

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM Ústav fyziky FEKT VUT BRNO		Jméno Matyáš Peroutík			Kód 256371
		Ročník 1	Obor AMT	Skupina	Lab. skup. B
Spolupracoval Štěpán Pavlica		Měřeno dne 03. 04. 2024			Odevzdáno dne 10. 04. 2024
Příprava	Opravy	Učitel			Hodnocení
Název úlohy Měření magnetického pole přímých vodičů					Č. úlohy 52

## Úkol měření

1. U přímého vodiče proměřte závislost velikosti elektromagnetické indukce na velikosti vodičem procházejícího elektrického proudu.
2. Při konstantní velikosti proudu procházejícího vodičem měřte změnu velikosti elektromagnetické indukce v závislosti na změně vzdálenosti od vodiče.
3. Měřte velikost magnetické indukce v prostoru mezi dvěma paralelními vodiči, kterými protéká elektrický proud stejným směrem a kterými poté protéká elektrický proud směry navzájem opačnými.

## Teoretický rozbor

Magnetické pole vznikne pouze tam, kde se pohybují elektrické náboje. Veličina popisující magnetické pole se nazývá indukce magnetického pole (nebo také magnetická indukce) a značí se  $\vec{B}$ . Magnetické pole lze jednoduše znázornit magnetickými indukčními čarami, což jsou orientované uzavřené, neprotínající se křivky, jejichž tečna má směr vektoru magnetické indukce.

Na částici s velikostí náboje  $q$  a rychlostí  $\vec{v}$  v magnetickém poli o intenzitě  $\vec{B}$  působí Lorenzova síla, která je dána následujícím vztahem:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

Pokud se zde zároveň nachází vnější elektrické pole o intenzitě  $\vec{E}$  je nutno přičíst sílu elektrickou, která je dána následujícím vztahem

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad (2)$$

Po součtu těchto dvou sil dostaneme vzorec pro celkovou sílu působící na částici.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3)$$

Pro výpočet síly působící na vodič, který se nachází v magnetickém poli  $\vec{B}$  vypočteme integraci z Ampérova zákona v diferenciálním tvaru.

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad (4)$$

Pokud se jedná o pole homogenní, lze vztah následovně zjednodušit:

$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\alpha \quad (5)$$

Pokud vodičem protéká proud, můžeme magnetické pole v okolí tohoto vodiče popsat Biotovým-Savartovým zákonem. Dle něj je magnetická indukce  $d\vec{B}$  vytvořená proudovým elementem  $I d\vec{l}$  ve vzdálenosti  $r$  od tohoto elementu dána vztahem:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (6)$$

Pro velikost magnetické indukce ve vzdálenosti  $a$  od přímého dlouhého vodiče lze ze vztahu (6) pomocí integrace odvodit následující vztah:

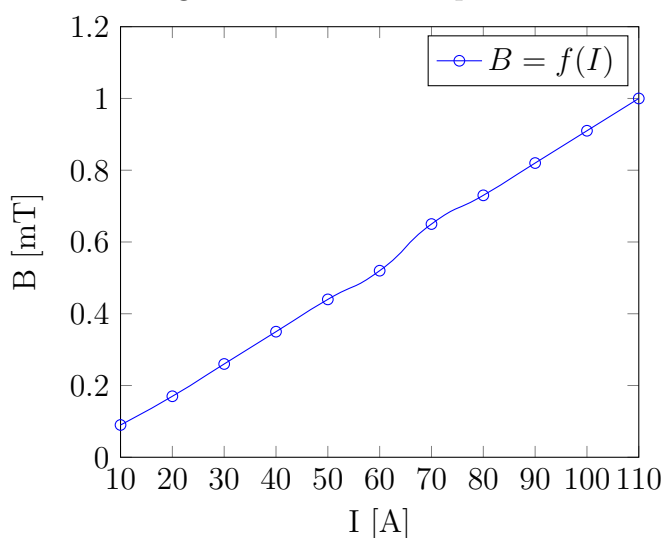
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad (7)$$

Při použití tohoto vztahu je směr magnetického pole určen pomocí pravidla pravé ruky.

## Zpracování naměřených hodnot

### Přímý vodič

Závislost magnetické indukce na proudu těsně u vodiče



I	B
[A]	[mT]
10	0.09
20	0.17
30	0.26
40	0.35
50	0.44
60	0.52
70	0.65
80	0.73
90	0.82
100	0.91
110	1

Tabulka 1: Tabulka naměřených hodnot  $B = f(I)$

Výpočtem z průměrných hodnot zde můžeme určit teoretickou vzdálenost sondy od vodiče.

