UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
MATEMÁTICA I. (Código 0826101T)
LAPSO ACADÉMICO 2017-1.

UNIDAD 2

Ejercicios de Límites y Continuidad

En los ejercicios del 1 al 3 estimar por el procedimiento numérico y grafico el valor del límite.

1) $\lim_{x\to -3/2} |2x+3|$ R: 0

2) $\lim_{x\to 0}\left(x^3-\frac{1}{2}\right)$ R: $-\frac{1}{2}$

3) $\lim_{x\to 2}\sqrt[3]{x+25}$ R: 3

4) Sea $f(x)=\begin{cases}(x+1)^3 & x\le 0\\ sen(x)+1 & x>0\end{cases}$

a) ¿Existe $f(0)$? R: existe; $f(0)=1$

b) Estudiar numéricamente el comportamiento de f alrededor de 0 R: $\lim_{x\to 0} f(x)=1$

5) Sea $g(x)=\frac{-4}{x+3}$

c) ¿Existe $g(-3)$? R: no existe

d) Estudiar numéricamente el comportamiento de g alrededor de -3

R : $\lim_{x\to -3^-} g(x)=+\infty$ y $\lim_{x\to -3^+} g(x)=-\infty$

En los ejercicios del 6 al 8 decir cuáles proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas. En caso de ser falsa dar un contraejemplo.

6) Decir que $\lim_{x\to a} f(x)=L$ significa que $f(a)=L$ R: falso, indicar contraejemplo

7) Decir que $\lim_{x\to a} f(x)$ no existe significa que $f(a)$ no existe R: falso, indicar contraejemplo

8) Si $f(a)$ no existe, entonces $\lim_{x\to a} f(x)$ no existe R: falso, indicar contraejemplo

En los ejercicios 9 al 13 demostrar formalmente el límite que se indica.

9) $\lim_{x\to -6}\left(4x+\frac{3}{2}\right)=-\frac{45}{2}$

10) $\lim_{x\to 3/4}\left(\frac{x}{3}-\frac{2}{5}\right)=-\frac{3}{20}$

11) $\lim_{x\to 7}(5-3t)=-16$

12) $\lim_{x\to -2}(2-9x)=20$

13) $\lim_{x\to c}(kx+d)=kc+d \qquad k\neq 0$

En los ejercicios comprendidos del 14 al 21 calcular el límite, aplicando límites básicos y propiedades de límites. Justificar cada paso

14) $\lim_{u\to 1}(3u^2-u-1)^3$ R: 1

15) $\lim_{x\to 5}\frac{-x^4+2x-3}{x+7}$ R:$-\frac{103}{2}$

16) $\lim_{x\to -3/4}\left(x^4+12x^3+54x^2+108x+81\right)$ R: $\left(\frac{9}{4}\right)^4$

17) $\lim_{t\to -6}((2t+11)4^{(t+4)}$ R: $-\frac{1}{16}$

18) $\lim_{x\to 3}\left(3x^2-2x-2\right)$ R: 19

19) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{1+x^2}$ R :0

20) $\lim_{x\to 1}\frac{(x-3)(x-2)(x-1)}{(x+3)(x+2)(x+1)}$ R: 0

21) $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)(1+4x)}{(1-x)(1-2x)(1-3x)(1-4x)}$ R: 1

En los ejercicios 22 al 28 calcule el límite indicado. Escriba el significado del valor calculado en cada caso.

22) $\lim_{x\to 7}\ (x^2+15)$ R: 3

23) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-3}{x}$ R: 0

24) $\lim_{x\to 0}\sqrt{1+\sqrt{1-\sqrt{2-\sqrt{1+x}}}}$ R: 1

25) $\lim_{x\to 3}(x+5)$ R: 8

26) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3}{2x+5}$ R: $\frac{7}{9}$

27) $\lim_{x\to -1}\frac{(3x+2)(x+1)\left(x^2+2\right)(2x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ R: 0

28) $\lim_{x\to 0}\sqrt[3]{\frac{5x+16}{3x-2}}$ R: -2

En los ejercicios 29 al 185 calcule el límite indicado.

29) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}$ R: 6

30) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 9x + 8}{x^2 - 1}$ R: $-\frac{7}{2}$

31) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ R: -2

32) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 + 10x - 11}{x^2 + 3x - 4}$ R: $\frac{12}{5}$

33) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^4 - 1}{x^3 + 1}$ R: $-\frac{4}{3}$

34) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 2x - 4}{x^3 - 8}$ R: $\frac{5}{6}$

35) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 + 12x^2 - 10x - 3}{x^3 + 9x^2 - 6x - 4}$ R: $\frac{17}{15}$

36) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^3 - 2x - 21}{x^4 - 27x}$ R: $\frac{25}{81}$

37) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{(x-4)^4 + 3(x-4)^2 + x^2 - 16}{x^3 - 64}$ R: $\frac{1}{6}$

38) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^5 + 3x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 2x - 6}{x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 2x - 2}$ R: $\frac{19}{13}$

39) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^{14} + x^2 - 2}{x^{12} + 4x^8 + x^2 - 6}$ R: $\frac{8}{23}$

40) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^{34} - 1}{x^{27} + 1}$ R: $-\frac{34}{27}$

41) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^{101} - x^{50} + x^{23} - 1}{x^{99} - 3x^{49} + 2}$ R: $-\frac{37}{24}$

42) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x^2 + 16} - 4}{x^2}$ R: $\frac{1}{8}$

43) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x - 2}$ R: $\frac{1}{2}$

44) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{15+x} - \sqrt{17-x}}{\sqrt{3+x} - 2}$ R: 1

45) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2 + x + 7} - \sqrt{2x^2 + 10x - 3}}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{3x^2 - 1}}$ R: $\frac{11\sqrt{2}}{12}$

46) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{13+x} - \sqrt{10+2x}}{\sqrt{19+2x} - 5}$ R: $-\frac{5}{8}$

47) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$ R: $\frac{4}{3}$

48) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{15+6x}-\sqrt[3]{25+x}}{x^4+2x-20}$ R: $\frac{5}{918}$

49) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x+26}-\sqrt[4]{80+x}}{\sqrt{x+8}-3}$ R: $\frac{1}{6}$

50) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x}$ R: 6

51) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^5-(1+5x)}{x^2+x^5}$ R: 10

52) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$ R: $-\frac{1}{2}$

53) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$ R: $\frac{1}{2}$

54) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-3x+2}{x^5-4x+3}$ R: 1

55) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x^2-4x+8}{x^4-8x^2+16}$ R: $\frac{1}{4}$

56) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x^2-x-2)^{20}}{(x^3-12x+16)^{10}}$ R: $\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$

57) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{100}-2x+1}{x^{50}-2x+1}$ R: $\frac{49}{24}$

58) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^m-1}{x^n-1}$ m y n números naturales mayores o iguales a 2 R: $\frac{m}{n}$

59) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$ R: $\frac{4}{3}$

60) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$ R: -2

61) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[n]{1+x}-1}{x}$ n número natural mayor o igual a 2 R: $\frac{1}{n}$

62) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+3x-x^2}-2}{x+x^2}$ R: $\frac{1}{4}$

63) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$ R: $\frac{2}{27}$

64) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$ R: $\frac{3}{2}$

65) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[m]{1+\alpha x}-\sqrt[n]{1+\beta x}}{x}$ n y m números naturales mayores o iguales a 2 R: $\frac{\alpha}{m}-\frac{\beta}{n}$

66) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt[m]{x}-1}{\sqrt[n]{x}-1}$ n y m números naturales mayores o iguales 2 R: $\frac{n}{m}$

67) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{1+x}}{x^2-9}$ R: $-\frac{1}{16}$

68) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$ R: $\frac{1}{144}$

69) $\lim\limits_{x\to 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$ R: $\frac{1}{4}$

70) $\lim\limits_{x\to 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$ R: $\frac{12}{5}$

71) $\lim\limits_{x\to 7} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9}-2}$ R: $\frac{112}{27}$

72) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+\frac{x}{3}}-\sqrt[4]{1+\frac{x}{4}}}{1-\sqrt{1-\frac{x}{2}}}$ R: $\frac{7}{36}$

73) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2}{\sqrt[5]{1+5x}-(1+x)}$ R: $-\frac{1}{2}$

74) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sen\,(2x)}{2x}$ R: 1

75) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sen\,(6x)}{8x}$ R: $\frac{3}{4}$

76) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sen\,(2x)}{sen\,(9x)}$ R: $\frac{2}{9}$

77) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tag\,(2x)}{sen\,(2x)}$ R: 1

78) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tag\,(7x)}{3x}$ R: $\frac{7}{3}$

79) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2}{sen^2 x}$ R: 1

80) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^3}{tag^3\,(3x)}$ R: $\frac{1}{27}$

81) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-cos\,(3x)}{sen^2\,(2x)}$ R: $\frac{9}{8}$

82) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{tag^2\,(4x)}{1-cos(5x)}$ R: $\frac{32}{25}$

83) $\lim_{x\to 0} \dfrac{sen\, x \cos^3(4x)}{tag(4x)\sec^2(7x)}$ R: $\frac{1}{4}$

84) $\lim_{x\to 0} \dfrac{sen\ x - tag\ x}{1-\cos x}$ R: 0

85) $\lim_{x\to 0} \dfrac{sen\ x - tag\ x}{1-\cos(3x)}$ R: 0

86) $\lim_{x\to 0} \dfrac{sen\,(2x) - tag(2x)}{sen(3x) - tag(3x)}$ R: $\frac{8}{27}$

87) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(2x)}{1-\cos(5x)}$ R: $\frac{4}{25}$

88) $\lim_{x\to 0} \dfrac{sen\, x(1-\sec(4x))}{sen(4x)(1-\sec(3x))}$ R: $\frac{4}{9}$

89) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^3 x}{4x^2}$ R: $\frac{3}{8}$

90) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{x-\dfrac{\pi}{2}}$ R: -1

91) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1-sen\ x}{x-\dfrac{\pi}{2}}$ R: 0

92) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{sen^2(2x)}{1-sen\, x}$ R: 8

93) $\lim_{x\to \pi} \dfrac{(x-\pi)^2}{sen^2 x}$ R: 1

94) $\lim_{x\to \pi} \dfrac{1+\cos x}{sen\ x}$ R: 0

95) $\lim_{x\to \pi} \dfrac{1+\cos^3 x}{sen^2 x}$ R: $\frac{3}{2}$

96) $\lim_{x\to \pi} \dfrac{tag^2\ x}{1+\cos x}$ R: 2

97) $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos x - sen\ x}{\cos(2x)}$ R: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

98) $\lim_{x\to 0} \dfrac{sen\,(5x)}{x}$ R: 5

99) $\lim_{x\to \pi} \dfrac{sen\,(mx)}{sen\,(nx)}$ *n y m enteros* R: $(-1)^{m-n}\left(\frac{m}{n}\right)$

100) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$ R: $\frac{1}{2}$

101) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tag\ x}{x}$ R: 1

102) $\lim\limits_{x \to 0} x\ ctg(3x)$ R: $\frac{1}{3}$

103) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tag\ x - sen\ x}{sen^3 x}$ R: $\frac{1}{2}$

104) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen(5x) - sen(3x)}{sen\, x}$ R: 2

105) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x - \cos(3x)}{x^2}$ R: 4

106) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{sen\, x - sen\ a}{x-a}$ R: $cos(a)$

107) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{\cos x - \cos a}{x-a}$ R: $-sen(a)$

108) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{tag\, x - tag\ a}{x-a}$ R: $sec^2(a)$

109) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{ctg\, x - ctg\ a}{x-a}$ R: $-csc^2(a)$

110) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{\sec x - \sec a}{x-a}$ R: $sec(a)tan(a)$

111) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{cosec\, x - cosec\ a}{x-a}$ R: $-csc(a)ctg(a)$

112) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3}{|x-2|}$ R: $+\infty$

113) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{1}{(x-2)^4}$ R: $+\infty$

114) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(3x)}{sen(2x)}$ R: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ y $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

115) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{9-8x-x^2}{x^2-2x+1}$ R: $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ y $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$

116) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^3+2x^2+9x}{-x^2}$ R: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$ y $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

117) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3+3x^2-2x-2}{x^3-3x^2+3x-1}$ R: $+\infty$

118) $\lim_{x \to 0} \dfrac{x}{sen^2(3x)}$ R: $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ y $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

119) $\lim_{x \to 0} \dfrac{sen\ x}{1-cos(2x)}$ R: $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ y $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

120) $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^4 - x^3 + 2x^2 + 5x - 7}{3x^3 - 4x^2 - x + 2}$ R: $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$ y $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

121) $\lim_{x \to 2} \dfrac{-4x^2 + 16}{x^2 - 4x + 4}$ R: $\lim_{x\to 2^-} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x\to 2^+} f(x) = -\infty$

122) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{2x^3 + 7x^2 + 11x + 12}{x^2 + 4x + 8}$ R: $+\infty$

123) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ R: 1

124) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{1-x^3}{x^2+1}$ R: $-\infty$

125) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(2x+3)^2(3x+2)^4}{12x^6+3x^3+7}$ R: 27

126) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{7x^3+x^2-5x+2}{4x^3-x}$ R: $\frac{7}{4}$

127) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{1000x^3}{x^4-1}$ R: 0

128) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^3}{10+x^2\sqrt[3]{x}}$ R: $+\infty$

129) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(x+1)+(x+2)^2+(x+3)^3}{(x^2+4x+3)^2}$ R: 0

130) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(x+1)+(2x+1)^2+(3x+1)^3}{(x-1)+(2x-1)^2+(3x-1)^3}$ R: 1

131) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(x+1)(x+2)^2(x+3)^3(x+4)^4}{(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)^2}$ R: 1

132) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(x-1)(x-2)^2 \ldots (x-20)^{20}}{(x+1)(x+2)\ \ldots\ (x+210)}$ R: 1

133) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{(x^2+3x+2)^2(x^3+x+1)^3}{(x^7+x^2+3x+12)^2}$ R: 0

134) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^4+x+2} + \sqrt[5]{x^3+3x^2+x+1}}{\sqrt[4]{x^6+3x+2} + \sqrt[5]{x^2+4x+7}}$ R: 0

135) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^5+2x^3+x+7}\;\sqrt[5]{x^2+x+1}}{\sqrt[4]{(x^5+3x+2)(x^2+1)}+\sqrt[5]{x^{25}+4x^{20}+1}}$ R: 0

136) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(5x-1)^5}$ R: 5^{-5}

137) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(2x+1)^{50}}$ R: $\left(\frac{3}{2}\right)^{30}$

138) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$ R: 1

139) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x+1}}$ R: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

140) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left[\sqrt{(x+a)(x+b)}-x\right]$ R: $\frac{1}{2}(a+b)$

141) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left[\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right]$ R: $\frac{1}{2}$

142) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left[\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2+1}\right]$ R: 2

143) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+2}{x}-x\right)$ R: 0

144) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left[\sqrt{x\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)}\right]$ R: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

145) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)$ R: 0

146) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^3+1}{x^2+3x+1}-\dfrac{x^3+x+2}{x^2+6x+1}\right)$ R: 3

147) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^5+2x^4+3x+2}{x^2+3x+1}-\dfrac{x^4+x+1}{x+2}\right)$ R: $+\infty$

148) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x+2}-\dfrac{x^2+10}{x+1}\right)$ R: -1

149) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+3x+1}{x+2}-\dfrac{x^2+3x+10}{x+1}\right)$ R: -1

150) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{3+x+2x^2}\right)$ R: $+\infty$

151) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$ R: 0

152) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x}\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2}\right)$ R: $\frac{1}{2}$

153) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+3}\right)$ R: 0

154) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+2}\right)$ R: $+\infty$

155) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$ R: 0

156) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{2x-1}\right)^{x^2}$ R: 0

157) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^2}{1-x}}$ R: $+\infty$

158) $\lim\limits_{n\to\infty} sen^n\left(\dfrac{2\pi n}{3n+1}\right)$ R: 0

159) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ R: 1

160) $\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt[x]{1-2x}$ R: e^{-2}

161) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^{x}$ R: e^{2a}

162) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{a_1x+b_1}{a_2x-b_2}\right)^{x}$ $a_1>0$, $a_2>0$ R: $e^{\frac{b_1-b_2}{a_1}}\ si\ a_1=a_2;\ \ +\infty\ \ si\ a_1>a_2;\ 0\ \ si\ a_1<a_2$

163) $\lim\limits_{x\to0}\left(1+x^2\right)^{cot^2 x}$ R: e

164) $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{1+\tan x}{1+sen\, x}\right)^{\frac{1}{sen\, x}}$ R: 1

165) $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{1+\tan x}{1+sen\, x}\right)^{\frac{1}{sen^3 x}}$ R: $\sqrt{e}$

166) $\lim\limits_{x\to a^+}\left(\frac{\text{sen }x}{sen\ a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$ R: $e^{\cot(a)}$

167) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\cos x}{\cos(2x)}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ R: $e^{\frac{3}{2}}$

168) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^-}(\tan x)^{\tan(2x)}$ R: $\frac{1}{e}$

169) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}(\text{sen }x)^{\tan x}$ R: 1

170) $\lim\limits_{x\to0^+}\left[tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\right]^{\cot x}$ R: $\frac{1}{e^2}$

171) $\lim\limits_{x\to\infty}\left[sen\left(\frac{1}{x}\right)+cos\left(\frac{1}{x}\right)\right]^{x}$ R: e

172) $\lim\limits_{x\to 0^+}\sqrt[x]{cos\sqrt{x}}$ R: $\frac{\sqrt{e}}{e}$

173) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{n+x}{n-1}\right)^{n}$ R: e^{x+1}

174) $\lim\limits_{x\to\infty} cos^{n}\left(\frac{x}{\sqrt{n}}\right)$ R: $e^{\left(\frac{x^2}{2}\right)}$

175) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{ln(1+x)}{x}$ R: 1

176) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left[ln\,(x+1)-ln\,x\right]$ R: 1

177) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{ln\left[tan\left(\frac{\pi}{4}+ax\right)\right]}{sen\,(bx)},\ con\ \ b\neq 0$ R: $\frac{2a}{b}$

178) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln(cos(ax))}{\ln(cos(bx))}$ R: $\left(\frac{a}{b}\right)^2$

179) $\lim\limits_{x\to a}\frac{ln\,(x)-ln(a)}{x-a}$ con $a>0$ R: $\frac{1}{a}$

180) $\lim\limits_{x\to+\infty} log\left(\frac{100+x^2}{1+100x^2}\right)$ R: -2

181) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ln\left(2+e^{3x}\right)}{ln\left(3+e^{2x}\right)}$ R: $\frac{3}{2}$

182) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{-8}{\left|4-x^2\right|}$ R: $-\infty$

183) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\left|x^2-16\right|}{x-4}$ R: no existe

184) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{[\![x]\!]}{x+3}$ R: no existe

185) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{[\![x]\!]}{x+3}$ R: $\frac{1}{7}$

186) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{sen\ x}{x}$ (usar teorema del encaje) R: 0

En los ejercicios 187-188 utilizar el Teorema del encaje para calcular $\lim\limits_{x\to c} f(x)$

187) $c=0;\quad 4-x^2\leq f(x)\leq 4+x^2$ R: 4

188) $c=a;\quad b-|x-a|\leq f(x)\leq b+|x-a|$ R: b

En los ejercicios 189 al 196 determine si la función es continua en el punto indicado. En caso de no ser continua clasificarla y de ser posible redefinirla para que sea continua.

189) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x} & x<0 \\ \dfrac{\ln(x+1)+4}{8} & x\geq 0 \end{cases}$ En $x=0$ R: continua

190) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3\cos^2 x+2\cos x+7}{1+\cos x} & x\leq 0 \\ \dfrac{5\sin(6x)}{\sin(5x)} & x>0 \end{cases}$ En $x=0$ R: continua

191) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1} & x>1 \\ e^{x+2} & x\leq 1 \end{cases}$ En $x=1$ R: discontinuidad esencial de salto

192) $f(x)=\begin{cases} \sqrt[2x]{1+4x} & x\geq 0 \\ 3x-\tan x & x<0 \end{cases}$ En $x=0$ R: discontinuidad esencial de salto

193) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{4}{3+2x} & x\neq -\dfrac{3}{2} \\ 8 & x=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$ En $x=-\dfrac{3}{2}$ R: discontinuidad esencial infinita

194) $f(x)=\begin{cases} \sec(x-5) & x>5 \\ \dfrac{2}{5-x} & x=5 \\ \cos(x-5) & x<5 \end{cases}$ En $x=5$ R: discontinuidad removible

195) $f(x)=\begin{cases} \log_3(x+3) & x>-2 \\ \dfrac{6}{4-x} & x=-2 \\ 5^{x+2}-1 & x<-2 \end{cases}$ En $x=-2$ R: discontinuidad removible

196) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & x<1 \\ x^2+1 & x\geq 1 \end{cases}$ $En\ x=1$ R: continua

En los ejercicios 197 al 202, ¿En qué puntos si los hay, las funciones son discontinuas?

