Задание.

Вычислить определитель второго порядка $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. 1.2.1.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2.$$

Вычислить определители второго порядка:

1.2.2.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$$
.

1.2.3.
$$\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$
.

1.2.4.
$$\begin{vmatrix} x & xy \\ 1 & y \end{vmatrix}.$$

1.2.5.
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

1.2.4.
$$\begin{vmatrix} x & xy \\ 1 & y \end{vmatrix}$$
. 1.2.5. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$. 1.2.6. $\begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}$. 1.2.7. $\begin{vmatrix} \operatorname{tg} \varphi & 1 \\ -1 & \operatorname{tg} \varphi \end{vmatrix}$.

1.2.7.
$$\begin{vmatrix} \operatorname{tg} \varphi & 1 \\ -1 & \operatorname{tg} \varphi \end{vmatrix}.$$

Решить уравнения:

1.2.8.
$$\begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

1.2.9.
$$\begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0$$

1.2.8.
$$\begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$
 1.2.9. $\begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0.$ 1.2.10. $\begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-1 \end{vmatrix} = -6.$ 1.2.11. $\begin{vmatrix} x-2 & y+3 \\ -y-3 & x-2 \end{vmatrix} = 0.$

1.2.11.
$$\begin{vmatrix} x-2 & y+3 \\ -y-3 & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

1.2.12.
$$\begin{vmatrix} \sin 2x & \sin x \\ \cos x & \cos 2x \end{vmatrix} = 0.$$

1.2.13. Вычислить определитель 3-го порядка:
$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$
.

Вычисляя определитель разложением по первой строке, получим:

$$3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot (5 \cdot 2 - 3 \cdot 4) - 2 \cdot (2 \cdot 2 - 3 \cdot 3) + 1 \cdot (2 \cdot 4 - 5 \cdot 3) =$$

$$= 3 \cdot (-2) - 2 \cdot (-5) + 1 \cdot (-7) = -3. \quad \bullet$$

Вычислить определители 3-го порядка:

1.2.14.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$
1.2.15. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

1.2.16.
$$\begin{vmatrix}
 3 & 2 & -1 \\
 -2 & 2 & 3 \\
 4 & 2 & -3
 \end{vmatrix}$$
1.2.17.
$$\begin{vmatrix}
 1 & 1 & 1 \\
 1 & 2 & 3 \\
 1 & 3 & 6
 \end{vmatrix}$$
1.2.18.
$$\begin{vmatrix}
 1 & 1 & 1 \\
 4 & 5 & 9 \\
 16 & 25 & 81
 \end{vmatrix}$$
1.2.19.
$$\begin{vmatrix}
 1 & 1 \\
 5 & 7 \\
 25 & 49 & 6
 \end{vmatrix}$$

1.2.16.
$$\begin{vmatrix}
 3 & 2 & -1 \\
 -2 & 2 & 3 \\
 4 & 2 & -3
 \end{vmatrix}$$
1.2.17.
$$\begin{vmatrix}
 1 & 1 & 1 \\
 1 & 2 & 3 \\
 1 & 3 & 6
 \end{vmatrix}$$
1.2.18.
$$\begin{vmatrix}
 1 & 1 & 1 \\
 4 & 5 & 9 \\
 16 & 25 & 81
 \end{vmatrix}$$
1.2.19.
$$\begin{vmatrix}
 1 & 1 & 1 \\
 5 & 7 & 8 \\
 25 & 49 & 64
 \end{vmatrix}$$

1.2.20. Вычислить определитель с помощью «правила треугольников»

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Из шести слагаемых не равным нулю будет только одно: $+1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

Вычислить определители с помощью «правила треугольников»:

1.2.21.
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$
. **1.2.22.** $\begin{vmatrix} 0 & x & 0 \\ y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z \end{vmatrix}$.