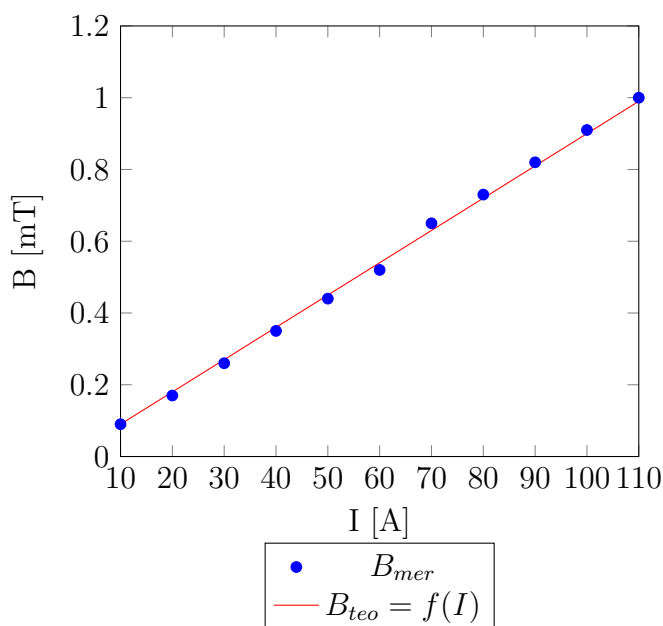
$$a = \frac{\mu_0 \bar{I}}{2\pi \bar{B}} = \frac{\mu_0 \cdot 60}{2\pi \cdot 0.54 \cdot 10^{-3}} \doteq 0.02222m \doteq 22.22mm \quad (8)$$

Počítat z průměrných hodnot můžeme, protože magnetická indukce je přímo úměrná proudu. Pokud budeme tuto hodnotu vzdálenosti uvažovat jako výchozí, můžeme spočítat teoretické hodnoty pro tento průběh v závislosti na proudu. Pro hodnotu např.  $I=100A$  bude výpočet podle vztahu (7) vypadat následovně:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot 100}{2\pi \cdot 0.02222} = 0.9mT$$

Zde lze vidět, že odchylka od naměřené je minimální. Pokud tedy s touto hodnotou dopočteme zbytek tabulky a necháme ji vygrafovat, dostaneme následující tabulku a průběh.

Závislost magnetické indukce na proudu těsně u vodiče



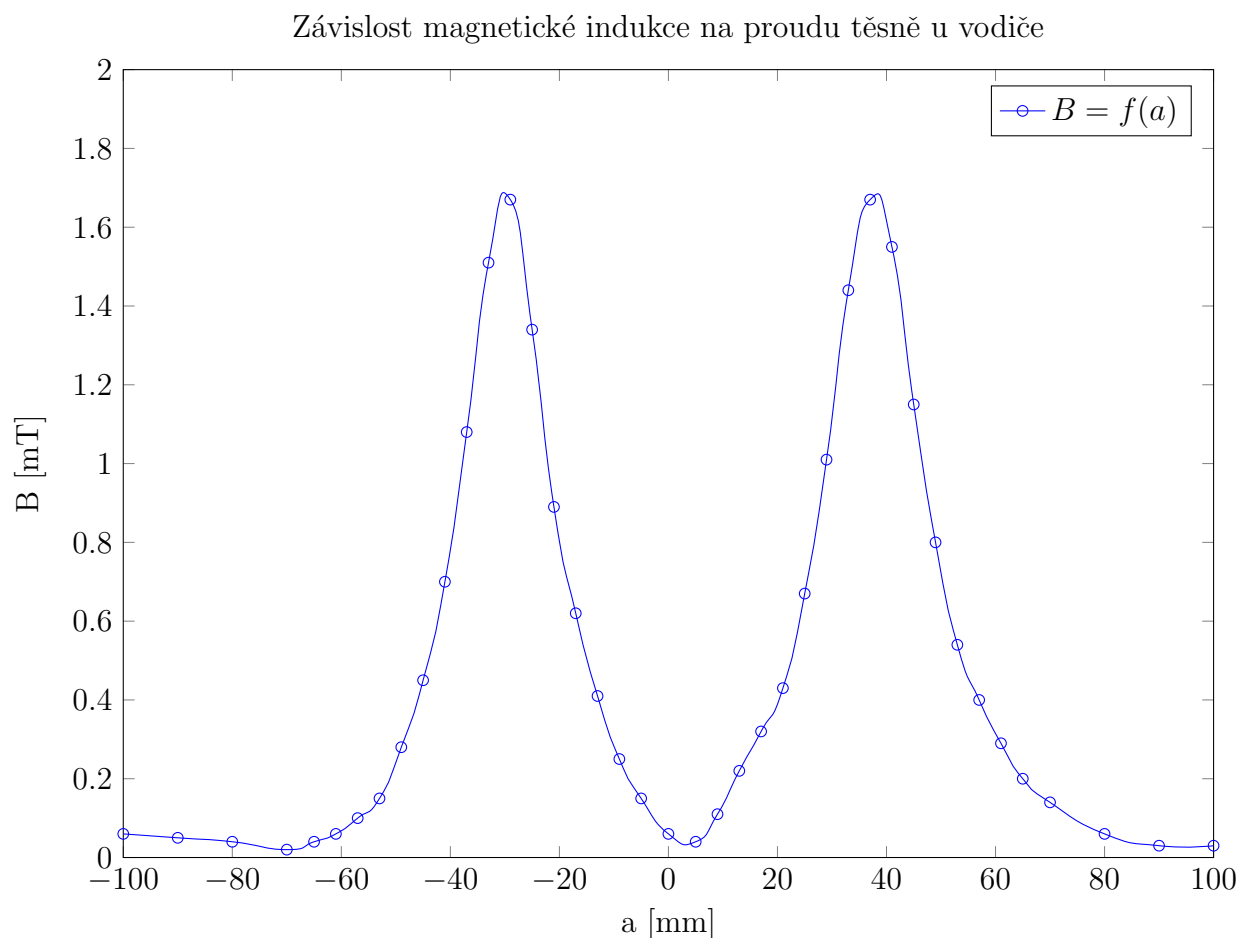
<b>I</b>	<b>B<sub>mer</sub></b>	<b>B<sub>teo</sub></b>
[A]	[mT]	[mT]
10	0.09	0.09
20	0.17	0.18
30	0.26	0.27
40	0.35	0.36
50	0.44	0.45
60	0.52	0.54
70	0.65	0.63
80	0.73	0.72
90	0.82	0.81
100	0.91	0.9
110	1	0.99

