FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM **Ústav fyziky** FEKT VUT BRNO	**Jméno** **Matyáš Peroutík**			Kód **256371**
	Ročník 1	Obor AMT	Skupina	Lab. skup. B
Spolupracoval Štěpán Pavlica	Měřeno dne 13. 3. 2024		Odevzdáno dne 27. 3. 2024	
Příprava | Opravy	Učitel		**Hodnocení**	
Název úlohy **Tíhové Zrychlení**				Č. úlohy **10**

Úkol měření

Stanovte lokální tíhové zrychlení pomocí měření reverzním kyvadlem.

Teoretický rozbor

Základní pojmy

Tíhové zrychlení g

Je zrychlení volného pádu ve vakuu. Jednotkou je ms^{-2}. Toto zrychlení je důsledkem hlavně gravitační síly země (Newtonův gravitační zákon) a odstředivé síly země (rotace). Dále na její velikost může působit např. poloha měsíce. Tudíž tíhové zrychlení není konstantní. V Brně je tabulková hodnota tíhového zrychlení $g = 9.813\ ms^{-2}$.

Těžiště

Je bod tuhého tělěsa, v němž se v homogenním tíhovém poli protínají těžnice. V tomto bodě leží vektor tíhy tělesa.

Hmotný střed

Je bod, který vychází ze tvaru tělesa a rozložení jeho hmoty. Tento bod je možné zapsat matematickými vztahy. V homogenním tíhovém poli splývá s těžištěm.

Kyvadlo

Je libovolné těleso, které se může otáčet kolem pevné vodorovné osy, ktera neprochází těžištěm. Při vychýlení z jeho rovnovážné polohy se těleso začne kývat.

Fyzické kyvadlo

Je kyvadlo, které je pomocí tří podmínek zjednodušeno. Při práci s fyzickým kyvadlem uvažujeme, že je těleso kyvadla tuhé, že se otáčí kolem osy bez tření a při kývaní není zpomalováno vlivem okolí. Doba kmitu (periody) fyzického kyvadla pro rozkyv zhruba do 5^o je dána tímto vztahem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} \tag{1}$$

J .... setrvačnost kyvadla vzhledem k ose kývání
m .... hmotnost kyvadla
l .... vzdálenost osy kyvu od těžiště kyvadla

Matematické kyvadlo

Je maximálně zjednodušené kyvadlo. Zkoumá pouze pohyb hmotného bodu na tenkém nedeformovatelném vlákně s hmotností, kterou při výpočtu můžeme zanedbat. Doba kmitu (periody) matematického kyvadla pro rozkyv zhruba do 5^o je dána tímto vztahem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{2}$$

l .... délka matematického kyvadla
g .... tíhové zrychlení

Doba kmitu zde nezávisí na hmotnosti hmotného bodu. Pokud budeme těleso tedy uvažovat za pouhý bod, tak délka l matematického kyvadla je zároveň vzdálenost osy kyvu od těžiště.

Teorie měření reverzním kyvadlem

Reverzní kyvadlo je dvouosé fyzické kyvadlo, jehož závaží má nastavitelnou pevnou polohu. Protože se jedná o kyvadlo fyzické, tak je jeho doba kyvu určena vztahem (1). Tento vztah ale není příliž vhodný pro výpočet tíhového zrychlení, protože většinou neznáme setrvačnost kyvadla J a přesnou vzdálenost osy kyvu od těžiště l. Proto se snažíme vytvořit podmínky takové, abychom mohli použít vztah pro kyvadlo matematické (2). Pro to alevšak musíme znát redukovanou délku kyvadla l_r. Při této délce má kyvadlo v obou polohách stejnou dobu kmitu. Pokud ze vztahu (2) vyjádříme tíhové zrychlení, dostaneme pro tíhové zrychlení následující vztah:

$$g = \frac{4\pi^2 l_r}{T^2} \tag{3}$$

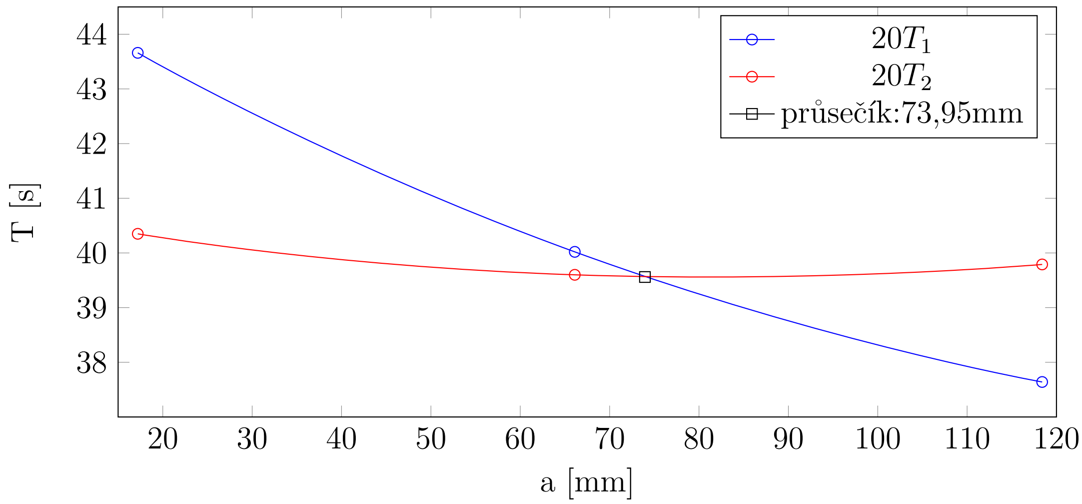
Redukovanou délku reverzního kyvadla hledáme tím způsobem, že posouváním závaží měníme dobu periody osy 1 (T_1) a osy 2 (T_2). Jakmile nalezneme takovou polohu závaží, že se tyto periody rovnají, tak můžeme uvažovat vzdálenost os jako redukovanou délku.

Naměřené hodnoty

číslo měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{l_r}{cm}$	96,45	96,50	96,55	96,50	96,40	96,50	96,45	96,55	96,50	96,50

Měřené hodnoty délky l_r mezi osami O_1 a O_2

Graf závislosti $20T_1 = f(a)$, $20T_2 = f(a)$



a [mm]	$20T_1$ [s]	$20T_2$ [s]
17,2	43,66	40,35
66,1	40,02	39,60
118,4	37,64	39,79

počet kmitů	T_1 [s]	T_2 [s]
0	0	0
10	19,79	19,74
20	39,58	39,49
30	59,37	59,23
40	79,16	78,97
50	98,95	98,72
60	118,73	118,46
70	138,52	138,2
80	158,3	157,95
90	178,07	177,69

Zpracování hodnot

Nejprve je zpracována hodnota redukované délky. Následně je zpracovány hodnoty tíhového zrychlení pro každou osu zvlášť použitím postupné metody.

Redukovaná délka l_r

číslo měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{l_r}{cm}$	96,45	96,50	96,55	96,50	96,40	96,50	96,45	96,55	96,50	96,50
$(l_i - \overline{l_r})^2$	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$8.1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$

Zpracování redukované délky l_r

$$\overline{l_r} = \frac{1}{n} \sum l_i = 96.49cm$$

$$s^2 = \frac{\sum (l_i - \overline{l_r})^2}{n-1} \doteq 2.111 \cdot 10^{-3} cm^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \overline{l_r})^2}{n-1}} \doteq 0.04595cm$$

$$= t_{10;0,95} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \doteq 0.03371cm$$

$$\delta_r(l_r) = \frac{\delta(l_r)}{\overline{l_r}} \doteq 3.494 \cdot 10^{-4} cm$$

$$l_r = (96.49 \pm 0.03)cm$$

Legenda k výpočtům:

$\overline{l_r}$ .... průměrná hodnota změřené redukované délky kyvadla
s^2 .... rozptyl změřených hodnot redukované délky
s .... směrodatná odchylka změřených hodnot redukované délky
$t_{10;0,95}$ .... koeficient studentova rozdělení dle tabulky ($t_{10;0,95} = 2.32$)
$\delta(l_r)$ .... absolutní chyba výsledku
$\delta_r(l_r)$ .... relativní chyba výsledku

Výpočty pro osu O_1

počet kmitů	**A čas (s)**	**počet kmitů**	**B čas (s)**	**rozdíly sloupců B-A 50T (s)**
0T	*0*	*50T*	*98.95*	*98.95*
10T	*19.79*	*60T*	*118.73*	*98.94*
20T	*39.58*	*70T*	*138.52*	*98.94*
30T	*59.37*	*80T*	*158.30*	*98.93*
40T	*79.16*	*90T*	*178.07*	*98.91*

Výpočtová tabulka dob kmitů pomocí postupné metody

$$\overline{50T_1} = \frac{1}{n} \sum 50T_i = 98.934s$$

$$s^2 = \frac{\sum(50T_i - \overline{50T_1})^2}{n-1} \doteq 2.3 \cdot 10^{-4} s^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(50T_i - \overline{50T_1})^2}{n-1}} \doteq 0.01517 s$$

$$\delta(50T_1) = t_{5;0.95} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \doteq 2.035 \cdot 10^{-4}$$

$$\delta(50T_1) = \frac{\delta(50T_1)}{\overline{50T_1}} = 2.034 \cdot 10^{-4}$$

$$50T_1 = (98.93 \pm 0.02)s$$

$$T1 = (1.9798 \pm 0.0004)s$$

Legenda k výpočtům:

$\overline{50T_1}$ .... průměrná hodnota délky 50-ti kmitů osy 1
s^2 .... rozptyl hodnot délky 50-ti kmitů osy 1
s .... směrodatná odchylka hodnot délky 50-ti kmitů osy 1
$t_{10;0,95}$ .... koeficient studentova rozdělení dle tabulky ($t_{5;0,95} = 2.968$)
$\delta(l_r)$ .... absolutní chyba výsledku
$\delta_r(l_r)$ .... relativní chyba výsledku
$50T_1$ .... delka 50-ti kmitů osy 1
$T1$ .... delka jednoho kmitu osy 1

Z těchto hodnot můžeme vypočítat průměrnou hodnotu tíhového zrychlení určené osou 1

$$\overline{g} = \frac{4\pi^2 \overline{l_r}}{\overline{T_1}^2} \doteq 9.7265 m s^{-2}$$

a následně určit chybu tíhového zrychlení pomocí derivace vztahu (3).

$$\delta(g_1) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l_r}\delta(l_r)\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\delta(T_1)\right)^2} = \overline{g}\sqrt{\left(\frac{\delta(l)}{\overline{l}}\right)^2 + \left(-2\frac{\delta(T_1)}{T_1}\right)^2} \doteq 5.217 \mu s^{-2}$$

$$\delta_r(g_1) = \frac{\delta(g_1)}{\overline{g_1}} \doteq 5.364 \cdot 10^{-4}$$

$$g_1 = (9.727 \pm 0.005) m s^{-2}$$

Legenda k výpočtům:

$\delta(g_1)$ .... absolutní chyba tíhového zrychlení osy 1
$\delta_r(g_1)$ .... relativní chyba tíhového zrychlení osy 1
g_1 .... tíhové zrychlení osy 1

Výpočty pro osu O_2

počet kmitů	**A čas (s)**	**počet kmitů**	**B čas (s)**	**rozdíly sloupců B-A 50T (s)**
0T	*0*	*50T*	*98.72*	*98.72*
10T	*19.74*	*60T*	*118.46*	*97.72*
20T	*39.49*	*70T*	*138.2*	*98.71*
30T	*59.23*	*80T*	*157.95*	*97.72*
40T	*78.97*	*90T*	*177.69*	*97.72*