1.2.23.
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

1.2.24. Вычислить определитель разложением по какой-нибудь строке или столбцу:

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & -4 & 5 \end{vmatrix}.$$

Удобнее всего вычислять определитель разложением по строке или столбцу, содержащим наибольшее количество нулей. Разложим определитель по 2-й строке:

Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & 3 \end{vmatrix}$. 1.2.25.

> При разложении определителя 3-го порядка по строке или столбцу, знаки («+» или «-») перед слагаемым $a_{ij} \cdot M_{ij}$ проще всего запомнить в следующем виде:

Разложим определитель по 2-му столбцу:

$$-0 + 3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 0 = 3 \cdot (9 - 12) = -9.$$

Вычислить определители 3-го порядка разложением по какой-нибудь строке или столбцу:

1.2.26.
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}.$$

1.2.27.
$$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & c & d \\ 0 & e & 0 \end{vmatrix}$$
.

1.2.28.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$
.

1.2.29.
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

1.2.30.
$$\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & 1 \\ \sin \beta & \cos \beta & 1 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 1 \end{vmatrix}$$

Решить уравнения и неравенство:

1.2.31.
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 7 & x - 3 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$
 1.2.32. $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 2 - 3x & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \geqslant 0.$

1.2.32.
$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 2 - 3x & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \geqslant 0$$

1.2.33.
$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 2x+3 \\ 3-x & 1 & 1 \\ 2x+1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$
 1.2.34.
$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & x-1 \\ 2x & 1 & 0 \\ 4 & x+2 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & x-1 \\ 2x & 1 & 0 \\ 4 & x+2 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

1.2.35. Доказать равенство, используя свойства определителей:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 + a_1x + b_1y \\ a_2 & b_2 & c_2 + a_2x + b_2y \\ a_3 & b_3 & c_3 + a_3x + b_3y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

О Так как третий столбец левого определителя можно представить в виде суммы трех столбцов, этот определитель можно представить в виде суммы трех определителей:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1x \\ a_2 & b_2 & a_2x \\ a_3 & b_3 & a_3x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & b_1y \\ a_2 & b_2 & b_2y \\ a_3 & b_3 & b_3y \end{vmatrix}.$$

Третий столбец во втором определителе пропорционален первому столбцу, а в третьем определителе — второму столбцу, следовательно, оба этих определителя равны нулю. Что и завершает доказательство.

Доказать равенства:

$$\begin{aligned} \textbf{1.2.36.} & \begin{vmatrix} a_1-xb_1 & a_1+xb_1 & c_1 \\ a_2-xb_2 & a_2+xb_2 & c_2 \\ a_3-xb_3 & a_3+xb_3 & c_3 \end{vmatrix} = 2x \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}. \\ \textbf{1.2.37.} & \begin{vmatrix} a_1+xb_1 & a_1x+b_1 & c_1 \\ a_2+xb_2 & a_2x+b_2 & c_2 \\ a_3+xb_3 & a_3x+b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (1-x^2) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

Вычислить, используя свойства определителей:

1.2.38.
$$\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & 1 \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 1 \\ \sin^2 \gamma & \cos^2 \gamma & 1 \end{vmatrix}$$
. 1.2.39.
$$\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & \cos 2\alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & \cos 2\beta \\ \sin^2 \gamma & \cos^2 \gamma & \cos 2\gamma \end{vmatrix}$$
.

1.2.40.
$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}.$$

1.2.41. Вычислить определитель 4-го порядка разложением по строке или столбцу:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}.$$

О Удобнее пользоваться разложением по строке или столбцу, содержащим наибольшее количество нулей. Разложим определитель по первой строке:

$$\begin{split} \Delta &= (-2) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix} - (-3) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} - \\ & -2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix} = -2 \cdot 9 + 3 \cdot 31 + 0 - 2 \cdot 6 = 63. \end{split}$$