Tabulka 2: Tabulka naměřených hodnot  $B = f(I)$

## Paralelní vodiče - nesouhlasný směr

<b>a</b>	<b>B</b>		<b>a</b>	<b>B</b>		<b>a</b>	<b>B</b>
[mm]	[mT]		[mm]	[mT]		[mm]	[mT]
-100	0.06		-25	1.34		33	1.44
-90	0.05		-21	0.89		37	1.67
-80	0.04		-17	0.62		41	1.55
-70	0.02		-13	0.41		45	1.15
-65	0.04		-9	0.25		49	0.80
-61	0.06		-5	0.15		51	0.54
-57	0.10		-0	0.06		57	0.40
-53	0.15		5	0.04		61	0.29
-49	0.28		9	0.11		65	0.2
-45	0.45		13	0.22		70	0.14
-41	0.70		17	0.32		80	0.06
-37	1.08		21	0.43		90	0.03
-33	1.51		25	0.67		100	0.03
-29	1.67		29	1.01			

Tabulka 3: Tabulka naměřených hodnot  $B = f(a)$  při  $I=100\text{A}$  dvou paralelních nesouhlasných vodičů



## Odvození vztahu pro teoretickou hodnotu magnetické indukce nesouhlasného směru proudů

Vzdálenost  $a$  (viz tab.) je vzdálenost po ose pohybu sondy, nikoliv vzdálenost od vodiče. Proto musíme uvažovat skutečnou vzdálenost od středu vodiče jako

$$a_r = \sqrt{a^2 + a_v^2} \quad (9)$$

kde  $a_r$  je vzdálenost po ose posuvu sondy od maxima daného vodiče, a  $a_v$  je vzdálenost osy hallovky sondy průsečnice středů vodičů

Pro získání teoretických hodnot průběhu budeme uvažovat, že osa pohybu sondy byla rovnoběžná s průsečnicí středů vodičů. Tuto vzdálenost spočteme z průměru maximálních hodnot při proudu 100A odvozením ze vztahu (7). Jelikož působí oba vodiče zároveň, musíme při výpočtu vzdálenosti také uvažovat působení síly druhého vodiče.

