

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg



**Lehrstuhl für Informationstechnik
mit dem Schwerpunkt Kommunikationselektronik**



Professor Dr.-Ing. Jörn Thielecke

Diplomarbeit

Thema:

Horizontale Geschwindigkeitsregelung eines Quadrocopter mit Hilfe von
Laserdaten

Bearbeiter: B.Eng. Matthias Welter

Betreuer: Dipl.-Inf. Manuel Stahl
Dipl.-Ing. Christian Strobel

Beginn: 01. August 2014

Ende: 31. Januar 2015

Bestätigung

Erklärung:

Ich versichere, dass ich die Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen angefertigt habe und, dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen hat und von dieser als Teil einer Prüfungsleistung angenommen wurde. Alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, sind als solche gekennzeichnet.

Erlangen, den 31.01.2015

Matthias Welter

Thema und Aufgabenstellung

Thema:

Horizontale Geschwindigkeitsregelung eines Quadrocopter mit Hilfe von Laserdaten

Aufgabenstellung:

Um das manuelle sowie automatisierte Navigieren eines Quadrocopters in der horizontalen Ebene zu vereinfachen ist es von Vorteil, die Bewegung ausschließlich in Form von Geschwindigkeiten in x- und y-Richtung vorzugeben. Manuell soll die Vorgabe über die Fernsteuerung erfolgen. Für das automatisierte Navigieren ist eine Schnittstelle zum Übergeben der Sollwerte vorzusehen. Die Geschwindigkeit ist anhand der vom Laserscanner erfassten Daten zu ermitteln.

Ziel ist es eine Regelung zu entwerfen, welche die horizontale Geschwindigkeit des Quadrocopters auf den Sollwert einregelt.

Optional kann eine automatisierte relative Positionsverschiebung des Quadrocopters implementiert werden.

Die Arbeitsschritte sind:

- Literaturrecherche
- Auswahl und Integration einer geeigneten Methode zur Bestimmung der relativen Position aus den Laserdaten
- Bestimmung der Geschwindigkeit in der x-y-Ebene
- Entwurf und Implementierung einer Geschwindigkeitsregelung
- Optional: Integration einer automatisierten relativen Positionsverschiebung

Klassifikation:

Robotik, Regelungstechnik, Informatik, Elektrotechnik, Sensorik

Kurzzusammenfassung

Hier soll eine kurze Zusammenfassung der Arbeit eingefügt werden, in der grob umrissen wird, um welches Thema es sich bei der Arbeit dreht und die Ergebnisse, die erzielt worden sind. Die Kurzzusammenfassung soll nur eine halbe bis dreiviertel Seite lang sein, auf keinen Fall länger als eine Seite!

Abstract

Die englische Version der Kurzzusammenfassung. Für die Länge gelten die Gleichen Vorgaben wie für die deutsche Version.

Vorwort

Hier können allgemeine Hinweise zur Arbeit gegeben werden, bspw. wie man mit englischen Begriffen, Abkürzungen und Codeabschnitten umgeht. Der nachfolgende Text kann als Beispiel gesehen werden, ist aber keinesfalls verpflichtend und sollte der eigenen Konvention angepasst werden!

Diese Arbeit behandelt ein aktuelles technisches Thema, die Verwendung von englischen Begriffen ist unumgänglich. Soweit sinnvoll findet eine deutsche Übersetzung Verwendung. Nicht übersetzbare Begriffe, die eine wichtige Bedeutung für diese Arbeit haben, werden in einer Fußnote erklärt. Ausdrücke und Bezeichnungen aus Standards werden allgemein nicht übersetzt. Englische Begriffe sind im Text kursiv geschrieben. Wörter, die im deutschen Sprachgebrauch alltägliche Anwendung finden, wie beispielsweise Computer, Software, Internet etc., sind nicht kursiv geschrieben.

Bei erstmaliger Verwendung von Abkürzungen wird die volle Bezeichnung ausgeschrieben und das Kürzel dahinter in Klammern gesetzt. In der Folge wird nur die Abkürzung benutzt.

Quelltexte von Programmen sowie programmiertechnische Bezeichnungen und Schlüsselwörter werden durch die Verwendung von Schreibmaschinenschrift hervorgehoben.

Am Anfang der Arbeit befindet sich ein Abkürzungsverzeichnis, in dem alle in dieser Arbeit genannten Abkürzungen und deren ausgeschriebenen Formen enthalten sind. Im Anschluss an den Ausblick werden die wichtigsten Begriffe im Glossar zusätzlich kurz erläutert.

Abkürzungsverzeichnis

AscTec	Ascending Technologies
ENU	East-North-Up
FCU	Flight Control Unit
FOAW	First-Order Adaptive Windowing
HLP	High Level Processor
I ² C	Inter Integrated Circuit
ICP	Iterative Closest Point
IIR	Infinite Impulse Response
IMU	Inertial Measurement Unit
IP	Internet Protocol
LLP	Low Level Processor
NED	North-East-Down
PC	Personal Computer
ROS	Robot Operation System
SPI	Serial Peripheral Interface

UART Universal Asynchronous Receiver/Transmitter

VLSAM Visual Simultaneous Localization and Mapping

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	i
1 Einleitung	1
1.1 Ausgangssituation	2
1.2 Aufbau der Arbeit	3
2 Systemarchitektur des Quadrocopters	5
2.1 Grundlegende Funktionsweise eines Quadrocopters	5
2.2 Hardwareaufbau	7
2.3 Softwarestruktur	9
3 Grundlagen	12
3.1 Das Robot Operation System ROS	12
3.2 Einführung in die Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen . .	14
3.2.1 Koordinatensysteme	14
3.2.2 Koordinatentransformationen	17
4 2D Positionsbestimmung	21
4.1 Orthogonale Laserprojektion	22
4.2 Positionsbestimmung über Scanmatching	25
5 Positionsregelung	32
5.1 Struktur der Positionsregelung	33
5.2 Modellbildung	36
5.3 Exakte Zustandslinearisierung	40
5.4 Vorsteuerung/Referenzmodell	45

5.5 Folgeregler	47
5.5.1 Einstellung der Dynamik mittels Polvorgabe	52
5.5.2 Automatische Optimierung der Reglerparameter	55
5.6 Zustandsschätzung	55
5.6.1 Geschwindigkeitsbestimmung über die Inertialsenorik	56
5.6.2 Geschwindigkeit als Ableitung der Position	57
5.6.3 Geschwindigkeitsbestimmung über die Methode First-Order Adaptive Windowing	59
5.6.4 Bestimmung der Zustände mittels eines Fusionsfilter	64
Glossar	71
Literaturverzeichnis	72
Abbildungsverzeichnis	74
Tabellenverzeichnis	76
A Datenblätter	77
B Definition flacher Mehrgrößensysteme	84
C Simulinkmodell	87

KAPITEL 1

Einleitung

Da die Rotoren von Quadrocoptern sowohl zum erzeugen des Auftrieb als auch für den Vortrieb genutzt werden, gehören sie zur Kategorie der Hubschrauber. Im Gegensatz zu einrotorigen Maschinen benötigen sie keine mechanischen Komponenten wie eine Taumelscheibe um die Schubkraft, beziehungsweise die Neigung des Fluggerätes zu variieren. Beim Quadrocopter wird dies durch Drehzahländerungen der sich an den Außenseiten befindlichen Rotoren realisiert. Der mechanische Aufbau ist somit deutlich primitiver. Allerdings steigt auf der elektrischen Seite der regelungstechnische Aufwand um das Flugsystem stabil fliegen zu können. Durch den technischen Fortschritt stehen jedoch kostengünstige Sensoren und Prozessoren mit aussreichender Rechenleistung zur Verfügung um die Lage des Quadrocopters zu stabilisieren. Der Grund warum sich der Quadrocopter in der Kategorie unbemannterflug Geräte wachsender Beliebtheit erfreut. So werden sie heutzutage unter anderem beim Film eingesetzt, wo sie spektakuläre Luftaufnahmen liefern. Außerdem finden sie in der Katastrophenhilfe Anwendung. So kann zum Beispiel ohne Gefährdung der Retter ein einsturzgefährdetes Gebäude durchsucht werden.

Ein Ziel der Forschung ist es, dass der Quadrocopter solche Flüge zunehmend autonom durchführen kann. Und hier setzt die Arbeit an. Mittels eines Laserscanner soll die Position des Fluggeräts innerhalb eines geschlossenen Raumes erfasst werden. Darauf aufbauend sollen Koordinaten vorgegeben werden die Quadrocopter selbständig anfliegt. Auch kann eine solche Positionsreglung zur Geschwindigkeitsregelung missbraucht werden, was die Steuerung über die Fernbedienung vereinfacht.

Eingesetzt soll der Quadrocopter später am Fraunhofer-Institut für Integrierte Schaltungen als bewegliches Referenzsystem für die dort entwickelte Lokalisierungslösungen mittels *Radio-Frequency IDentification (RFID)* oder *Wireless Local Area Network (WLAN)*. Durch

die Automatisierung lassen sich dynamische Bewegungsabläufe zuverlässig reproduzieren. So können jederzeit vergleichbare Messungen durchgeführt werden.

1.1 Ausgangssituation

Zur Lokalisierung ist auf dem Quadrocopter eine Laserscanner angebracht. Die von ihm aufgenommen Entfernungsmessungen beziehen sich auf die Sendequelle des Lasers. So enthalten die Rohdaten keine Informationen über die absolute Position. Es existieren jedoch Methoden die es ermöglichen den Quadrocopter mittels solcher Umgebungscans in einer unbekannten Umgebung zu lokalisieren. Zu beachten sind dabei die verschiedenen Neigungswinkel des Quadrocopters zur Fortbewegung. Das bedeutet, die Ausrichtung des Lasers entspricht nicht zwangsläufig der horizontalen Ebene des Raums. Diesen Einfluss gilt es bei Integration einer Positionsbestimmung in unbekannte Räume zu berücksichtigen.

Bei den Literaturrecherchen zur Geschwindigkeits- und Positionsregelung stellte sich heraus, dass für den verwendeten Quadrocopter Pelican der Firma *Ascending Technologies (AscTec)* ein frei verfügbares Framework existiert, welches die wesentlichen Punkte der Aufgabenstellung (siehe „Thema und Aufgabenstellung“) mit sich bringt. So beinhaltet es eine Positionsregelung, welche ebenfalls als Geschwindigkeitsregelung genutzt werden kann. Des Weiteren verfügt es über einen Fusionsfilter zur Interpolation niederfrequenter Positionsdaten, in dem diese mit den Beschleunigungswerten vereinigt werden. Der Aufbau dieses Frameworks ist dabei im Paper [1] beschrieben. Hier ist auch die Funktionsfähigkeit der Algorithmen in Verbindung mit einem visuellen Positionierungssystem dargelegt.

In Absprache mit den Betreuern dieser Arbeit ist deshalb der Schwerpunkt weg von der Entwicklung einer Geschwindigkeitsregelung, hin zur Verifizierung der existierenden Positionsregelung verschoben worden. Das bedeutet, das Ziel liegt darin, die im Paper [1] beschriebenen Annahmen und Formel durch ihre Herleitungen zu bestätigen. Außerdem gilt es die Frage zu klären, ob die Regelung auch mit den über den Laserscanner ermittelten Positionsdaten zurecht kommt.

1.2 Aufbau der Arbeit

Mit dem Schwerpunkten der Arbeit, die Theorie hinter der Positionsbestimmung mittels eines Laserscanners aufzuzeigen, als auch das Konzept der bereits entwickelten Positionsregelung offenzulegen, ist die Arbeit wie folgt aufgebaut.

Zu Beginn wird im Rahmen von Kapitel 2 die grundlegende Funktionsweise eines Quadrocopter dargelegt. Mit dem Zweck ein Verständnis zu generieren, wie durch gezieltes ansteuern der vier Rotoren eine Bewegung des Quadrocopters hervorgerufen werden kann. Anschließend wird die im Rahmen dieser Arbeit zum Einsatz kommende Hardware genauer spezifiziert. Dabei wird erläutert welche Sensoren und Recheneinheiten zur Anwendung kommen und wo diese verbaut sind. Abgeschlossen wird das Kapitel 2 mit der Darlegung der Kommunikationsarchitektur, das bedeutet wie die Komponenten untereinander Vernetzt sind und über welche Schnittstelle auf sie zugegriffen werden kann.

Kapitel 3 ist das Grundlagenkapitel. Hier werden Themen behandelt die in mehreren Abschnitten der Arbeit relevant sind. Begonnen wird mit dem *Robot Operation System (ROS)*. Dabei werden der Aufbau und Vorteile einer Verwendung dieses Betriebssystems aufgezeigt. Gefolgt wird dieser Abschnitt von einem für das Verständnis der Arbeit essenziellen Teilbereich, den Koordinatensystemen. Hier werden alle benötigten Koordinatensysteme beschrieben. Wo sie sich befinden, welchen zwecks sie erfüllen und wie sie miteinander verknüpft sind. So wird zum Ende des Kapitels 3 noch erläutert, wie Werte aus einem Koordinatensystem in das andere transformiert werden können.

Aufbauend auf diesen Kapiteln folgt in Kapitel 4 die Behandlung des ersten Kernpunkt dieser Arbeit. Die Positionsbestimmung mittels eines Laserscanners. Dabei wird aufgezeigt welche Bausteine zur Ermittlung der Position, die unter *ROS* frei zur Verfügung stehen, Anwendung finden. Um ein Verständnis zu erlangen wie diese Funktionieren, wird die Mathematik der Algorithmen die bei Positionsbestimmung zum Einsatz kommen hergeleitet.

Nach dem veranschaulicht ist, wie die Position mittels einen Lasersanners abläuft wird in Kapitel 5 die Validierung des Frameworks zur Positionsregelung in Angriff genommen. Hierfür wird zunächst das der Regelung zu Grunde liegende kinematische Modell aufgestellt. Da es sich dabei um ein nichtlineares Modell handelt, wird darauf hin die Richtigkeit der angewandten Inversion zur Linearisierung des Systems nachgewiesen. Da es sich bei der zu Validierenden Positionsregelung um eine Zwei-Freiheitsgrade-Regelung handelt, folgt anschließen die Untersuchung der Vorsteuerung. Bevor die Korrektheit der Folgeregelung

beweisen wird und dargelegt über welche Methode sich diese einstellen lässt. Da es sich bei dem Folgeregler um einen Zustandsregler handelt wird zu der Position noch die Geschwindigkeit als Regelgröße benötigt. Im letzten Abschnitt wird so das Fusionsfilter untersucht, als auch evaluiert, ob es anderer Möglichkeiten zu Bestimmung der Geschwindigkeit gibt.

Zum Schluss erfolgt in Kapitel 6 die Auswertung eines praktischen Flugversuches der die Funktionsfähigkeit des Reglers auch für eine Positionsbestimmung mittels Laser unter Beweis stellt.

Kapitel 7 dient schlussendlich dazu, die Ergebnisse der Arbeit zusammenzufassen und ein Ausblick zu geben wie die Arbeit weitergeführt werden kann.

KAPITEL 2

Systemarchitektur des Quadrocopters

Zu Beginn wird in diesem Kapitel die grundlegende Funktionsweise des Quadrocopters erläutert. Anschließend wird die bei dieser Arbeit zum Einsatz kommende Hardware und die Verknüpfung der einzelnen Komponenten miteinander dargelegt. Dabei geht es darum, aufzuzeigen an welchen Stellen Software bereits fest implementiert ist und wo eigene Algorithmen integriert werden können.

2.1 Grundlegende Funktionsweise eines Quadrocopters

Ziel dieses Kapitel ist es, ein Verständnis dafür zu erhalten, wie über die gezielte Ansteuerungen der vier Rotoren eine Bewegung des Quadrocopters hervorgerufen werden kann. Dabei wird auf die wirkenden Kräfte und Momente eingegangen, ohne tief in die Physik einzusteigen.

Der Schub der Rotoren ist Anhand der Drehzahl n_i der Rotorblätter individuell einstellbar. Somit lässt sich die Kraft F_i jedes Quadrocopterarmes vorgeben. Die Gesamtkraft aller Rotoren ergibt den Schubvektor S^b .

$$S^b = \begin{bmatrix} S_x^b \\ S_y^b \\ S_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Damit der Qudrocopter eine Bewegung im Raum vollziehen kann, muss dieser Vektor aus der Vertikalen ausgelenkt werden. Dies wird durch eine Änderung der Lage realisiert. Reduziert man zum Beispiel die Drehzahl n_1 und erhöht gleichzeitig die Drehzahl n_3 hat das

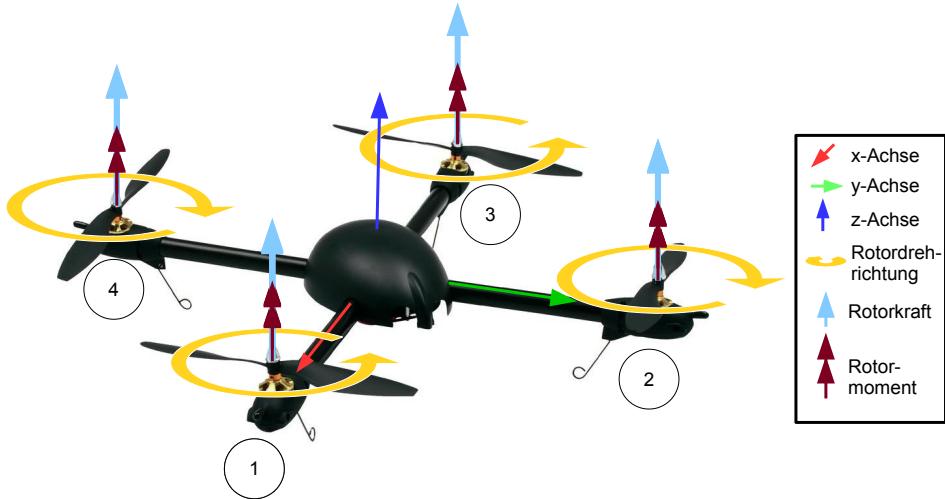


Abbildung 2.1: Momente und Kräfte an einem Quadrocopter

resultierende Kräfteungleichgewicht ein positives Moment um die y^b -Achse zur Folge. Der Quadrocopter dreht sich um die y^b -Achse, der Pitch-Winkel ändert sich. Der Quadrocopter erfährt in der horizontalen Ebene des Raums eine Beschleunigung. Das gleiche Prinzip gilt auch für den Roll-Winkel, sprich Rotation um die x^b -Achse. Hier ist allerdings der Drehzahldifferenz zwischen n_2 und n_4 verantwortlich für die Rotation.

Eine Änderung der Orientierung um die Hochachse z , sprich Änderung des Yaw-Winkels, lässt sich ebenfalls über Variation der Rotordrehzahlen hervorrufen. Dabei kommt der Effekt zum tragen, dass die umgebende Luft entgegen der Drehrichtung der Motoren eine Kraft auf die Rotorblätter erzeugt und somit ein Moment auf den Quadrocopter. Diese Momente, die an den Armen des Quadrocopters angreifen, lassen sich zur Vereinfachung in den Schwerpunkt verschieben. Damit bei gleicher Drehzahl aller Rotorblätter ein Momen-tengleichgewicht herrscht, drehen sich die Motoren eins und drei gegen, die Motoren zwei und vier mit dem Uhrzeigersinn. Um die gewünschte Rotation zu erzielen, wird die Drehzahl n_1 und n_3 erhöht und gleichzeitig n_2 und n_4 reduziert. Das Ergebnis ist eine Rotation in positive Richtung.

Zusammenfassen lassen sich die für die Rotation um die Quadrocopter-Achsen verant-wortlichen Momente $M_{x,y,z}^b$ in einem Vektor M^b .

$$M^b = \begin{bmatrix} M_x^b \\ M_y^b \\ M_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(F_3 - F_1) \\ I(F_2 - F_4) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Aufzuklären ist, warum mit einer Erhöhung der Drehzahl auch immer eine Reduzierung des Gegenparts verknüpft ist. Die Begründung lautet, dass der Schubvektor S^b durch eine Rotation möglichst wenig beeinflusst werden soll, um mit der Gesamtschubvorgabe ganz einfach bestimmt zu werden.

2.2 Hardwareaufbau

Zum Einsatz kommt der AscTec Pelican der Firma *AscTec*. Dieser Quadrocopter ist eine spezielle Entwicklung für die Forschung. Seine Turmstruktur ermöglicht eine einfache Integration zusätzlicher Sensoren und Nutzlasten. Durch die Flexibilität im Aufbau ist das Ziel dieses Teilkapitel, einen Überblick zur Position der einzelnen Komponenten zu geben. Begleitend zum Text ist der Aufbau in Abbildung 2.2 dargestellt.

Für jeden der vier mit einem Propeller verbundenen Elektromotoren sind separate Motorcontroller zuständig. Diese sorgen dafür, dass sich die von der *Flight Control Unit (FCU)* angeforderten Drehzahlen einstellen.

Die *FCU* ist die zentrale Steuer- und Regeleinheit des Quadrocopters. Sie besitzt zwei ARM7 Prozessoren, einen *Low Level Processor (LLP)* und einen *High Level Processor (HLP)*, zudem verschiedene Kommunikationsschnittstellen (vgl. Kapitel 2.4). Zusätzlich besitzt *FCU* eine inertiale Messeinheit (engl. *Inertial Measurement Unit (IMU)*). Diese Einheit wird zur Bewegungsdetektion sowie zur Bestimmung der Lage und Ausrichtung benötigt. Sie ist nicht zur Positionsbestimmung in einem ortsfesten Koordinatensystem (Koordinatensysteme siehe Kapitel HIER MUSS EINE REF hin) geeignet. Bestandteile der IMU sind ein 3D-Beschleunigungssensor, drei Drehratensensoren(Gyros), einem Kompass sowie einem Drucksensor zur Ermittlung der Flughöhe anhand des Luftdrucks. Verbaut sind die Sensoren mit Ausnahme des Kompass direkt auf der Platine (siehe Abbildung 2.3).

Da der Einsatzbereich im Indoorbereich liegt, ist der Drucksensor zur Höhenbestimmung in geschlossenen Räumen nicht geeignet. Er liefert erst ab einer Höhe von 5m zuverlässige Werte. Daher wurde in einer vorangegangenen Arbeit von Jan Kallwies (IITERAURVERWIES

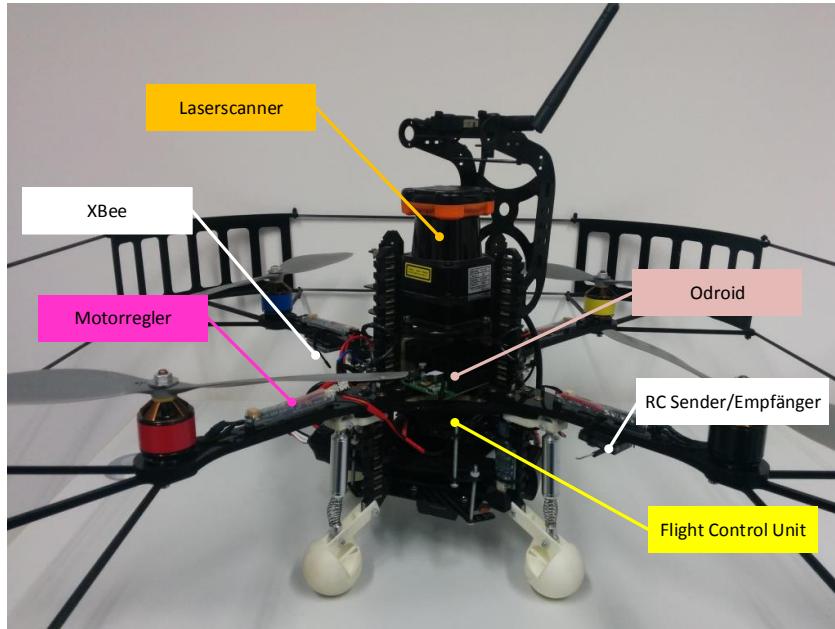


Abbildung 2.2: Hardwareaufbau des Quadrocopters...DIESE GRAFIK IST EIN PLATZHALTER GRAFIK NUR MIT NAMEN DER KOMPONENTEN

JAN) die Hardware um ein Modul zur Messung der Höhe im Indoorbereich erweitert. Auf diesem Modul befinden sich zwei Infrarotsensoren für den Nahbereich. Beide zusammen decken einen Bereich von 4 cm bis 142 cm ab. Erweitert wird der Messbereich durch einen Ultraschallsensor für Entfernung von bis zu 5 m. Aus diesen drei Sensordaten wird über einen Extended-Kalman-Filter die Flughöhe bestimmt. Eine genaue Beschreibung dieses Fusionsfilters kann in der Arbeit von Jan Kallwies [LITERATURVERZEICHNIS] nachgelesen werden. Da in dieser Arbeit die Navigation in der horizontale Ebene den Schwerpunkt darstellt, wird dieses Modul in dieser Arbeit nicht weiter behandelt.

Um in der Horizontalen die Navigation zu gewährleisten, muss die Position des Flugkörpers in der xy-Ebene (VGL kOORDINATENSYSTEME) bekannt sein. Da dies, wie schon beschrieben, nicht mit der Inertialsenorik möglich ist, wurde in die Turmstruktur der Laserscanner UTM-30LX der Firma Hokuyo integriert. Dieser Scanner hat eine maximale Reichweite von 30 m und ein Abtastbereich von 270°. Die Umlaufdauer beträgt dabei 40 Hz, d.h. alle 25 ms steht ein neuer Umgebungssan zur Verfügung.

Damit zur Berechnung der Position sowie der Implementierung weiterer Algorithmen und Funktionen ausreichend Rechenleistung zur Verfügung steht, befindet sich auf dem

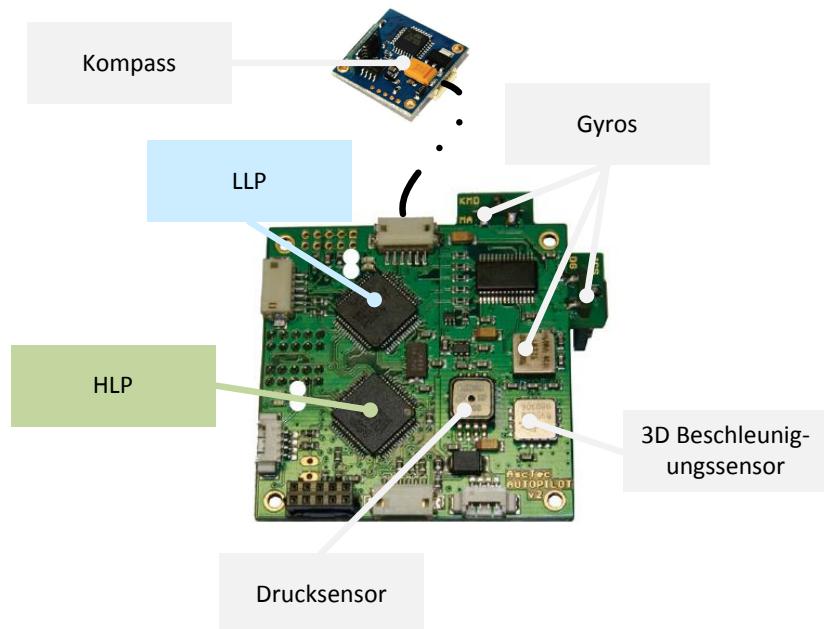


Abbildung 2.3: Platine der *FCU*

Der Quadrocopter verfügt über einen zusätzlichen Odroid-X Mikrocomputer mit einem Quad Core Prozessor mit 1.4 Ghz und einen 1024MB LP-DDR2 Arbeitsspeicher. Außerdem besitzt diese Entwicklungsplattform sechs USB-Schnittstellen sowie ein 10/100Mbps Ethernet-Anschluss.

