МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МИРЭА – РОССИЙСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РТУ МИРЭА

Институт ИКБ

Специальность (направление): 09.03.02 (информационные системы и технологии)

Кафедра: КБ-3 «Разработка программных решений и системного программирования»

Дисциплина: «Алгоритмы и структуры данных»

Практическая работа
на тему:
Программа по графам

Студент: _____ 29.11.2024 Альзоаби А.Ф.
подпись *Дата* *инициалы и фамилия*

Группа: БСБО-16-23 Шифр: 23Б0045

Преподаватель: _____ 29.11.2024 Филатов В.В.
подпись *дата* *инициалы и фамилия*

Москва 2024 г.

1. **Задание**. вывести на экран все существующие пути в ациклическом орграфе. Способ представления графа: матрица смежности
2. **Термины.**

   1) Ациклический орграф — это направленный граф, в котором отсутствуют циклы. То есть, в таком графе невозможно начать движение от вершины и вернуться в ту же вершину, следуя по рёбрам графа. Ациклические ориентированные графы (Acyclic Directed Graph, DAG) широко используются в различных задачах, таких как топологическая сортировка, планирование, управление зависимостями и многие другие.

   2) Алгоритм поиска в глубину (Depth-First Search, DFS) — это метод обхода графа, при котором исследуются как можно более глубокие ветви графа, прежде чем возвращаться и исследовать соседние вершины. Алгоритм используется для поиска всех путей от одной вершины к другой, для проверки связности графа, нахождения компонент связности, а также для решения задач на деревьях и графах, таких как нахождение топологической сортировки.

   Начинаем с исходной вершины. Рекурсивно посещаем соседние вершины, которые еще не были посещены. Когда все соседи текущей вершины исследованы, возвращаемся к предыдущей вершине и продолжаем обход.

   3) Матрица смежности — это способ представления графа в виде двумерной матрицы, где строки и столбцы соответствуют вершинам графа, а элементы матрицы показывают наличие или отсутствие рёбер между вершинами. Если существует ребро от вершины i к вершине j, то в ячейке матрицы будет стоять значение 1 (или другой вес, если граф взвешенный), иначе 0.

   4) Рекурсия — это метод решения задачи, при котором функция вызывает саму себя для решения подзадачи. В DFS рекурсия используется для обхода графа: функция вызывается для каждой смежной вершины, пока не будут исследованы все возможные пути от текущей вершины.

   5) Путь в графе — это последовательность рёбер, которые соединяют вершины. Путь начинается с одной вершины и заканчивается на другой, переходя от вершины к вершине через рёбра графа. В случае ориентированного графа путь может двигаться только по направлению

рёбер. В ациклическом графе путь не может повторять вершины, так как это нарушало бы аксиому "отсутствие циклов".

3. Описание алгоритма.

Стартовая функция для решения задания. Сначала происходит проверка на пустоту вектора вершин, а затем – дуг. Далее происходит объявление вектора в векторе из строк, который будет хранить в себе все существующие пути. Так как я использую DFS через рекурсию, то мне нужно добавить вспомогательную функцию findAllPaths, которая будет исполняться для каждой вершинки. В конце выводится результат.

```
void runSolving() {
        if (data.vertices.empty()) {
            std::cerr << "Have no vertices!\n";
            return;
        }

        if (data.edges.empty()) {
            std::cerr << "Have no edges!\n";
            return;
        }

        std::vector<std::vector<std::string>> allPaths;

        for (size_t start = 0; start != data.vertices.size(); ++start) {
            std::vector<std::string> path;
            findAllPaths(start, path, allPaths);
        }

        std::cout << "\n\n\t\tANSWER:\n";
        for (const auto& path : allPaths) {
            for (const auto& vertex : path) {
                std::cout << vertex << ' ';
            }
```