Jelikož hallovka sonda, kterou bylo prováděno měření, měřila pravděpodobně pouze v jedné ose, a velikost magnetické indukce je vektorová veličina, vynásobíme vztah (7) navíc kosinem úhlu, který svírá s hranou měřidla, kterou jsem určil, že je kolmá na osu pohybu. Tento kosinus bude poté poměr vzdálenosti  $a_v$  a  $a_r$ . Pro polohu -29mm (resp. přímo u 1. vodiče), při které je  $B=1.67\text{mT}$  bude tedy platit následující vztah:

$$1.67 \cdot 10^{-3} = \frac{\mu_0 \cdot 100 \cdot \frac{a_v}{\sqrt{a_v^2 + (-0.029 + 0.029)^2}}}{2\pi \cdot \sqrt{a_v^2 + (-29 - (-29))^2}} - \frac{\mu_0 \cdot 100 \cdot \frac{a_v}{\sqrt{a_v^2 + (-0.029 - 0.037)^2}}}{2\pi \cdot \sqrt{a_v^2 + ((-29 - 37) \cdot 10^{-3})^2}}$$

$$1.67 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot \left( \frac{1}{a_v} - \frac{\frac{a_v}{\sqrt{a_v^2 + 0.066^2}}}{\sqrt{a_v^2 + (-0.066^2)}} \right)$$

Numerickým řešením pro  $a_v$  dostaneme následující hodnotu vzdálenosti osy pohybu hallovky sondy:

$$a_v = 0.01238\text{m} = 12.38\text{mm} \quad (10)$$

Jelikož ve vodičích prochází proud opačnými směry, musíme je mezi sebou odečíst. Vzdálenost musíme uvádět vždy jako vzdálenost od určitého maxima příslušného vodiče. Tyto maxima budeme uvažovat jako -29mm a 37mm pro 1. a 2. vodič respektivě. Zjednodušením vztahu (7) dostaneme následující vztah pro libovolnou teoretickou hodnotu indukce na sondě ve vzdálenosti na měřítku sondy při proudu 100A.

$$B_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot \left( \frac{\frac{a_v}{\sqrt{a_v^2 + (a + 0.029)^2}}}{\sqrt{0.01238^2 + (a + 0.029)^2}} - \frac{\frac{a_v}{\sqrt{a_v^2 + (a - 0.037)^2}}}{\sqrt{0.01238^2 + (a - 0.037)^2}} \right) \quad (11)$$

Pomocí tohoto vztahu jsme schopni dopočítat teoretické hodnoty magnetické indukce. Následně je ukázáno jak se vypočítala hodnota pro  $a=0\text{mm}$ .

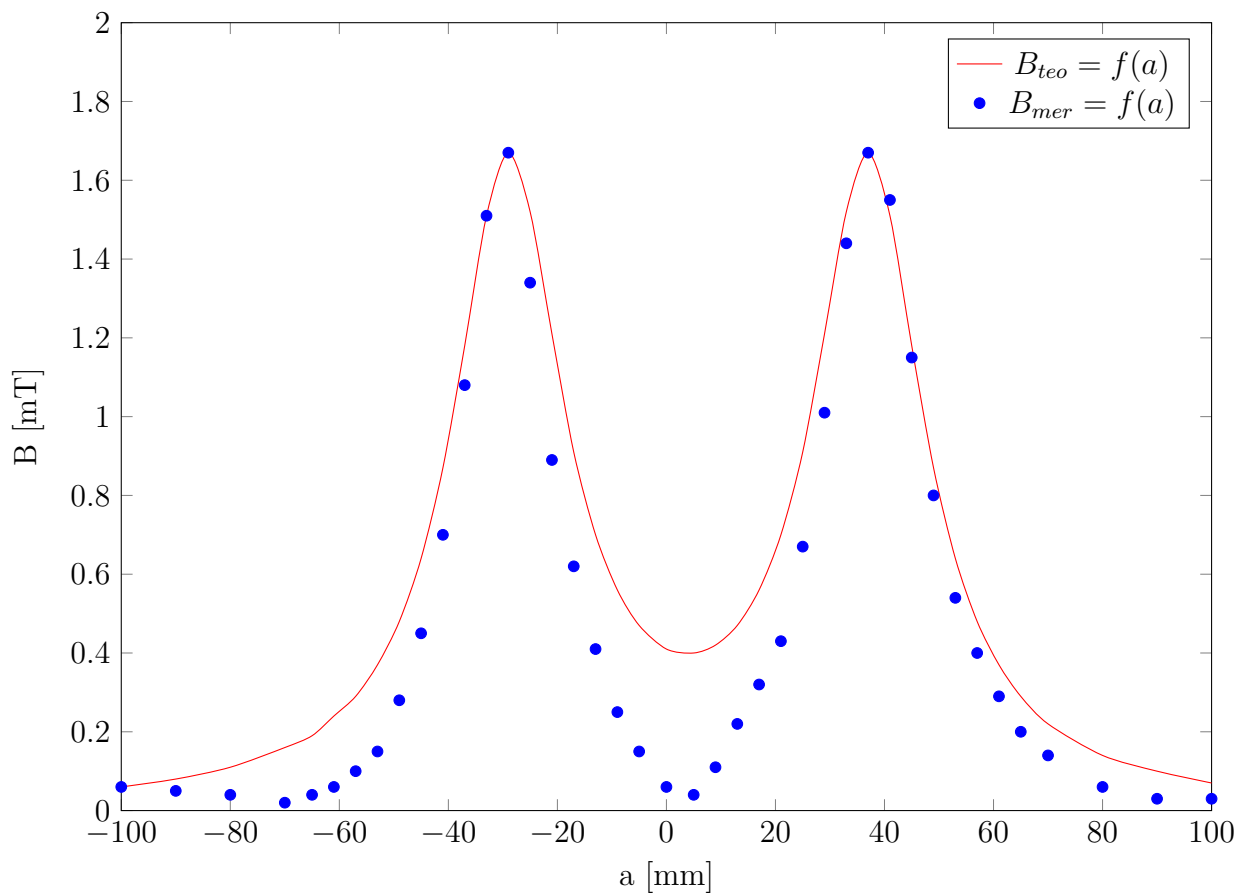
$$B_0 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot \left( \frac{0.39}{\sqrt{0.01238^2 + (0 + 0.029)^2}} - \frac{0.31}{\sqrt{0.01238^2 + (0 - 0.037)^2}} \right)$$