2.3 Softwarestruktur

Nachdem im vorhergegangenen Kapitel 2.2 die verbaute Hardware vorgestellt wurde, geht es in diesem Abschnitt um die Softwarestruktur (Abbildung 2.4). Es wird aufgezeigt, welche Software bereits fest implementiert ist und wo adaptive Applikationen integriert werden können. Des Weiteren wird die Kommunikationsstruktur dargelegt, wie und über welche Protokolle die einzelnen Komponenten miteinander kommunizieren.

Beginnend mit der *FCU*, deren beiden Prozessoren *LLP* und *HLP* mit einer Frequenz von 1kHz getaktet werden und über einem *Serial Peripheral Interface (SPI)* Bussystem verknüpft sind, wird zunächst der *LLP* betrachtet. Auf dem Low Level Prozessor befindet sich die Sensordatenfusion der *IMU*-Sensorik zur Lagebestimmung des Quadrocopters. Darauf basiert die Lageregelung, die das Flugverhalten stabilisiert. Dabei werden die

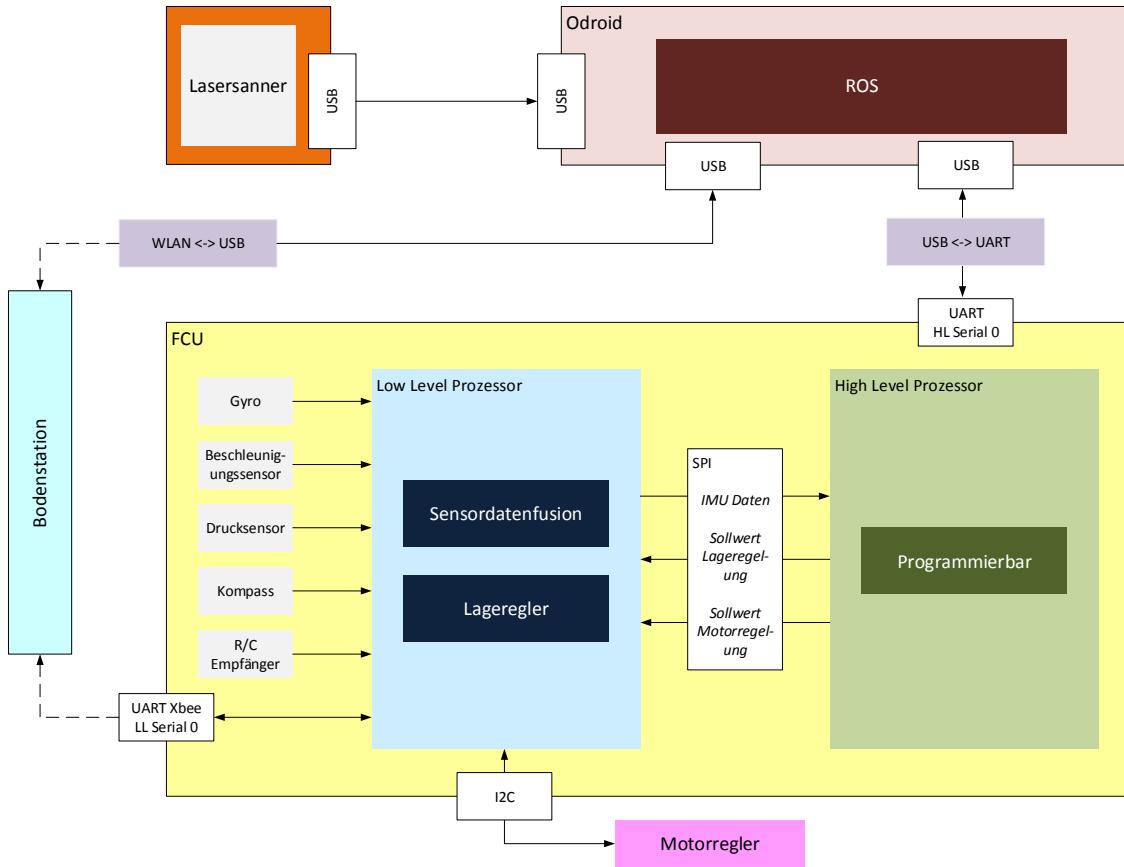


Abbildung 2.4: Kommunikationsstruktur des Quadrocopters Kompass auf deutsch ROS auch Programmierbar Namen der UART Ports einfügen

geforderten Sollwinkel bzw. die Solllage, die dem *LLP* über die Fernbedienung oder den *HLP* übergeben werden, eingestellt. Kombiniert mit der Schubvorgabe werden den Motorreglern die jeweiligen Solldrehzahlen der Rotoren über einen *Inter Integrated Circuit (I²C)*-Bus, ein serieller synchroner Zweidraht-Bus, übergeben. Diese Algorithmen sind fest eingepflegt und gewährleisten bei Experimentalflügen eine sichere Rückfallebene. Mit dem *LLP* stellt *AscTec* dem Benutzer eine Art White-Box zur Verfügung, d.h. die Integration ist bekannt, jedoch nicht deren Umsetzung. Überwachen lässt sich der *LLP* über einen externen *Personal Computer (PC)*, in Abbildung 2.3 als Bodenstation bezeichnet. Zur Kommunikation werden zwei XBee Funkmodule benötigt. Eines ist am *Universal Asynchronous Receiver/Transmitter (UART)* LL-Serial0 Port der *FCU* angeschlossen, das andere am USB Port der Bodenstation. Mit der AutoPilot Software lassen sich unter anderem der Akkustand, die *IMU*-Daten sowie

die Stellgrößen der Fernsteuerung betrachten. Außerdem ist es möglich, Parameter der Sensorfusion und der Lageregelung auszulesen und zu verändern.

Mit dem *HLP* stellt *AscTec* eine Entwicklungsumgebung zur Implementierung eigener Algorithmen auf der *FCU* zur Verfügung. Hier können erweiternde Programmteile integriert werden, die den Lageregler des *LLP* ansprechen oder die direkt den Motorcontroller über den *LLP* mit Solldrehzahlen speisen.

Die experimentelle Software auf den *HLP* kann über die Fernbedienung aktiviert und deaktiviert werden. Eine fehlerhafte Programmierung des *HLP* kann kritische Flugmanöver hervorrufen. Damit diese nicht zum Absturz führen, kann über die Fernbedienung die Experimentalsoftware deaktiviert und das Flugsystem über die ausgereifte Lageregelung auf dem *LLP* stabilisiert werden (Rückfallebene).

Wie schon in Kapitel 2.2 beschrieben, befindet sich auf dem Quadrocopter zur Erhöhung der Rechenleistung der Odroid-X. Anders wie bei den auf der *FCU* befindlichen Prozessoren, besitzt das Odroid Bord ein Betriebssystem. Es handelt sich dabei um das Opensource Betriebssystem Ubuntu 13.04. Dieses wurde ausgewählt, da es die Installation eines weiteren Opensource Betriebssystems ermöglicht, dem *ROS*, einem Software Framework für Roboteranwendungen (siehe Kapitel 3.1). Zum Einsatz kommt der Odroid-X bei der Implementierung der Positionsbestimmung (Kapitel VERWEIS). Verbunden ist es zum einen über einen USB-Port mit dem Lasersanner. Zum anderen mittels eines weiteren USB-Port über einen *Future Technology Devices International (FTDI)*-Konverter am HL-Serial0 Port des *HLP* angeschlossen. Von der Bodenstation kann über WLAN eine SSH Verbindung aufgebaut werden, die in Folge die Entwicklungsplattform bedient.

Jetzt ist bekannt, wie die einzelnen Komponenten untereinander vernetzt sind. Im weiteren Verlauf der Arbeit lässt sich nachvollziehen, an welchen Stellen die Anwendungen implementiert werden und über welche Verbindungen sie miteinander kommunizieren.

KAPITEL 3

Grundlagen

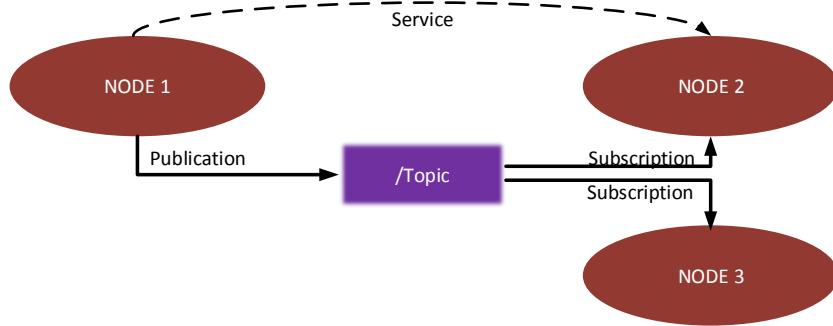
Das Kapitel Grundlagen behandelt die Themen, die in mehreren Abschnitten der Arbeit relevant sind. Dabei handelt es sich um das Robot Operation System, die verwendeten Koordinatensysteme und die Transformation zwischen ihnen.

3.1 Das Robot Operation System ROS

Ziel dieses Unterkapitel ist es das Opensource Betriebssystem *ROS* mit seinem Aufbau und seinen Vorteilen vorzustellen.

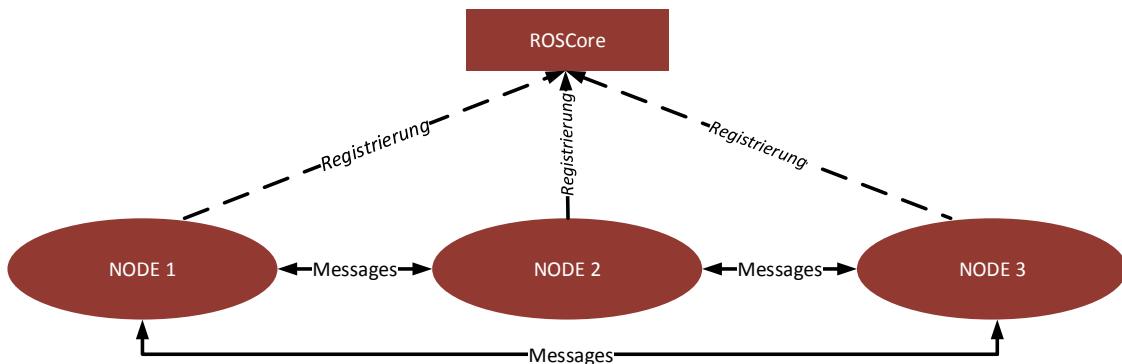
ROS stellt dem Softwareentwickler Bibliotheken und Werkzeuge zur Verfügung, um Roboteranwendungen zu erstellen. Das auf einem *Internet Protocol (IP)*-basierende modulare Kommunikationsframework ermöglicht die Verknüpfung von Anwendungssoftware, Sensoren und Aktoren, sogar unter mehreren Robotern. Die Grundlage dafür ist die sogenannte Hardwareabstraktion. Durch hardwarespezifische Module wird erreicht, dass Komponenten unterschiedlicher Hersteller miteinander verbunden werden können. Im Rahmen dieser Arbeit gilt dies für Hokuyo Lasersanner und die *FCU* von *AscTec*. Des Weiteren ermöglicht es eine hardwareunabhängige Programmierung, die in den Programmiersprachen C/C++ oder in Python erfolgen kann. Jede Hardwareabstraktion oder Anwendung wird als Node, bzw. Konten bezeichnet und läuft als eigener Prozess.

Der Austausch von Daten zwischen den Nodes erfolgt über so genannte Topics (Abbildung 3.1). Dabei werden von den Knoten Nachrichten (engl. Messages) in Topics gepostet und veröffentlicht (publication). Benötigt ein weiterer Knoten den Inhalt eines Topics, kann


Abbildung 3.1: Kommunikation von Nodes über Topics und Services

er es abonnieren (subscription). Sobald die Nachricht im Knoten aktualisiert ist, wird sie in den abonnierenden Knoten übertragen. Dabei sind Knoten nicht auf ein Topic beschränkt. Es können beliebig viele Topics beschrieben oder empfangen werden. Alternative zu dieser Art der asynchronen Datenübertragung bietet *ROS* die Möglichkeit einer synchronen Kommunikation zwischen zwei Nodes über Services. Auf diese Weise wird auf einem Knoten ein Service gestartet. Dieser dient als Server und agiert nach dem Anfrage-Antwort-Prinzip. Schickt ein anderer Knoten eine Anfrage, wird ihm die geforderte Nachricht zu gesendet.

Anzumerken ist, dass durch das verwendete *IP*-Protokoll keine deterministische Versendung der Nachrichten gewährleistet ist. Es ist möglich, dass Nachrichten gleichen Typs in Paketen zusammengefasst werden. Bei der Programmierung empfiehlt sich, auf Topics mit einem Zeitstempel (engl. timestamp) zurückzugreifen. Die Echtzeitfähigkeit des *ROS* ist dadurch nicht gefährdet.


Abbildung 3.2: Registrierung der Knoten

Der größte Vorzug von *ROS* ist die ständig wachsende Community. Hier stellen Forscher aus der ganzen Welt ihre Algorithmen und Hardwareabstraktionen zur Verfügung. Folglich ist es möglich, bei der Erstellung einer Roboteranwendung auf Bausteine zurück zugreifen, die ohne diese Plattform selbst zu implementieren wären. Abgesehen davon, stellt *ROS* eine Vielzahl von Hilfsmitteln, wie zum Beispiel die Transferfunktion (*/tf*), bereit. An dieser Stelle lassen sich Koordinatensysteme definieren. Die Transformation der Daten wird automatisch von *ROS* durchgeführt.

3.2 Einführung in die Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen

Anhand von Koordinatensystemen und Transformationen lassen sich die Lage von Punkten und Objekten in einem Raum mathematisch beschreiben, die Grundvoraussetzung zur Bestimmung der Position des Quadrocopters im 2D-Raum (siehe Kapitel HIER MUSS NOCH EINE REFERENZ HIN). Ferner ermöglicht die Einführung von Koordinatensystemen die mathematisch/physikalische Beschreibung des Quadrocopters, und stellt die Grundlage zur Modellbildung sowie des Reglerentwurfs dar (siehe Kapitel so und so).

3.2.1 Koordinatensysteme

Über ein Koordinatensystem lässt sich ein Vektor oder die Position eines Punktes bezogen auf den Koordinatenursprung in einer zweidimensionalen Ebene, bzw. in einem dreidimensionalen Raum beschreiben. Ziel dieses Teilausschnittes ist die Beschreibung der in dieser Arbeit eingeführten Koordinatensysteme.

Zu Beginn werden zwei Konventionen hinsichtlich der Bezugssysteme vorgestellt. Nummer eins, die in Abbildung 3.3a dargestellte *East-North-Up (ENU)* Konvention. Diese wird vor allem in der Landnavigation eingesetzt. In diesem Fall zeigt die z-Achse nach oben. Bei der zweiten Konvention, hauptsächlich eingesetzt in der Wasser-, Luft- und Raumfahrt, handelt es sich um das *North-East-Down (NED)* Bezugssystem (Abbildung 3.3b). Die z-Achse zeigt nach unten. Anzumerken ist, dass in dieser Arbeit die Ausrichtung der x- und y-Achse nicht wie in Abbildung 3.3 den Himmelsrichtungen entsprechen. Die Begriffe *ENU* und *NED*

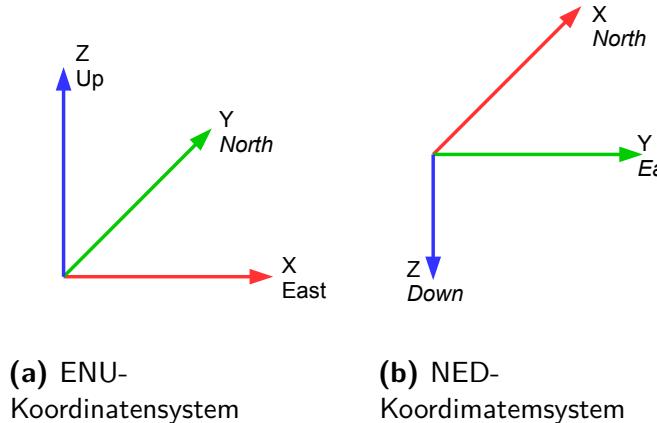


Abbildung 3.3: test

dienen dabei zur Beschreibung der Ausrichtung der Koordinatenachsen in Abhängigkeit der positiven z-Achse.

Bei der folgenden Einführung der Koordinatensysteme (Abbildung 3.4) handelt es sich ausschließlich um kartesische, das heißt, orthogonale Koordinatensysteme, die nach der *ENU* Konvention ausgerichtet sind. Das steht erstmals im Widerspruch mit dem Abschnitt zuvor, dort ist das *NED* als Koordinatensystem für Flugkörper eingeführt. Allerdings basieren die *ROS* Koordinatensysteme auf der *ENU* Konvention. Daraus erfolgt die Wahl von Bezugssystemen mit positiver z-Achse nach oben.

Wie aus Abbildung 3.4 zu entnehmen, sind vier xyz-Koordinatensysteme definiert.

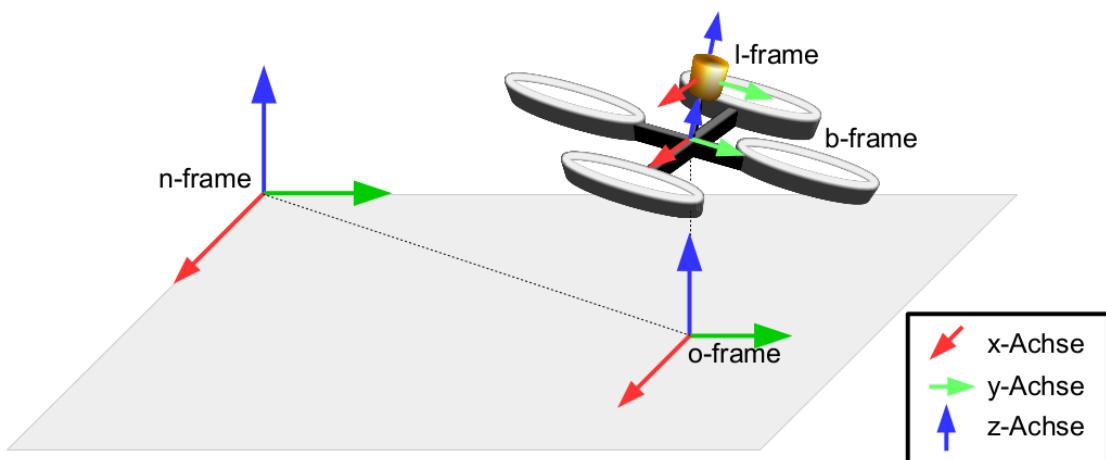


Abbildung 3.4: In der Arbeit angewandte Koordinatensysteme

- **n-frame(Lokaler Navigationsframe):** Ist ein ortsfestes Koordinatensystem zur Beschreibung der Position im Raum. Da es in dieser Arbeit um die horizontale Positionsregelung geht, ist ausschließlich die xy-Ebene von Interesse. Der Ursprung des Koordinatensystems wird bei jedem Systemstart neu initialisiert. Zu beachten ist, dass dies beim vollautonomen Flug in Räumen erfolgt. Dabei beziehen sich die Sollpositionen nicht auf ein Raumkoordinatensystem mit festem Ursprung, sondern auf den beim Systemstart initialisierten Bezugspunkt. Keinen Einfluss hat diese Tatsache auf die Geschwindigkeitsregelung per Fernsteuerung, da an dieser Stelle die relative Bewegung von Interesse ist.

Anbei der Hinweis, dass die Verwendung eines xyz Navigationsframes die Krümmung der Erdoberfläche vernachlässigt. Das ist legitim, da die Drohne in Gebäuden zum Einsatz kommt. Erfolgt eine weltweit Navigation wird ein rotationselliptische Koordinatensystem [THIELECKE LITVERWEIS] benötigt.

- **b-frame(Bodyframe):** Das Koordinatensystem ist fest mit dem Rahmen des Quadrocopters verbunden. Es ist somit ein körperfestes Koordinatensystem. In diesem Fall befindet sich der Ursprung des Systems im Schwerpunkt. Die x-Achse zeigt in die als Vorne definierte Richtung. Die y- und z-Achse sind davon abhängig nach der *ENU* Konvention angeordnet. Informationen, die sich auf dieses Referenzsystem beziehen, sind unter anderen die *IMU*-Daten. Außerdem lässt sich mit diesem System die Lage des Quadrocopters im n-frame über die Position des Nullpunkts und Drehwinkel beschreiben.
- **l-frame(Laserframe):** Ist ebenfalls ein körperfestes Koordinatensystem, in dem die Entfernungsmessungen des Lasers aufgetragen werden. Der Bezugspunkt liegt folglich in der Sendequelle des Lasers. Die Ausrichtung der Achsen entspricht der des b-frames, mit Ausnahme eines Offsets in z-Richtung.
- **o-frame(Orthogonalframe):** Es handelt sich um ein objektbezogenes Bezugssystem, welches mit dem b-frame verknüpft ist. Das o-frame beschreibt die Orientierung um die z-Achse sowie die Position des Quadrocopters in der horizontalen Ebene des n-frames. Hiermit wird der Quadrocopter in der zu navigierenden xy-Ebene abgebildet.

Nachdem sich die Messwerte, wie zum Beispiel die *IMU*-Daten oder die Laserdaten, auf unterschiedliche Koordinatensysteme beziehen, wird eine Koordinatentransformation

(Kapitel 3.2.2) erforderlich. Anhand derer lassen sich Vektoren und Koordinaten in die verschiedenen Bezugssysteme übertragen.

3.2.2 Koordinatentransformationen

Damit Daten eines Referenzsystems in einen anderen transformiert werden können, muss deren Orientierung zueinander beschreibbar sein. Nach [Buchholz Flugregelung] ist dies über die Rotationswinkel ϕ (Rollwinkel/engl. roll), Rotation um die x-Achse sowie der Winkel θ (Nickwinkel/engl. pitch) und ψ (Gierwinkel/engl. yaw) für die y- und z-Achse erreichbar. Die Reihenfolge, um die Achsen gedreht werden, ist dabei nicht beliebig. Sie ist in verschiedenen Konventionen festgelegt. In dieser Arbeit wird die in der Luftfahrt- und Fahrzeugtechnik gebräuchliche z,y',x'' -Konvention (Abbildung 3.5) angewendet.

Das Koordinatensystem wird zu Beginn um den Winkel ψ , d.h. um die z-Achse gedreht. Daraus ergibt sich das in Abbildung 3.5 grün eingezeichnete Koordinatensystem. Anschließend wird dieses um die Achse y' rotiert, sprich den Winkel θ . Zuletzt erfolgt eine Drehung mit dem Winkel ϕ um die x'' -Achse. Das Ergebnis stellt das rote x'',y'',z'' -Koordinatensystem dar. Hierbei ist zu beachten, dass die Reihenfolge der Winkel einzuhalten ist, da sonst die

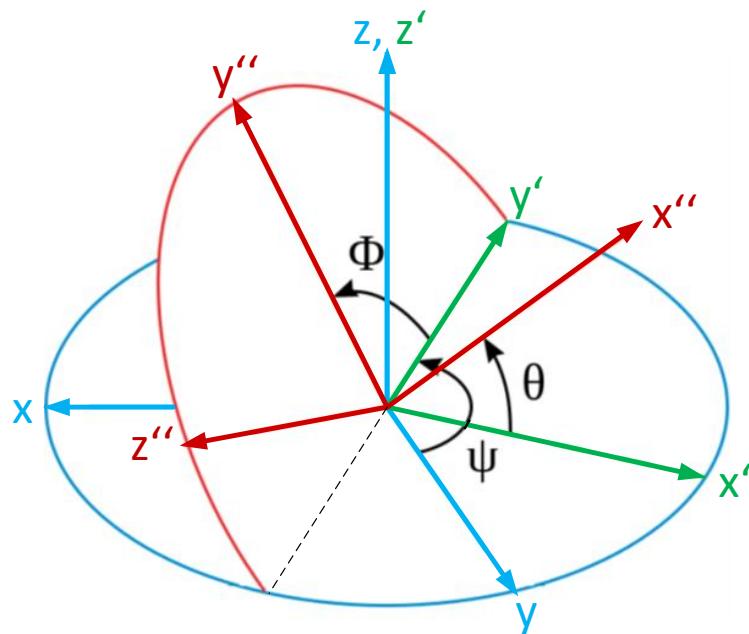


Abbildung 3.5: z,y',x'' -Konvention

beschriebene von der tatsächlichen Lage abweicht. Ein veranschaulichendes Beispiel, wohin unterschiedliche Abfolgen bei der Rotation führen, ist in der Literatur [Literaturverzeichnis] von Herr Thielecke zu finden.

Nach Luftfahrtkonvention lässt sich eine Transformationsmatrix M aufstellen, mit der sich Vektoren und Koordinaten vom xyz-Koordinatensystem (Bsp.: n-frame) in das x"y"z"-Koordinatensystem (Bsp.: b-frame) überführen lassen. Hierfür sind zunächst die drei Transformationsmatrizen notwendig, die jeweils eine Rotation um eine Koordinatenachse beschreiben [2]. Diese sind wie folgt definiert:

- Drehung um die z-Achse mit dem Winkel ψ

$$M_z = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

- Drehung um die y-Achse mit dem Winkel θ

$$M_y = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

- Drehung um die x-Achse mit dem Winkel ϕ

$$M_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Aus diesen Rotationsmatrizen ergibt sich über Matrizenmultiplikation eine Gesamttransformationsmatrix. Die Reihenfolge der Multiplikation entspricht der in der Konvention festgelegten Drehfolge, die von rechts nach links gelesen wird. Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
 M_{bn} &= M_x \cdot M_y \cdot M_z \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser Transformationsmatrix kann ein Vektor zum Beispiel aus dem n-frame ins b-frame übertragen werden.

$$\begin{bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{bmatrix} = M_{bn} \cdot \begin{bmatrix} x^n \\ y^n \\ z^n \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Handelt es sich um eine Koordinate, ist zusätzlich der Abstand der Koordinatenursprünge zu addieren. Für die Rücktransformation wird die Gesamttransformationsmatrix transponiert. Demzufolge ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} x^n \\ y^n \\ z^n \end{bmatrix} = M_{bn}^T \cdot \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{bmatrix} = M_{nb} \cdot \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Nunmehr lassen sich Vektoren in beide Richtungen in die verschiedenen Bezugssysteme überführen. Nachteil der Methode mit Eulerwinkel ist, dass diese auf Grund der trigonometrischen Funktionen nur für Winkel $\phi, \theta, \psi = \{x \in \mathbb{R} | -\pi \leq x \leq \pi\}$ eindeutig durchführbar sind. Wird dieser Bereich überschritten, lässt sich die Lage über Quaternionen beschreiben. Durch die Beschreibung der dreidimensionalen Orientierung in einem vierdimensionalen Raum ist die Lage auch für Rotationen um eine vielfaches von 2π eindeutig charakterisiert. Die genaue Definition findet sich in der Literatur [16] und [2]. Da der Definitionsbereich der Eulerwinkel für diese Arbeit im betrachteten Bereich ausreicht, ist ausschließlich die Umrechnung der in Quaternion (w_q, x_q, y_q, z_q) angegebenen Orientierungsdaten der IMU in Eulerwinkel (ϕ, θ, ψ) erforderlich. Zu beachten ist, dass die folgende Umwandlung nur für die z, y', x'' -Konvention Gültigkeit besitzt.

$$\phi = \arctan\left(\frac{2(y_q z_q + w_q x_q)}{w_q^2 - x_q^2 - y_q^2 + z_q^2}\right) \quad (3.7)$$

$$\theta = \arcsin(2(w_q y_q - x_q z_q)) \quad (3.8)$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{2(x_q y_q + w_q z_q)}{w_q^2 + x_q^2 - y_q^2 - z_q^2}\right) \quad (3.9)$$

Mit dieser letzten Umrechnung sind alle Grundlagen für die Arbeit gelegt. So bilden die Koordinatensystem und Transformationen die Basis für die nachkommende Positionsbestimmung.

