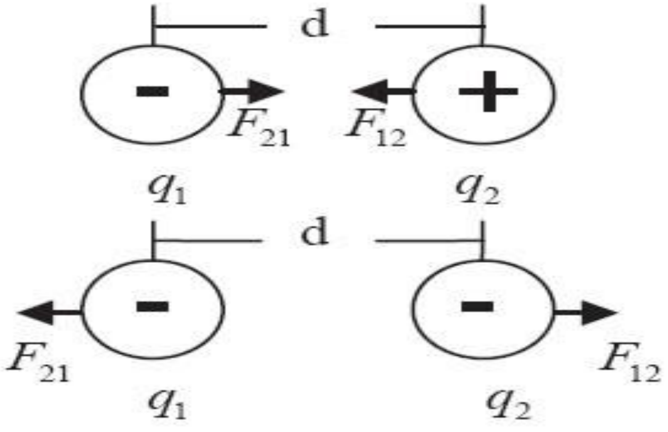
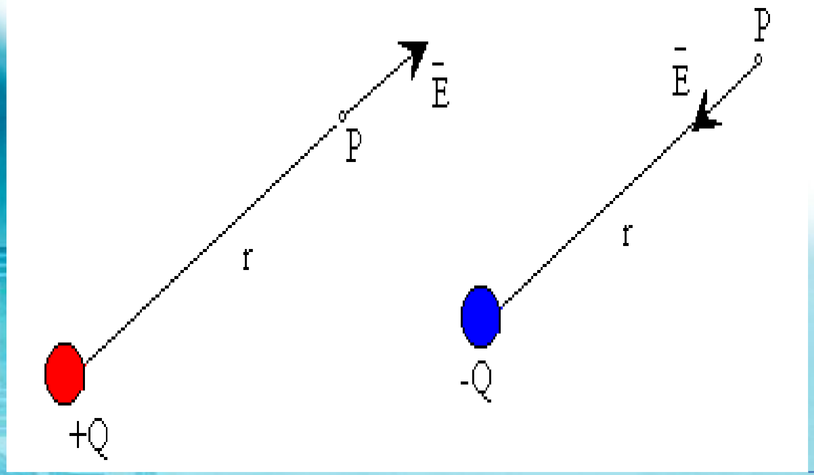
CAMPO ELECTRICO