$$B_0 = 0.41mT$$

<b>a</b>	<b>B<sub>mer</sub></b>	<b>B<sub>teo</sub></b>		<b>a</b>	<b>B<sub>mer</sub></b>	<b>B<sub>teo</sub></b>		<b>a</b>	<b>B<sub>mer</sub></b>	<b>B<sub>teo</sub></b>
[mm]	[mT]	[mT]		[mm]	[mT]	[mT]		[mm]	[mT]	[mT]
-100	0.06	0.06		-25	1.34	1.52		33	1.44	1.52
-90	0.05	0.08		-21	0.89	1.21		37	1.67	1.67
-80	0.04	0.11		-17	0.62	0.91		41	1.55	1.51
-70	0.02	0.16		-13	0.41	0.70		45	1.15	1.18
-65	0.04	0.19		-9	0.25	0.56		49	0.80	0.87
-61	0.06	0.24		-5	0.15	0.47		51	0.54	0.64
-57	0.10	0.29		0	0.06	0.41		57	0.40	0.48
-53	0.15	0.37		5	0.04	0.40		61	0.29	0.37
-49	0.28	0.48		9	0.11	0.42		65	0.2	0.29
-45	0.45	0.64		13	0.22	0.47		70	0.14	0.22
-41	0.70	0.87		17	0.32	0.56		80	0.06	0.14
-37	1.08	1.18		21	0.43	0.70		90	0.03	0.10
-33	1.51	1.51		25	0.67	0.91		100	0.03	0.07
-29	1.67	1.67		29	1.01	1.21				

Tabulka 4: Tabulka naměřených a teoretických hodnot  $B = f(a)$  při  $I=100A$

Závislost magnetické indukce v okolí vodičů s opačným směrem proudů na poloze sondy