KAPITEL 4

Zweidimensionale Positionsbestimmung des Quadrocoters in xy-Ebene des Navigationsframes

Sowie in der Aufgabenstellung beschrieben, erfolgt die Positionsbestimmung über den auf dem Quadrocopter montierten Lasersanner. Man spricht hierbei von einem Onboard-Lokalisierungssystem. Dabei erzeugt der Laser einen zweidimensionalen Scan der Umgebung. Die aufgenommen Entferungen sind im l-frame definiert, d.h. sie beziehen sich auf Ursprung des Lasers. Damit enthalten diese Rohdaten keine Information über die Position und Orientierung des Quadrocopters in der xy-Ebene des Navigationskoordinatensystem (n-frame). Jedoch lässt sich aus Umgebungscans mittels der Methode des „scanmatching“ die Position in einer zweidimensionalen Ebenen bestimmen (Kapitel 4.2). Damit diese jedoch für die Bestimmung der Quadrocopterposition in der horizontalen Ebene eingesetzt werden kann, ist es von Nöten die Laserdaten in das o-frame zu projizieren (Kapitel 4.1). Erst dann lässt sich für das o-frame und somit dem Quadrocopter, Position und Orientierung in der xy-Ebene des n-frames bestimmen. Beide Vorgänge sind bereits für *ROS* implementiert und sind Bestandteil der *scan_tools*. Genauer gesagt handelt es sich dabei um dem „laser_ortho_projector“- und dem „laser_scan_matcher“-Knoten (Abbildung 4.1). Ziel der dieses Kapitel 4 ist es die Mathematik dahinter zu erläutern, sodass man eine Verständnis der Funktionsweise der Knoten erhält.

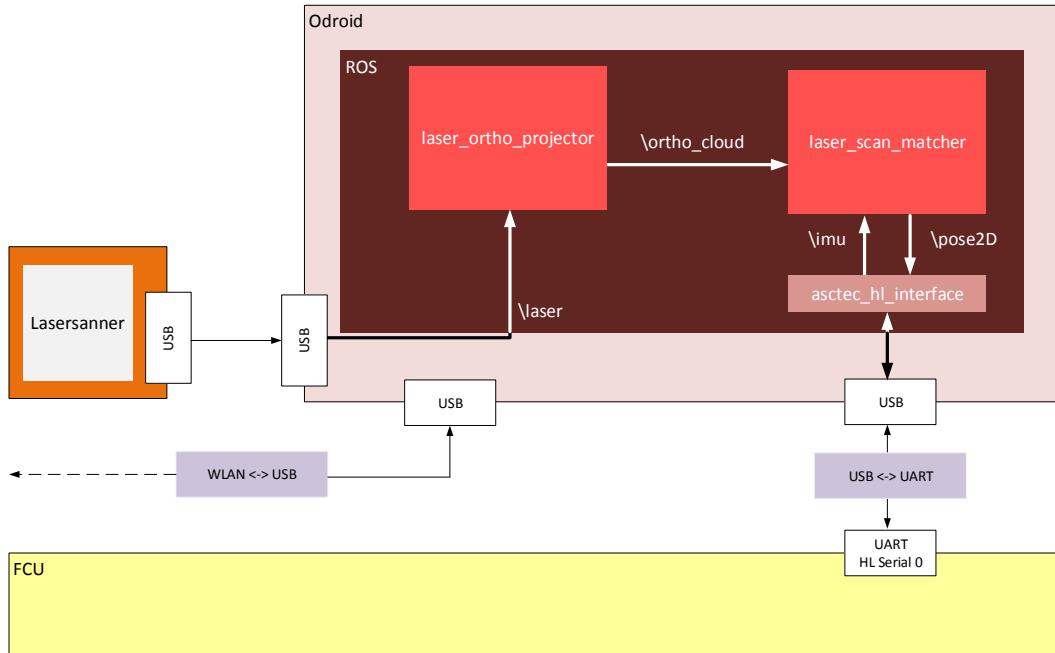


Abbildung 4.1: Verknüpfung des „laser_ortho_projector“- und des „laser_scan_matcher“-Knoten GRAFIK EVENTUELLE ÜBERARBEITEN DA ASC-TEC_HL_INTERFACE KNOTEN DER FÜR DIE KOMMUNIKATION VERANTWORTLICH IST FEHLT

4.1 Projektion der Laserdaten in das o-frame auf der xy-Ebene des n-frames („laser_ortho_projector“)

Die Projektion der Laserdaten ins o-frame erfolgt orthogonal zur xy-Ebene des n-frames. In allgemeiner Form ist dies in Abbildung 4.2a dargestellt. Grundlage für die orthogonalen Projektion ist die Annahme, dass es sich bei den erfassten Objekten um senkrechte Gegenstände handelt. Das heißt ihre Form variiert nicht mit der Höhe in der sie erfasst werden. Für geschlossene Räumen ist diese Annahme zutreffend, da es sich bei den Objekten hauptsächlich um senkrechte Wände handelt. Durch Erfüllung dieser Voraussetzungen kann die Flughöhe des Quadrocopters vernachlässigt werden. Dies kann man aus Abbildung 4.2b entnehmen. Eine Verschiebung des Koordinaten Ursprungs des b-frames auf der z-Achse des o-frames hat demzufolge keinen Einfluss auf die Projektion. Folglich kann für beide Koordinatensystem der identischen Ursprung angenommen werden. Unter Beachtung dieser Annahmen kann der Einfluss des Roll-(ϕ) und Nickwinkels (θ) auf die Entfernungsmessung

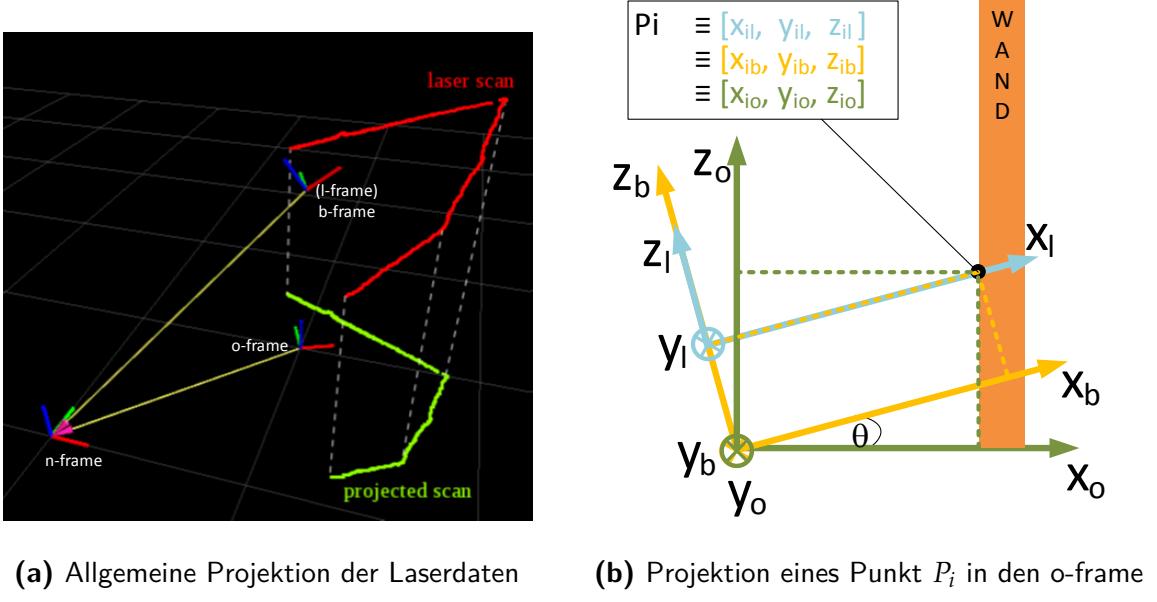


Abbildung 4.2: Projektion der Laserdaten

eliminiert werden. Die Winkelgrößen liefern die *IMU*. Der mathematische Ablauf der orthogonalen Transformation wird basierend auf Literatur [14] im Folgenden dargelegt.

Entfernungsdaten eines Laserumlaufs besteht aus mehreren diskreten Abtastungen (Abbildung 4.3). Übergeben werden sie in Form von Entfernung r_i in einem Array (Topic \laser Abbildung 4.1). Mittels der Schrittweite von 0.25° lässt sich anhand des Indizes i für jeden Messpunkt einen Winkel γ_i zuweisen.

$$\gamma_i = 135^\circ - 0.25^\circ \cdot i \quad (4.1)$$

Die Entfernung eines Punktes p_i ist somit über $\{r_i, \gamma_i\}$ definiert. Zur weiteren Verwendung ist es notwendig die Messungen im kartesischen Koordinatensystem des l-frame zu übertragen.

$$p_i^l = [\cos(\gamma_i) \cdot r_i, \sin(\gamma_i) \cdot r_i, 0]^T \quad (4.2)$$

Da der Bezugspunkt des o-frames im Schwerpunkt des Quadrocoptes liegen soll, in dem auch der b-frame seinen Ursprung hat, ist es von nötigen die Laserdaten vom l-frame ins

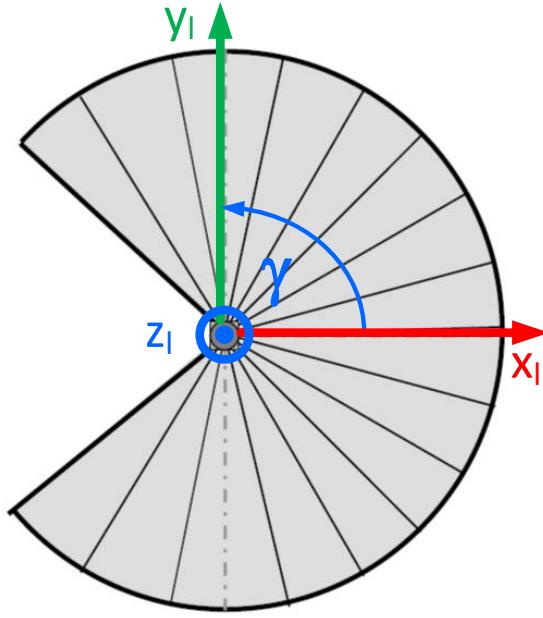


Abbildung 4.3: Draufsicht I-frame

b-frame zu transformieren. Wie schon in Kapitel 3.2 erwähnt handelt es sich dabei um eine konstante Transformation. Genauer gesagt um einen Offset von 10cm auf der z^b -Achse, da der Laser oberhalb des Quadrocopterschwerpunktes montiert ist.

$$p_i^b = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_i) \cdot r_i, & \sin(\gamma_i) \cdot r_i, & 0.1 \end{bmatrix}^T \quad (4.3)$$

Nun da die Laserpunkte im b-frame definiert sind, kann die Transformation der Umgebungsdaten in die xy-Ebene des o-frames erfolgen. Angesichts der Tatsache, dass die Winkel ϕ und θ als Verdrehung um die Achsen des o-frames definiert sind, benötigt man zur Umrechnung der Laserdaten die in Kapitel 3.2 eingeführte Gleichung 3.6 zur inversen Koordinatentransformation. Dabei wird der Yaw-Winkel zu Null gesetzt. Grund hierfür ist, dass Ausrichtung der Flugrichtung in der zweidimensionalen Ebene mit der des b-frames übereinstimmen sollen. Daraus ergibt sich für die Transformationsmatrix

$$M_{ob} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

, über die sich die Positionen der Laserpunkte P_i^b im o-frame bestimmten lassen.

$$p_i^o = M_{ob} \cdot P_i^b \quad (4.5)$$

Erneut kann unter der Annahme von rechtwinkligen Objekten die Höhe des Punktes in z^o -Achse zu Null gesetzt werden. Somit sind die Punkte p_i^l auf der xy-Ebene des o-frame folgendermaßen abgebildet.

$$p_i^o = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos(\gamma_i) \cdot r_i + \sin \phi \sin \theta \sin(\gamma_i) \cdot r_i + \cos \phi \sin \theta \cdot 0.1 \\ \cos \phi \sin(\gamma_i) \cdot r_i - \sin \phi \cdot 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Alle Punkte p_i^o eines Umlaufs einen Scan S .

$$S^o = [p_i^o | i = 1..1080] \quad (4.7)$$

Diese Beschreibung S der Laserscans im o-frame ist die Basis für die im anschließende Kapitel 4.2 behandelte Positionsbestimmung in der zweidimensionalen Ebene des n-frames.

4.2 Positionsbestimmung anhand der ins o-frame überführten Laserdaten über scanmatching

Aufbauend auf den im Kapitel 4.1 vorgestellten Laser_ortho_projektor, ist es Aufgabe des Folgenden Teilkapitels zu erläutern wie anhand eines Referenzscans S_{ref} und einem weiteren Scan S_{neu} die Position in der euklidischen xy-Ebene des n-frames bestimmt werden kann. Zur Anwendung kommt hier die Methode des Scanmatching. Dabei gilt die Annahme, das für jeden Scan S_{neu} und dessen dazugehörigen Position P_{neu} eine Rotation M_z^o um ψ^o , inklusive Translation T existiert, so dass die beiden Datenwolken S_{neu} und S_{ref} übereinander liegen (Abbildung 4.4). Definiert ist S_{ref} dabei an der Stelle P_{ref} .

Ausgangspunkt sind zwei im o-frame definierte Datenwolken.

$$S_{ref} = [p_{ref_i} | i = 1..n_{ref}] \quad (4.8)$$

$$S_{neu} = [p_{neu_i} | i = 1..n_{neu}] \quad (4.9)$$

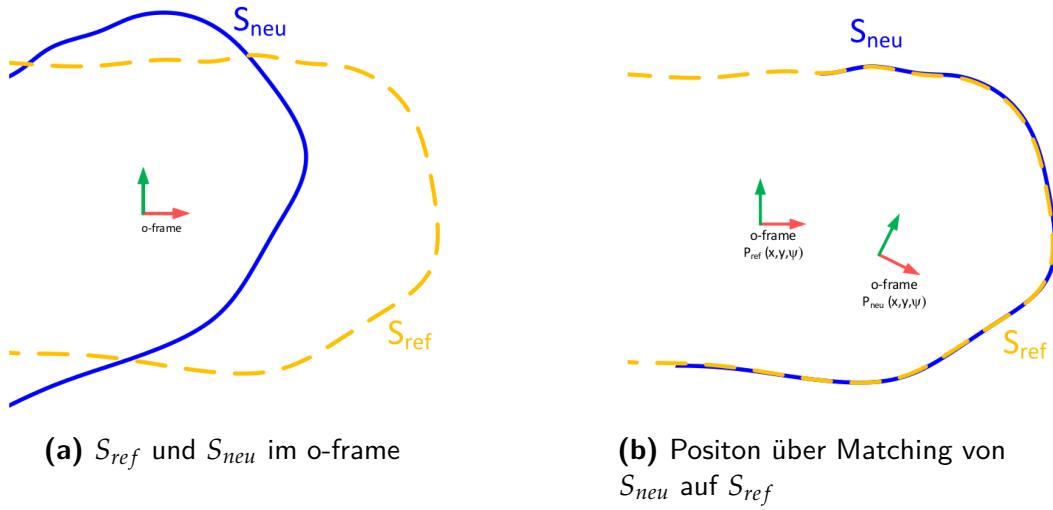


Abbildung 4.4: Prinzip Scanmatching

Dargestellt in Abbildung 4.4a.

Zur Bestimmung des Matchings bzw. der Rotation M_z^o und der Translation T wurde im Jahr 1992 unter anderem von Paul Besl der *Iterative Closest Point (ICP)*-Algorithmus entwickelt. Dabei handelt es sich um einen iterativen Algorithmus. Abgebildet sind die einzelnen Integrationsschritte in einem Flussdiagramm in Abbildung 4.5. Daran orientierend wird im folgenden jeder einzelne Vorgang erläutert.

- **Schritt 1,** Punktekorrespondenz.

Hierbei bekommt jeder Punkt des S_{neu} einen korrespondierenden Punkt aus der Datenwolke S_{ref} zugewiesen. Man spricht hierbei von der Point-to-Point Arithmetik. Als Startwert werden als Korrespondenzpunkte die am nächsten liegenden Nachbar übergeben. Die Suche der entsprechenden Werte erfolgt über die Methode der erschöpfenden Suche (Brute-Force-Methode), d.h. jeden Punkt werden alle Punktstände ermittelt und der Punkt mit der geringsten Entfernung zugewiesen. Das Ergebnis ist eine Datenmenge S'_{ref} , deren Anzahl an Werten denen von S_{neu} entspricht.

$$S'_{ref} = [p'_{ref_i} | i = 1..(n' = n_{neu})] \quad (4.10)$$

Dieser Schritt stellt auf Grund des nicht optimierten Suchalgorithmus den rechenaufwendigsten Teil dar. Laut [LITERATUR AUT4] stellt dies für die Verarbeitung von 2D-Laserscans kein Problem dar.

- **Schritt 2,** Bestimmung des Rotationswinkel $\Delta\psi^o$ und der Translation T

Wie schon zu beginn angeklungen, soll eine rotatorische und translatorische Transformation zur Überlappung von S_{neu} mit S_{ref} führen. Idealität und eine sehr kleine Änderung vorausgesetzt könnte jeder Punkt von S_{neu} in den entsprechenden Punkt S_{ref} umgerechnet werden.

$$p_{ref_i}(M_z^o(\psi^o), T) = M_z^o(\psi^o) \cdot p_{neu_i} + P_{ref} + T \quad (4.11)$$

Die Zweidimensionale Roationsmatrix M_z^o entspricht dabei der in Kapitel 3.2.2 eingeführten Koordinatentransformationsmatrix (3.1) reduziert auf die x und y Anteile.

$$M_z^o(\psi^o) = \begin{bmatrix} \cos \psi^o & -\sin \psi^o \\ \sin \psi^o & \cos \psi^o \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

In der Praxis ist die Umgebung nicht ideal und aufgrund der hohen Dynamik können die Änderungen zwischen zwei Messwerten größer Ausfallen. Dadurch sind nicht alle Werte von S_{ref} und S_{neu} Indize für Indize vergleichbar. Der Grund warum in Vorgang 1 zu zum Scan S_{neu} ein korrespondier Scan S'_{ref} eingeführt wurde. Der im Folgenden Anwendung findet. Ein einsetzen von S'_{ref} in Gleichung (4.11) ist jedoch nicht die Lösung des Problems, da es zu keiner eindeutigen Ergebnis führt. Laut [11] kann aus dieser Formel (4.11) als Fehlgleichung herangezogen werden. Mit dieser lässt sich über die least-squar Methode die kleinste Summe der quadratischen Abweichungen ermitteln.

$$E(M_z^o(\Delta\psi^o), T) = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} \|p'_{ref_i} - (M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot p_{neu_i} + T)\|^2 \quad (4.13)$$

Um das Minimum von abhängig $E(M_z^o(\Delta\psi^o), T)$ bestimmen zu können wird nach [13] der Schwerpunkt (c_{ref} , c_{neu}) der korrespondierenden Punkte ermittelt.

$$c_{ref} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} p'_{ref_i} \quad (4.14)$$

$$c_{neu} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} p_{neu_i} \quad (4.15)$$

Damit ergibt sich die Datenwolken folgendermaßen beschreiben.

$$\tilde{S}'_{ref} = [\tilde{p}'_{pref_i} = p'_{pref_i} - c_{ref} | i = 1..n'] \quad (4.16)$$

$$\tilde{S}_{neu} = [\tilde{p}_{neu_i} = p_{neu_i} - c_{neu} | i = 1..n'] \quad (4.17)$$

Setzt man 4.16 und 4.17 in die Fehlgleichung 4.2 resultiert.

$$\begin{aligned} E(M_z^o(\Delta\psi^o), T) &= \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} ||\tilde{p}_{ref_i} - M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot \tilde{p}_{neu_i} - (T - c_{ref} + M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot c_{neu})||^2 \\ &= \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} ||\tilde{p}_{ref_i} - M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot \tilde{p}_{neu_i} - \tilde{T}||^2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Über \tilde{T} ist die Abweichung der Schwerpunkte translatorisch als auch rotatorisch beschrieben. Damit beide Schwerpunkte genau über einander liegen ist $\tilde{T} = 0$ zusetzen. Daraus ergibt sich.

$$0 = T - c_{ref} + M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot c_{neu} \quad (4.19)$$

und eine Fehlgleichung die nun mehr nur noch von der Rotation abhängig ist und dessen Betrag sich wie folgt darstellen lässt.

$$\begin{aligned} E(M_z^o(\Delta\psi^o)) &= \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} ||\tilde{p}_{ref_i} - M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot \tilde{p}_{neu_i}||^2 \\ &= \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} (\tilde{p}_{ref_i}^T \tilde{p}_{ref_i} + \tilde{p}_{neu_i}^T \tilde{p}_{neu_i} - 2\tilde{p}_{ref_i}^T \cdot M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot \tilde{p}_{neu_i}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Weiterhin auf die Literatur [13] beziehend ist es zur Minimierung von $E(M_z^o(\Delta\psi^o))$ ausreichend den gemischten Term zu $\tilde{E}(M_z^o(\Delta\psi^o))$ maximieren.

$$\tilde{E}(M_z^o(\Delta\psi^o))_{max} = \underset{M_z^o(\Delta\psi^o)}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=1}^{n'} (2\tilde{p}_{ref_i}^T \cdot M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot \tilde{p}_{neu_i}) \quad (4.21)$$

Beziehungsweise abhängig von $\Delta\psi^o$.

$$\tilde{E}(\Delta\psi^o)_{max} = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^{n'} (2(\cos(\Delta\psi^o)(\tilde{x}_{ref} \cdot \tilde{x}_{neu} + \tilde{y}_{ref} \cdot \tilde{y}_{neu}) \\ + \sin(\Delta\psi^o)(\tilde{y}_{ref} \cdot \tilde{x}_{neu} + \tilde{x}_{ref} \cdot \tilde{y}_{neu})) \quad (4.22)$$

Aufgrund der trigonometrischen Addition besitzt der Summand eine Maximum für $\Delta\psi^o$ wenn

$$\frac{\delta \tilde{E}(\Delta\psi^o)_{max}}{\delta(\Delta\psi^o)} = 0 \quad (4.23)$$

$$0 = \sum_{i=1}^{n'} (-\sin(\Delta\psi^o)(\tilde{x}_{ref} \cdot \tilde{x}_{neu} + \tilde{y}_{ref} \cdot \tilde{y}_{neu}) \\ + \cos(\Delta\psi^o)(\tilde{y}_{ref} \cdot \tilde{x}_{neu} + \tilde{x}_{ref} \cdot \tilde{y}_{neu})) \quad (4.24)$$

daraus folgt für $\Delta\psi^o$

$$\Delta\psi^o = \arctan\left(\frac{\sum_{i=1}^{n'} (\tilde{y}_{ref} \cdot \tilde{x}_{neu} + \tilde{x}_{ref} \cdot \tilde{y}_{neu})}{\sum_{i=1}^{n'} (\tilde{x}_{ref} \cdot \tilde{x}_{neu} + \tilde{y}_{ref} \cdot \tilde{y}_{neu})}\right) \quad (4.25)$$

Mit dem Ergebnis für $\Delta\psi^o$ kann unter Verwendung von Gleichung 4.19 die Translation T bestimmt werden.

$$T = c_{ref} - M_z^o(\Delta\psi^o) \cdot c_{neu} \quad (4.26)$$

Somit sind Translation und Rotation bestimmt.

- **Schritt 3,** Ermittlung der Summe der quadratischen Fehler $E(M_z^o(\Delta\psi^o), T)$

Die aus der Formel 4.25 stammende Rotation und die mit Hilfe der Gleichung 4.26 berechneten Translation werden in die Formel des quadratischen Fehlers eingesetzt.

- **Schritt 4,** Vergleich von $E(M_z^o(\Delta\psi^o), T)$ mit Schwellwert E_{max}

Der in Vorgang 4 berechnete quadratische Fehler wird mit dem Schwellwert des Maximal zulässigen Fehlers E_{max} verglichen. Wird unterschritten ist das Abbruchkriterium erfüllt, handelt es bei Rotation $\Delta\psi^o$ und Translation T Werte die Transformation bzw. die neue Position P_{neu} mit einer ausreichenden Genauigkeit beschreiben. Ist das Kriterium beginnt der *ICP*-Algorithmus bei Vorgang 1 und bestimmt neue Korrespondenzen.

Für die Positionsbestimmung im n-frame wird mit der ersten Position P_{ref} der Bezugspunkt des Navigationskoordinatensystems gesetzt. Darauf aufbauend wird die weiteren Translationen bzw. Rotationen addiert.

$$P_{neu} = P_{ref} + T \quad (4.27)$$

$$\psi_{neu}^o = \psi_{ref}^o + \Delta\psi^o \quad (4.28)$$

Anzumerken sei hier das P_{ref} nicht im Ursprung verweilt, sondern sich auf den Referenzscan S_{ref} bezieht. Dieser kann der vorige Umlauf des aktuellen Scans S_{neu} darstellen. Oder einen in der nahen Vergangenheit liegenden Scan, bei dem die Summe der quadratischen Fehler sehr gering war.

Der vorgestellte *ICP*-Algorithmus kann weiterhin verbessert werden. So kann anstelle der Point-to-Point Arithmetik in Vorgang 1 eine Point-to-Line Arithmetik zur Ermittlung der Konvergenzpunkte angewendet werden. Mit diesem Thema beschäftigt sich das Paper [3]. Außerdem ist möglich über die Inertialsenorik ausgehend von P_{ref} eine neue Position P_{imu} zu bestimmen. In P_{imu} wird der neue S_{neu} gelegt. So muss lediglich der Fehler der *IMU*-Positionsschätzung über den *ICP*-Algorithmus eliminiert werden. Dies ist besonders nützlich wenn zwei Scans weit auseinander liegen, wie zum Beispiel in Abbildung 4.4b. Es vereinfacht Vorgang 1. Behandelt wird dies unter anderem in [14].

Mit der Beschreibung Scanmatchingverfahren ist der letzte Baustein zur Lokalisierung des Quadrocopters in der horizontalen Ebene eines geschlossenen Raums mittels eines 2D Laser geliefert worden. Darauf aufbauend ist es möglich eine Positionsregelung zu implementieren.