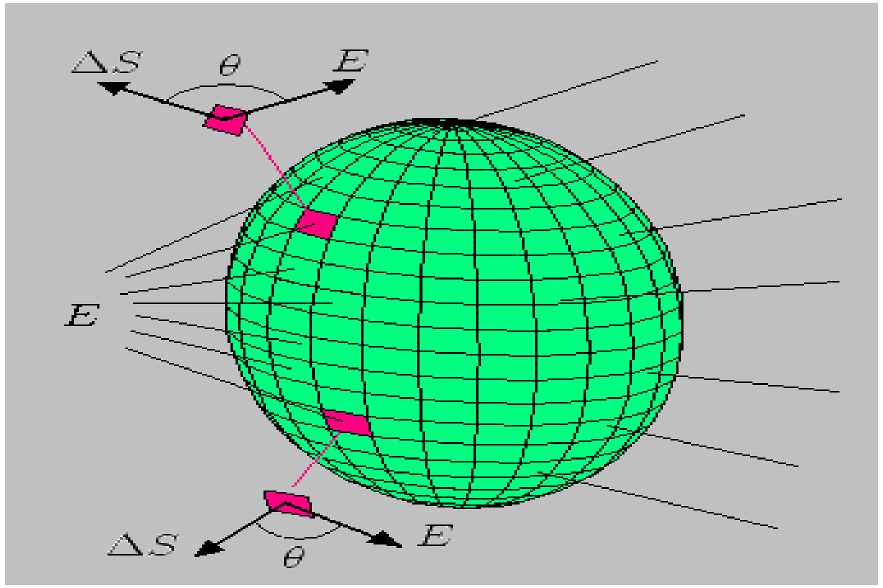
LEY DE COULOMB



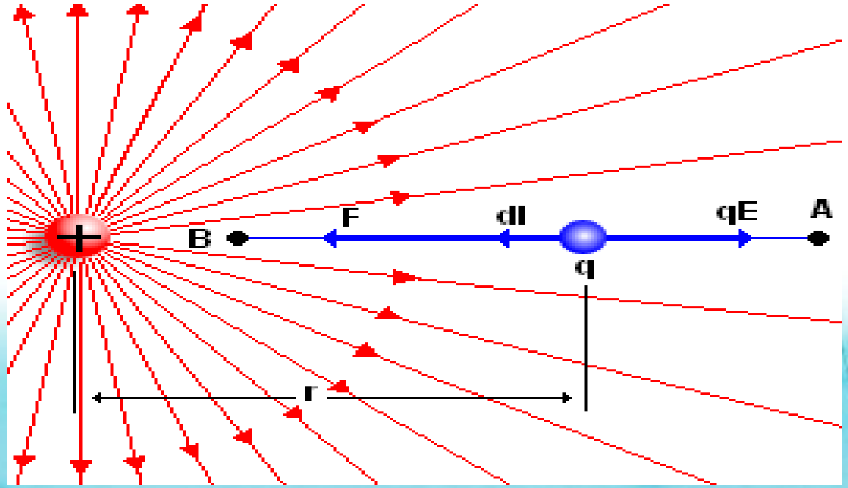
INTENSIDAD DE CAMPO ELECTRICO



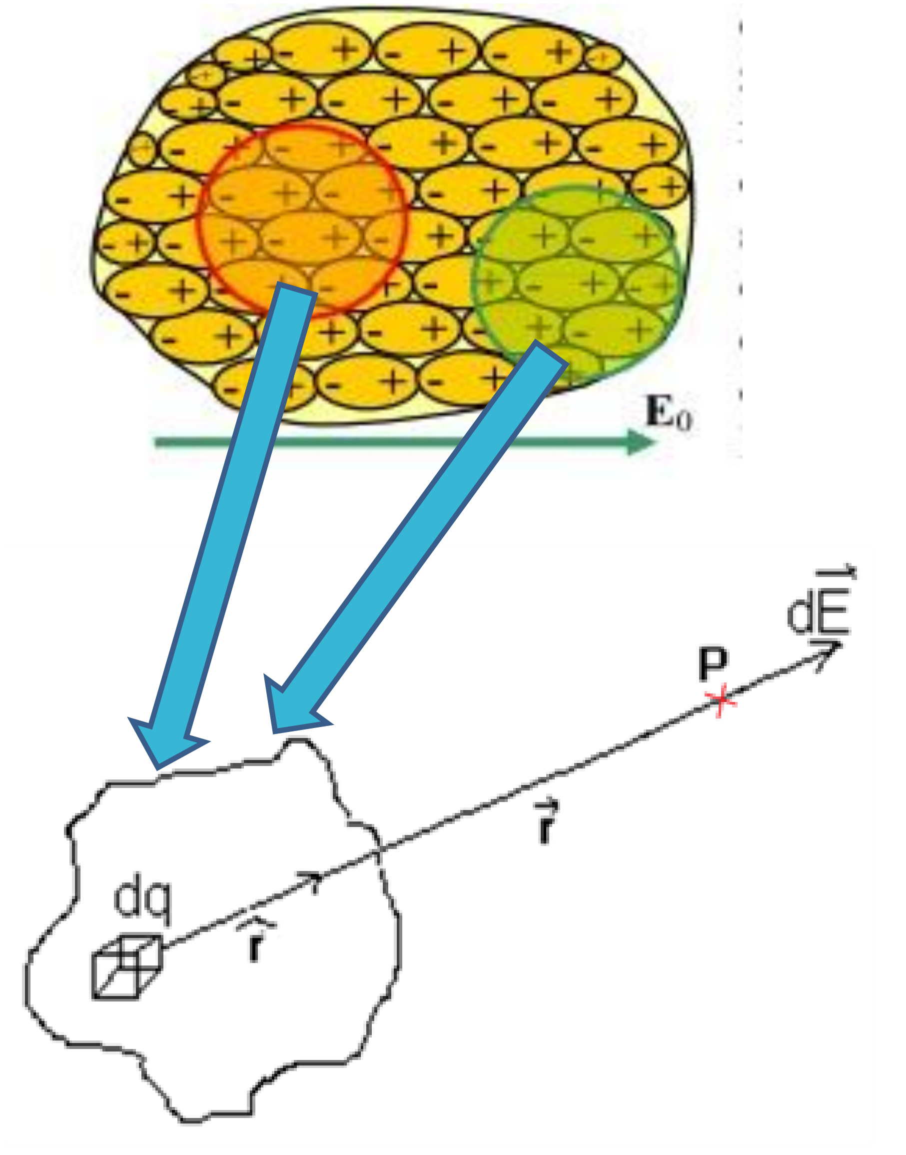
LEY (TEOREMA) DE GAUSS



ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA