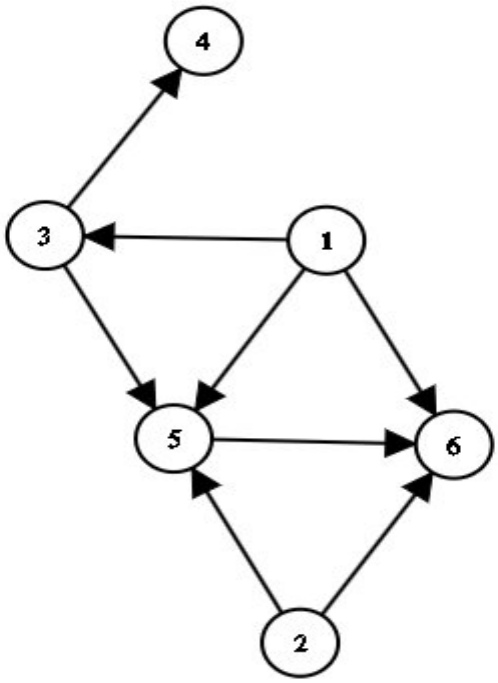
```
            std::cout << std::endl;
        }
    }
```

Перейдём к другой функции. Сразу же меняем значение метки на true (посещена), чтобы не «наступить» на неё лишний раз, затем добавляем в путь нашу вершину. Проходимся по всей строке у текущей вершины и ищем соседей, которые не были посещены. Нашли соседа – рекурсивно вызываем функцию от соседа и так далее. После того, как поработали с соседями, обрабатываем логику со всеми существующими путями – добавляем найденные в результат и откатываемся: очищаем посещение вершины и удаляем из пути.

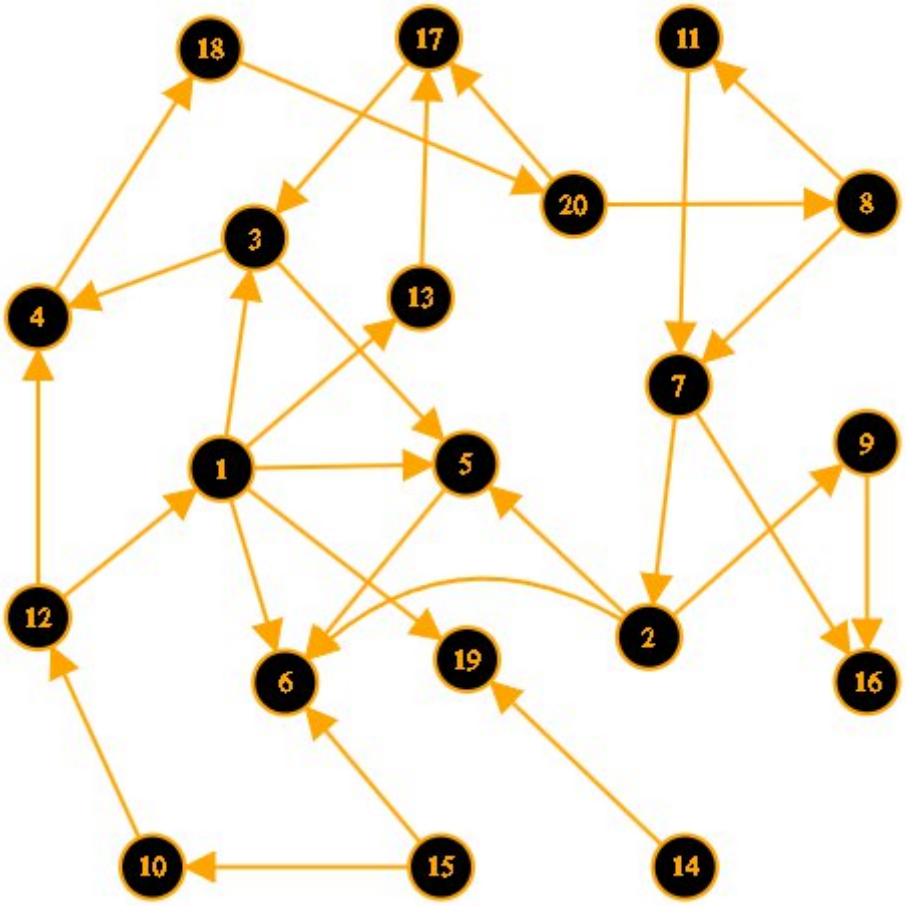
```
void findAllPaths(const size_t& current, std::vector<std::string>& path,
    std::vector<std::vector<std::string>>& allPaths) {
        data.vertices[current].visited = true;
        path.push_back(data.vertices[current].name);

        for (size_t next = 0; next != data.adjacencyMatrix[current].size();
++next) {
            if (data.adjacencyMatrix[current][next]
&& !data.vertices[next].visited) {
                findAllPaths(next, path, allPaths);
            }
        }

        if (path.size() > 1) {
            allPaths.push_back(path);
        }

        data.vertices[current].visited = false;
        path.pop_back();
    }
```