При вычислении определителей 4-го порядка разложением по строке или столбцу, знаки (*+* или *-*) перед слагаемым $a_{ij} \cdot M_{ij}$ проще всего запомнить в следующем виде:

Аналогично, для вычисления определителя n-го порядка знаки расположены следующим образом (в «шахматном» порядке, слева вверху знак «+»):

1.2.42. Вычислить определитель 4-го порядка

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & b & 2 \\ 1 & c & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}.$$

Разложим определитель по 4-ой строке:

$$\Delta = (+d) \cdot egin{array}{ccc} a & 0 & 3 \ 0 & 0 & b \ 1 & c & 2 \ \end{array} = egin{bmatrix} ext{разложим определитель} \ ext{по 2-ой строкe} \ \end{array} = = d \cdot (-b) \cdot egin{bmatrix} a & 0 \ 1 & c \ \end{array} = -d \cdot b \cdot a \cdot c. \quad lacktriangledown$$

Вычислить определители, используя разложение по строке или столбцу:

1.2.43.
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & a \\ 2 & 0 & b & 0 \\ 3 & c & 4 & 5 \\ d & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$
1.2.44.
$$\begin{vmatrix} 0 & -a & -b & -d \\ a & 0 & -c & -e \\ b & c & 0 & 0 \\ d & e & 0 & 0 \end{vmatrix}$$
1.2.45.
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$
1.2.46.
$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$
1.2.47.
$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$
1.2.48.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

1.2.49. Вычислить определитель приведением к треугольному виду:

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & n-1 \end{vmatrix}.$$

О Прибавляя к каждой строке определителя первую строку, получим:

$$D_n = egin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \ 0 & 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \ 0 & 0 & 3 & 3 & \dots & 3 \ 0 & 0 & 0 & 4 & \dots & 4 \ dots & dots & dots & dots & dots & dots \ 0 & 0 & 0 & \dots & n \ \end{bmatrix} = egin{bmatrix} ext{разложим по} \ ext{первому столбцу} \end{bmatrix} = \ = 1 \cdot egin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \ 0 & 3 & 3 & \dots & 3 \ 0 & 0 & 4 & \dots & 4 \ dots & dots & dots & dots & dots \ \end{matrix} \end{bmatrix} = egin{bmatrix} ext{повторяем разложение по} \ ext{первому столбцу } n-2 \ ext{раза} \end{bmatrix} = \ & = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n! \ & \blacksquare \end{bmatrix}$$

1.2.50. Вычислить определитель *n*-го порядка:

$$D_n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Разложим определитель по первой строке:

$$D_{n} = (-1)^{n+1} \cdot (-1) \cdot \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{n-1} = (-1)^{n+2} \cdot D_{n-1}.$$

Аналогично $D_{n-1}=(-1)^{n+1}\cdot D_{n-2}$ и т. д. Таким образом, $D_n=(-1)^{n+2}\cdot (-1)^{n+1}\cdot\ldots\cdot (-1)^{2+2}\cdot D_1.$

Учитывая, что

$$(-1)^{n+2} = (-1)^n$$
, $(-1)^{n+1} = (-1)^{n-1}$, ..., $(-1)^{2+2} = (-1)^2$;
 $D_1 = -1$,

получим выражение для D_n :

$$D_n = (-1)^n \cdot (-1)^{n-1} \cdot \ldots \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^1 =$$

$$= (-1)^{1+2+\ldots+(n-1)+n} = (-1)^{n \cdot \frac{n+1}{2}}. \quad \bullet$$

Вычислить определители п-го порядка:

1.2.51.
$$\begin{vmatrix} n & n & n & \dots & n & n & n \\ n & n-1 & n & \dots & n & n & n \\ n & n & n-2 & \dots & n & n & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n & n & n & \dots & 3 & n & n \\ n & n & n & \dots & n & 2 & n \\ n & n & n & \dots & n & 1 \end{vmatrix}$$
1.2.52.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