CAMPO ELECTRICO DE UNA DISTRIBUCION CONTINUA DE CARGAS



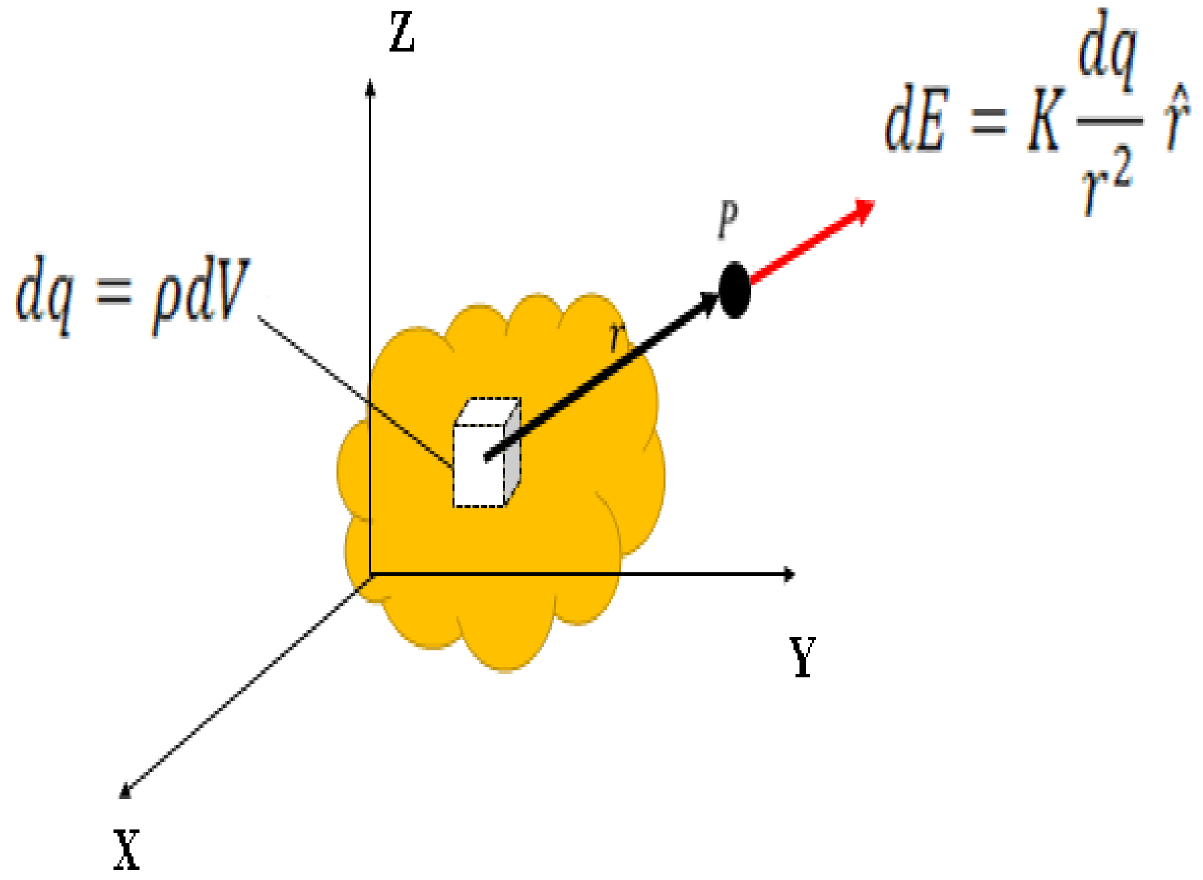
Cuando el numero de cargas que se encuentran en un determinado lugar del espacio es muy elevado, se deben tratar como un cuerpo continuo de cargas, las cuales se encuentran unidas entre si.

