. Anschließend sind diese Funktionen für spezielle Größenwerte auszuwerten.

Anmerkung:

In der Sprechweise des GUM werden die partiellen Ableitungen an der Stelle der Erwartungswerte als „Empfindlichkeit-Koeffizienten (*sensitivity coefficients*)“ bezeichnet. Als Symbol wird c_x verwendet. Er beschreibt die Empfindlichkeit der Messgröße auf eine Änderung der Eingangsgröße x . Alle anderen Eingangsgrößen werden dabei festgehalten.

Inhalt

Übungsbeispiel 1 – Kalibrierung eines Amperemeter

Übungsbeispiel 2 – Fläche eines Rechtecks

Übungsbeispiel 3 – Fläche eines Rechtecks mit Korrelation

Übungsbeispiel 4 – Drehmoment

Übungsbeispiel 5 – Drehmoment mit Geometriefehler

Übungsbeispiel 1 – Kalibrierung eines Amperemeter

Allgemein:

$$I(A, B, z, \delta) = B - A + z + \delta$$

$$\frac{\partial I}{\partial A} = ?$$

$$\frac{\partial I}{\partial B} = ?$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = ?$$

$$\frac{\partial I}{\partial \delta} = ?$$

Mit speziellen Werten (man achte auf korrekte Größenwertangaben):

$$A_0 = 2 \text{ A}$$

$$B_0 = 2,03 \text{ A}$$

$$z_0 = 0,001 \text{ A}$$

$$\delta_0 = 0 \text{ A}$$

$$I(A_0, B_0, z_0, \delta_0) = ?$$

$$\left. \frac{\partial I}{\partial A} \right|_{A_0, B_0, z_0, \delta_0} \equiv c_A = ?$$

$$\left. \frac{\partial I}{\partial B} \right|_{A_0, B_0, z_0, \delta_0} \equiv c_B = ?$$

$$\left. \frac{\partial I}{\partial z} \right|_{A_0, B_0, z_0, \delta_0} \equiv c_z = ?$$

$$\left. \frac{\partial I}{\partial \delta} \right|_{A_0, B_0, z_0, \delta_0} \equiv c_\delta = ?$$

Übungsbeispiel 2 – Fläche eines Rechtecks

Allgemein:

$$A(l, b) = l \cdot b$$

$$\frac{\partial A}{\partial l} = ?$$

$$\frac{\partial A}{\partial b} = ?$$

Mit speziellen Werten (man achte auf korrekte Größenwertangaben):

$$l_0 = 6 \text{ cm}$$

$$b_0 = 5 \text{ cm}$$

$$A(l_0, b_0) = ?$$

$$\left. \frac{\partial A}{\partial l} \right|_{l_0, b_0} \equiv c_l = ?$$

$$\left. \frac{\partial A}{\partial b} \right|_{l_0, b_0} \equiv c_b = ?$$

Übungsbeispiel 3 – Fläche eines Rechtecks mit Korrelation

Allgemein:

$$A(l, b, \delta) = (l + \delta) \cdot (b + \delta)$$

$$\frac{\partial A}{\partial l} = ?$$

$$\frac{\partial A}{\partial b} = ?$$

$$\frac{\partial A}{\partial \delta} = ?$$

Mit speziellen Werten (man achte auf korrekte Größenwertangaben):

$$l_0 = 6 \text{ cm}$$

$$b_0 = 5 \text{ cm}$$

$$\delta_0 = 0,004 \text{ cm}$$

$$A(l_0, b_0, \delta_0) = ?$$

$$\left. \frac{\partial A}{\partial l} \right|_{l_0, b_0, \delta_0} \equiv c_l = ?$$

$$\left. \frac{\partial A}{\partial b} \right|_{l_0, b_0, \delta_0} \equiv c_b = ?$$

$$\left. \frac{\partial A}{\partial \delta} \right|_{l_0, b_0, \delta_0} \equiv c_\delta = ?$$

Übungsbeispiel 4 – Drehmoment

Allgemein:

$$M(l, m, g) = l \cdot m \cdot g$$

$$\frac{\partial M}{\partial l} = ?$$

$$\frac{\partial M}{\partial m} = ?$$

$$\frac{\partial M}{\partial g} = ?$$

Mit speziellen Werten (man achte auf korrekte Größenwertangaben):

$$l_0 = 1,02 \text{ m}$$

$$m_0 = 0,2 \text{ kg}$$

$$g_0 = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$M(l_0, m_0, g_0) = ?$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial l} \right|_{l_0, m_0, g_0} \equiv c_l = ?$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial m} \right|_{l_0, m_0, g_0} \equiv c_m = ?$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial g} \right|_{l_0, m_0, g_0} \equiv c_g = ?$$

Übungsbeispiel 5 – Drehmoment mit Geometriefehler

Allgemein:

$$M(l, m, g, \alpha) = l \cdot m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{\partial M}{\partial l} = ?$$

$$\frac{\partial M}{\partial m} = ?$$

$$\frac{\partial M}{\partial g} = ?$$

$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = ?$$

Mit speziellen Werten (man achte auf korrekte Größenwertangaben):

$$l_0 = 1,02 \text{ m}$$

$$m_0 = 0,2 \text{ kg}$$

$$g_0 = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

$$\alpha_0 = 89^\circ$$

$$M(l_0, m_0, g_0, \alpha_0) = ?$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial l} \right|_{l_0, m_0, g_0, \alpha_0} \equiv c_l = ?$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial m} \right|_{l_0, m_0, g_0, \alpha_0} \equiv c_m = ?$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial g} \right|_{l_0, m_0, g_0, \alpha_0} \equiv c_g = ?$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right|_{l_0, m_0, g_0, \alpha_0} \equiv c_\alpha = ?$$