4. Рисунок графа(-ов).

Первый:



Второй:



5. Скриншот работы программы:

Для первого и второго графов соответственно.

```
Vertices
1 2 3 4 5 6

Adjacency Matrix:
         1   2   3   4   5   6
   1 |   0   0   1   0   1   1
   2 |   0   0   0   0   1   1
   3 |   0   0   0   1   1   0
   4 |   0   0   0   0   0   0
   5 |   0   0   0   0   0   1
   6 |   0   0   0   0   0   0


                ANSWER:
1 3 4
1 3 5 6
1 3 5
1 3
1 5 6
1 5
1 6
2 5 6
2 5
2 6
3 4
3 5 6
3 5
5 6
```

```
Vertices
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Adjacency Matrix:
```

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
15	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

```
ANSWER:
1 3 4 18 20 8 7 2 5 6
1 3 4 18 20 8 7 2 5
1 3 4 18 20 8 7 2 6
1 3 4 18 20 8 7 2 9 16
1 3 4 18 20 8 7 2 9
```

```
1 3 4 18 20 8 7 2
1 3 4 18 20 8 7 16
1 3 4 18 20 8 7
1 3 4 18 20 8 11 7 2 5 6
1 3 4 18 20 8 11 7 2 5
1 3 4 18 20 8 11 7 2 6
1 3 4 18 20 8 11 7 2 9 16
1 3 4 18 20 8 11 7 2 9
1 3 4 18 20 8 11 7 2
1 3 4 18 20 8 11 7 16
1 3 4 18 20 8 11 7
1 3 4 18 20 8 11
1 3 4 18 20 8
1 3 4 18 20 17
1 3 4 18 20
1 3 4 18
1 3 4
1 3 5 6
1 3 5
1 3
1 5 6
1 5
1 6
1 13 17 3 4 18 20 8 7 2 5 6
1 13 17 3 4 18 20 8 7 2 5
1 13 17 3 4 18 20 8 7 2 6
1 13 17 3 4 18 20 8 7 2 9 16
1 13 17 3 4 18 20 8 7 2 9
1 13 17 3 4 18 20 8 7 2
1 13 17 3 4 18 20 8 7 16
1 13 17 3 4 18 20 8 7
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7 2 5 6
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7 2 5
```

```
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7 2 6
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7 2 9 16
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7 2 9
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7 2
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7 16
1 13 17 3 4 18 20 8 11 7
1 13 17 3 4 18 20 8 11
1 13 17 3 4 18 20 8
1 13 17 3 4 18 20
1 13 17 3 4 18
1 13 17 3 4
1 13 17 3 5 6
1 13 17 3 5
1 13 17 3
1 13 17
1 13
1 19
2 5 6
2 5
2 6
2 9 16
2 9
3 4 18 20 8 7 2 5 6
3 4 18 20 8 7 2 5
3 4 18 20 8 7 2 6
3 4 18 20 8 7 2 9 16
3 4 18 20 8 7 2 9
3 4 18 20 8 7 2
3 4 18 20 8 7 16
3 4 18 20 8 7
3 4 18 20 8 11 7 2 5 6
3 4 18 20 8 11 7 2 5
3 4 18 20 8 11 7 2 6
```

```
3 4 18 20 8 11 7 2 9 16
3 4 18 20 8 11 7 2 9
3 4 18 20 8 11 7 2
3 4 18 20 8 11 7 16
3 4 18 20 8 11 7
3 4 18 20 8 11
3 4 18 20 8
3 4 18 20 17
3 4 18 20
3 4 18
3 4
3 5 6
3 5
4 18 20 8 7 2 5 6
4 18 20 8 7 2 5
4 18 20 8 7 2 6
4 18 20 8 7 2 9 16
4 18 20 8 7 2 9
4 18 20 8 7 2
4 18 20 8 7 16
4 18 20 8 7
4 18 20 8 11 7 2 5 6
4 18 20 8 11 7 2 5
4 18 20 8 11 7 2 6
4 18 20 8 11 7 2 9 16
4 18 20 8 11 7 2 9
4 18 20 8 11 7 2
4 18 20 8 11 7 16
4 18 20 8 11 7
4 18 20 8 11
4 18 20 8
4 18 20 17 3 5 6
4 18 20 17 3 5
```

```
4 18 20 17 3
4 18 20 17
4 18 20
4 18
5 6
7 2 5 6
7 2 5
7 2 6
7 2 9 16
7 2 9
7 2
7 16
8 7 2 5 6
8 7 2 5
8 7 2 6
8 7 2 9 16
8 7 2 9
8 7 2
8 7 16
8 7
8 11 7 2 5 6
8 11 7 2 5
8 11 7 2 6
8 11 7 2 9 16
8 11 7 2 9
8 11 7 2
8 11 7 16
8 11 7
8 11
9 16
10 12 1 3 4 18 20 8 7 2 5 6
10 12 1 3 4 18 20 8 7 2 5
10 12 1 3 4 18 20 8 7 2 6
```

