

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

# Отчёт о выполнении лабораторной работы

## 1.3.1

Определение модуля Юнга на основе  
исследований деформации растяжений и изгиба

Автор:  
Говорухин Матвей Сергеевич  
Группа Б03-201

# 1 Аннотация

**Цель работы:** экспериментально получить зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для двух простейших напряженных состояний упругих тел: одноосного растяжения и чистого изгиба; по результатам измерений вычислить модуль Юнга.

**В работе используются:** в первой части — прибор Лермантова, проволока из исследуемого материала, зрительная труба со шкалой, набор грузов, микрометр, рулетка; во второй части — стойка для изгибания балки, индикатор для измерения величины прогиба, набор исследуемых стержней, грузы, линейка, штангенциркуль.

## 2 Определения модуля Юнга по измерениям изгиба балки

### 2.1 Теоретические сведения

Модуль Юнга определяется по формуле:

$$E = \frac{Pl^3}{4ab^3y_{\max}} \quad (1)$$

где  $P$  - нагрузка на стержень,  $l$  - расстояние между точками опоры,  $a$  - ширина балки,  $b$  - высота балки.

### 2.2 Экспериментальная установка

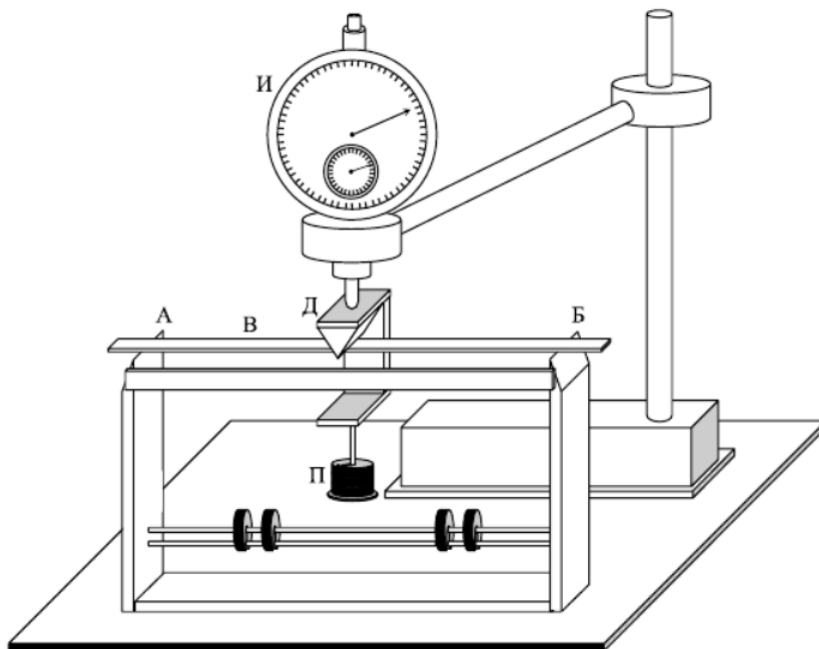


Рис. 1: Схема установки для измерения модуля Юнга

Экспериментальная установка состоит из прочной стойки с опорными призмами А и Б (рис. 2). На ребра призм опирается исследуемый стержень (балка) В. В середине стержня на призме Д подвешена площадка П с грузами. Измерять стрелу прогиба можно с помощью индикатора И, укрепляемого на отдельной штанге. Полный оборот большой стрелки индикатора соответствует 1 мм и одному делению малого циферблата.

## 2.3 Ход работы

### 2.3.1 Измерение линейных размеров

Расстояние между ребрами призм А и Б  $l = 50.4 \pm 0.5\text{мм}$ .