197) $f(x)=\frac{33-x^2}{x\pi+3x-3\pi-x^2}$ R: $x=3;\ \ x=\pi$

198) $r(\theta)=\tan(\theta)$ R: $\theta=n\pi+\frac{\pi}{2}\ \ con\ n\in Z$

199) $g(u)=\frac{u^2+|u-1|}{\sqrt[3]{u+1}}$ R: $u=-1$

200) $h(x)=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ R: $\{x\in R: x\leq -2\ o\ x\geq 2\}$

201) $g(x)=\begin{cases} x^2 & si\ \ x<0 \\ -x & si\ \ 0\le x\le 1 \\ x & si\ x>1 \end{cases}$ R: $x=1$

202) $h(u)=\ \left[\!\left[u+\frac{1}{2}\right]\!\right]$ R: $u=n+\frac{1}{2}\quad con\ n\in Z$

En los ejercicios 203 al 205 encuentre el valor de a A para que la función sea continua en el punto indicado.

203) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}} & x>4 \\ Ax+3 & x\le 4 \end{cases}$ En $x=4$ R: $A=-\frac{5}{6}$

204) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{5+x}}{2} & x>-2 \\ \cos(A) & x\le -2 \end{cases}$ En $x=-2$ con $0\le A\le \pi/2$ R: $A=\frac{\pi}{6}+n(2\pi)\ con\ n\in Z$

205) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{(x-\pi)}{senx} & x>\pi \\ -3A & x\le \pi \end{cases}$ En $x=\pi$ R: $A=\frac{1}{3}$

En los ejercicios 206 al 208 encuentre los valores de A y B para que la función sea continua en los puntos indicados.

206) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+2} & x<-2 \\ Ax+3B & |x|\le 2 \\ sen(x-2)+3 & x\ge 2 \end{cases}$ En $x=\pm 2$ R: $A=\frac{7}{4}$, $B=-\frac{1}{6}$

207) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{sen^2x} & x<0 \\ 2A+Bx & 0\le x\le 2 \\ \dfrac{3x^4-4x^3+1}{(x-1)^2} & x>2 \end{cases}$ En $x=0\ y\ 2$ R: $A=\frac{1}{2}$, $B=8$

208) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & x<-2 \\ Ax+B & -2\le x\le 1 \\ \ln x & x>1 \end{cases}$ En $x=-2\ y\ 1$ R: $A=\frac{1}{6}$, $B=-\frac{1}{6}$

En los ejercicios del 209 al 216 analice la continuidad de la función en el intervalo indicado

209) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ en el intervalo $(-2,5)$ R: discontinua

210) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ en el intervalo $(2,5)$ R: continua

211) $f(x)=\begin{cases} x+1 & x\le 0 \\ x^2 & x>0 \end{cases}$ en el intervalo $[0,1]$ R: discontinua

212) $f(x)=\begin{cases} x+1 & x\le 0 \\ x^2 & x>0 \end{cases}$ en el intervalo $(0,1)$ R: continua

213) $f(x)=\begin{cases} x+1 & x\le 0 \\ x^2 & x>0 \end{cases}$ en el intervalo $[-1,0]$ R: continua

214) $f(x)=\begin{cases} x+1 & x< 0 \\ x^2 & x\ge 0 \end{cases}$ en el intervalo $(-1,0)$ R: continua

215) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ en el intervalo $(-2,2)$ R: discontinua

216) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ en el intervalo $(-2,2)$ R: continua

En los ejercicios 217 al 220 verifique que el teorema del valor intermedio es aplicable al intervalo indicado y encontrar el valor de c garantizado por el teorema.

217) $f(x)=x^2+x-1,\ \ [0,5],\ \ k=11$ R: $c=3$

218) $f(x)=x^2-6x+8,\ \ [0,3],\ \ k=0$ R: $c=2$

219) $f(x)=x^3-x^2+x-2,\ \ [0,3],\ \ k=4$ R: $c=2$

220) $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x-1},\ \ \left[\dfrac{5}{2},4\right],\ \ k=6$ R: $c=3$

Ejercicios tomados de:
DEMIDÓVICH, B. P.(1980). 5.000 problemas de análisis matemático. España: Thomson Editores. Novena edición.
LARSON, R., HOSTETLER, R. P. y EDWARDS, B.H. (2006). Cálculo con geometría analítica. México: McGraw-Hill / Interamericana Editores S.A., volumen I. Octava edición.
PITA, C. (1998). Cálculo en una variable. México: Prentice Hall Hispanoamérica, S.A.
PURCELL, E., VARBERG, D. y RIGDON, S. (2001). Cálculo. México: Pearson Educación de Máxico, S. A. de C.V. Octava edición.