И остальные вариации (их очень много, поэтому не буду громоздить)

6. Исходный код.

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <vector>
#include <queue>
#include <sstream>
#include <iomanip>

struct Vertex {
    std::string name;
    bool visited; // mark
    size_t index;

    Vertex(const std::string& n, const bool& v, const size_t& i) :
    name(n), visited(v), index(i) {}

    Vertex() : name(""), visited(false), index(size_t(-1)) {}

    bool operator == (const Vertex& other) const {
        return this->name == other.name;
    }
};

struct Edge {
    Vertex start, end;
    float cost;

    Edge(const Vertex& v, const Vertex& w, const float& c = 0.0) : start(v),
end(w), cost(c) {}
};

struct GraphData {
```

```
    std::vector<std::vector<bool>> adjacencyMatrix;
    std::vector<Vertex> vertices;
    std::vector<Edge> edges;
};

class Graph {
private:
    GraphData data;

    bool isVertexExists(const Vertex& vertex) {
        return findVertexByName(vertex.name) != nullptr;
    }

    bool isVertexExists(const std::string& name) {
        return findVertexByName(name) != nullptr;
    }

    bool isVertexExists(const Vertex* vertex) const {
        return vertex != nullptr;
    }

    Vertex* findVertexByName(const std::string& name) {
        for (auto& vertex : data.vertices) {
            if (vertex.name == name) {
                return &vertex;
            }
        }

        return nullptr;
    }

    void findAllPaths(const size_t& current, std::vector<std::string>& path,
    std::vector<std::vector<std::string>>& allPaths) {
```

```
        data.vertices[current].visited = true;
        path.push_back(data.vertices[current].name);

        for (size_t next = 0; next != data.adjacencyMatrix[current].size();
++next) {
            if (data.adjacencyMatrix[current][next]
&& !data.vertices[next].visited) {
                findAllPaths(next, path, allPaths);
            }
        }

        if (path.size() > 1) {
            allPaths.push_back(path);
        }

        data.vertices[current].visited = false;
        path.pop_back();
    }

public:
    void ADD_V(const std::string& name, const bool& mark) {
        if (isVertexExists(name)) {
            std::cerr << "Can't add a vertex " << name << " : already exists!\n";
            return;
        }

        data.vertices.push_back(Vertex(name, mark, data.vertices.size()));
        for (auto& row : data.adjacencyMatrix) {
            row.push_back(false);
        }
        data.adjacencyMatrix.emplace_back(data.vertices.size(), false);
    }
```

