Tutorial I

1. Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique su respuesta:
    a. El conjunto de los vectores $H = \{(x, y, 1): x, y \in \mathbb{R}\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$ con las operaciones usuales.
    b. Sea $V = M_{2\times2}$ y $H = \{A \in M_{2\times2}: A\ es\ simétrica\}$, entonces H es un subespacio de V
    c. El conjunto $W = \{p = ax^2 + bx + c: b^2 - 4ac \geq 0\}$ no es un subespacio vectorial de P_2
    d. En $V = P_3$ el conjunto $B = \{1 - x, 2 + x - x^2, x^2 - 1\}$ es linealmente independiente
    e. El conjunto $B = \{(1,1), (2,1), (4,2)\}$ genera a $\mathbb{R}^2$
    f. El conjunto $B = \{(1,2,3), (4,8,4), (-1,-2,-8)\}$ es una base para $\mathbb{R}^3$
    g. El conjunto $B = \{1 - x, 1 + x^2\}$ es una base para P_2
    h. Si $T: V \to W$ es una transformación lineal y $\{v_1, v_2\}$ son linealmente independientes, entonces $T(v_1), T(v_2)$ son también linealmente independientes
    i. En $C[0,1]$ las funciones e^x, e^{-x} son linealmente independientes
    j. En toda transformación lineal el núcleo de la transformación es el vector nulo

2. Describa el espacio generado por los vectores $\begin{pmatrix}-5\\-8\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4\\-8\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}10\\-5\end{pmatrix}$

3. Halle una base para el conjunto solución del siguiente sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 2x + 8y - 10z = 0 \end{cases}$$

4. Determine si la siguientes transformaciones son lineales, en caso de serlo determine su núcleo, imagen, nulidad y rango.
    a. $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y, z) = (2x, y + z)$
    b. $T: C[0,1] \to C[0,1]$, $Tf(x) = f(x) + 1$