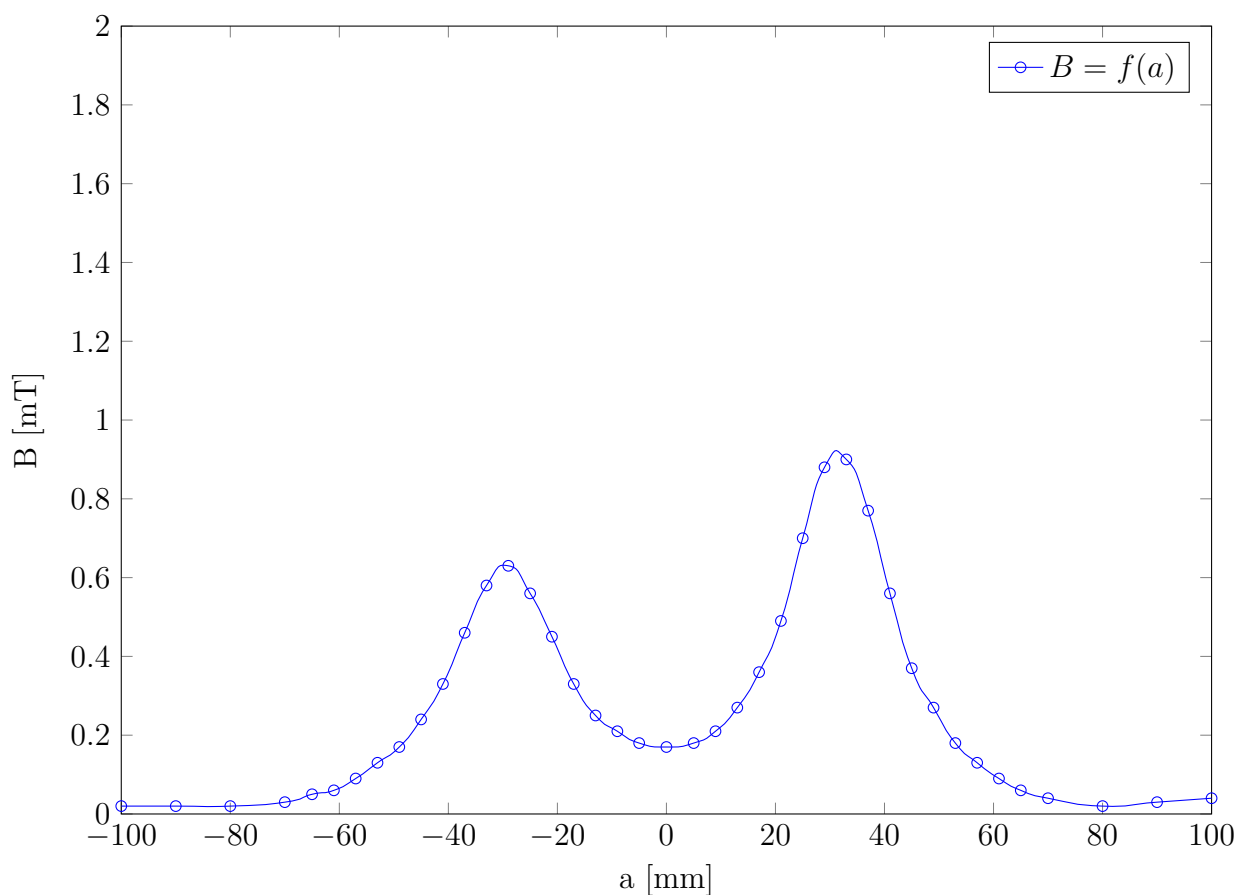


## Paralelní vodiče - souhlasný směr

<b>a</b>	<b>B</b>		<b>a</b>	<b>B</b>		<b>a</b>	<b>B</b>
[mm]	[mT]		[mm]	[mT]		[mm]	[mT]
-100	0.02		-25	0.56		33	0.90
-90	0.02		-21	0.45		37	0.77
-80	0.02		-17	0.33		41	0.56
-70	0.03		-13	0.25		45	0.33
-65	0.05		-9	0.21		49	0.27
-61	0.06		-5	0.18		51	0.18
-57	0.09		-0	0.17		57	0.13
-53	0.13		5	0.18		61	0.09
-49	0.17		9	0.21		65	0.06
-45	0.24		13	0.27		70	0.04
-41	0.33		17	0.36		80	0.02
-37	0.46		21	0.49		90	0.03
-33	0.58		25	0.70		100	0.04
-29	0.63		29	0.88			

Tabulka 5: Tabulka naměřených hodnot  $B = f(a)$  při  $I=100A$

Závislost magnetické indukce v okolí vodičů s stejným směrem proudů na poloze sondy



## Odvození vztahu pro teoretickou hodnotu magnetické indukce souhlasného směru proudů

Pro hodnotu magnetické indukce budeme uvažovat stejnou vzdálenost osy pohybu hallový sondy od průsečnice středů vodičů  $a_v = 0.01238m$ . Oběma rameny avšak teče rozdílný proud, protože se jejich délka liší o dvojnásobek mezery mezi středy (resp. 132mm). Vztah pro odpor tohoto vodiče je následující:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad (12)$$

Pokud toto dosadíme do Ohmova zákona pro proud dostaneme následující vztah:

$$I = \frac{U \cdot S}{\rho \cdot l}$$

Jelikož je napětí, průřez i měrný odpor materiálu konstantní, můžeme je nahradit znakem  $\kappa$ . Porovnáme-li tedy proudy vodičů, jejichž délka se liší o 124mm, dostaneme následující poměr proudů (vodič č. 2 je o 124mm kratší). Tento poměr označíme znakem  $\theta$

$$I_1 = \kappa \cdot l \quad I_2 = \kappa \cdot (l - 0.124)$$
$$\theta = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\kappa \cdot l}{\kappa \cdot (l - 0.124)} = \frac{l}{l - 0.124r}$$