```
    void DEL_V(const std::string& name) {
        Vertex* toDelete = findVertexByName(name);

        if (!isVertexExists(toDelete)) {
            std::cerr << "Can't delete a vertex " << name << " : does not
exists!\n";
            return;
        }

        size_t index = toDelete->index;
        data.vertices.erase(data.vertices.begin() + index);
        data.adjacencyMatrix.erase(data.adjacencyMatrix.begin() + index);

        for (auto& row : data.adjacencyMatrix) {
            row.erase(row.begin() + index);
        }

        for (size_t i = 0; i != data.vertices.size(); ++i) {
            data.vertices[i].index = i;
        }
    }

    void ADD_E(const std::string& v, const std::string& w) {
        Vertex *start = findVertexByName(v), *end = findVertexByName(w);

        if (!isVertexExists(start)) {
            std::cerr << "Vertex " << v << " does not exist!\n";
            return;
        }

        if (!isVertexExists(end)) {
            std::cerr << "Vertex " << w << " does not exist!\n";
            return;
```

```
    }

    if (data.adjacencyMatrix[start->index][end->index]) {
        std::cerr << "Edge " << v << " -> " << w << " already exists!\n";
        return;
    }

    data.adjacencyMatrix[start->index][end->index] = true;
    data.edges.push_back(Edge(*start, *end));
}

void DEL_E(const std::string& v, const std::string& w) {
    Vertex *start = findVertexByName(v), *end = findVertexByName(w);

    if (!isVertexExists(start)) {
        std::cerr << "Vertex " << v << " does not exist!\n";
        return;
    }

    if (!isVertexExists(end)) {
        std::cerr << "Vertex " << w << " does not exist!\n";
        return;
    }

    if (!data.adjacencyMatrix[start->index][end->index]) {
        std::cerr << "Edge " << v << " -> " << w << "does not exists!\n";
        return;
    }

    data.adjacencyMatrix[start->index][end->index] = false;

    for (auto edge = data.edges.begin(); edge != data.edges.end(); ++edge) {
        if (edge->start == *start && edge->end == *end) {
```

```
                data.edges.erase(edge);
                break;
            }
        }
    }

    void EDIT_V(const std::string& name, const bool& mark) {
        Vertex* vertex = findVertexByName(name);

        if (!isVertexExists(vertex)) {
            std::cerr << "Can't edit a vertex " << name << " : does not
exists!\n";
            return;
        }

        vertex->visited = mark;
    }

    void EDIT_E(const std::string& v, const std::string& w, const float& c) {
        Vertex *start = findVertexByName(v), *end = findVertexByName(w);

        if (!isVertexExists(start)) {
            std::cerr << "Vertex " << v << " does not exist!\n";
            return;
        }

        if (!isVertexExists(end)) {
            std::cerr << "Vertex " << w << " does not exist!\n";
            return;
        }

        if (!data.adjacencyMatrix[start->index][end->index]) {
            std::cerr << "Can't edit an edge : does not exists!\n";
```

```
            return;
        }

        for (auto edge = data.edges.begin(); edge != data.edges.end(); ++edge) {
            if (edge->start == *start && edge->end == *end) {
                edge->cost = c;
            }
        }
    }


    size_t FIRST(const Vertex& v) {
        if (!isVertexExists(v)) {
            std::cerr << "A vertex does not exists!\n";
            return data.vertices.size();
        }

        for (size_t i = 0; i != data.adjacencyMatrix.size(); ++i) {
            if (data.adjacencyMatrix[v.index][i]) {
                for (size_t j = 0; j != data.vertices.size(); ++j) {
                    if (data.vertices[j].index == i) {
                        return j;
                    }
                }
            }
        }

        return data.vertices.size();
    }

    size_t NEXT(const Vertex& v, const size_t& i) {
        if (!isVertexExists(v)) {
```