1.2.52.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

1.2.53.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \dots & n & n & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & n & n & \dots & n & n & n \\ n & n & n & \dots & n & n & n \end{vmatrix}$$

1.2.54.
$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 3 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 3 \end{vmatrix}$$
1.2.55.
$$\begin{vmatrix} n & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & n & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & n & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n \end{vmatrix}$$

1.2.56. Вычислить определитель n-го порядка методом рекуррентных соотношений:

$$D_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Разложим определитель по первому столбцу

$$D_n = 2 \cdot egin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \ \end{pmatrix} - 1 \cdot egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \ 0 & 1 & 2 & \dots & 0 & 0 \ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \ \end{pmatrix} =$$
 $= \begin{bmatrix} \text{разложим второй} \\ \text{определитель по} \\ \text{первой строкe} \end{bmatrix} =$

$$= \begin{bmatrix} \text{ определитель по } \\ \text{ первой строке} \end{bmatrix} =$$

$$= 2 \cdot D_{n-1} - 1 \cdot 1 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{bmatrix} = 2 \cdot D_{n-1} - D_{n-2}.$$

Вычислим D_2 , D_3 и D_4 :

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3;$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 2 = 4;$$

$$D_4 = 2D_3 - D_2 = 2 \cdot 4 - 3 = 5.$$

Итак, $D_2=3$, $D_3=4$, $D_4=5$. Докажем (по индукции), что $D_n=n+1$. По предположению индукции, $D_{n-2}=n-1$, $D_{n-1}=n$. Учитывая, что $D_n=2D_{n-1}-D_{n-2}$, получим $D_n=2n-(n-1)=n+1$, что и требовалось.

Вычислить определители методом рекуррентных соотношений:

$$1.2.57. \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 3 \end{vmatrix} \} n. \quad 1.2.58. \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}.$$

Ответы

- **1.2.2.** 2. **1.2.3.** 0. **1.2.4.** 0. **1.2.5.** ad bc. **1.2.6.** 1. **1.2.7.** $\frac{1}{\cos^2 \omega}$. **1.2.8.** 13.
- **1.2.9.** 1; 2. **1.2.10.** 1; 5. **1.2.11.** (2; -3). **1.2.12.** $\frac{\pi n}{2}$, $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. **1.2.14.** 0.
- 1.2.15. 40. 1.2.16. -12. 1.2.17. 1. 1.2.18. 20. 1.2.19. 6. 1.2.21. -6.
- **1.2.22.** -xyz. **1.2.23.** 0. **1.2.26.** -8. **1.2.27.** 0. **1.2.28.** 3. **1.2.29.** 4. **1.2.30.** $\sin(\beta \gamma) + \sin(\gamma \alpha) + \sin(\alpha \beta)$. **1.2.31.** 5. **1.2.32.** $x \geqslant -\frac{41}{21}$.
- 1.2.33. -3; $\frac{-5}{2}$. 1.2.34. -4; 1; 2. 1.2.38. 0. 1.2.39. 0. 1.2.40. 0. 1.2.43. abcd.
- **1.2.44.** $(be-cd)^2$. **1.2.45.** 100. **1.2.46.** 8a + 15b + 12c 19d. **1.2.47.** 17.
- **1.2.48.** 52. **1.2.51.** $(-1)^{n-1} \cdot n!$ **1.2.52.** n! **1.2.53.** $n \cdot (-1)^{\frac{1+n}{2} \cdot n}$. **1.2.54.** 2n+1. **1.2.55.** $(2n-1) \cdot (n-1)^{n-1}$. **1.2.57.** $2^{n+1}-1$.
- **1.2.58.** $-(a_2a_3a_4...a_{n-1}a_n + a_1a_3a_4...a_{n-1}a_n + a_1a_2a_4...a_{n-1}a_n +$
- $+a_1a_2a_3\ldots a_{n-2}a_n+a_1a_2a_3\ldots a_{n-2}a_{n-1}$).