Po dosazení do kirchoffova zákona o proudu a do upraveného vztahu (7), vynásobeným kosinem uhlu mezi  $a_v$  a  $a_r$  ( $\cos\alpha$ ), dostaneme následující soustavu rovnic:

$$I_2 + \theta I_2 = 100$$
$$2 \cdot 10^{-7} \cdot I_2 \left( \frac{\theta}{0.01238} - \frac{1}{0.06283} \right) = 0.00063$$

Po dosazení za  $I_2$ :

$$\frac{0.00063 \cdot 10^7}{2 \cdot \left( \frac{\theta \cdot 1}{0.01238} - \frac{0.1959}{0.06283} \right)} + \theta \cdot \frac{0.00063 \cdot 10^7}{2 \cdot \left( \frac{\theta \cdot 1}{0.01238} - \frac{0.1959}{0.06283} \right)} = 100$$

Numerickým řešením této rovnice dostaneme hodnotu konstanty, a i hodnotu proudu  $I_2$  a  $I_1$  respektive.

$$\theta = 0.7026$$

$$I_1 = 41.26A \quad I_2 = 58.74A$$

Pro tuto problematiku lze poté odvodit následující vztah pro doplnění teoretických hodnot v tabulce:

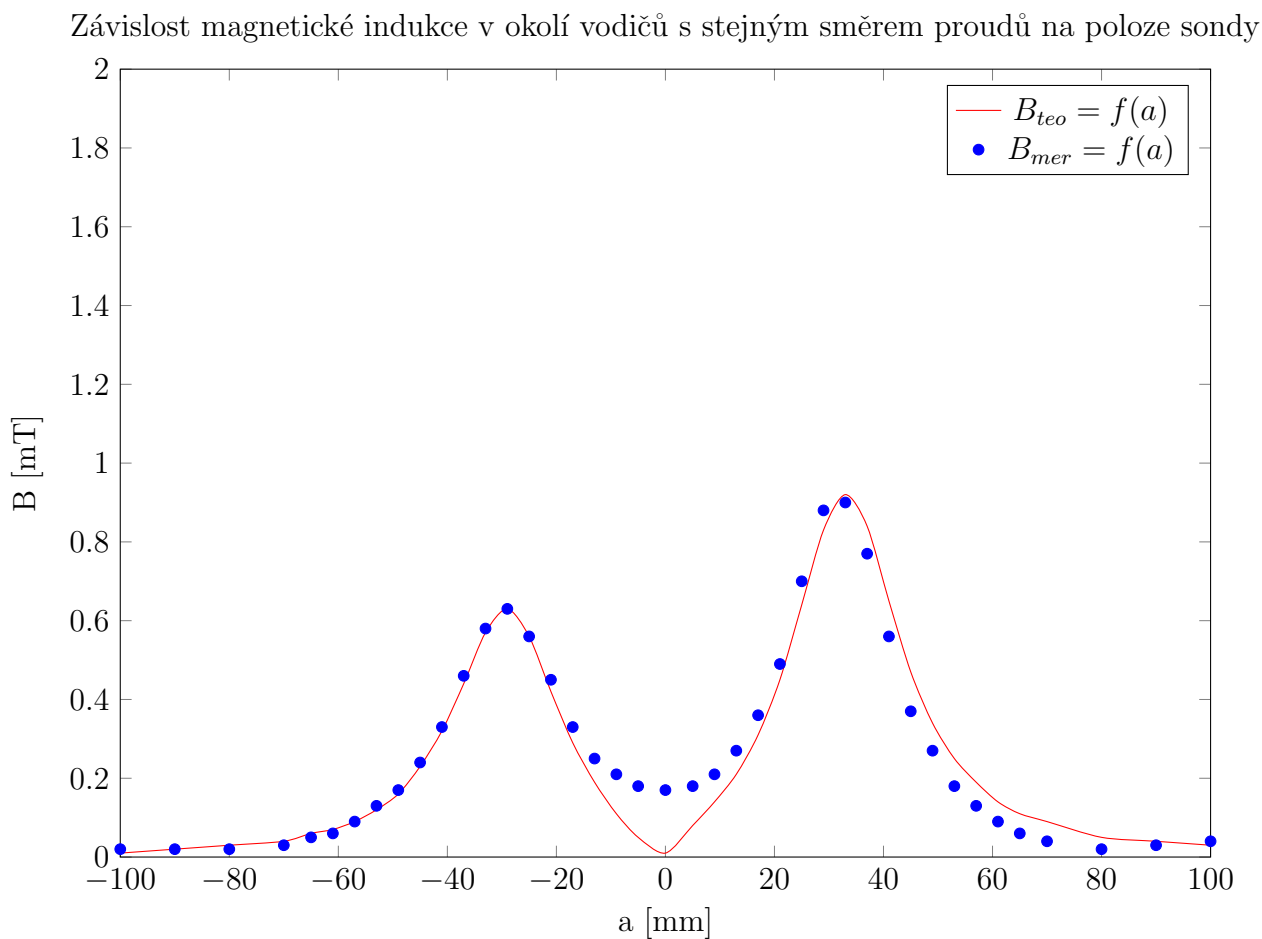
$$B_a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \left( \frac{41.26 \cdot \frac{a_v}{\sqrt{a_v^2 + (a+0.027)^2}}}{\sqrt{0.01238^2 + (a+0.029)^2}} - \frac{58.74 \cdot \frac{a_v}{\sqrt{a_v^2 + (a-0.033)^2}}}{\sqrt{0.01238^2 + (a-0.033)^2}} \right) \quad (13)$$