Para calcular el campo eléctrico de esta continuidad de cargas, se selecciona una porción o diferencial de dicho cuerpo en donde se encuentran dichas cargas, al cual llamaremos elemento diferencial de carga dq, definiéndose a éste como una carga puntual y aplicando el concepto de campo eléctrico de una carga puntual se obtiene lo siguiente:

$$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\,\hat{r} \quad \Rightarrow \quad dE = K\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

CAMPO ELECTRICO DE UNA DISTRIBUCION CONTINUA DE CARGAS



La Figura muestra un cuerpo formado por un conjunto de cargas de donde se selecciona una parte, originando un elemento de carga dq, suficientemente pequeño para considerarlo como una carga puntual.

Para calcular la cantidad de carga en el elemento diferencial o trozo seleccionado se recurre al concepto de densidad

$$dq = \rho dV$$

Entonces el campo eléctrico generado en el punto P debido al elemento de carga dq viene dado por la intensidad del campo eléctrico a partir de la Ley de Coulomb como:

$$dE = K\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

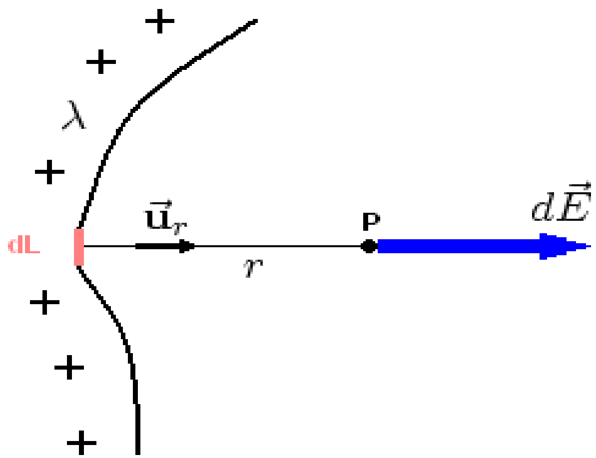
dq: es elemento de carga

r: Es la distancia del elemento de carga "dq" al punto P

$\hat{r}$: es el vector unitario que parte desde el elemento de carga "dq" al punto P

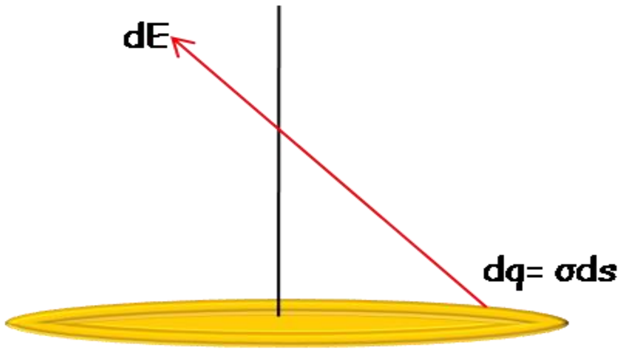
CAMPO ELECTRICO DE UNA DISTRIBUCION CONTINUA DE CARGAS

DENSIDAD LINEAL



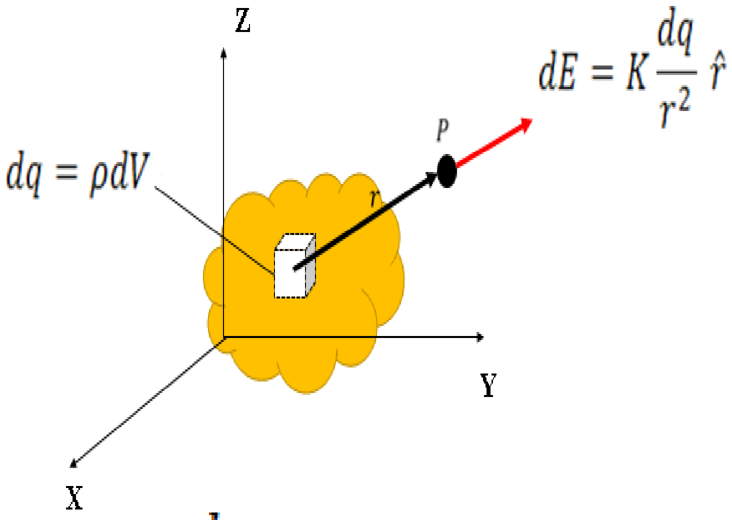
$$\lambda = \frac{dq}{dl} \qquad dq = \lambda \, . dl$$