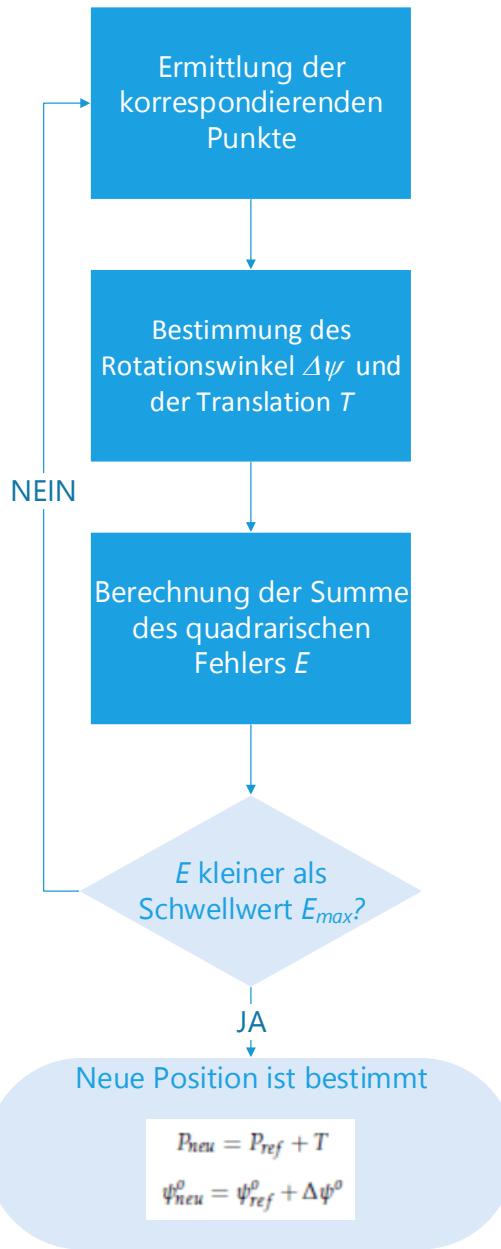


Abbildung 4.5: Flussdiagramm ICP-Algorithmus

KAPITEL 5

Verifizierung der Positionsregelung der ETH-Zürich in Verbindung mit einem Laserscanner

In einer Zusammenarbeit von *AscTec* und der ETH-Zürich wurde eine Regler zur Positionierung des Pelican Quadrocopters in geschlossenen Räumen entworfen und veröffentlicht. Der Entwurf basierte dabei auf einer monokularen Kamera über die mittels eines *Visual*

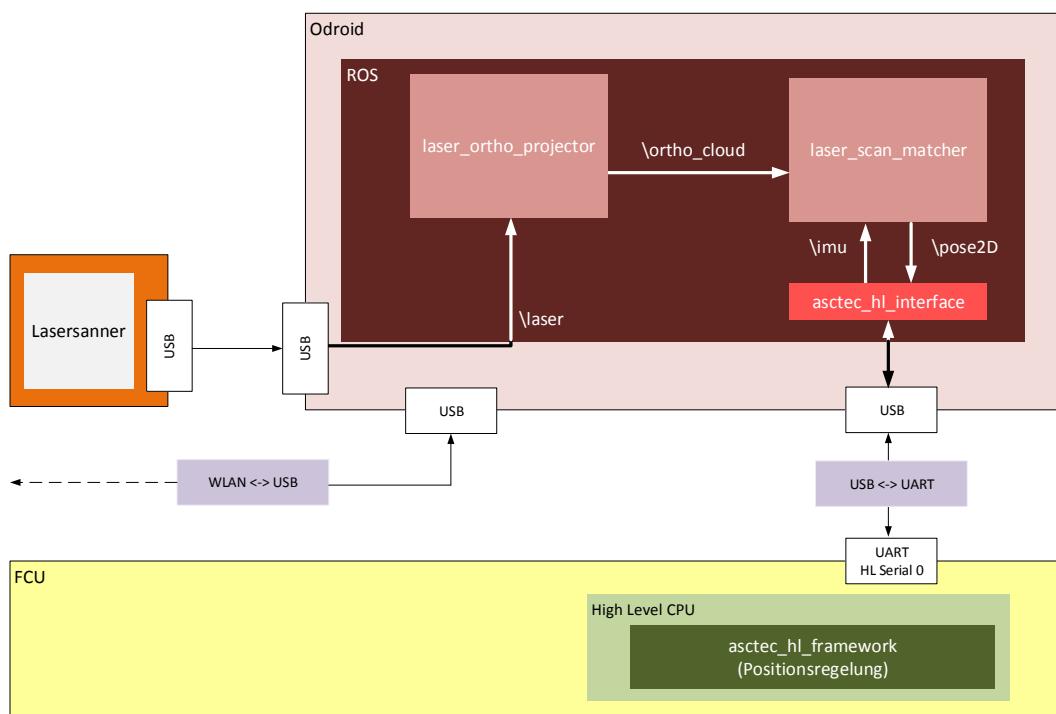


Abbildung 5.1: AscTec_hl_framework in der Kommunikationstruktur

Simultaneous Localization and Mapping (VLSAM)-Algorithmus und der Fusion der *IMU* die Position des Flugobjekts in der unbekannten Umgebung ermittelt wird. Die dazugehörigen Regelung- und Fusionsalgorithmen sind im Paper [1] beschrieben. Außerdem stehen diese als asctec_framework zum Download zur Verfügung und wurden im Rahmen dieser Arbeit auf den *HLP* geladen (Abbildung 5.1).

Aufgabe dieses Kapitel ist es die veröffentlichten Annahmen und Formel der Fusion und Regelung zu verifizieren. Dies erfolgt über Literaturrecherchen und Herleitung der publizierten Gleichungen. Unter Berücksichtigung, dass die Position nun mehr vom Laser über die Kapitel 4 vorgestellten Algorithmen bestimmt wird, ist Abschnitt 5.1 darauf ausgelegt eine Übersicht über die Bestandteile der Regelung zu geben. Herleitung der Komponenten erfolgt in den anschließend Unterkapiteln.

5.1 Struktur der Positionsregelung

Das Hauptaugenmerk dieses Unterkapitels liegt darauf, wie sich die Positionsregelung in die in Kapitel 2.3 vorgestellte Systemstruktur einfügt. Welche Softwarekomponenten dafür auf dem *HLP* integriert wurden. Wie die Kommunikation zwischen ihnen und der Umgebung aussieht. Mit dem Ziel ein grundlegendes Verständnis für die Funktionsweise der Regelung zu generieren.

Die Positionsregelung wird auf die Lageregelung (engl. Attitudecontrol) aufgesetzt. Daraus resultiert eine Kaskadenstruktur (Abbildung 5.2). Diese Vorgehensweise ist nachvollziehbar, da die Lageregelung bereits fest auf dem *LLP* implementiert ist. Diese besteht aus einem Regelalgorithmus der anhand der Regeldifferenz der Orientierung e_{ori} , resultierend aus der

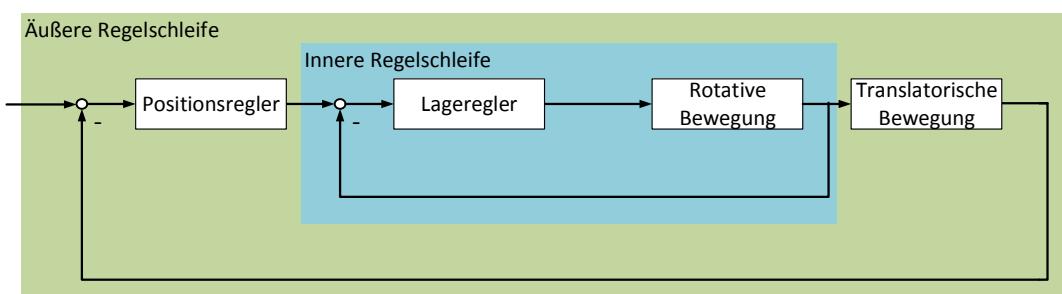


Abbildung 5.2: Kaskadenstruktur der vereinfachten Positionsregelung

Abweichung Soll-Orientierung O_{des} und Ist-Orientierung O , in Verbindung mit der Sollschubvorgabe T_s die Drehzahlen $n_{1..4}$ der Rotoren berechnet und einstellt. Die Ist-Orientierung $O = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ wird mittels eines Fusionsfilter bestimmt. Dieser fusioniert die Messwerte der auf der *IMU* befindlichen Gyroscope mit den Daten des 3D-Kompass. Wie dieser unterlagerte Regler und der dazugehörige Zustandsschätzer genau ausgeführt sind ist nicht bekannt. Eine mögliche Ausführung ist in Paper [7] beschrieben. Die Ungewissheit über den Regleraufbau der Lageregelung stellt für den Entwurf der überlagerten Positionsregelung kein Problem dar. Von Interesse ist lediglich, das die Annahme einer sehr hohen Dynamik dieses Reglers zur einer Vereinfachung des für die Positionsregelung benötigen Modells (Kapitel 5.2) führt. Hohe Dynamik bedeutet, das der Sollwinkel in einer sehr kurzen Zeit $t \rightarrow 0 \text{ s}$ erreicht wird. Basierend auf einer Exakten Ein-/Ausgangslinearisierung der inneren Schleife (Kapitel ??), ist die äußere Reglerschleife zur Positionsregelung auf dem *HLP* realisiert. Dank der Inversion, realisiert Ein-/Ausgangslinearisierung, kann für die Positionierung des Quadrocopters eine linerare zwei Freiheitsgrade Regelung angewandt werden. Diese besteht aus einer Vorsteuerung und einem Folgeregelung. Die Vorsteuerung auf dem *HLP* ist in Form eines Referenzmodell (Kapitel 5.4), das dem Ein-/Ausgangslinearisierung nachempfunden ist, ausgeführt. Anhand der vorgegebenen Soll-Position $P_{des}^n = [x \ y \ z]^T_{des}$ wird eine Referenz-Trajektorie¹ zur Überführung des Quadrocopters aus der aktuellen Ist-Position in die Soll-Position berechnet. Ergebnis ist ein Stellwert für die Inversion, der unter theoretischer Betrachtung die gewünschte Bahnbewegung des Quadrocopters zur Ursache hat. In einem realen System ist dies durch ein Flüsse der Umgebung, bsp. Wind nicht gewähr-

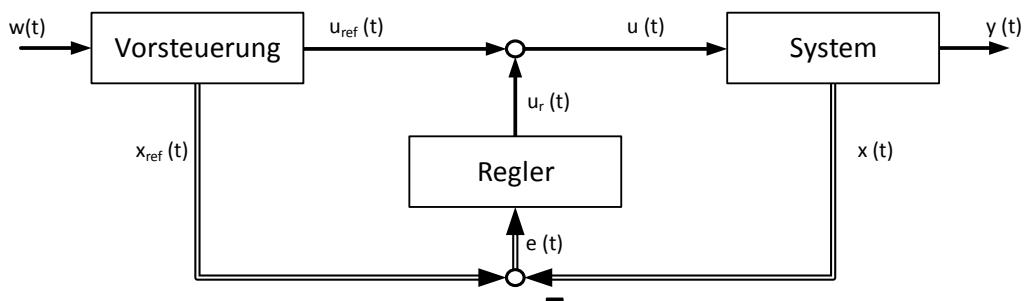


Abbildung 5.3: Struktur zwei Freiheitsgraderegelung

¹ Trajektorien beschreiben einen zeitabhängigen Verlauf eines Wertes in einem Bezugssystem

leiste. Deshalb ist zusätzlich der Folgeregler (Kapitel 5.5) implementiert, dessen Aufgabe besteht darin Abweichung der realen Zustände des Quadrocopters von den Referenzwerten auszuregeln. Die dafür benötigten Zustandsgrößen des Flugsystems (Kapitel 5.6) werden durch die Fusion der in über den Laser bestimmten Position (Kapitel 4) mit den mit den Beschleunigungswerten der *IMU* ermittelt.

Bevor jede einzelne Komponente in den Folgekapiteln hergeleitet wird, ist in Abbildung 5.4 die Verknüpfung aller Komponenten noch einmal grafisch dargestellt.

Anzumerken ist, das die in Verbindung mit *AscTec* entworfene Positionsregelung, zur Ausrichtung des Quadrocopters in einem dreidimensionalen Raum entworfen ist. Für die vertikale Positionierung ist jedoch in der vorrangingen Arbeit[9] von Jan Kallwies bereits eine Regelung entworfen worden. Da diese Regelung Effekte wie den Groundeffekt¹ berücksichtigt, ist es Aufgabe einer dieser Arbeit folgenden Studentischen Projekt diese in das System der ETH-Zürich einzupflegen. Somit reduziert sich die Validierung der Reglerstruktur auf den horizontale Ebene.

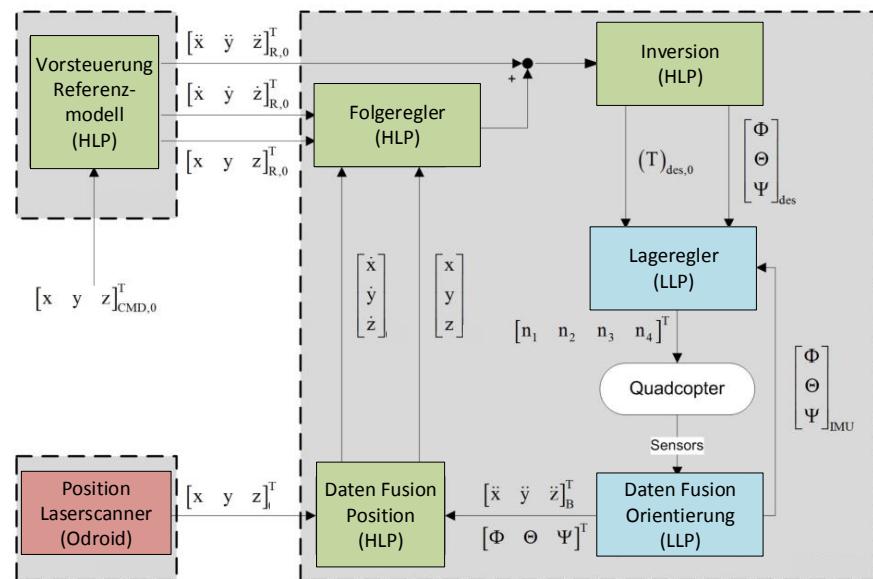


Abbildung 5.4: Struktur der Regelung (AscTec_Framework)

¹ In Bodennähe verhindert der Untergrund das schnelle Abströmen des durch die Rotoren erzeugten Luftstroms. Die daraus resultierende Krafterhöhung bei gleichbleibender Drehzahl der Rotoren, wird als Groundeffekt bezeichnet.

5.2 Modellbildung

Die Modellbildung ist die Grundlage für den systematischen Entwurf einer Zustandsregelung. Dabei wird das Systemverhalten in Form von Differentialgleichungen abgebildet. Diese beschreiben die zeitliche Veränderung einer Ausgangsgröße in Abhängigkeit ihrer zeitlichen Ableitungen sowie veränderlicher Eingangsgrößen. So lassen sich unter Beachtung der physikalischen Gesetze Bewegungsgleichungen aufstellen, welche das räumliche und zeitliche Verhalten einen mechatronischen Systems abbilden.

Bevor jedoch die Bewegungsgleichungen des Quadrocopter aufgestellt werden können, ist es notwendig die Freiheitsgrade des dynamischen Systems gegenüber des Bezugssystem zu bestimmen. Da zwischen dem n-frame(Bezugssystem) und dem b-frame(Quadrocopter) keine mechanische Verbindung oder konstante Koordinatentransformation existiert besitzt das Flugsystem sechs Freiheitsgrade. Bestehend aus drei rotativen $[\phi \ \theta \ \psi]^T$ und drei translatorischen $[x \ y \ z]^T$. Sechs Freiheitsgrade sind gleichzusetzen mit sechs Differentialgleichungen zur Beschreibung der Bewegung im Raum. Damit ist jedoch nicht alle Dynamiken des Systems abgebildet. So sind zur Beschreiben des Gesamtsystems weitere Differentialgleichungen aufzustellen. Zum einen ist hier die Dynamik der Elektromotoren zu einzukalkulieren welche die Rotoren antreiben. Als auch die durch die Rotation der Rotorblätter ausgelöste Schubentwicklung nach den Gesetzen der Strömungslehre. Unter Beachtung aller Aspekte entsteht so eine mathematisch meist nichtlineare sowie sehr aufwendige und komplexe Systembeschreibung. Da mit der steigender Größe auch die Fehleranfälligkeit steigt, wird in der Modellbildung folgender Leitsatz immer wieder aufgeführt. „Ein Modell sollte das zu regelende Verhalten so einfach wie möglich, aber so detailliert wie nötig darstellen.“ Betrachtet nun die Struktur des implementierten Flugregelung (Abbildung 5.4) so lässt sich das Modell aus Sicht der Positionsregelung stark reduzieren.

Grund hierfür ist die in Bild 5.2 dargestellte Kaskadenstruktur der Regelung. In Verbindung mit Abbildung 5.4 ist zu erkennen, das der Lageregelung als Eingangsgrößen eine Soll-Orientierung $O_{des} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ und ein Schubvorgabe T_{des} übergeben wird. Aus Sicht der Positionsregelung sind dies auch die Eingänge des zu regelnden Modells. Fest steht somit, das die rotative Dynamik als auch die Schubentwicklung über den auf dem *LLP* befindliche Regler eingestellt wird. Dieser ist ab Werk so gut parametriert, das die Zeitkonstante zwischen Vorgabe und Einstellen des Sollwerts sehr gering ist. Dies wurde auch durch einen Versuch bestätigt. Da der Aufbau der Lageregelung nicht bekannt ist wurde dazu

das experimentelle Systemidentifikationstool von Manfred Ottens herangezogen. Um die Zeitkonstante schätzen zu können wurde das Übergangsverhalten von Ist- zu Soll-Winkel als PT1-Glied abstrahiert. Aus den Messdaten des Sollwert und Istwert wurde daraus die Zeitkonstante T ermittelt. Dabei ergab das mittel über mehrere Messungen einen Zeitkonstante von $T \approx 0.1$ s. Mit der Gewissheit, dass die Dynamik der Positionsregelung um ein vielfaches geringer ausfällt lässt sich beim Entwurf dieser die Zeitkonstante T vernachlässigen. Es gilt somit Soll- entspricht Ist-Winkel.

$$O_{des} = O = [\phi \ \theta \ \psi]^T \quad (5.1)$$

Somit reduziert sich die für Positionsregelung zu modellierende Dynamik auf die translatorische Differenzialgleichungen. Um zur Bestimmung dieser die Newtonsche Gesetze anwenden zu können, werden diese im n-frame definiert. Dabei kann der Quadrocopter als widerstandsfreie Kugel im dreidimensionalen Raum des Navigationskoordinatensystems abgebildet werden. Auf diese wirkt parallel zur z-Achse des n-frames die Gravitationskraft F_g^n und die in Richtung der z^b -Achse angreifender Gesamtschub T (Gleichung 2.1) der Rotoren. Letzt genannte Kraft muss zur Anwendung der Newtonischen Gesetze in Kraftkomponenten des n-frames zerlegt werden (Abbildung 5.5). Da die Dynamik der Lageregelung vernachlässigt wird, ist dies über eine einfache Koordinatentransformation vom b-frame ins n-frame realisierbar. Die entsprechende Transformation wurde in Kapitel 3.2.2 in Formel 3.6 eingeführt. Daraus ergibt sich,

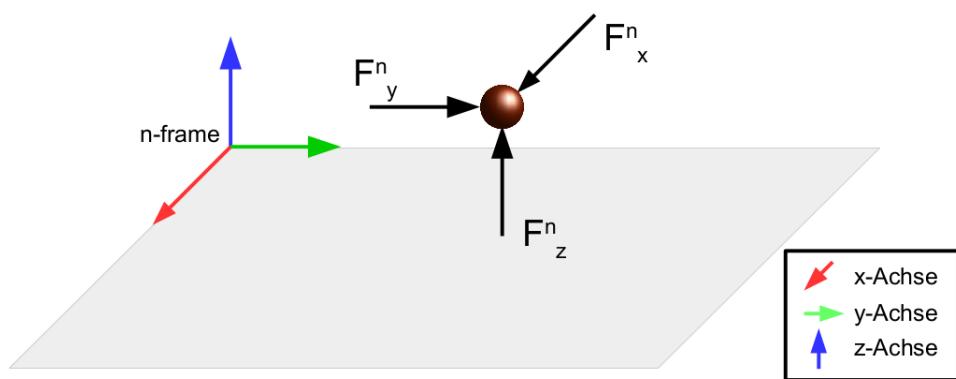


Abbildung 5.5: Auf den Quadrocopter wirkende Kraft. Definiert im n-frame

$$F^n = \begin{bmatrix} F_x^n \\ F_y^n \\ F_z^n \end{bmatrix} = M_{nb} \cdot F^b - F_g = M_{nb} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_g \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Nach dem zweiten Newtonschen Gesetz lässt sich nun die Beschleunigung a des Körpers bestimmen. Dieses besagt, eine Änderung der Bewegung resultiert proportional und gradlinig in Richtung der wirkenden Kraft. Dabei gilt die Beziehung.

$$F^n = \begin{bmatrix} F_x^n \\ F_y^n \\ F_z^n \end{bmatrix} = m \cdot a = m \cdot \begin{bmatrix} a_x^n \\ a_y^n \\ a_z^n \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Für die konstante Masse $m (= 1.863 \text{ kg})$ des Quadroceters, lassen sich die Beschleunigungen des Körpers im dreidimensionalen Raum durch einsetzen von (5.2) in (5.3) berechnen.

$$\begin{bmatrix} a_x^n \\ a_y^n \\ a_z^n \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \cdot (M_{nb} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_g \end{bmatrix}) \quad (5.4)$$

Basierend auf dem Weg-Zeit-Gesetz [?] lässt sich für eine Anfangsgeschwindigkeit v_0^n und eine Startposition P_0^n die Position des Quadrocopters über die doppelte Integration der Beschleunigung aus Gleichung (5.4) bestimmen.

$$\begin{aligned} a^n &= \dot{v}^n = \ddot{P}^n \\ v^n &= \dot{a}^n = \int a^n dt + v_0^n \\ P^n &= \int v^n dt + P_0^n \end{aligned} \quad (5.5)$$

Mit diesen Gleichung 5.5 und 5.4 ist das translatorische Systemverhalten des Quadrocopters im n-frame mathematisch beschreibbar. Abhängig der Einganggrößen O_{des} und T_{des} .

Die resultierende Beschreibung der Zustände $x = [v_x \ v_y \ v_z \ x \ y \ z]^T$ des Modells ergibt.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \frac{1}{m} \cdot ((\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \cdot T) \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m} \cdot ((\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \cdot T) \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{m} \cdot ((\cos \phi \cos \theta) \cdot T) - g \\ \dot{x}_4 &= x_1 \\ \dot{x}_5 &= x_2 \\ \dot{x}_6 &= x_3\end{aligned}\quad (5.6)$$

Zur Veranschaulichung ist das Modell zusätzlich in Abbildung visualisiert.

Durch die Koordinatentransformation bzw. die trigonometrischen Funktionen ist die Systembeschreibung nichtlinear. Das bedeutet, dass von der Änderung der Eingangsgrößen keine direkt proportionale Änderung der Ausgangsgröße ableitbar ist. Somit ist eine direkte Ansteuerung der Lageregelung über einen linearen Positionsregler nicht möglich ist. Da

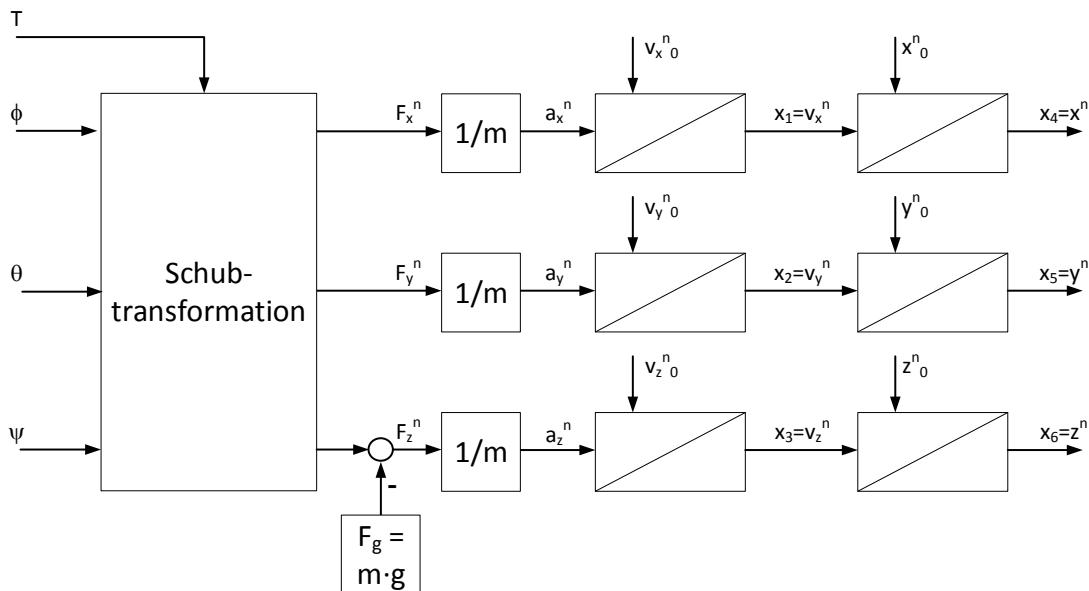


Abbildung 5.6: Modellstruktur des Quadrocopters (FEHLER, GEWICHTSKRAFT FEHLT UND SUBTRANS ALS NICHTLINEAR MARKIEREN)

allerdings einen ein solche linearer Regler vorgesehen ist, benötigt man einen Baustein. Der für fiktive Eingänge das Systemverhalten linearisiert.

5.3 Exakte Zustandslinearisierung

Zur Linearisierung eines nichtlinearen Modells wird in den Grundlagen der Regelungstechnik [12] die Arbeitspunktlinearisierung gelehrt. Nachteil eine solche Linearisierung besitzt oft nur für eine kleinen Umgebung um den Arbeitspunkt Gültigkeit. Um mit dem Quadrocopter schnelle Positionswechsel vollziehen zu können, werden jedoch hohe Stellwinkel benötigt. Somit ist eine annähernde Linearisierung für einen Arbeitspunkt nicht ausreichend. Es wird daher eine Methode benötigt, die das Modell über den gesamten Arbeitsbereich linearisiert.

In [5] wird dafür die exakte Zustandslinearisierung eingeführt. Dabei wird dem nichtlinearen System eine Inversion vorgeschaltet. Diese beinhaltet eine linearisierendes Stellgesetz so, dass sich das zu regelnde System für jeden Ausgang als entkoppelt und lineare Integrierekette darstellt.

Das bedeutet für das Quadrocoptermodell (Kapitel 5.2). Es ist ein Stellgesetz für $u = [T \ \phi \ \theta \ \psi]^T$ gesucht, welches das System für die Ausgänge $y = [x \ y \ z]^T$ entkoppelt. Für die Positionsregelung steht so die fiktiven Eingänge $u_f = [a_x^n \ a_y^n \ a_z^n]^T$ zur Verfügung. Das bedeutet es können ohne Berücksichtigung der Orientierung des Quadrocopters Beschleunigungswerte im n-frame vorgegeben werden.

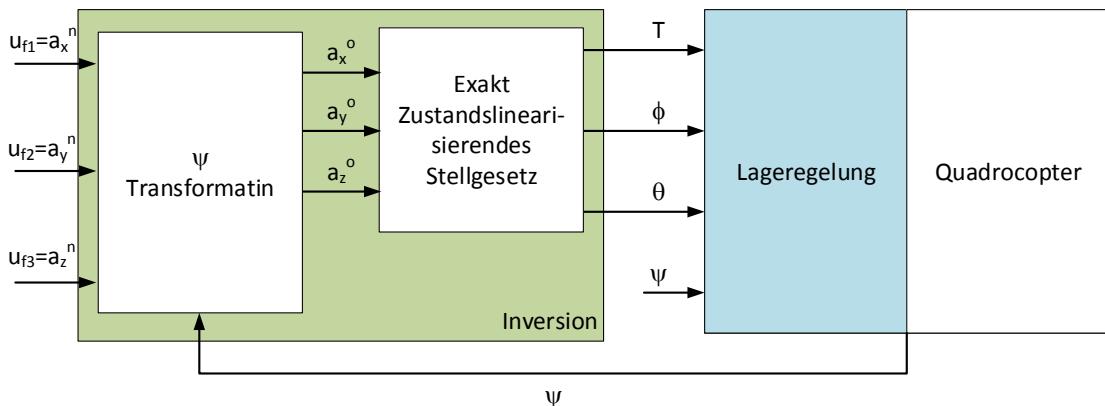


Abbildung 5.7: Gesamtinversion

Damit eine solche Inversion für die Position als Ausgang $y = [x \ y \ z]$ möglich ist, muss es sich bei diesem Ausgang um einen so genannten flachen Ausgang $y_f = [y_{f1} \ y_{f2} \ y_{f3}]$ handeln.

Per Definition (Anhang B) muss dafür das Kriterium, Anzahl der flachen Ausgänge p_y entspricht der Anzahl der Eingänge p_u des nichtlinearen Systems, erfüllt sein. Dieses ist für $y_f = [x \ y \ z]$ und die Eingangsgrößen $u = [T \ \phi \ \theta \ \psi]$ verletzt. Nach [5] heißt das, es muss ein neuer fiktiver Ausgang gesucht werden, sodass $p_y = p_u$ gilt. Dieser neue Ausgang würde nicht mehr der Position entsprechen. Das bedeutet Positions vorgaben müssten erst in die neuen Ausgänge transformiert werden. Auch der gewünschte fiktive Eingang der $u_f = [a_x^n \ a_y^n \ a_z^n]^T$ wäre nicht mehr gegeben.

