

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы

1.3.2

Определение модуля сдвига при помощи
крутильных колебаний

Автор:
Говорухин Матвей Сергеевич
Группа Б03-201

1 Аннотация

Цель работы: Измерение углов закручивания в зависимости от приложенного момента сил, расчёт модулей кручения и сдвига при статическом закручивании стержня, определение тех же модулей для проволоки по измерениям периодов крутильных колебаний подвешенного на ней маятника (динамическим методом)

В работе используются: В первой части: исследуемый стержень, отсчётная труба со шкалой, рулетка, микрометр, набор грузов; во второй части: проволока из исследуемого материала, грузы, секундомер, микрометр, линейка, рулетка, весы.

2 Теоритическая часть

Экспериментальная установка, использующаяся на данном этапе работы состоит из длинной висячей проволоки П, к нижнему её концу прикреплён горизонтальный стержень С, на котором симметрично закреплены грузики Г.

При закручивании цилиндрических стержней круглого сечения распределение деформаций одинаково по длине стержня только вдали от мест, где прикладываются закручивающие моменты. Для этих областей можно считать, что каждое поперечное сечение поворачивается как жёсткое, то есть частички материала не сходят с радиальных линий, где они находились вначале, и все эти радиальные линии поворачиваются на один и тот же угол. Напряжённое состояние, которое при этом возникает называется чистым кручением.

При рассмотрении закручиваемого цилиндра длины l можно заметить, что любая прямая вертикальная линия, проведённая до закручивания превращается в спираль. Сечения на расстоянии l повернуты на угол $\Delta\varphi$

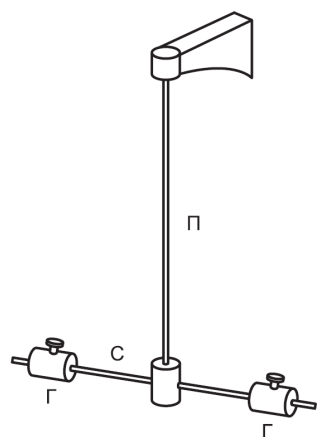


Рис. 2: Схема установки

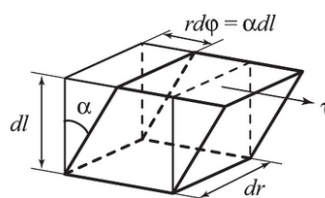


Рис. 1: Схема установки

Рассмотрев небольшие кусочки цилиндра, можно вывести соотношение

$$\tau = Gr \frac{d\varphi}{dl} \quad (1)$$

τ - касательное напряжение

G - модуль сдвига

Суммарный момент сил, действующий на всём поперечном сечении цилиндра радиуса R , создаваемый этими напряжениями, можно выразить как

$$M = \pi G \frac{R^4}{2} \frac{d\varphi}{dl} \quad (2)$$

Этот момент не меняется по длине цилиндра, значит, для поперечного сечения, находящегося на расстоянии l можно связать момент сил и угол его поворота.

$$M = \frac{\pi R^4 G}{2l} \varphi = f \varphi \quad (3)$$

Величина f , связанная с модулем сдвига G называется модулем кручения:

$$f = \frac{\pi R^4 G}{2l} \quad (4)$$

Период колебаний можно рассчитать по формуле

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{f} I_0 + \frac{(2\pi)^2}{f} 2m \cdot l^2 \quad (5)$$

, где I_0 - момент инерции системы без грузов, l - длина проволоки, T - период колебаний при заданной длине l , а m - масса одного груза.

3 Ход работы

Проверим гармоничность колебаний: при расстояниях между центрами грузиков и центром вращения $h_1 = 53$ мм и угле $\varphi = 30$, количестве колебаний $n=15$ период $T=1.92$ с, угле $\varphi = 15$, количестве колебаний $n=15$ период $T=1.92$ с, а значит можно принять колебания при угле $\varphi = 30$ за гармонические, так как амплитуда при этом уменьшилась сильно меньше чем в 2 раза.

N	расстояние h, mm	время измерения t, c	период T=t/10, c
1	53	28,80	1,92
2		28,80	1,92
3		19,33	1,93
4	63	21,47	2,15
5	73	23,86	2,39
6	83	26,29	2,63
7	93	28,82	2,88
8	103	31,39	3,14
9	113	34,01	3,40
10	123	36,61	3,66
11	133	39,29	3,93

Табл. 1, значения периодов колебаний от расстояния между центрами грузиков и центром вращения

N	1	2	3	4
d, mm	1,99	1,99	1,99	1,99

Табл. 2, измерение диаметра проволоки

$$m_1 = 378,0 \text{ г}, \quad m_2 = 377,1 \text{ г}, \quad \delta_m = 0.1 \text{ г}, \quad \sigma_m = 0.1 \text{ г}, \quad (m = 755,1 \pm 0.1) \text{ г}$$

$$l = (1.743 \pm 0.002) \text{ мм} \quad k = 788.4$$

Из формулы (5) выводим зависимость модуля кручения от массы и коэффициента наклона к линейной аппроксимации:

$$f = \frac{8\pi^2 m}{k} = 3.8 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м} \quad (6)$$

модуль сдвига G рассчитывается из формулы (4)

$$G = \frac{32fl}{\pi d^4} = (4.279 \pm 0.005) \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2} \quad (7)$$

тем временем модуль сдвига меди $G = (3.5 - 4.9) \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$