DENSIDAD SUPERFICIAL



$$\sigma = \frac{dq}{dA} \qquad dq = \sigma \, . dA$$

DENSIDAD VOLUMETRICA



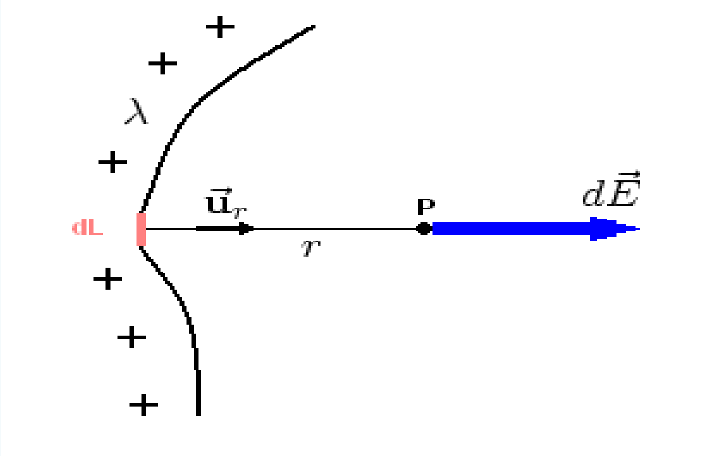
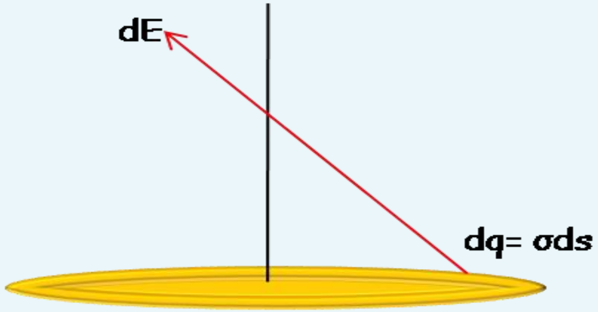
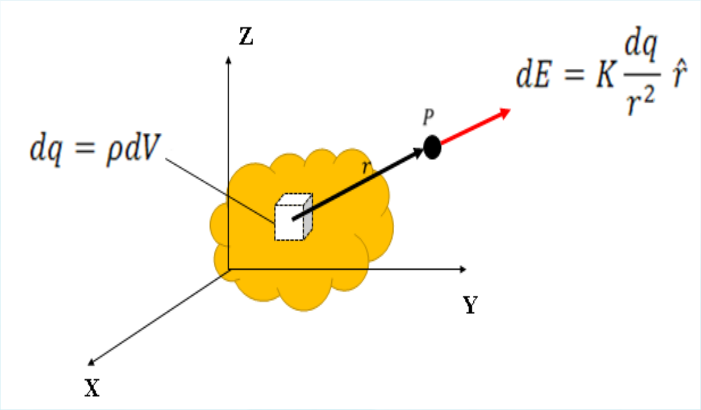
$$\rho = \frac{dq}{dV} \qquad dq = \rho \, .dV$$

Entonces el Campo Eléctrico E de la distribución continua de cargas queda expresado como:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