Deshalb bedient sich die in Kooperation mit AscTec entwickelte Inversion [1] einem Trick.

Um die Position als flachen Ausgang zu erhalten, bedient man sich der Tatsache, dass eine Veränderung des ψ -Winkels zu keiner Auslenkung des Schubvektors T führt. So können die Beschleunigungsvorgaben u_f über eine einfache Transformation (Gleichung 3.1) um den Winkel ψ ins o-frame übertragen werden $\tilde{u}_f = [a_x^o \ a_y^o \ a_z^o]^T$. Gleichermaßen gilt auch für den zugehörigen Ausgang y_f . Somit ergibt sich für diesen $\tilde{y}_f = [y_{f1}^o \ y_{f2}^o \ y_{f3}^o]$. Durch diesen Trick reduziert sich die Anzahl der Eingänge der für Inversion um einen. So entspricht die Anzahl der verbliebenen Eingängen $\tilde{u} = [\phi \ \theta \ T]$ denen des gewünschten flachen Ausgangs. Damit ist die Flachheit des Ausgangs \tilde{y}_f nicht erwiesen. Es fehlt per Definition (vgl. Anhang B) noch der Beweis, dass sich alle Zustände \tilde{x} (vgl. Abbildung 5.6) und die reduzierten Eingänge \tilde{u} durch die flachen Ausgänge \tilde{y}_f und dessen Ableitungen darstellen lassen. Für die Zustände ist dieser Beweis, ohne großen Rechenaufwand möglich.

$$\begin{aligned}
 \tilde{y}_{f1}^o &= x^o = x_4 \\
 \tilde{y}_{f2}^o &= y^o = x_5 \\
 \tilde{y}_{f3}^o &= z^o = x_6 \\
 \dot{\tilde{y}}_{f1}^o &= \dot{x}^o = x_1 \\
 \dot{\tilde{y}}_{f2}^o &= \dot{x}^o = x_2 \\
 \dot{\tilde{y}}_{f3}^o &= \dot{x}^o = x_3
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Für die Eingangsgrößen \tilde{u} müssen die Zustandsgleichungen für $\dot{\tilde{x}}_1$, $\dot{\tilde{x}}_2$ und $\dot{\tilde{x}}_3$ (vgl. Gleichung 5.6) nach ϕ , θ und T aufgelöst werden. Dabei entspricht $\dot{\tilde{x}}_1 = a_x^o = \ddot{y}_{f1} = \tilde{u}_{f1}$, $\dot{\tilde{x}}_2 = a_y^o = \ddot{y}_{f2} = \tilde{u}_{f2}$ sowie $\dot{\tilde{x}}_3 = a_z^o = \ddot{y}_{f3} = \tilde{u}_{f3}$. Damit kann der Schub T als Betrag der im o-frame wirkenden Kräfte, bzw. geforderten Beschleunigungen multipliziert mit der Masse dargestellt werden.

$$\begin{aligned} T &= m \cdot \sqrt{\ddot{y}_{f1}^2 + \ddot{y}_f^2 + (\ddot{y}_{f3} + g)^2} \\ &= m \cdot \sqrt{a_x^o{}^2 + a_y^o{}^2 + (a_z^o + g)^2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Nun da T bestimmt, ist unter Beachtung das $\psi = 0$, durch die vorgelagerte Transformation, $\dot{\tilde{x}}_2$ aus Gleichung 5.6 nach ϕ aufzulösen. Damit ergibt sich,

$$\begin{aligned} \phi &= -\arcsin\left(\frac{\ddot{y}_{f2} \cdot m}{T}\right) \\ &= -\arcsin\left(\frac{a_y^o \cdot m}{T}\right). \end{aligned} \quad (5.9)$$

θ lässt sich aufgrund der trigonometrischen Beziehung $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ aus den Zustandsgleichungen für $\dot{\tilde{x}}_1$ und $\dot{\tilde{x}}_3$ berechnen.

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\left(\frac{\ddot{y}_{f1}}{\ddot{y}_{f3} + g}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{a_x^o}{a_z^o + g}\right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

Die Stellgesetze der exakten Zustandslinearisierung sind damit über Gleichung (5.8), (5.9) und (5.10) mathematisch beschrieben. In Verbindung mit der Koordinatentransformation von ψ ergibt sich die in Abbildung 5.7 dargestellte Inversion.

Die Richtigkeit dieser lässt sich über eine Simulation beweisen. Das Modell besteht dabei aus Inversion (Abbildung 5.7) und Translationsmodell (Abbildung 5.6). Über den neuen Eingang u_f werden dabei Beschleunigungswerte im n-frame vorgegeben (Abbildung 5.9a). Unter Einfluss ständig wechselnden Orientierung um die Hochachse (Abbildung), ergeben sich die in Abbildung dargestellten Vorgaben für das Exaktzustandslinearisierten Stellgesetz. Die daraus resultierende Schubvorgabe und Winkel werden dem Bewegungsmodell

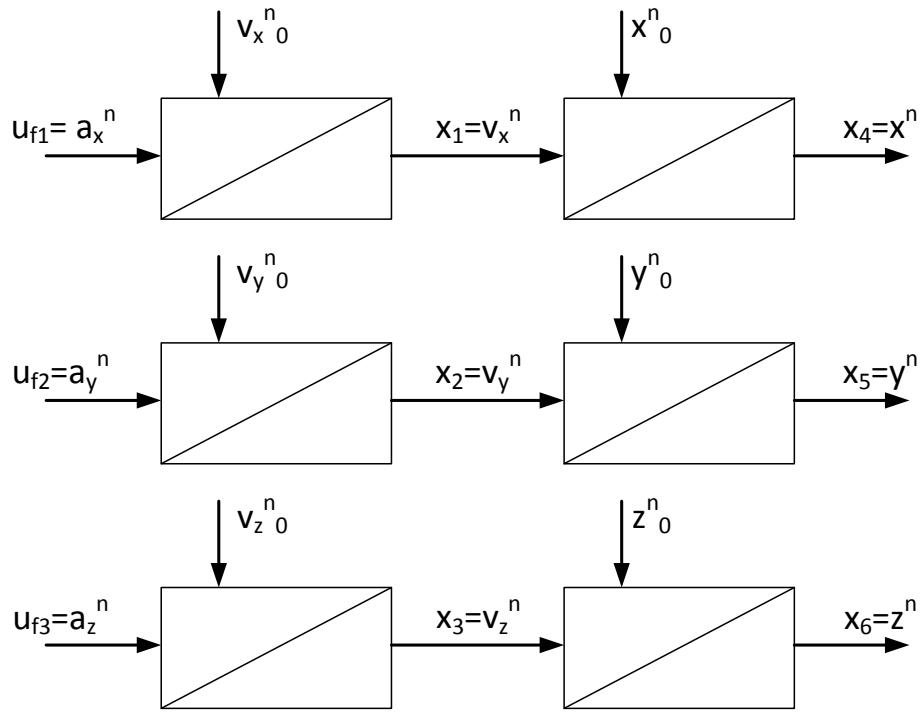


Abbildung 5.8: Modell aus Sicht der Positionsregelung dank Inversion

übergeben. Mit dem Ergebnis, das die resultierende Beschleunigungen des Modells denn Beschleunigungsvorgaben entspricht.

Dadurch kann nun das zu regelnde System als lineares Modell bestehend aus drei entkoppelten Integrierketten (Abbildung 5.8) gesehen werden. Dieses System ist jedoch instabil. Das bedeutet, für Vorgabe einer konstanten Beschleunigung, schwingt der Quadrocopter auf keiner konstanten Position ein, sondern Integriert seine Position immer weiter auf. Begründet ist dieses Verhalten auch durch das Weg-Zeit-Gesetz (Gleichung 5.5). Möglich ist es jedoch einen Beschleunigungsverlauf vorzugeben, für den der Quadrocopter in eine neue Position überführt wird. Dafür benötigt wird eine Vorsteuerung.

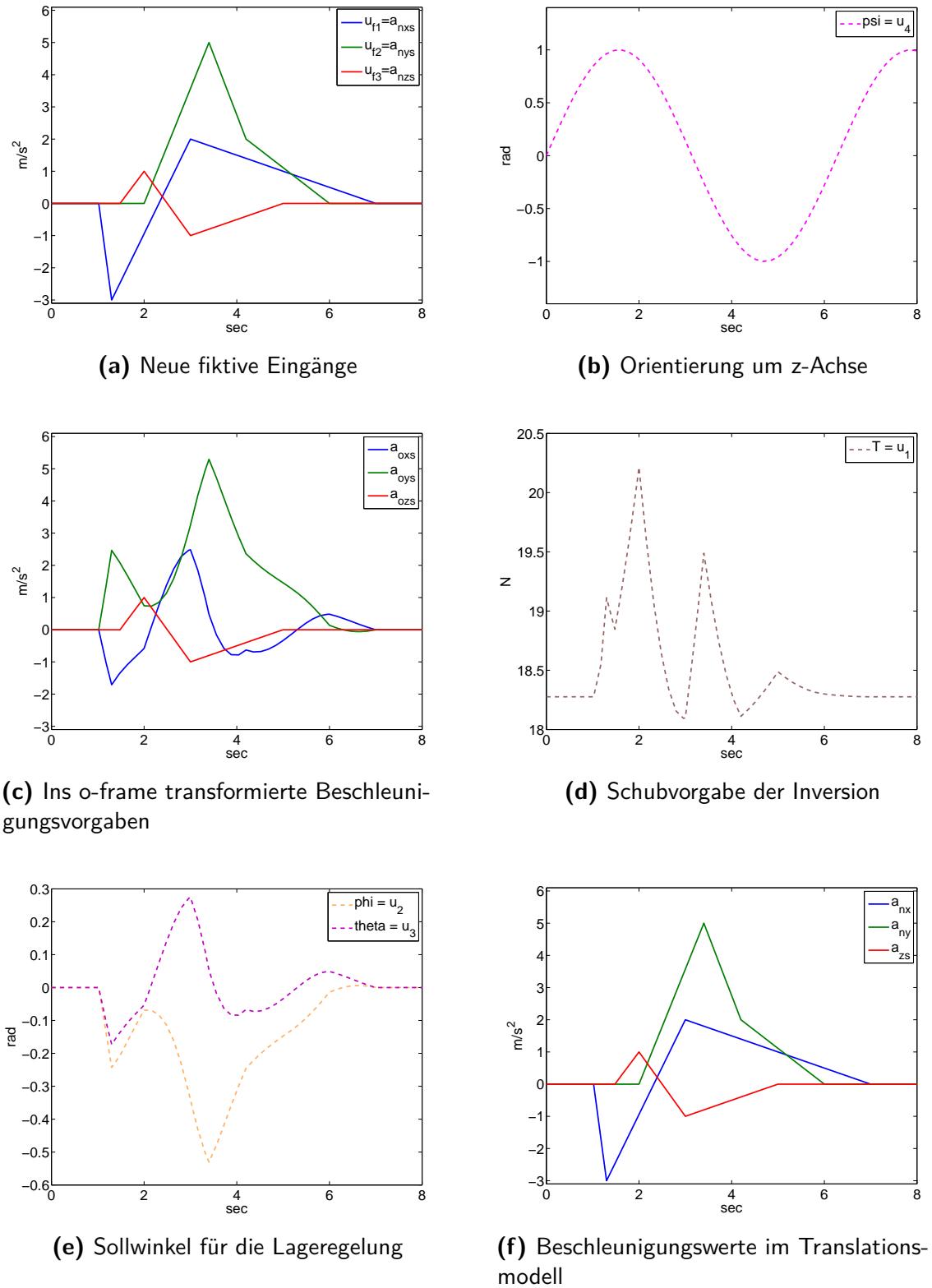


Abbildung 5.9: Simulation der Inversion

5.4 Vorsteuerung/Referenzmodell

Eine Vorsteuerung erzeugt anhand einer Sollwertvorgabe einen Stellgrößenverlauf, der benötigt wird um System im störungsfreien Fall in diesen Zustand zu überführen. In [1] wird deshalb auch von Referenzmodell gesprochen.

Im Sachen Positionsregelung bedeutet dies, es wird eine anzufliegende Position P_{cmd}^n übergeben. Daraus generiert die Vorsteuerung eine Trajektorie. Der Pfad P_{ref}^n mit dem der Quadrocopter in den Zustand überführt werden soll muss dabei einmal stetig differenzierbar sein. Der Grund, die Stellgröße der Inversion sind Beschleunigungsvorgaben. Demzufolge muss die zweite Ableitung der Position mindestens stückweise existieren. Damit dies gewährleistet ist, ist nach [5] folgende Differenzialgleichung für das Referenzmodell aufzustellen.

$$\ddot{P}_{ref}^n + c_1 \cdot \dot{P}_{ref}^n + c_0 \cdot P_{ref}^n = c_0 \cdot P_{cmd}^n \quad (5.11)$$

Hierbei kann die Dynamik mit der das Fluggerät überführt werden soll, über die Koeffizienten eingestellt werden. Stellt man für (5.11) die Übertragungsfunktion $G(s)$ auf.

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{P_{cmd}^n}{P_{ref}^n} = \frac{c_0}{s^2 + c_1 \cdot s + c_0} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{c_0}s^2 + \frac{c_1}{c_0} \cdot s + 1} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Kann man erkennen das diese in ihrer Form einem PT2-Glied entspricht.

$$G_{PT2}(s) = \frac{1}{(\frac{1}{\omega_0})^2 s^2 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot s + 1} \quad (5.13)$$

Setzt man (5.13) mit (5.12) gleich kann man die Koeffizienten c_0 und c_1 abhängig der gewünschten Eigenfrequenz ω_0 und Dämpfung D wählen.

$$c_0 = \omega_0^2 \quad (5.14)$$

$$c_1 = 2D\omega_0 \quad (5.15)$$

Der Vorteil, die Dynamik der Vorsteuerung ist über die in den Grundlagen der Regelungstechnik vermittelten Entwurfskriterien für PT2-Glieder einstellbar. So lässt sich über ω

einstellen wir schnell die Zielkoordinate erreicht werden soll. Das wie, lässt sich über die Dämpfung D bestimmen. So wird für alle $D \leq 1$ eine Pfad ohne Überschwinger generiert. Die Dynamikvorgabe ist jedoch durch die maximal zulässige Stellgröße beschränkt. So kann zumindest ω nicht beliebig Groß gewählt werden.

Der Stellgrößenverlauf $u_{f_{ref}} = \ddot{P}_{ref}^n$ ist somit über (5.11) mit (5.14) und (5.15) folgendermaßen festgelegt.

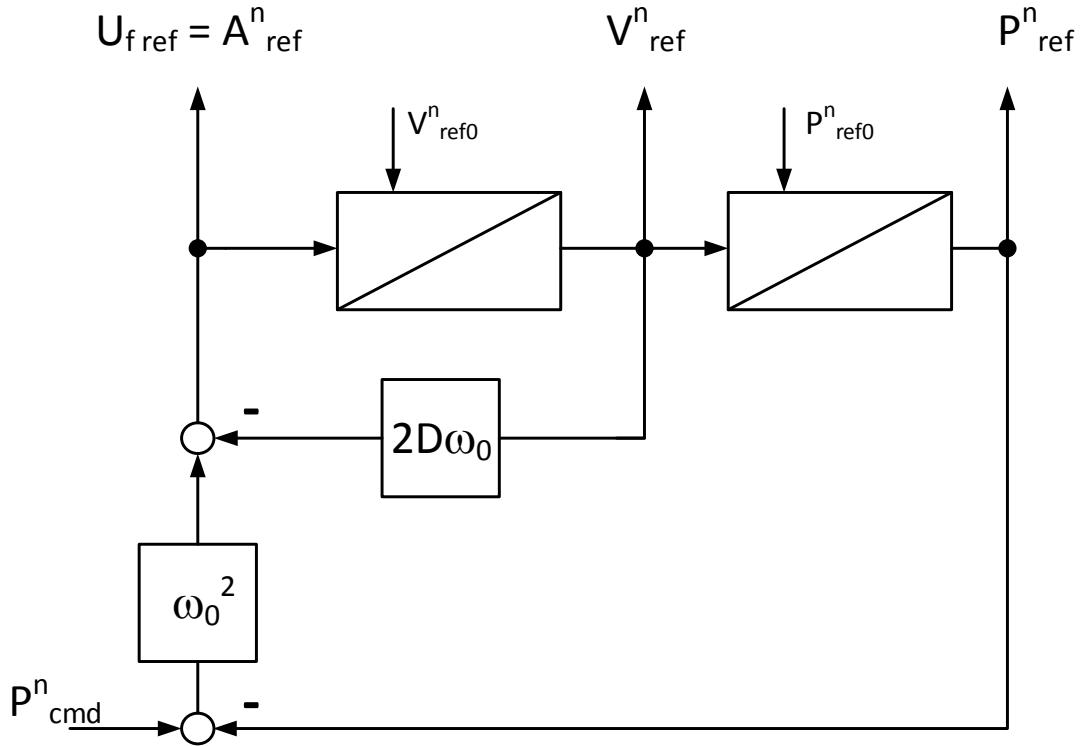
$$u_{f_{ref}} = \omega_0^2 \cdot (P_{cmd}^n - P_{ref}^n) - 2D\omega_0 \cdot \dot{P}_{ref}^n \quad (5.16)$$

Das resultierende Strukturbild der Vorsteuerung ist in Abbildung 5.10 visualisiert. Für ein Positionsverschiebung von 1 m erzeugt das Referenzmodell die in Abbildung 5.11 Trajektorie bzw. den in Grafik 5.11c dargestellten Stellwertverlauf. Hier ist anzumerken, das aufgrund der entkoppelten Integriererketten (Kapitel 5.3) eine separate Dynamikvorgabe für jeden Zweig des zustandslinearisierten Modells möglich ist. Weiterhin besteht die Möglichkeit die Vorsteuerung auszubauen, so dass Geschwindigkeitsvorgaben gemacht werden können. Dies erleichtert unter anderem das manuelle Navigieren mittels einer Fernsteuerung. Dabei erfolgt die Vorgabe der Soll-Geschwindigkeiten v_{cmd}^o im o-frame. Diese Vorgabe wird ins n-frame transformiert und dort über die Zeit integriert. Somit ergibt sich eine stetig Positions vorgabe für P_{cmd}^n .

$$P_{cmd}^n = \int (M_z^T \cdot v_{cmd}^o) dt + P_{cmd_0}^n \quad (5.17)$$

Mit dieser wird das Referenzmodell (5.16) gespießt. Es wird ein Stellgröße erzeugt für das die Position des Quadrocopter der stetigen Positions vorgabe (5.17) folgt. Die maximale Geschwindigkeit ist deshalb durch die Grenzfrequenz ω_0 des Referenzmodells begrenzt. Je größer ω_0 die desto höher die mögliche Geschwindigkeit.

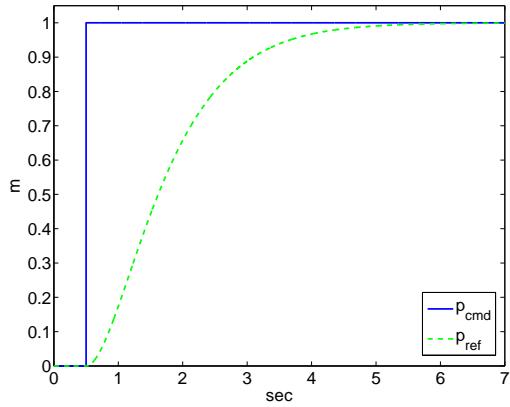
Die Vorsteuerung ist somit für alle Anwendungszwecke entworfen. Speist man das exakt Zustandslinearisierte mit dem in Abbildung 5.11 generierten Sollwertverlauf so folgt der Quadrocopter der Trajektorie. Dies gilt allerdings nur für den Fall konsistenter Anfangszustände (Abbildung 5.12a). Ist dies nicht gegeben, ist wie in Abbildung zu erkennen das Positionsverlauf des Translationsmodell für den gleichen Stellgrößenverlauf nicht der Referenz entspricht. Das gleiche gilt für Unsicherheiten der Modellparameter (Abbildung 5.12c). Hierbei berechnet die Inversion einen unzureichenden oder überdimensionierten Schubvektor.

**Abbildung 5.10:** Strukturbild Vorsteuerung

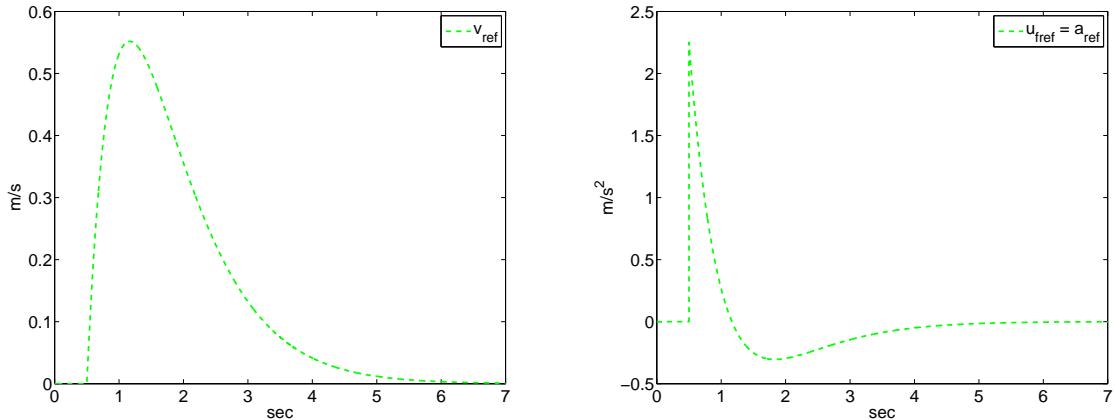
Außerdem können äußere Krafteinwirkungen wie zum Beispiel Winde wirken, die den Quadrocopter von der Trajektorie auslenken. Um all diesen Effekten entgegenzuwirken benötigt man einen Folgeregler. Dessen Aufgabe besteht darin diese Einflüsse zu eliminieren, sodass das Modellverlauf auch im gestörten Fall der Trajektorie entspricht.

5.5 Folgeregler

Inkonsistente Anfangsbedingungen, externe Störungen sowie Modellunsicherheiten bewirken einen Ausgangsfolgefehler $e = P^n_{\text{ref}} - P^n$. Dieser pflanzt sich weiter fort, da es sich bei dem Stellsignal $u_{f,\text{ref}}$ (5.16) nicht um das Stellsignal u_f handelt welches den Quadrocopter zurück auf die Trajektorie führt. Dies gilt auch im Falle eines unzureichenden Stellsignalverlaufs in Folge von Modellunsicherheiten. Modellieren lässt sich die Fortpflanzung des Folgefehlers aufgrund des linearisierten Modells in Form einer doppelten Integriererkette. Zweifache Integriererkette ergo instabiles System. Damit später die Flugbahn des Quadrocopter mit der



(a) Positionsvorgabe über p_{cmd} und generierte Positionsvorgabe p_{ref}



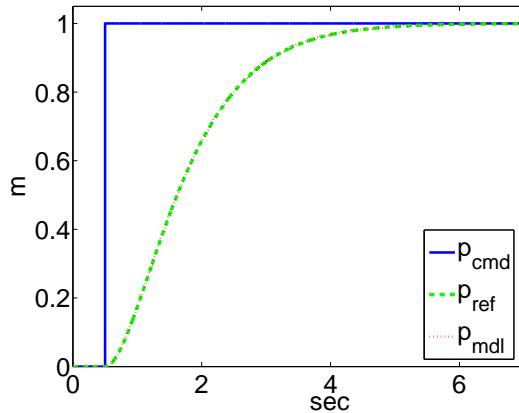
(b) Geschwindigkeitsvorgabe $v_{ref} = \dot{p}_{ref}$ der Trajektorie

(c) Beschleunigungsvorgabe $u_{fref} = a_{ref} = \ddot{p}_{ref}$

Abbildung 5.11: Simulationsergebnis des Referenzmodells für eine Achse mit $\omega_0 = 1.5 \text{ Hz}$ $D = 1$

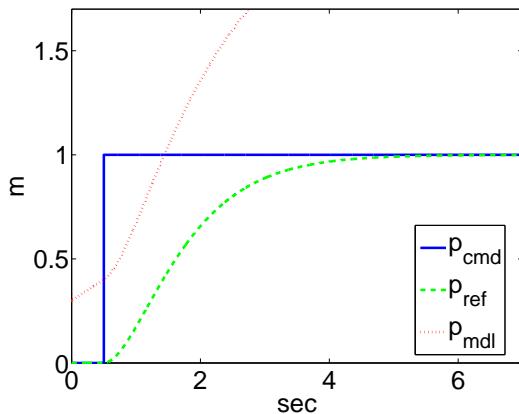
Solltrajektorie konvergiert, muss die Fehlerdynamik stabilisiert werden. Zu diesem Zwecke werden die Zustandsgrößen des Ausgangsfolgefehlermodells zurückgeführt (Abbildung 5.13). Daraus ergibt sich für die Vorgabe, dass der Folgefehler e in einer endlichen Zeit gegen 0 strebt, folgende Differentialgleichung.

$$\ddot{e} + \tilde{c}_1 \cdot \dot{e} + \tilde{c}_0 \cdot e = 0 \quad (5.18)$$



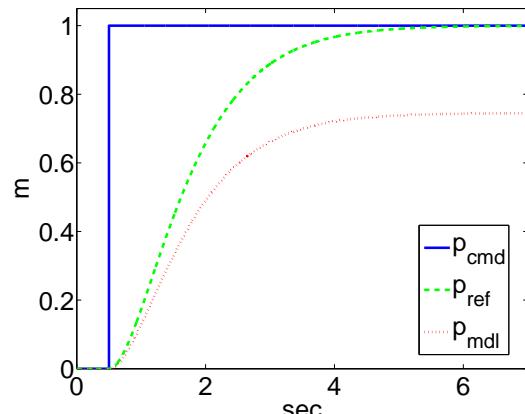
(a) Konsistente Anfangszustände

$p_{ref0} = p_{mdl0} = 0$ und
 $v_{ref0} = v_{mdl0} = 0$, ideales Modell



(b) Inkonsistente Anfangszustände

$p_{ref0} = 0 \neq p_{mdl0} = 0.3$ und
 $v_{ref0} = 0 \neq v_{mdl0} = 0.2$, ideales
Modell



(c) Unsicherheit der Modellparameter

$m_{inv} \neq m_{mdl}$

Abbildung 5.12: Steuerung der Regelstrecke über das Referenzmodell

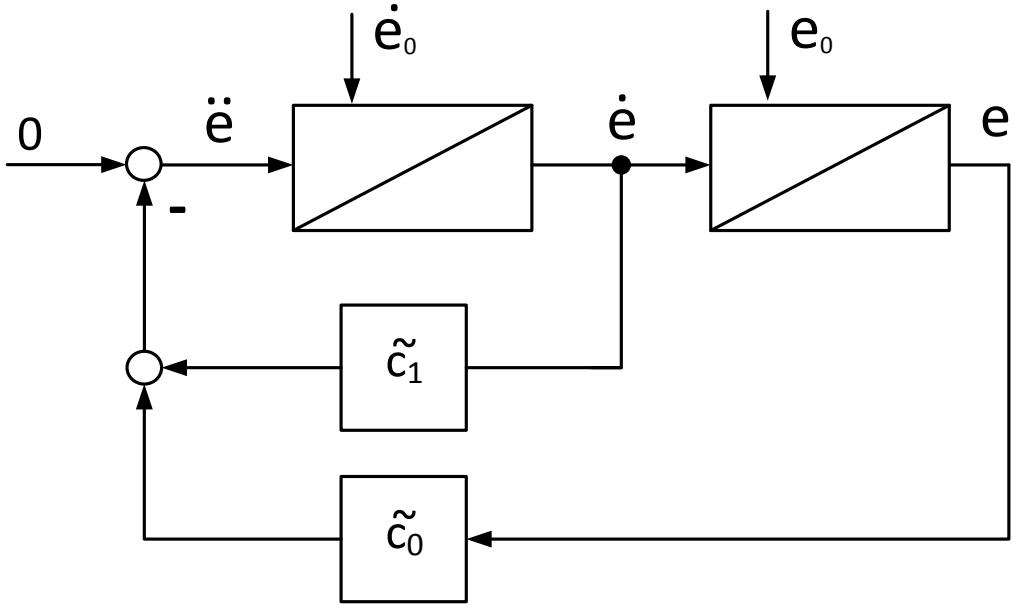


Abbildung 5.13: Ausgangsfolgefehlermodell mit Zustandsrückführung

mit

$$\begin{aligned}
 e &= P_{ref}^n - P^n \\
 \dot{e} &= \dot{P}_{ref}^n - \dot{P}^n \\
 \ddot{e} &= u_{f_{ref}} - u_f
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Diese kann nach u_f um gestellt werden. Damit ergibt sich das nachfolgende Stellgesetz für die Eingangsgröße u_f des zustandslinearsierenden Systems welches den Folgefehler ausregelt.

$$u_f = \underbrace{u_{f_{ref}}}_{\text{Vorsteuerung}} + \tilde{c}_1 \cdot (\dot{P}_{ref}^n - \dot{P}^n) + \tilde{c}_0 \cdot (P_{ref}^n - P^n) \tag{5.20}$$

Die Annäherungsverhalten ist Abhängig von den Koeffizienten \tilde{c}_0 und \tilde{c}_1 . Anhand von 5.18 lassen sich für diese mittels der Polvorgabe (Kapitel 5.5.1) die Dynamik vorgegeben.