Výpočtová tabulka dob kmitů pomocí postupné metody

$$\overline{50T_2} = \frac{1}{n}\sum 50T_i = 98.718s$$

$$s^2 = \frac{\sum(50T_i - \overline{50T_2})^2}{n-1} \doteq 2 \cdot 10^{-5}s^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(50T_i - \overline{50T_2})^2}{n-1}} \doteq 4.472 \cdot 10^{-3}s$$

$$\delta(50T_2) = t_{5;0.95} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \doteq 5.896 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta(50T_2) = \frac{\delta(50T_1)}{\overline{50T_1}} = 5.973 \cdot 10^{-5}$$

$$50T_1 = (98.718 \pm 0.006)s$$

$$T1 = (1.97436 \pm 0.00012)s$$

Legenda k výpočtům:

$\overline{50T_2}$ .... průměrná hodnota délky 50-ti kmitů osy 2
s^2 .... rozptyl hodnot délky 50-ti kmitů osy 2
s .... směrodatná odchylka hodnot délky 50-ti kmitů osy 2
$t_{10;0,95}$ .... koeficient studentova rozdělení dle tabulky ($t_{5;0,95} = 2.968$)
$\delta(l_r)$ .... absolutní chyba výsledku
$\delta_r(l_r)$ .... relativní chyba výsledku
$50T_2$ .... delka 50-ti kmitů osy 2
T2 .... delka jednoho kmitu osy 2

Z těchto hodnot můžeme vypočítat průměrnou hodnotu tíhového zrychlení určené osou 1

$$\overline{g} = \frac{4\pi^2\overline{l_r}}{\overline{T_2}^2} \doteq 9.7721ms^{-2}$$

a následně určit chybu tíhového zrychlení pomocí derivace vztahu (3).

$$\delta(g_2) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l_r}\delta(l_r)\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\delta(T_2)\right)^2} = \overline{g}\sqrt{\left(\frac{\delta(l)}{\overline{l}}\right)^2 + \left(-2\frac{\delta(T_2)}{T_2}\right)^2} \doteq 3.608\mu s^{-2}$$

$$\delta_r(g_2) = \frac{\delta(g_2)}{\overline{g_2}} \doteq 3.692 \cdot 10^{-4}$$

$$g_2 = (9.772 \pm 0.004)ms^{-2}$$

Legenda k výpočtům:

$\delta(g_2)$ .... absolutní chyba tíhového zrychlení osy 2
$\delta_r(g_2)$ .... relativní chyba tíhového zrychlení osy 2
g_2 .... tíhové zrychlení osy 2

Závěr

Porovnáním hodnot tíhových zrychlení v jednotlivých osách, které jsme pomocí studentova rozdělení pomocí postupné metody vypočetly z hodnot naměřených, vidíme, že se liší od očekávané tabulkové hodnoty $g = 9.813ms^{-2}$, která byla změřena velice přesně, a proto ji budu uvažovat jako skutečnou hodnotu. U osy 1 jsme zjistili tíhové zrychlení $(9.727 \pm 0.005)ms^{-2}$, což je rozdíl $(0.086 \pm 0.005)ms^{-2}$ od očekávané hodnoty. Když spočteme chybu naměřené hodnoty vůči očekávané, dostaneme chybu $(0.84 \pm 0.05)\%$. U osy 2 jsme zjistili tíhové zrychlení $(9.772 \pm 0.004)ms^{-2}$, což je rozdíl $(0.041 \pm 0.004)ms^{-2}$ od očekávané hodnoty. Když spočteme chybu naměřené hodnoty vůči očekávané, dostaneme chybu $(0.42 \pm 0.04)\%$. Z těchto hodnot můžeme vidět, že tíhové zrychlení na ose 2 se blíží dvakrát více hodnotě očekávané.

Chyba měření mohla být způsobena tím, že jsme nepracovali ve vakuu, a tudíž se mohl projevit odpor vzduchu. Také mohl mít na výsledky vliv třecí odpor v ložiscích otáčení. Dalším vlivem mohlo být nepřesné umístění závaží. Dále mohla být chyba způsobena chybou měřících přístrojů nebo nepřesným odečtem hodnot.