Tento vztah není úplně přesný, jelikož zde počítáme s magnetickou indukcí v jednom bodě, ve kterém neřešíme polaritu jako u Hallový sondy.



<b>a</b>	<b>B</b>	<b>B</b>		<b>a</b>	<b>B</b>	<b>B</b>		<b>a</b>	<b>B</b>	<b>B</b>
[mm]	[mT]	[mT]		[mm]	[mT]	[mT]		[mm]	[mT]	[mT]
-100	0.02	0.01		-25	0.56	0.56		33	0.90	0.92
-90	0.02	0.02		-21	0.45	0.42		37	0.77	0.84
-80	0.02	0.03		-17	0.33	0.29		41	0.56	0.65
-70	0.03	0.04		-13	0.25	0.19		45	0.33	0.47
-65	0.05	0.06		-9	0.21	0.11		49	0.27	0.34
-61	0.06	0.07		-5	0.18	0.05		51	0.18	0.25
-57	0.09	0.09		-0	0.17	0.01		57	0.13	0.19
-53	0.13	0.12		5	0.18	0.08		61	0.09	0.14
-49	0.17	0.16		9	0.21	0.14		65	0.06	0.11
-45	0.24	0.23		13	0.27	0.21		70	0.04	0.09
-41	0.33	0.32		17	0.36	0.31		80	0.02	0.05
-37	0.46	0.44		21	0.49	0.45		90	0.03	0.04
-33	0.58	0.57		25	0.70	0.64		100	0.04	0.03
-29	0.63	0.63		29	0.88	0.83				

Tabulka 6: Tabulka naměřených hodnot  $B = f(a)$  při  $I=100A$  s teoretickými hodnotami



## Použité přístroje

Název	Výrobce	Typ	Rozsha	Výrobní číslo
Teslametr	PHYWE		$20mT$	HIM807545
Stelltrafo	PHYWE			314649
Digitální klešťový multimetr	UNI-T	UT201	$200/400A$	818018781

Tabulka 7: Použité měřicí přístroje

## Závěr

V tomto měření jsme ověřovali platnost Biotova-Savaratova zákona. To jsme prováděli pomocí hallovy sondy, kterou jsme posunovali po ose s měřítkem. V první části jsme sondu dali co nejbližší k jednotnému vodiči, a proměřovali jsme závislost magnetické indukce na proudu vodičem. Poté jsem si výpočty určil pravděpodobnou vzdálenost sondy od vodiče, a na základě tohoto jsem proložil křivkou s tímto parametrem vzdálenosti. Výsledná přímka odpovídá naměřeným hodnotám s minimální odchylkou, tudíž se tím potvrzuje teorie.

Při druhém a třetím měření jsme prováděli měření závislosti magnetické indukce v okolí dvou paralelních vodičů. při měření č. 2 byly proudy ve vodičích opačné polarity (realizováno pomocí vodiče ve tvaru obdelníku, který byl přerušen připojením ke zdroji), a u měření č. 3 byly proudy stejné polarity, ale z důvodu odlišné délky paralelních větví jimi tekly rozdílné proudy. Tato problematika je popsána ve zpracování hodnot. Z grafů teoretických a naměřených hodnot lze pozorovat, že se hodnoty mezi vodiči neshodují s teorií. To je pravděpodobně způsobeno špatným provedením hallovy sondy, která měří pouze v jednom směru. Pokud si toto uvědomíme, průběhy budou dávat smysl. Tudíž můžeme uvažovat teorii opět za pravdivou, a můžeme považovat Biot-Savaratův zákon za platný.