Nicht bekämpft werden durch dieses Stellgesetz konstante Dauerstörungen. Hervorgerufen zum Beispiel durch Winde die über einen längeren Zeitraum als Konstant anzusehen sind.

Mit einer konstanten Kraft wirken diese auf das Flugsystem. Beachtet man die von dieser Kraft hervorgerufenen Beschleunigungsbeitrag a_{st} in der Fehlerdifferenzialgleichung.

$$\ddot{e} + \tilde{c}_1 \cdot \dot{e} + \tilde{c}_0 \cdot e + a_{st} = 0 \quad (5.21)$$

Folgt im stationären Zustand, das heißt alle Zeitableitungen gleich Null, ein dauerhafter Positionsfehler.

$$e = -\frac{a_{st}}{\tilde{c}_0} \quad (5.22)$$

Lösung dieses Problems ist nach [5] die Erweiterung des Folgeregler mit einer Integrierenden Komponente.

$$\ddot{e} + \tilde{c}_1 \cdot \dot{e} + \tilde{c}_0 \cdot e + \tilde{c}_{-1} \int_{I-\text{Anteil}} e(\tau) d\tau + a_{st} = 0 \quad (5.23)$$

Der I-Anteil liefert einen Signalanteil zur Kompensation der Störung im stationären Zustand. Den Beweis dafür erhält man, wenn man die Integro-Differentialgleichung (5.23) nach der Zeit ableitet. Danach ergibt sich Folgende Differentialgleichung.

$$\ddot{\ddot{e}} + \tilde{c}_1 \cdot \ddot{e} + \tilde{c}_0 \cdot \dot{e} + \tilde{c}_{-1} \cdot e = 0 \quad (5.24)$$

Im eingeschwungenen Zustand, ergibt sich so für den Positionsfehler

$$e = 0 \quad (5.25)$$

Das Stellgesetz für einen Regler mit I-Anteil lässt sich unter Vernachlässigung der Dauerstörung a_{st} aus Gleichung (5.23) entwickeln (vgl. Abbildung 5.14).

$$u_f = \underbrace{u_{f_{ref}}}_{\text{Vorsteuerung}} + \tilde{c}_1 \cdot (\dot{P}_{ref}^n - \dot{P}^n) + \tilde{c}_0 \cdot (P_{ref}^n - P^n) + \tilde{c}_{-1} \int_{Folgeregler \text{ inklusive } I-\text{Anteil}} e(\tau) d\tau \quad (5.26)$$

Dieses Stellgesetz führt den Quadrocopter entlang Referenztrajektorie. Zur erkennen ist dies auch in der Simulation (5.15) mit Regler Regler. So wird für Inkonsistene Anfangsbedingungen (Abbildung 5.15a) das Fluggerät auf die Trajektorie geführt. Für Modellunsicherheiten (Abbildung 5.15b) passt der Folgeregler das Stellsignal so an, das der Quadrocopter entlang des vorgegebenen Pfad fliegt. Vergleich hierzu reine Vorsteuerung (Abbildung 5.12).

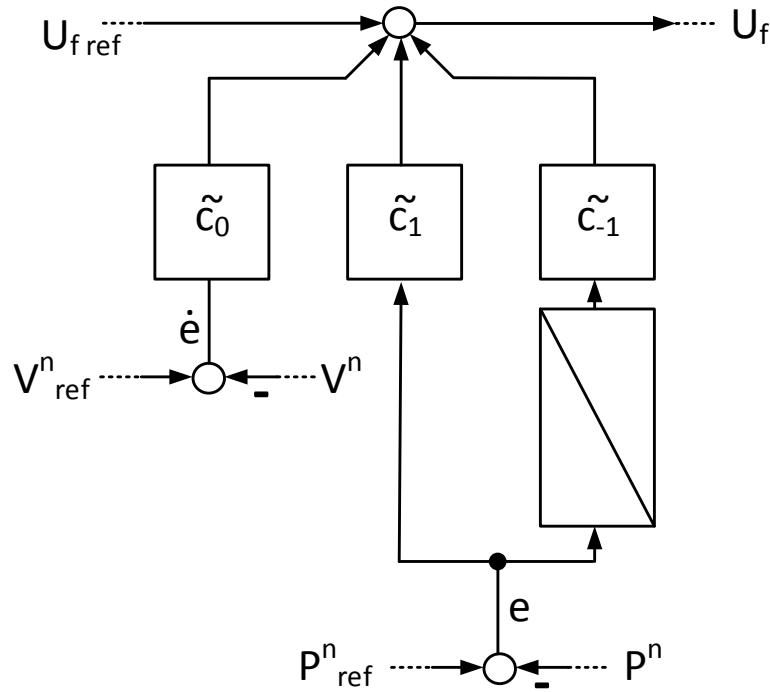


Abbildung 5.14: Folgeregler

Wie auch schon zuvor kann das Einschwingverhalten für den Folgeregler mit I-Anteil über die Polvorgabe festgelegt werden. Für diesen ist die Differentialgleichung (5.24) zu verwenden.

5.5.1 Einstellung der Dynamik mittels Polvorgabe

Anhand der Lage der Polstellen einer Übertragungsfunktion, können Rückschlüsse über die Stabilität und das Einschwingverhalten getroffen werden. Ziel einer Zustandsregelung, wie der Folgereregelung, ist die Pollagen der zu regelnden Strecke so zu verschieben, dass das Einausgangsverhalten die gewünschte Dynamik aufweist.

Zunächst ist zu klären was die Polstellenlage in der komplexen Ebene über das Verhalten aussagt. Dabei entspricht die Anzahl der Pole λ_i der Ordnung n des Systems.

- Befinden sich alle Pole λ_i links der Imaginärachse ($\text{Re}(\lambda_i) < 0$), so ist das System asymptotisch stabil, ansonsten instabil (Abbildung 5.16).

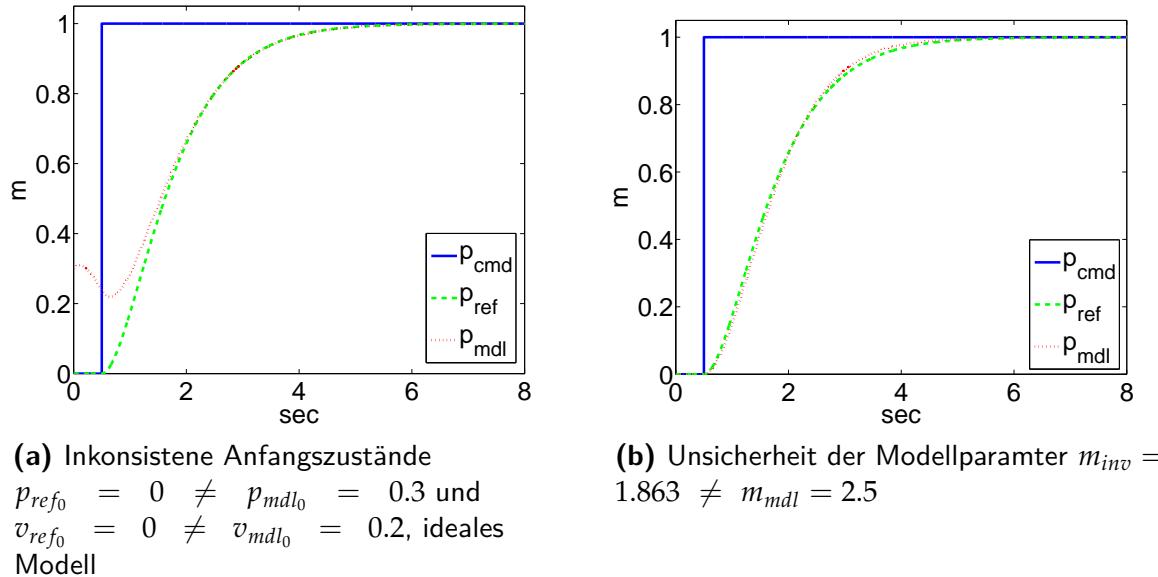


Abbildung 5.15: Auswirkung von Folgeregler ($\tilde{c}_1 = 4$, $\tilde{c}_0 = 4$, $\tilde{c}_{-1} = 0.01$) auf inkonsistente Anfangszustände und Modellunsicherheiten

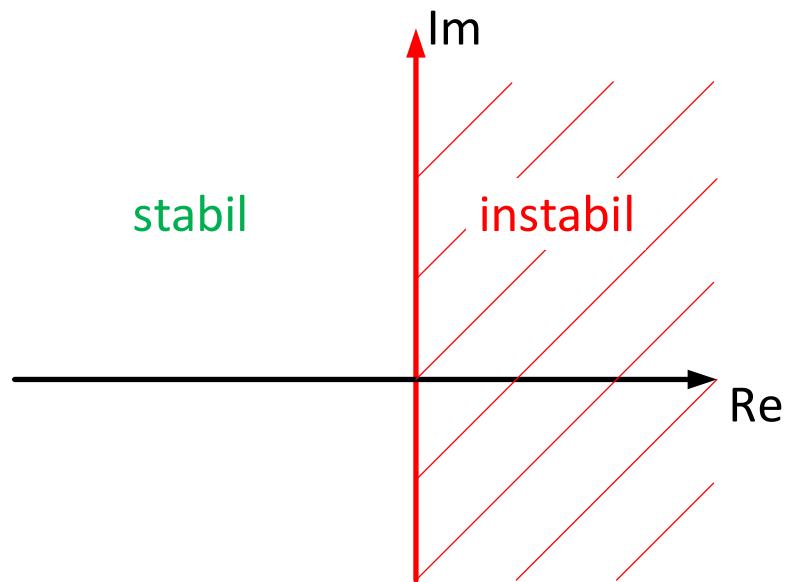


Abbildung 5.16: Stabilitätsgebiet

- Komplexe Pole können nur in Formen von Polpaaren auftauchen. Ist ein Komplexes Polpaar vorhanden, führt das System nach Anregung eine Schwingung aus . Befindet sich die Polpaare in der linken Halbebene des Imaginärteils, nimmt die Amplitude der Schwingung exponentiell ab.
- Je weiter links sich die Pole auf der reellen Achse befinden, desto schneller ist das System.
- Bei mehreren Polstellen wird das Verhalten hauptsächlich über den Pole bzw. die Polpaare mit dem größten Realteil bestimmt. Sie werden deshalb als dominante Pole bezeichnet.

Betrachtet man eine beliebige Übertragungsfunktion im Bildbereich.

$$G_e(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} \quad (5.27)$$

Entsprechen die Polstellen λ_i des Systems, denn Nullstellen s_i des Nennerpolynoms.

$$N(s) = s^n + c_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + c_1 \cdot s + c_0 = \prod_n^{i=1} (s - \lambda_i) = 0 \quad (5.28)$$

Das dynamische Verhalten kann anhand dieser Pollage analysiert werden. Im Umkehrschluss können für frei wählbare Koeffizienten des Nennerpolynoms die Dynamik über Vorgabe von Polstellen λ_{si} erfolgen. Dies erfolgt über einen Koeffizientenvergleich.

$$N(s) = s^n + c_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + c_1 \cdot s + c_0 = \prod_n^{i=1} (s - \lambda_{si}) \quad (5.29)$$

Somit ist es möglich über die Koeffizienten von (5.18) oder (5.24) das Einschwingverhalten des Folgereglers mittel der Platzierung von Polen vorzugeben. Wie jedoch die Polstellen optimal bestimmt, dafür gibt es keine generelle Vorgehensweise. In der Regel werden sie empirisch über Simulationen festgelegt. Anschließend am realen Modell getestet und gegebenenfalls optimiert. Diese Optimierung geschieht meist händisch. Allerdings gibt es hier Bemühungen diese letzte Optimierung am realen System automatisiert durchzuführen.

5.5.2 Automatische Optimierung der Reglerparameter

In der Simulation ermittelte Parameter müssen meist für das realen System leicht angepasst werden. Von Vorteil ist es deshalb, einen Algorithmus zu implementieren, der online und kontinuierlich die Einstellung optimiert. Die Bezeichnung dieses Vorgangs heißt selftuning.

Da der implementierte Folgeregler inklusive I-Anteil besteht aus einem Proportionalverstärker P , einem Differentiellen Anteil D sowie einem Integrationsanteil I zusammensetzt.

$$u_f = \underbrace{u_{f_{ref}}}_{\text{Vorsteuerung}} + \underbrace{\tilde{c}_1 \cdot (\dot{P}_{ref}^n - \dot{P}^n)}_{D-\text{Anteil}} + \underbrace{\tilde{c}_0 \cdot (P_{ref}^n - P^n)}_{P-\text{Anteil}} + \underbrace{\tilde{c}_{-1} \int e(\tau) d\tau}_{I-\text{Anteil}} \quad (5.30)$$

Können Tuningalgorithmen angewandt werden, die für einen PID-Regler entwickelt worden sind. So kann der unter [10] vorgestellte Algorithmus angewendet werden. Dieser tunt die Regelparameeter über eine adaptive Interaktion tunt. Die Interaktion besteht dabei aus drei Differentialgleichungen zur Anpassung der Koeffizienten des Reglers.

$$\begin{aligned} \dot{k}_p &= \dot{\tilde{c}}_0 = \gamma \cdot e^2 \\ \dot{k}_i &= \dot{\tilde{c}}_{-1} = \gamma \cdot e \cdot \int e(\tau) d\tau \\ \dot{k}_d &= \dot{\tilde{c}}_1 = \gamma \cdot e \cdot \dot{e} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Dabei entspricht γ dem Anpassungskoeffizient. In [10] ist $\gamma = 10$ empfohlen. Die Struktur des sich daraus ergebenden Folgeregler mit selbstoptimierung ist in Abbildung dargestellt. Anzumerken ist das die Qualität der Optimierung Abhängig von den zu Beginn übergebenen Parameter ist. Welche zuvor zum Beispiel über die Polvorgabe bestimmt worden sind.

5.6 Zustandsschätzung

Bei der Folgeregelung handelt es sich um einen Zustandsregler. Betrachtet man das Stellgesetz 5.26 bedeutet dies, das Position P^n und die Geschwindigkeit v^n mit der sich der Quadrocopter im n-frame bewegt müssen zur Verfügung stehen. Bereits bekannt ist, das die Position P^n mittels des Laser (Kapitel 4.2) bestimmt wird. Die Updatrate beträgt dabei nur 40Hz. Daher ist es nützlich Zwischenwerte zu schätzen, sodass die Positionsdaten dem Folgeregler in einer höheren Taktrate zur Verfügung stehen.

PLATZHALTER GRAFIK

Abbildung 5.17: Folgeregler inklusive Selftuning

Der Zustand der Geschwindigkeit v^n ist messtechnisch sehr schwer zu ermitteln. Eine Möglichkeit zur messtechnischen Erfassung wäre die Integration eines Dopplerradars [17] auf dem Quadrocopter. Dieser basiert auf dem Doppler-Effekt. Dabei wird ein periodisches Signal ausgesendet und je nach Geschwindigkeit verkleinert sich Periodendauer, bzw. vergrößert sich für negative Geschwindigkeiten. So kann anhand der Frequenzänderung des reflektierten Signals auf die Geschwindigkeit geschlossen werden. Diese Umsetzung bedeutet die Integration eines weiteren Sensors. Aus Gewichts- und Kostengründen sind somit Methoden gefragt, die über die vorhandene Sensorik (IMU und Laser) die Geschwindigkeit des Quadrocopters feststellen.

5.6.1 Geschwindigkeitsbestimmung über die Inertialsenorik

Die *IMU* beinhaltet einen 3D-Bewegungsseensor. Dieser nimmt die auf Beschleunigung in x, y und z- Achse des Quadrocopters auf und stellt die Messwerte mit einer Frequenz von 1kHz ($T_{imu} = 1ms$) zur Verfügung. Aufgrund des Weg-Zeit-Gesetzes (5.5) lässt sich die Geschwindigkeit über die Integration der Beschleunigung bestimmen. Für den diskreten Fall lässt sich diese mittels des Eulerverfahren approximieren. Zuvor müssen die Beschleunigungsmesswerte jedoch ins n-frame Transformiert (Gleichung (3.6)) werden.

$$v_{k+1}^n = v_k^n + T_{imu} \cdot (M_{nb} \cdot a_k^b) = v_k^n + T \cdot a_k^n \quad (5.32)$$

Somit ist die Geschwindigkeit bestimmt. In der Praxis führt diese Methode allerdings zu keinem guten Ergebnis. Grund dafür ist das Sensorrauschen r_{a_k} sowie der Bias b, der trotz Initialisierung nicht vollständig zu eliminiert ist. Somit ist der Messwert a_k^b nicht der tatsächlichen Beschleunigung $a_{k_{tat}}^b$.

$$a_k^b = a_{k_{tat}}^b + r_{a_k} + b \quad (5.33)$$

Das Problem, der Fehler wird mit integriert. Damit driften geschätzte und reelen Geschwindigkeit auseinander. Somit ist eine Geschwindigkeitsbestimmung ausschließlich über die Inertialsensorik nicht möglich.

5.6.2 Geschwindigkeit als Ableitung der Position

Ebenfalls auf Basis des Weg-Zeit-Gesetzes (5.5) lässt sich die Geschwindigkeit über die Ableitung der Quadrocopterpositionen bestimmen. Da es bei den Positionsdaten um diskrete Werte handelt, lässt sich die Ableitung anhand des Euler-Verfahren (5.34) approximieren.

$$P_k^n = P_{k-1}^n + T_l \cdot v_k^n \quad (5.34)$$

Für die Geschwindigkeit ergibt sich so

$$v_k^n = \frac{P_k^n - P_{k-1}^n}{T_l} \quad (5.35)$$

Die Abtastzeit $T_l = 25ms$ ($f_l = 40Hz$). Diese entspricht der Updaterate der Umgebungs-scans des Lasers mit denen die Algorithmen zur Positionsbestimmung gespeist werden. Bei der Approximation der Geschwindigkeit ist zu beachten, dass das Positionssignal aufgrund von Sensorrauschen von Laser und Gyroskope sowie der Varianz des ICP-Algorithmus eine Abweichung vom tatsächlichen Positions Wert $P_{k_{tat}}^n$ aufweist. Diese Abweichung ist nicht konstant und ist als Positionsrauschen r_{P_k} darzustellen.

$$P_k^n = P_{k_{tat}}^n + r_{P_k} \quad (5.36)$$

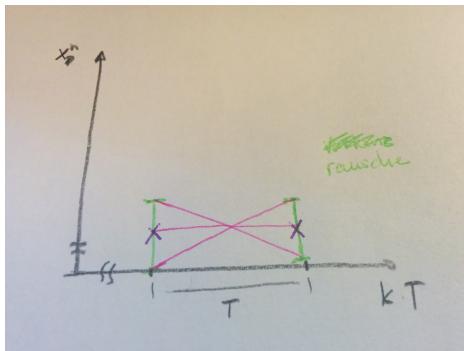
Dieses Positionsrauschen r_P überträgt sich auf die Geschwindigkeit.

$$v_k^n = \frac{P_k^n - P_{k-1}^n}{T_l} + \frac{r_{P_k} - r_{P_{k-1}}}{T_l} \quad (5.37)$$

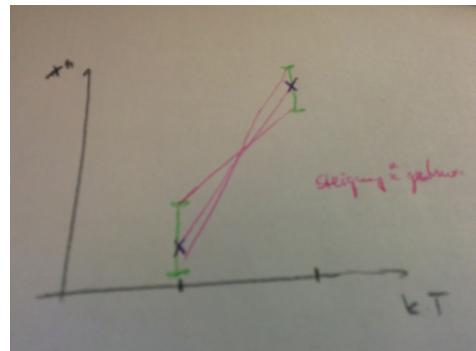
Diese führt jedoch nicht dazu, dass wie bei der Geschwindigkeitsbestimmung mittels der Beschleunigungssensoren, das Schätzwert und Realwert auseinander divergiert. Nichtsdestotrotz hat das Rauschen einen Einfluss auf die Qualität der Geschwindigkeitsberechnung. So fällt bei niedrigen Geschwindigkeiten der Abstand zwischen zwei Positionsgeraden geringer aus. Der Betrag des Rauschanteils jedoch bleibt konstant. Dies führt vor allem bei Schwebeflügen sowie Flügen mit geringer Dynamik zu einer erhöhten Unsicherheit der Schätzung (Abbildung 5.18a). Zwar zeigt Grafik 5.18b das der Einfluss des Rauschen auf die Varianz der errechneten Geschwindigkeit (5.37) mit der Größe der Positionsverschiebung abnimmt. Ungeachtet dessen ist es jedoch notwendig gerade für Bewegungen mit geringer Geschwindigkeit den Einfluss des Positionsrauschen zu minimieren. Geht man davon aus, dass die Frequenz des Rauschanteils oberhalb des Frequenzbades der Positionsänderungen liegt. Kann das Nutzsignal mittels eines Tiefpassfilters vom Rauschanteil getrennt werden. Das Tiefpassfilter lässt sich dabei mittels eines rekursiven *Infinite Impulse Response (IIR)*-Filters realisieren [6]. Die gefilterte Geschwindigkeit \hat{v}_k^n hängt dabei nicht nur von vorherigen Messwerten v_k^n sondern auch von den vorherigen Filterergebnissen.

$$\hat{v}_k^n = \sum_{j=0}^n a_j \cdot v_{k-j}^n + \sum_{i=1}^n b_i \cdot \hat{v}_{k-i}^n \quad (5.38)$$

Mittels der Koeffizienten a_j und b_i kann nun das gewünschte Filterverhalten, zum Beispiel das eines Butterworth-Filters, mit der benötigten Grenzfrequenz realisiert werden. Die



(a) Keine/kleine Positionsverschiebung, hohe Varianz



(b) Große Positionsverschiebung, geringe Varianz

Abbildung 5.18: Auswirkung der Größe der Positionsverschiebung innerhalb eines Schätzwertes auf die Varianz der Geschwindigkeitsschätzung

Ordnung n des Filter beschreibt wie viele der vorangegangenen Messwerten in die Filterung mit einzubeziehen sind. Beim Design des Filters müssen jedoch Kompromisse zwischen Zeitverzögerung, Phasenverzerrung, Dämpfung und Stoppbandeigenschaften getroffen werden. Für die Folgeregelung ist es dabei wichtig, dass die beiden ersten genannten Kriterien möglichst gering ausfallen. Ist dies nicht der Fall, wirkt es destabilisierend auf den Regler.

Des Weiteren lassen sich Aufgrund der geringen Updaterate von 40Hz der Positionsdaten, die Dynamik des Quadrocopters und das Positionsrauschen Spektral nicht von einander trennen. Möchte man also das Positionsrauschen unterdrücken, werden auch schnelle Positionsänderungen des Quadrocopters weg gefiltert. Für die hohe Dynamik des Quadrocopters ist die Anwendung eines Tiefpassfilter mit Grenzfrequenz nicht möglich. Gesucht ist nun eine Methode, die für Flüge mit geringer Dynamik die Varianz der Geschwindigkeitsschätzung verursacht durch Positionsrauschen möglichst stark verringert. Gleichzeitig jedoch der hohen Dynamik des Quadrocopters folgen leisten kann.