N	1	2	3	4	5	6	7	8
a_дерево	19,9	19,9	20,1	20,1	20,2	20,3	20,3	20,2
b_дерево	9,6	9,7	9,8	9,6	9,7	9,5		

Таблица 1: Измерение линейных размеров деревянного стержня

N	1	2	3	4	5	6	7
a_металл	21,4	21,1	20,8	20,7	21,1	21,4	21,2
b_металл	3, 80	3, 82	3, 81	3, 80	3, 81	3, 82	

Таблица 2: Измерение линейных размеров металлического стержня

N	1	2	3	4	5	6	7	8
m, g	496.2	508.7	503.0	497.2	500.0	502.0	503.5	504.5

Таблица 3: Измерение массы

Для нахождения случайной погрешности воспользуемся формулой:  $\sigma_{\text{случ}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}$   
При измерении штангенциркулем  $\sigma_{1\text{сист}} = 0.1$  мм. Для измерения микрометром  $\sigma_{2\text{сист}} = 0.01$  мм. Откуда:

$$a_{\text{д}} = (20.13 \pm 0.11)\text{мм} \quad b_{\text{д}} = (9.65 \pm 0.11)\text{мм} \quad a_{\text{м}} = (21.10 \pm 0.13)\text{мм} \quad b_{\text{м}} = (3.81 \pm 0.01)\text{мм}$$

### 2.3.2 Измерение стрелы прогиба деревянной балки

N <sub>m</sub>	1	1->2	1->3	1->4	1->5	1->6	1->7	1->8
y	0,77	1,55	2,32	3,10	3,90	4,69	5,48	6,28

Таблица 4: измерение стрелы прогиба при увеличении нагрузки на дерево плоскостью

N_m	1->8	1->7	1->6	1->5	1->4	1->3	1->2	1	0
y	6,28	5,52	4,75	3,99	3,21	2,45	1,67	0,86	-0,08

Таблица 5: измерение стрелы прогиба при увеличении нагрузки на дерево плоскостью

N_m	0	1	1->2	1->3	1->4	1->5	1->6	1->7	1->8
y_up	0,00	0,18	0,37	0,56	0,75	0,92	1,12	1,32	1,50
y_down	0,04	0,22	0,43	0,62	0,80	0,98	1,16	1,33	1,50

Таблица 6: измерение стрелы прогиба при увеличении и уменьшении нагрузки на дерево ребром

N_m	0	1	1->2	1->3	1->4	1->5	1->6	1->7	1->8
y_up	0,00	0,67	1,38	2,04	2, 73	3, 44	4,12	4, 82	5,53
y_down	0,03	0,72	1,43	2,11	2,80	3,50	4,17	4,87	5,53

Таблица 7: Измерение стрелы прогиба металлического стержня при увеличении и уменьшении нагрузки

### 2.3.3 обработка результатов

Построим графики с помощью этих данных вида  $y = kP + b$

Из формулы (1) следует, что Модуль Юнга определятся как:

$$E = \frac{Mgl^3}{4ab^3y_{\max}} = \frac{C}{k}, \text{ где } k - \text{ коэффициент наклона. } C = \frac{l^3}{4ab^3}$$

коэффициенты наклона прямых аппроксимаций графиков:

$$k_1 = 0.0001595 \quad k_2 = 0.0000377 \quad k_m = 0.0001401$$

Из данных, полученных выше:

$$C_1 = (17.69 \pm 0.61) \cdot 10^5 \frac{1}{\text{м}} \quad C_2 = (40.66 \pm 0.82) \cdot 10^4 \frac{1}{\text{м}} \quad C_m = (27.43 \pm 0.29) \cdot 10^6 \frac{1}{\text{м}}$$

$$E_{\text{дер1}} = (1.11 \pm 0.04) \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \quad E_{\text{дер2}} = (1.08 \pm 0.02) \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \quad E_m = (19.58 \pm 0.20) \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

Отсюда:

$$E_{\text{дер}} = (1.10 \pm 0.04) \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \quad E_{\text{мет}} = (19.58 \pm 0.20) \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

Таким образом, в пределах погрешностей модули Юнга совпадают и соответствуют значениям в справочниках. Модуль Юнга деревянной балки совпадает с модулем Юнга сосны, а модулю Юнга металлической балки совпадает с модулем Юнга железа.