```
            std::cerr << "A vertex does not exists!\n";
            return data.vertices.size();
        }

        for (size_t j = i + 1; j < data.adjacencyMatrix[v.index].size(); ++j) {
            if (data.adjacencyMatrix[v.index][j]) {
                return j;
            }
        }

        return data.vertices.size();
    }

    Vertex VERTEX(const Vertex& v, const size_t& i) {
        if (!isVertexExists(v)) {
            std::cerr << "A vertex does not exists!\n";
            return Vertex();
        }

        for (size_t j = 0, adjacentIndex = 0; j != 
data.adjacencyMatrix[v.index].size(); ++j) {
            if (data.adjacencyMatrix[v.index][j]) {
                if (adjacentIndex == i) {
                    return data.vertices[j];
                }

                ++adjacentIndex;
            }
        }

        return Vertex();
    }
```

```
    void showVertices() const {
        std::cout << "\nVertices\n";

        for (auto it = data.vertices.begin(); it != data.vertices.end(); ++it) {
            std::cout << it->name << ' ';
        }

        std::cout << std::endl;
    }

    void showAdjacencyMatrix() const {
        std::cout << "\nAdjacency Matrix:\n";

        size_t columnWidth = 0;
        for (const auto& vertex : data.vertices) {
            columnWidth = std::max(columnWidth, vertex.name.size());
        }
        columnWidth = std::max(columnWidth, size_t(2));

        std::cout << std::setw(columnWidth + 4) << " ";
        for (const auto& vertex : data.vertices) {
            std::cout << std::setw(columnWidth + 2) << vertex.name;
        }
        std::cout << std::endl;


        for (size_t i = 0; i < data.adjacencyMatrix.size(); ++i) {
            std::cout << std::setw(columnWidth + 2) << data.vertices[i].name << "
|";
```

```
            for (size_t j = 0; j < data.adjacencyMatrix[i].size(); ++j) {
                std::cout << std::setw(columnWidth + 2) <<
data.adjacencyMatrix[i][j];
            }

            std::cout << std::endl;
        }
    }


    void runSolving() {
        if (data.vertices.empty()) {
            std::cerr << "Have no vertices!\n";
            return;
        }

        if (data.edges.empty()) {
            std::cerr << "Have no edges!\n";
            return;
        }

        std::vector<std::vector<std::string>> allPaths;

        for (size_t start = 0; start != data.vertices.size(); ++start) {
            std::vector<std::string> path;
            findAllPaths(start, path, allPaths);
        }

        std::cout << "\n\n\t\tANSWER:\n";
        for (const auto& path : allPaths) {
            for (const auto& vertex : path) {
                std::cout << vertex << ' ';
            }
```

```
            std::cout << std::endl;
        }
    }
};

void run(Graph& graph, const int& countVertices, const std::string& allEdges) {
    for (int i = 1; i <= countVertices; ++i) {
        graph.ADD_V(std::to_string(i), false);
    }

    std::istringstream iss(allEdges);
    std::string start, end;

    while (iss >> start >> end) {
        graph.ADD_E(start, end);
    }

    graph.showVertices();
    graph.showAdjacencyMatrix();
    graph.runSolving();
}

int main() {
    Graph graph1;
    const std::string edges1 = R"(
        1 3
        1 5
        1 6
        2 5
        2 6
        3 4
        3 5
```

```
    5 6
)";

Graph graph2;
const std::string edges2 = R"(
    1 3
    1 5
    1 6
    2 5
    2 6
    3 4
    3 5
    5 6
    4 18
    18 20
    20 8
    8 11
    11 7
    7 16
    8 7
    7 2
    2 9
    9 16
    15 10
    10 12
    12 1
    1 13
    13 17
    14 19
    17 3
```

```
        1 19
        15 6
        12 4
        20 17
    )";

    run(graph1, 6, edges1);
    run(graph2, 20, edges2);

    return 0;
}
```

7. Литература.

1) Тюкачев Н. А., Хлебостроев В. Г. - C#. Алгоритмы и структуры данных, стр. 185, 5.7.2. Приближенные алгоритмы раскраски графа

2) Иванов Б. Н. - Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс, стр. 356, Глава 7. Теория графов. Алгоритмы на графах

3) Лекции и практики – преподаватель Филатов В. В.