5.6.3 Geschwindigkeitsbestimmung über die Methode First-Order Adaptive Windowing

(Hier fehlt 1kHz und Position zwar höherer Abtastrate verfügbar, Fehler driftet durch doppelte Integration zu schnell zu weit weg) Wie schon in Kapitel 5.6.2 erkannt, nimmt die Varianz der Geschwindigkeitsschätzung ab je weiter die Positionsdaten auseinander liegen. Hierfür sei auf Grafik 5.18b verwiesen. Der gleiche Effekt tritt auf, je mehr Abtastschritte n der für die Eulerapproximation verwendete Bezugspunkt P_{k-n}^n in der Vergangenheit liegt.

$$\hat{v}_k^n = \frac{P_k^n - P_{k-n}^n}{nT_l} = \quad (5.39)$$

Dabei ist die Verwendung der Bezugsposition P_{k-n}^n gleichzusetzen mit der Mittlung der letzten n Geschwindigkeitsschätzungen $(v_k^n, v_{k-1}^n, \dots, v_{k-n}^n)$ mittels (5.35). Deshalb spricht man auch von Fensterung beziehungsweise Windowing. Siehe zur Veranschaulichung Abbildung 5.19. Vergrößert man das Fenster hat das eine äquivalente Wirkung wie die Reduzierung der Abtastrate. Das Windowing verhält sich wie ein Filter. So führt ein großes Fenster bei geringen Dynamiken zu einer sehr präzisen Geschwindigkeitsschätzung durch Rauschunterdrückung. Schätzungen für Hochfrequenter Bewegungen des Quadrocopter werden jedoch stark gedämpft und Zeitverzögert ausgegeben, womit die Verlässlichkeit der Schätzung abnimmt. Es wirkt somit ähnlich wie das Filter (5.38). Allerdings mit dem Vorteil,

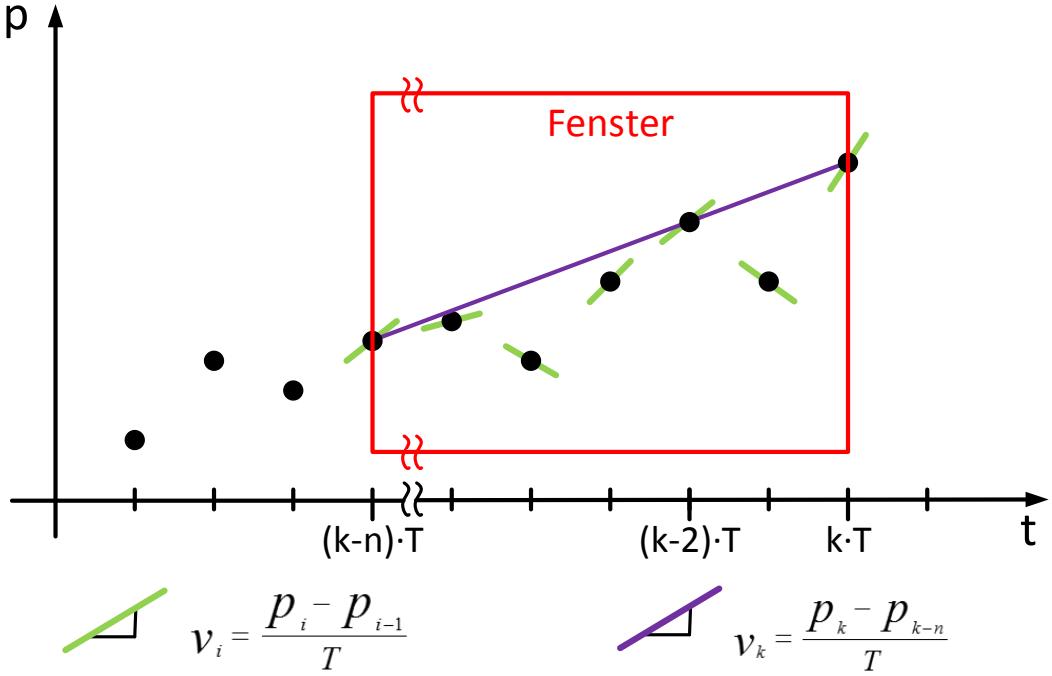


Abbildung 5.19: Fensterung

das Filterverhalten nur über eine Parameter einstellbar ist. Der Fenstergröße n . So sollte das Window klein sein, wenn der Quadrocopter Hochfrequente Änderungen der Bewegung vornimmt, damit die abrupten Geschwindigkeitsänderungen möglichst ungedämpft erfasst werden. Bei geringen Dynamiken soll die Fenstergröße jedoch zunehmen, wodurch der Einfluss des Positionsrauschens minimiert werden soll. Dabei muss die Anpassung der Fenstergröße online und für jeden Punkt Abhängig der Achse des n-frame separat erfolgen. Im Paper [8] wird dafür die Methode des *FOAW* vorgestellt. Diese besagt, existiert eine Grade zwischen den Positionswerten p_k^n und p_{k-n}^n einer Achse, die alle n Punkte innerhalb einer Toleranz $\pm d$ schneidet, stellt die Steigung dieser und somit die Geschwindigkeit einen optimalen Kompromiss zwischen Rauschunterdrückung (Präzision) und Verlässlichkeit dar. Die möglichen Schätzwerte für die Geschwindigkeit abhängig von der Fenstergröße n und der Toleranz d sind im folgenden Datensatz dargestellt.

$$\hat{v}_k \in \left[\frac{p_k^n - p_{k-n}^n}{nT_l} - \frac{2d}{nT_l}, \frac{p_k^n - p_{k-n}^n}{nT_l} + \frac{2d}{nT_l} \right] \quad (5.40)$$

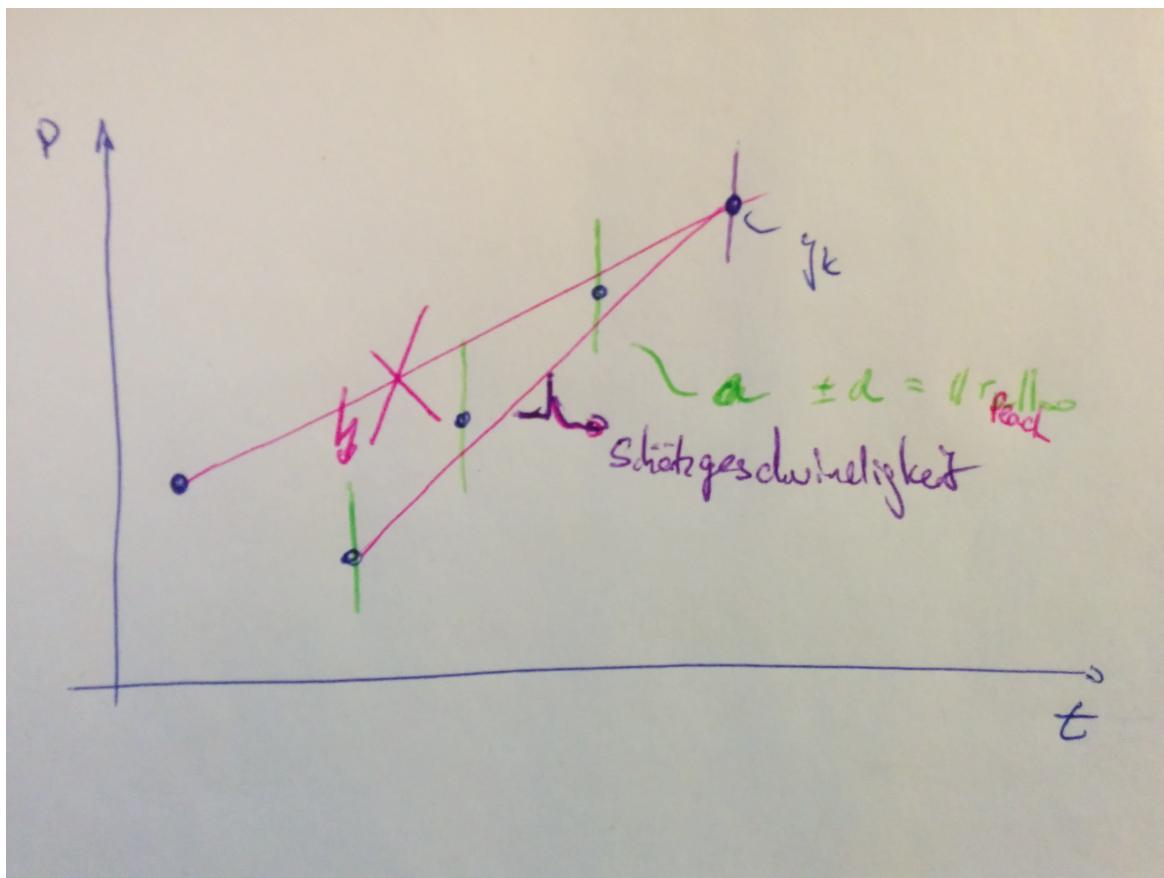


Abbildung 5.20: End-fit First-Order Adaptive Windowing (FOAW)

Die Toleranz d ist dabei durch den Betrag der maximalen Rauschabweichung festgelegt und somit als Konstante zu sehen.

$$d = ||r_{max}|| \quad (5.41)$$

Zu erkennen ist, dass die Varianz der Schätzung für eine steigende Fenstergröße n abnimmt. Somit ist ausgehend von der aktuellen Position p_k^n die maximale mögliche Fenstergröße $n = \max\{1, 2, 3, \dots\}$ zu ermitteln für die gilt,

$$|p_{k-i}^n - \hat{p}_{k-i}^n| \leq d \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (5.42)$$

Dabei entspricht \hat{p}_{k-i}^n den Punkten auf der approximierenden Geradengleichung.

$$\hat{p}_{k-i}^n = a_n + b_n \cdot (k - i) T_l \quad (5.43)$$

In [8] ist dazu ein iterativer Algorithmus zur Lösung dieses Problems beschrieben. Dabei sind die Parameter der Geradengleichung (5.43) wie folgt parametriert.

$$a_n = \frac{k \cdot p_{k-i}^n + (n-k)p_k^n}{n} \quad (5.44)$$

$$b_n = \frac{p_k^n - p_{k-n}^n}{nT_l} \quad (5.45)$$

Da die Steigung b_n aus den zwei Rändern des Fensters gebildet wird, spricht man von der End-fit-FOAW.

Der Ablauf der des Iterationsalgorithmus sieht dann wie folgt aus.

- **Schritt 1:** Man verschiebt die Zeitachse so, dass für den Zeitpunkt des neusten Wert p_k^n gilt $t_k = k \cdot T_l = 0$. Die Folge ist eine vom Faktor k unabhängige Geradengleichung.

$$\hat{p}_{k-i}^n = a_n + b_n \cdot (-i) \cdot T_l \quad (5.46)$$

Für die gilt,

$$a_n = p_k^n \quad (5.47)$$

und b_n weiterhin über (5.44) berechnet werden kann. Vorteil, es muss jeweils nur die Steigung neu berechnet werden.

- **Schritt 2:** Fenstergröße $j = 1$.
- **Schritt 2:** Berechnung des Parameters b_j (5.45) der Geradengleichung (5.46) in Abhängigkeit der Fenstergröße j .
- **Schritt 3:** Überprüfen ob die berechnete Gerade alle im Fester befindlichen Punkte $p_{k-i}^n, i \in \{1, 2, \dots, j\}$ innerhalb der Toleranz passiert. Bedingung (5.42)
- **Schritt 4:** Ist Schritt 3 erfüllt, inkrementiere die Fenstergröße $j = j + 1$ und gehe zu Schritt 2. Wenn Bedingung nicht erfüllt, ist die Steigung der vorhergegangen Geradengleichung als Schätzwert der Geschwindigkeit auszugeben.

$$\hat{v}_k = b_{j-1} = b_n \quad (5.48)$$

Die maximale Fenstergröße n entspricht für Position p_k^n somit $n = j - 1$

Dieser Vorgang wird für jeden Aktualisierung $k = k + 1$ des Positions Wert p_k^n neu gestartet. Zur Veranschaulichung ist der Algorithmus noch einmal in einen Flussdiagramm (Abbildung 5.21) dargestellt.

Die End-fit-FOAW verwendet für den Schätzvorgang die zwei Endpunkte des Fensters. In [8] wird deshalb noch die Best-fit-FOAW vorgestellt. Dabei wird die Steigung, über die Methode der kleinsten quadratischen Fehler bestimmt. Das bedeutet für die zeitnormierte Geradengleichung ist eine Steigung b_n gesucht für die die Summe der Fehlerquadrat e^2 ein Minimum aufweist.

$$e_{min}^2 = \min \sum_{i=0}^n (p_{k-i}^n - \hat{p}_{k-i}^n)^2 \quad (5.49)$$

mit

$$\hat{p}_{k-i}^n = p_k^n - b_n \cdot i \cdot T_l \quad (5.50)$$

Um das Minimum der Fehlergleichung (5.49) in Abhängigkeit der Steigung bestimmen zu können, muss diese nach b_n abzuleiten. Da es sich um eine quadratische Gleichung handelt, weist der Fehler Tiefpunkt auf wenn diese Ableitung Null ergibt.

$$\frac{de^2}{db_n} = 0 \quad (5.51)$$

PLATZHALTER GRAFIK

Abbildung 5.21: Flussdiagramm FOAW

Löst man unter dieser Bedingung die Ableitung nach b_n auf. Erhält man die Steigung die die Summe der kleinsten quadratischen Fehler aufweist.

$$b_n = \frac{(n \sum_{i=0}^n y_{k-1} - 2 \sum_{i=0}^n i \cdot y_{k-1}) \cdot 6}{T_l n(n+1)(n+2)} \quad (5.52)$$

Nun ist die Steigung allgemeingültig für variable Fenstergrößen bestimmt. Die Umsetzung der best-fit-FOAW in der Software erfolgt nach dem gleichen Schema wie bei der end-fit-FOAW. Einziger Unterschied, zur Berechnung der Steigung b_n wir die Gleichung verwendet. Das Ergebnis ist eine präzisere Schätzung bei gleichbleibender Zuverlässigkeit der Messung. Beide Methoden sind jedoch anfällig gegen sogenannte Outliner. Einzelne Signalwerte die eine höheren Fehler als die maximale durch das Rauschen verursachte Abweichung d aufweisen. Outliner lassen sich jedoch sehr einfach durch eine robuster Abbruchkriterium in Schritt 3 bekämpfen. So gilt die Bedingung (5.42) erst dann für nicht bestimmt, wenn zwei aufeinanderfolgende Werte das Kriterium nicht erfüllen. Erst dann wird die Vergrößerung des Fensters gestoppt. Diese Variante nennt sich best-fit-FOAW-R.

Die Methoden des FOAW bietet eine sehr Möglichkeit die Geschwindigkeit auf Basis eines verrauschten Positionssignal zu ermitteln. Problematisch ist jedoch die geringe Abtastrate von $40Hz$ des Lasers. Schon bei Flügen bei mittlerer Dynamik führt dies dazu, das die Fenstergröße stark reduziert wird. Somit auch der Einfluss des Positionsrauschens stark zunimmt. Somit kann selbst diese Konzept limitiert durch die Tastrate des Lasers der Dynamik des Quadrocopters nicht nachkommen. Es ist somit klar das eine Methode benötigt wird, die Position und Geschwindigkeit in einer höhren Taktrate zur Verfügung stellt. Gleichzeit müssen beide Signale ausreichend Rauschunterdrückt sein.

5.6.4 Bestimmung der Zustände mittels eines Fusionsfilter

Wie aus den oberen Kapitel zuerkenne wird keine der Methoden den zuvor gestellten Ansprüche gerecht. So erfüllt die Integration der Beschleunigung (Kapitel 5.6.1) zwar das Kriterium zur Erhöhung der Taktrate. Beschleunigungsmesswerte werden in einem Takt von $1kHz$ zur Verfügung gestellt. Doch durch den Bias des Beschleunigungssensors, divergieren innerhalb kürzester Zeit die geschätzten Zustände von den realen Zuständen. Dieses Phänomen tritt bei den Anwendungen Kaptiel und Kapitel nicht auf. Der Grund, sie beziehen sich auf die vom Laser berechneten Positionsverwerte. Die Abweichungen dieser

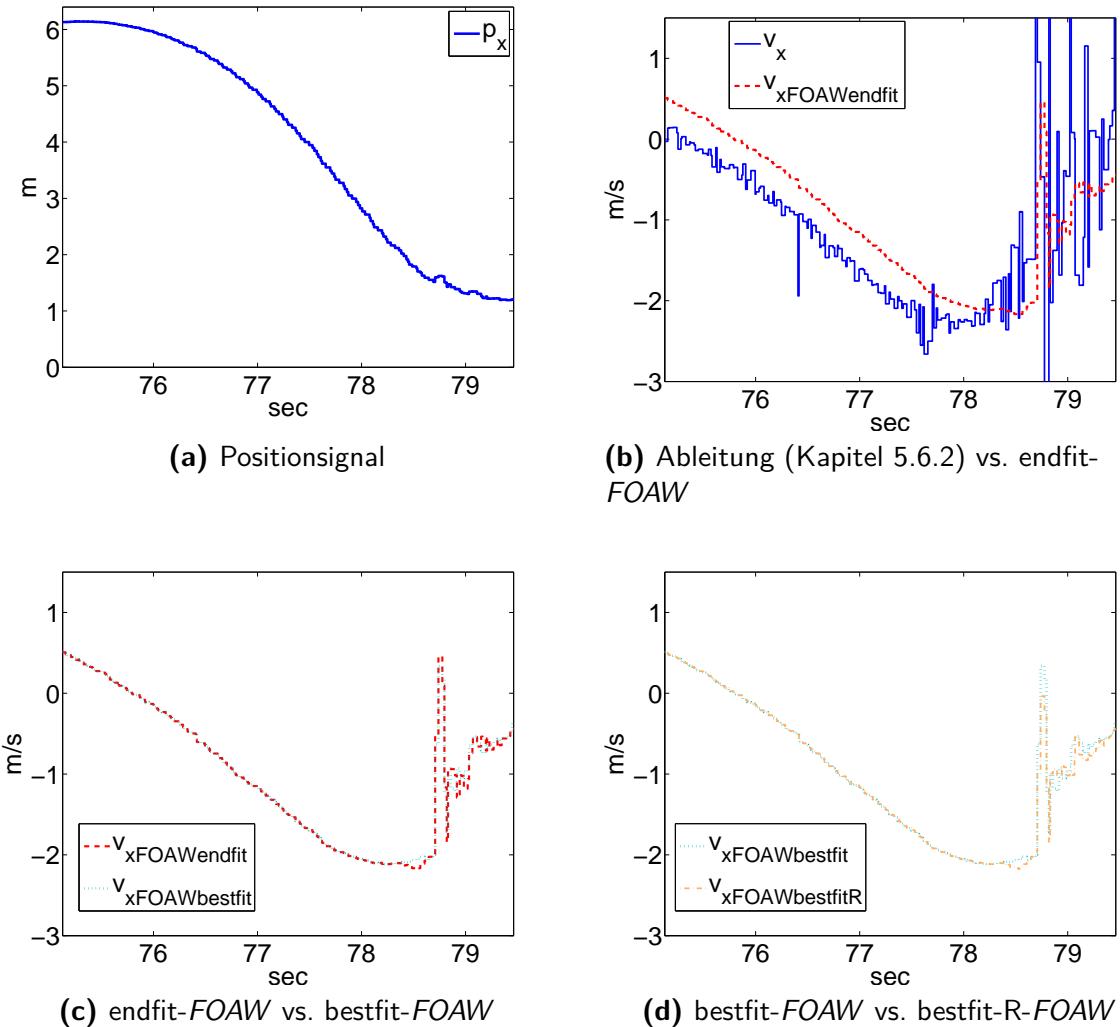


Abbildung 5.22: Vergleich der Filterergebnisse für FOAW

Zustandswerte befinden sich dabei in einem konstanten Rahmen um die tatsächliche Position. Diese Positionsrauschen sorgt bei der Geschwindigkeitsschätzung über die Ableitung der Positionswerte dafür, dass das errechnete Geschwindigkeitssignal ebenfalls einen Rauschanteil aufweist. Diesen Rauschanteil zu minimieren ist Ziel der FOAW Methode. Aufgrund der geringen Abtastrate von $40Hz$ kann dieser Ansatz der hohen Dynamik nicht folgen. Schon für geringen Dynamiken ist die Fenstergröße stark dezimiert und somit auch die Rauschunterdrückung. Das Ergebnis, Bechleunigungssensor der *IMU* und Laser jeweils für sich bieten keine ausreichende Zustandswerte. Abhilfe, Fusion beider Sensordaten mittels eines Fusionsfilters. Dabei sorgen die Beschleunigungswerte mit ihrer hohen update Rate von

1Khz für eine schnelle Reaktionsfähigkeit und tragen somit der Dynamik des Quadrocopters sorge. Die Positionsdaten des Laser indes verhindern ein Abdriften der Schätzwerte. Somit stellen sie die Zuverlässigkeit der Fusionsergebnisse sicher.

Das auf dem *HLP* implementierte Fusionsfilter basiert auf einem Luenberger Beobachter[1]. Dieser besteht aus einem linearen Streckenmodell dessen Zustände \hat{x} mittels eines Korrekturterms ($L \cdot (y - \hat{y})$) auf die Zustände x der Regelstrecke einschwingen. Die Zustandsdifferenzialgleichung eines Luenberger Beobachter stellt sich in allgemeiner Form [15] wie folgt dar.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A \cdot \hat{x} + L \cdot (y - \hat{y}) + B \cdot u \\ \hat{y} &= C \cdot \hat{x}\end{aligned}\quad (5.53)$$

Dabei entspricht A der Dynamikmatrix, B dem Eingangsmatrix und C dem Ausgangsmatrix des linearen Streckenmodells. Aufgrund der Inversion, ist das Bewegungsmodell für jede Achse im n-frame, als Integrationsglied 2.Ordnung gegeben (Abbildung 5.8). Dabei entspricht die Eingangsgrößen u den ins n-frame transformierten Beschleunigungswerten der *IMU*. Da die Ketten entkoppelt sind, muss der Beobachter nicht für alle drei Ketten gleichzeitig entworfen werden. Somit ist es ausreichen eine Integrationsglied 2.Ordnung als Streckenmodell heranzuziehen. Weiterhin ist bekannt, das die Beschleunigungswerte der *IMU* einen Bias aufweisen. Nach [4] kann das Streckenmodell deshalb wie in Abbildung ?? erweitert werden. Dieses erweiterte Modell ist über Zustandsdifferenzialgleichung (5.54)

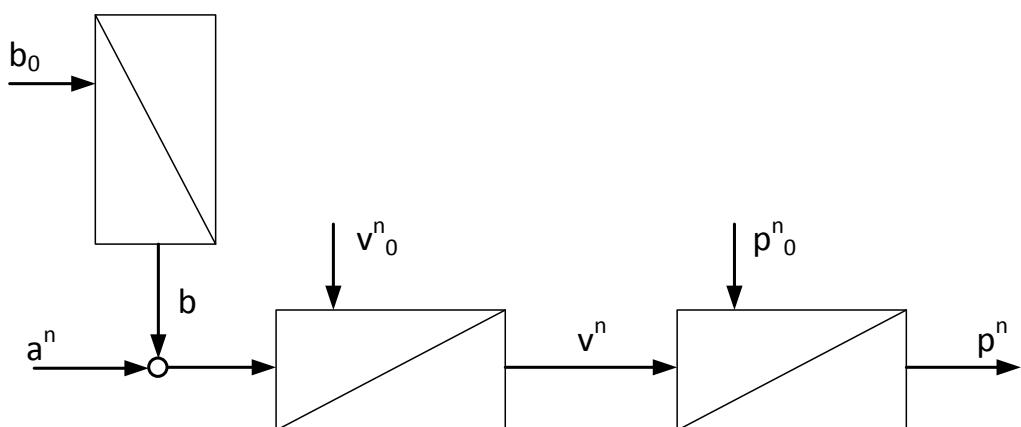


Abbildung 5.23: Erweitertes Streckenmodell

beschreiben

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot x\end{aligned}\quad (5.54)$$

mit,

$$\hat{x} = [p^n \ v^n \ b]^T \quad (5.55)$$

Anhand von (5.53) folgt daraus für den Beobachter.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} \cdot (y - \hat{y}) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \\ \hat{y} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \hat{x}\end{aligned}\quad (5.56)$$

mit,

$$\hat{x} = [\hat{p}^n \ \hat{v}^n \ \hat{b}]^T \quad (5.57)$$

Die Elemente der Beobachtermatrix L sind so zu parametrieren das die Fehlerdynamik das gewünschte Einschwingverhalten aufweist. Da der Zustandsfehler $\tilde{x} = x - \hat{x}$ gilt, ergibt sich für die Dynamik des Zustandsfehlers

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - LC) \cdot \tilde{x} \quad (5.58)$$

Um diese mittels Polvorgabe einstellen zu können, muss charakteristische Polynom gebildet werden [15].

$$N(s) = \det(A - LC) \quad (5.59)$$

ergibt für das erweitere Zustandsmodell,

$$N(s) = s^3 + l_1 \cdot s^2 + l_2 \cdot s + l_3 \quad (5.60)$$

Anhand dieses Polynom sind Koeffizienten der Beobachtermatrix L nach Kapitel 5.5.1 über Polvorgabe vorgebbar.

PLATZHALTER GRAFIK

Abbildung 5.24: Strukturbild Beobachter

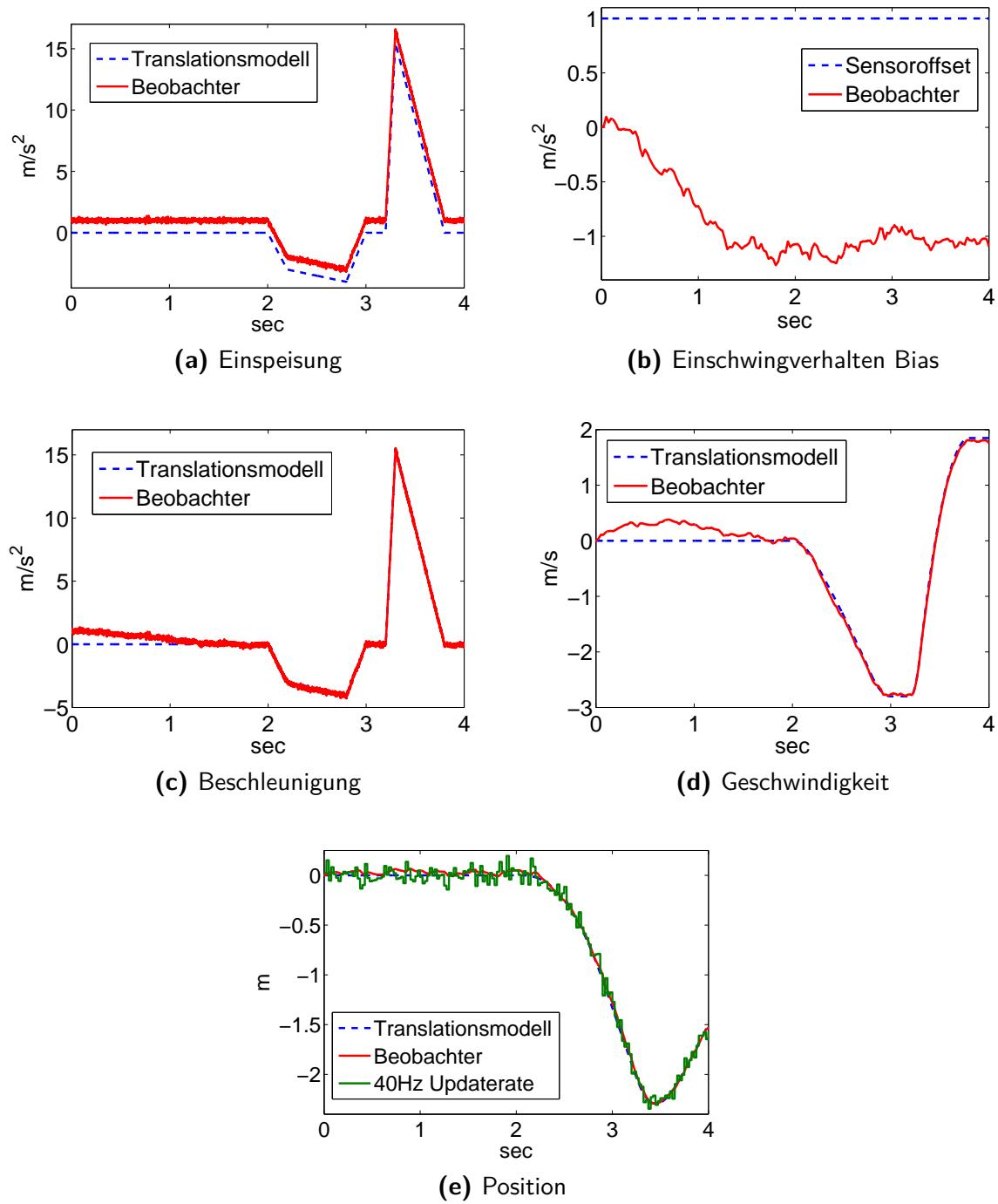


Abbildung 5.25: Simulationsergebnisse für das Fusionsfilter

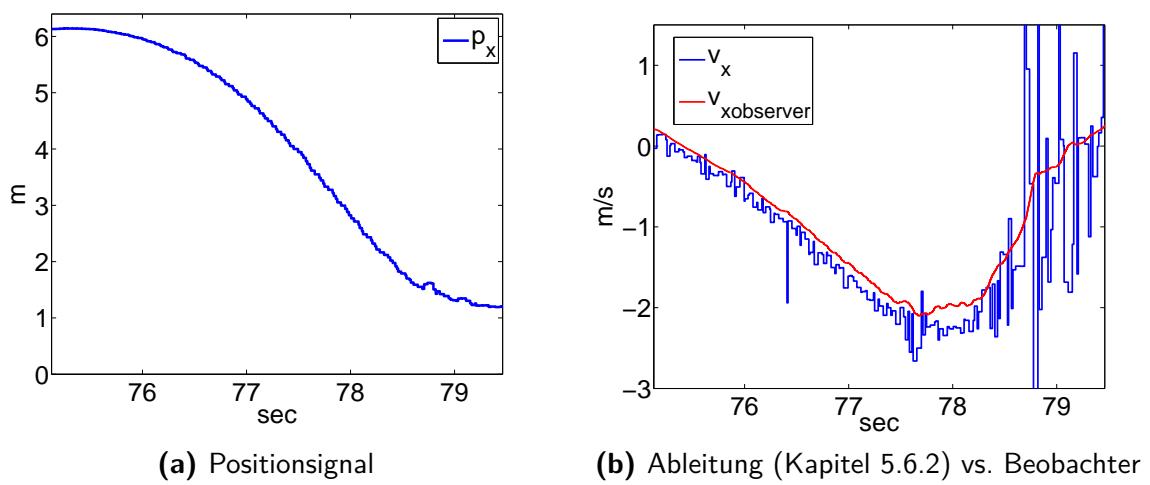


Abbildung 5.26: Verbesserung des Fusionsfilter im Vergleich *FOAW*

Glossar

Asynchronous Receiver/Transmitter

Eine gängige serielle Schnittstelle zum Senden und Empfangen von Daten über eine Datenleitung. Bildet den Standard der seriellen Schnittstellen an PCs und Mikrocontrollern.

Inter Integrated Circuit

Von Philips Semiconductor entwickelter serielles Bussystem. Hauptsächlich zur gerätierten Kommunikation zwischen verschiedenen Schaltungsteilen eingesetzt.

Internet Protocol

Ist das am weitverbreitete Netzwerkprotokoll in Computernetzen und stellt die Grundlage des Internets dar

Serial Peripheral Interface

Ein von Motorola entwickelter Standard eines synchronen seriellen Datenbus zur Vernetzung zweier digitaler Schaltungen nach dem Master-Slave-Prinzip

Visual Simultaneous Localization and Mapping

SLAM ist eine Methode der mobilen Robotik zur Schätzung der eigenen Position in einer unbekannten Umgebung. Dafür wird eine Karte des Raumes aus den Messdaten erstellt. Der Zusatz V sagt dabei aus, dass diese Messdaten von einem visuellen Sensor, sprich einer Kamera zur Verfügung gestellt werden. Im deutschen steht SLAM für Simultane Lokalisierung und Kartenerstellung.

Literaturverzeichnis

- [1] ACHTELIK, Markus ; ACHTELIK, Michael ; WEISS, Stephan ; SIEGWART, Roland: Onboard IMU and monocular vision based control for MAVs in unknown in- and outdoor environments. In: *ICRA*, 2011 (Zitiert auf Seiten 2, 33, 41, 45 und 66)
- [2] BUCHHOLZ, Jörg J.: Regelungstechnik und Flugregler / Hochschule Bremen. 2014. – Forschungsbericht (Zitiert auf Seiten 18 und 19)
- [3] CENSI, Andrea: An ICP variant using a point-to-line metric. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Pasadena, CA, May 2008 (Zitiert auf Seite 30)
- [4] DEUTSCHER, Joachim: *Mehrgrößen Zustandsregelung MZR*. 2013
(Zitiert auf Seite 66)
- [5] DEUTSCHER, Joachim: *Regelung nichtlinearer Systeme*. 2013
(Zitiert auf Seiten 40, 41, 45 und 51)
- [6] GARDILL, Markus ; WEIGEL, Robert: *DES Digitale Elektrische Systeme*. 2014
(Zitiert auf Seite 58)
- [7] HOFFMANN, Frank ; GODDEMEIER, Niklas ; BERTRAM, Torsten: Attitude estimation and control of a quadrocopter. In: *IROS'10*, 2010, S. 1072–1077 (Zitiert auf Seite 34)
- [8] JANABI-SHARIFI, Farrokh ; HAYWARD, Vincent ; J. CHEN, Chung shin: *Discrete-Time Adaptive Windowing for Velocity Estimation*. 2000
(Zitiert auf Seiten 60, 62 und 63)
- [9] KALLWIES, Jan: *Höhenbestimmung und Höhenregelung bei einem Quadrocopter*, Diplomarbeit, 2013 (Zitiert auf Seite 35)

- [10] LIN, Feng ; BRANDT, Robert ; SAIKALIS, George: Self-Tuning of PID Controllers by Interaction. (2000) (Zitiert auf Seite 55)
- [11] LU, F. ; MILIOS, E.E: Robot Pose Estimation in Unknown Environments by Matching 2D Range Scans. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 1994, S. 935–938 (Zitiert auf Seite 27)
- [12] LUNZE, Jan: *Regelungstechnik 1*. Springer London, Limited, 2008 (Springer-Lehrbuch Bd. 1). – ISBN 9783540689096 (Zitiert auf Seite 40)
- [13] MAY, Stefan: *Skriptum AUT4 Mobile Robotik*. 2013 (Zitiert auf Seiten 27 und 28)
- [14] MORRIS, William ; DRYANOVSKI, Ivan ; XIAO, Jizhong ; MEMBER, Senior: 3D indoor mapping for micro-uavs using hybrid range finders and multi-volume occupancy grids. In: *In RSS 2010 workshop on RGB-D: Advanced Reasoning with Depth Cameras*, 2010 (Zitiert auf Seiten 23 und 30)
- [15] ROPPENECKER, Günter: *Regelungstechnik B*. 2012 (Zitiert auf Seiten 66 und 67)
- [16] THIELECKE, Jörn: *Eingebettete Navigationssysteme*. 2014 (Zitiert auf Seite 19)
- [17] VOSSIEK, Martin: *Radarssysteme RAS*. 2012 (Zitiert auf Seite 56)

Abbildungsverzeichnis

2.1	Hardwareaufbau	6
2.2	Hardwareaufbau	8
2.3	fcuplatine	9
2.4	Kommunikationsstruktur	10
3.1	Topic und Service	13
3.2	Registrierung der Knoten	13
3.3	Kovention	15
3.4	Koordinatensysteme	15
3.5	z,y',x'' -Konvention	17
4.1	Verknüpfung der Scantools	22
4.2	Laserprojektion	23
4.3	I-frame	24
4.4	Laserprojektion	26
4.5	I-frame	31
5.1	AscTec_hl_framework in der Kommunikationstruktur	32
5.2	Kaskadenstruktur	33
5.3	Gesamtstruktur Regelung	34
5.4	Gesamtstruktur Regelung	35
5.9	Simulation Inversion	44
5.11	Simulationsergebnisse Referenzmodell	48
5.12	Referenzmodell als Vorsteuerung	49
5.14	Folgeregler	52
5.15	Grafiken Folgeregler	53

5.16 Stabilitätsgebiet	53
5.17 Selftuning Folgeregler	56
5.18 Auswirkung der Positionsverschiebung auf Varianz der Geschwindigkeit . .	58
5.19 Fensterung	60
5.20 End-fit <i>FOAW</i>	61
5.21 Flussdiagramm <i>FOAW</i>	63
5.22 Messergebnis für <i>FOAW</i>	65
5.23 Erweitertes Streckenmodell	66
5.24 Beobachter	68
5.25 Simulation Beobachter	69
5.26 Verbesserung des Fusionsfilter im Vergleich <i>FOAW</i>	70

Tabellenverzeichnis

ANHANG A

Datenblätter

Date: 2012.11.27

Scanning Laser Range Finder UTM-30LX/LN Specification

<u>△</u> × 2	Correction of Repeated Accuracy Representation			3	2012.11.27	Kamon	RS-0155
<u>△</u> × 1	LED Display in Specificaions added			3	2012.10.23	Kamon	RS-0143
<u>△</u> × 2	Important Notes on IF is added. <u>External dimension error correction.</u>			3,4	2011.7.6	Kamon	PR-6178
<u>△</u> × 3	Changes in output signal			3,4,6	2010.7.26	Kamon	PR-5893
<u>△</u> × 2	Correction on synchronization output			2,4	2009.5.18	Takai	PR-5647
<u>△</u> × 2	Changes in laser(λ :870nm → 905nm)			2,3	2009.4.14	Kamon	PR-5635
<u>△</u> × 1	Correction			4	2008.8.18	Kamitani	PR-5503
<u>△</u> × 1	Cautions were added			6	2008.5.1	Kamitani	PR-5466
Symbol	Amendment Details			Amendment	Date	Amended by	Number
Approved by	Checked by	Drawn by	Designed by	Title	<u>UTM-30LX/LN</u> Specification		
MORI	KAMITANI	KAMON	HINO		Drawing No.	C-42-3615	

1. Introduction

1.1 Operation principles 905nm \triangle

UTM-30LX/LN use laser source ($\lambda = 870\text{nm}$) to scan 270° semicircular field (Figure 1). It measures distance to objects in the range and co-ordinates of those point calculated using the step angle. Sensor's measurement data along with the angle are transmitted via communication channel. Laser safety class 1.

Sensor is divided into two types depending upon the type of output.

1.2 Type

1.2.1 U TM-30LX

Synchronous output signal is available. The timing chart of this signal is shown in section 6 (Figure 3). \triangle This synchronous signal can be obtain at each scan. These are mainly intended for robotic applications.

1.2.2 UTM-30LN

It outputs warning signal whenever there is any object in the preset area. These are mainly intended for area protection.

2. Structure (Laser range figure)

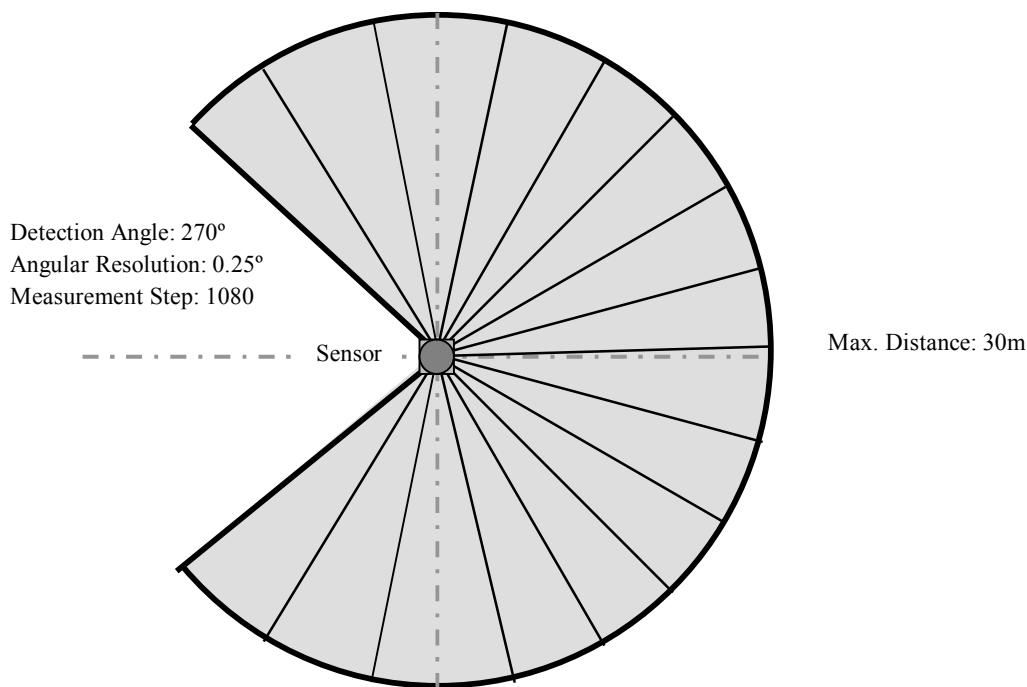


Figure 1

3. Important note

- This sensor is not a safety device/tool
- This sensor is not for use in military applications
- Read specifications carefully before use.

Title	UTM-30LX/LN Specification	Drawing No	C-42-3615	2/6
-------	---------------------------	------------	-----------	-----

4. Specifications

Product Name	Scanning Laser Range Finder	
Model	UTM-30LX	UTM-30LN
Light Source	Laser Semiconductor $\lambda = 870\text{nm}$, 905nm	△ Laser Class 1
Supply Voltage	12VDC $\pm 10\%$	
Supply Current	Max: 1A, Normal : 0.7A	
Power Consumption	Less than 8W	
Detection Range and Detection Object	Guaranteed Range: 0.1 ~ 30m (White Kent Sheet) Maximum Range : 0.1 ~ 60m Minimum detectable width at 10m : 130mm (Vary with distance)	
Accuracy	Under 3000lx : White Kent Sheet: $\pm 30\text{mm}^{\ast 1}$ (0.1m to 10m) Under 100000lx : White Kent Sheet: $\pm 50\text{mm}^{\ast 1}$ (0.1m to 10m)	
Measurement Resolution and Repeated Accuracy	1mm 0.1 – 10m : $\sigma < 10\text{mm}$, 10 – 30m : $\sigma < 30\text{mm}$ (White Kent Sheet) Under 3000lx : $\sigma < 10\text{mm}^{\ast 1}$ (White Kent Sheet up to 10m) ▲ Under 100000lx : $\sigma < 30\text{mm}^{\ast 1}$ (White Kent Sheet up to 10m) ▲	
Scan Angle	270°	
Angular Resolution	0.25° (360°/1440)	
Scan Speed	25ms (Motor speed : 2400rpm)	
Interface	USB Ver2.0 Full Speed (12Mbps)	
Output	Synchronous Output 1- Point	Detection Output 1- Point ▲
LED Display △	Green : Power supply Red : Normal Operation (Continuous), Malfunction (Blink)	Power supply Object detection inside area (Continuous) Malfunction (Blink)
Ambient Condition (Temperature, Humidity)	-10°C ~ +50°C Less than 85%RH (Without Dew, Frost)	
Storage Temperature	-25~75°C	
Environmental Effect	Measured distance will be shorter than the actual distance under rain, snow and direct sunlight* ² .	
Vibration Resistance	10 ~ 55Hz Double amplitude 1.5mm in each X, Y, Z axis for 2hrs. 55 ~ 200Hz 98m/s ² sweep of 2min in each X, Y, Z axis for 1hrs.	
Impact Resistance	196m/s ² In each X, Y, Z axis 10 times.	
Protective Structure	Optics: IP64	
Insulation Resistance	10MΩ DC500V Megger	
Weight	210g (Without cable)	
Case	Polycarbonate	
External Dimension (W×D×H)	60mm×60mm×87mm ▲ MC-40-3127	

*¹ Under Standard Test Condition (Accuracy can not be guaranteed under direct sunlight.)

*² For sensor functions, please verify the in an indoor environment of 1000 lx or less. In avoiding unnecessary disturbance cause by the raindrops, perform necessary signal processing for LX type and switch OFF the delay function for LN type.

5. Quality Reference Value

Vibration resistance during operation	10~150Hz 19.6m/s ² Sweep of 2min in each X,Y,Z axis for 30min
Impact resistance during operation	49m/s ² X, Y,Z axis 10 times
Angular Speed	$2\pi/\text{s}$ (1Hz)
Angular Acceleration	$\pi/2\text{rad}/\text{s}^2$
Life-span	5 Years (Varies with operating conditions)
Noise Level	Less than 25dB at 300 mm
Certification	FDA Approval (21 CFR part 1040.10 and 1040.11)

Title	UTM-30LX/LN Specification	Drawing No	C-42-3615	3/6
-------	---------------------------	------------	------------------	-----

6. Interface

6.1 Robot Cable 4 Pin

Color	Function
Brown	+12 V
Blue	0 V
Green	Synchronous Output/ Detection Output \triangle
White	COM Output (0V: Common to Power)

Note: 0 V of the power supply and Output is not internally connected.

Short circuit the 0V (Blue) and COM Output (White) during wiring. \triangle \triangle

6.2 USB Connector

TYPE-A

Note:

SG for communication and GND are connected internally (Isolated with Input -VIN).

Isolate the device from any connection that generate electric noise.

This sensor is compatible with SCIP2.0 communication protocol standard.

6.3 Output circuit diagram

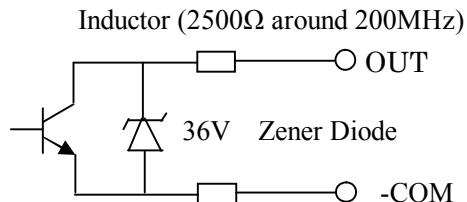


Figure 2

7. Control Signal

7.1 Synchronous Output (UTM-30LX)

1 pulse is approximately 1 ms. Output signal Synchronization timing chart is shown below. (Figure 3).

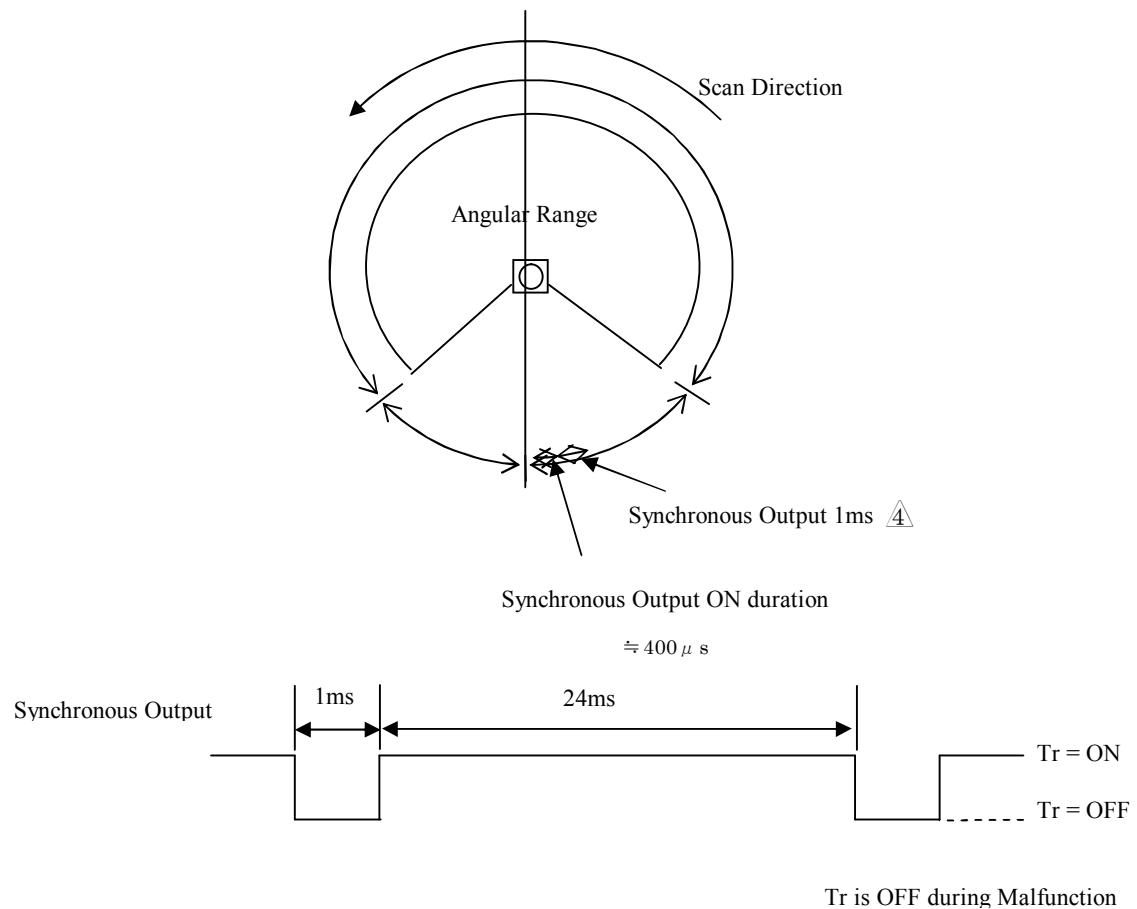


Figure 3

7.2 Detection Output (UTM-30LN)

When the signal is set for detection output .The signal switches OFF when obstacle exist inside the area.
(Output signal is ON when obstacle does not exist.)

Area can be set using 3~7 co-ordinate points.

Maximum of the output delay is 128 times (3.2 sec)

Example

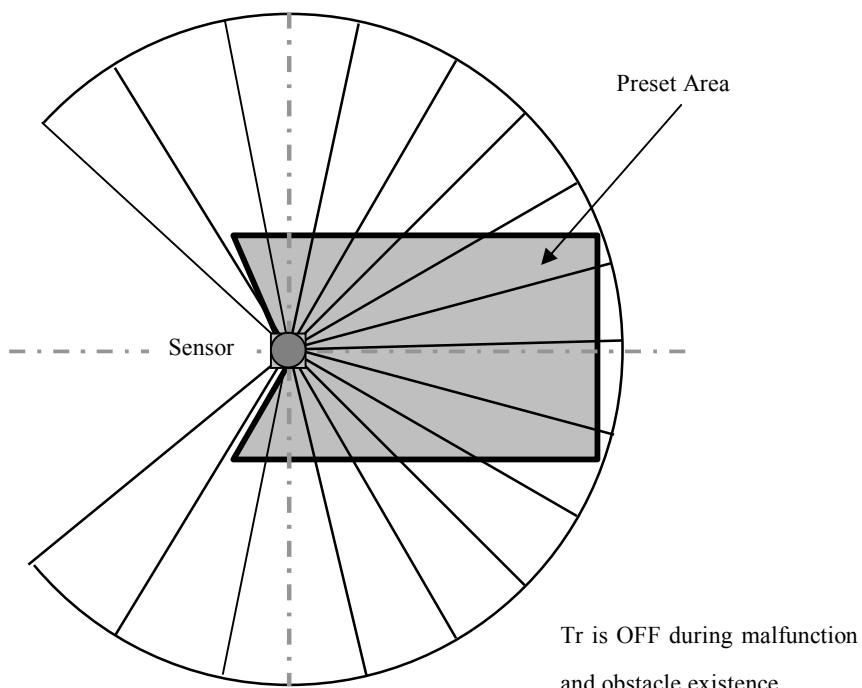


Figure 4

8. Malfunction Output:

1. Laser malfunction : When laser does not radiate or exceeds safety class 1.
2. Motor malfunction : When rotation speed is differ from the default value (> 25 m/s).

Synchronous/Warning signal will be turned OFF when these malfunctions are detected. Error details can be obtain via communication.

9. Cautions

Heat is generated as the sensor runs at a very high speed. The heat generated is concentrated at the bottom of the sensor. Please mount heatsinks or any appropriate component to release the generated heat. An aluminum plate (200 x 200 x 2) is recommended as the heatsinks.

Error could happen when 2 or more identical sensor is mounted at the same detection plane. This is because the sensor could not identify the origin of the received laser pulses. When this error occur, it will cause 1 -2 step difference, performing data filtering could overcome this problem.

Title	UTM-30LX/LN Specification	Drawing No	C-42-3615	6/6
-------	---------------------------	------------	-----------	-----

ANHANG B

Definition flacher Mehrgrößensysteme

Vorlesung: „Regelung nichtlinearer Systeme“

Flachheit nichtlinearer Mehrgrößensysteme

1. Definition

Ein nichtlineares Mehrgrößensystem n -ter Ordnung

$$\dot{x} = f(x, u) \quad \text{mit} \quad \text{rang } \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} = p, \quad \forall x \in U(x_0), \quad \forall u \in U(u_0) \quad (1)$$

mit p Eingangsgrößen u heißt *flach*, wenn es einen fiktiven Ausgang $y_f = [y_{f1} \dots y_{fp}]^T$ gibt, der die folgenden Bedingungen erfüllt:

1. Die Komponenten y_{fi} , $i = 1, 2, \dots, p$, des fiktiven Ausgangs lassen sich als Funktion der Zustandsgrößen x_ν , $\nu = 1, 2, \dots, n$, und u_i , $i = 1, 2, \dots, p$, sowie einer endlichen Anzahl von Zeitableitungen $u_i^{(k_i)}$, $k_i = 1, 2, \dots, \alpha_i$, ausdrücken, d. h.

$$y_f = \Phi(x, u_1, \dot{u}_1, \dots, u_1^{(\alpha_1)}, \dots, u_p, \dot{u}_p, \dots, u_p^{(\alpha_p)}) = \Phi(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(\alpha)}) \quad (2)$$

mit dem Ableitungstupel $u^{(k)} = (u_1^{(k_1)}, \dots, u_p^{(k_p)})$ und $k = (k_1, \dots, k_p)$.

2. Die Zustandsgrößen x_ν , $\nu = 1, 2, \dots, n$, und die Eingangsgrößen u_i , $i = 1, 2, \dots, p$, lassen sich als Funktion der y_{fi} , $i = 1, 2, \dots, p$, und einer endlichen Anzahl von deren Zeitableitung $y_{fi}^{(k_i)}$, $k_i = 1, 2, \dots, \kappa_i$, darstellen, d. h.

$$x = \psi_x(y_{f1}, \dots, y_{f1}^{(\kappa_1-1)}, \dots, y_{fp}, \dots, y_{fp}^{(\kappa_p-1)}) = \psi_x(y_f, \dots, y_f^{(\kappa-1)}) \quad (3)$$

$$u = \psi_u(y_{f1}, \dots, y_{f1}^{(\kappa_1)}, \dots, y_{fp}, \dots, y_{fp}^{(\kappa_p)}) = \psi_u(y_f, \dots, y_f^{(\kappa)}). \quad (4)$$

3. Die Komponenten von y_f sind *differentiell unabhängig*, d. h. sie erfüllen keine Differentialgleichung der Form

$$\varphi(y_f, \dots, y_f^{(\gamma)}) = 0. \quad (5)$$

Wenn der fiktive Ausgang y_f die Bedingungen 1–3 erfüllt, so ist er ein *flacher Ausgang* des Systems (1). Ist Bedingung 2 erfüllt, dann ist Bedingung 3 äquivalent zu $\dim y_f = \dim u = p$.

2. Anmerkungen zur Flachheitsdefinition

- Die Beziehungen (3) und (4) besagen, dass für jede beliebige aber hinreichend oft differenzierbare Trajektorie $y_{f\star}(t)$ des flachen Ausgangs y_f die Trajektorien

$$\begin{aligned}x_\star(t) &= \psi_x(y_{f\star}(t), \dots, y_{f\star}^{(\kappa-1)}(t)) \\ u_\star(t) &= \psi_u(y_{f\star}(t), \dots, y_{f\star}^{(\kappa)}(t))\end{aligned}$$

Lösung des Anfangswertproblems

$$\text{DGL: } \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad t > 0 \quad (7)$$

$$\text{AB: } x(0) = x_0 \quad (8)$$

für $x_0 = \psi_x(y_{f\star}(0), \dots, y_{f\star}^{(\kappa-1)}(0))$ sind. Dabei muss die Systemdifferentialgleichung (7) nicht gelöst werden. Da sich somit die Systemdynamik (d.h. alle Trajektorien des Systems) durch y_f und endlich viele von dessen Zeitableitungen darstellen lässt, spricht man auch von einer (*endlichen*) *differentiellen Parametrierung* des Systems (7) durch den flachen Ausgang y_f .

- Die differentielle Unabhängigkeit der Komponenten y_{fi} des flachen Ausgangs (siehe Bedingung 3 in Abschnitt 1) bedeutet, dass die Trajektorien der Komponenten beliebig und unabhängig voneinander vorgegeben werden dürfen, da sie keine Lösung einer Differentialgleichung sind. Die Trajektorien müssen jedoch hinreichend oft differenzierbar sein, damit die Trajektorien von x und u gemäß (3) und (4) existieren.
- Die Bedingung $\text{rang } \frac{\partial f(x,u)}{\partial u} = p$ an das System (1) stellt sicher, dass die Eingangsgrößen u des System zumindest lokal voneinander (differentiell) unabhängig sind.
- Der flache Ausgang ist nicht eindeutig, d. h. für ein System kann es mehrere flache Ausgänge geben. Verschiedene flache Ausgänge für dasselbe System können jedoch stets gemäß

$$y_f = \theta(\bar{y}_f, \dot{\bar{y}}_f, \dots, \bar{y}_f^{(s)}) \Leftrightarrow \bar{y}_f = \bar{\theta}(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(s)}) \quad (9)$$

ineinander umgerechnet werden.

- Die Funktion ψ_u in (4) hängt von den Zeitableitungen des flachen Ausgangs bis zur Ordnung κ ab, da aufgrund von (3) und (1) die Beziehung $\dot{\psi}_x = f(\psi_x, \psi_u)$ gelten muss.
- Regelgrößen $y = h(x)$, die nicht mit dem flachen Ausgang übereinstimmen, lassen sich stets unter Verwendung von (3) gemäß

$$y = h(\psi_x) = \psi_y(y_f, \dots, y_f^{(\beta)}) \quad (10)$$

differentiell parametrieren. Dabei gilt $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$ mit $\beta_i \leq \kappa_i - 1$.

- Wenn Bedingung 2 erfüllt ist, dann lässt sich (4) als p Differentialgleichungen für den flachen Ausgang y_f in Abhängigkeit von u interpretieren. Folglich kann der flache Ausgang y_f nicht die Differentialgleichung (5) erfüllen, da er Lösung der Differentialgleichung (4) ist.

ANHANG C

Simulinkmodell