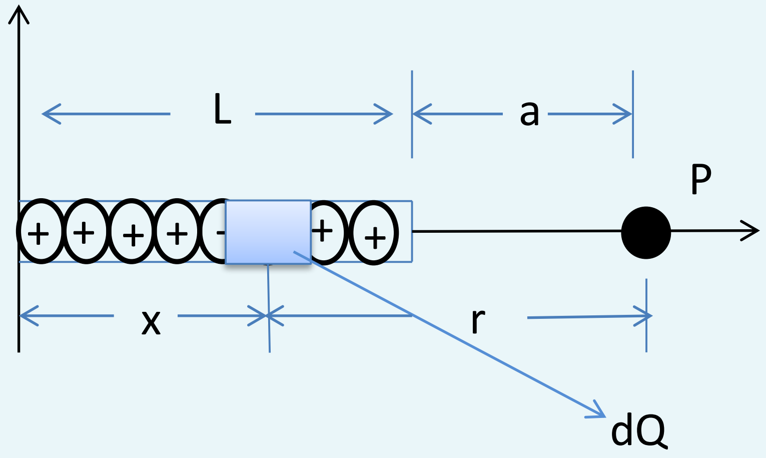
Donde el elemento de carga "dq" va a depender del punto físico de estudio y de la densidad, asociados a una Línea, Área o Volumen donde se encuentre distribuida de manera continua la carga Q

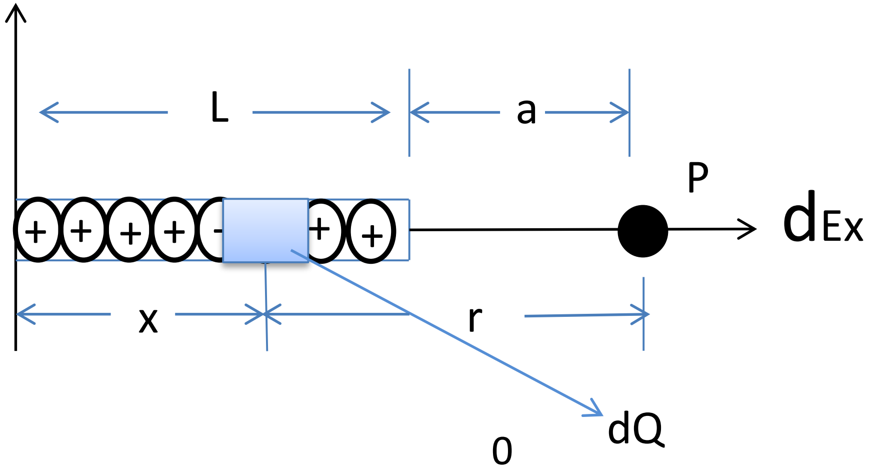
DENSIDAD DE CARGA PARA DISTRIBUCION CONTINUA DE CARGAS

DENSIDAD DE CARGA		UNIFORME	NO UNIFORME
LINEAL		$\lambda = \frac{dq}{dl}$ $dq = \lambda \, . dl$	$\lambda(l) = \frac{dq}{dl}$ $\lambda(l)\ es\ Variable$ $dq = \lambda(l)\, . dl$
SUPERFICIE		$\sigma = \frac{dq}{dA}$ $dq = \sigma \, . dA$	$\sigma(r) = \frac{dq}{dA}$ $\sigma(r)\ es\ Variable$ $dq = \sigma(r)\, . dA$
VOLUMEN		$\rho = \frac{dq}{dV}$ $dq = \rho \, . dV$	$\rho(r) = \frac{dq}{dV}$ $\rho(r)\ es\ Variable$ $dq = \rho(r)\, . dV$

CASO 1:
Campo eléctrico (E) por una barra recta y delgada con carga distribuida no uniformemente de densidad lineal.

$$\lambda (X)= \lambda_o \frac{X^2}{L}$$





DENSIDAD LINEAL NO UNIFORME

(Dado que no es constante; es una función) $\lambda(X) = \lambda_o \dfrac{X^2}{L}$

$$E_{total} = \int_0^L \frac{K\,\lambda_o\,x^2 dx}{L(L+a-x)^2}$$

$$E_{total} = \frac{K\lambda_o}{L}\int_0^L \frac{x^2 dx}{(L+a-x)^2}$$

$$E_{total} = \frac{K\lambda_o}{L}\int_0^L \frac{x^2\, dx}{(L+a-x)^2}$$

DEtotal= $\sum$dEx + $\cancel{\sum \text{dEy}}^{\,0}$

dEx= dE $\longrightarrow$ Etotal= $\int_0^L dEx$

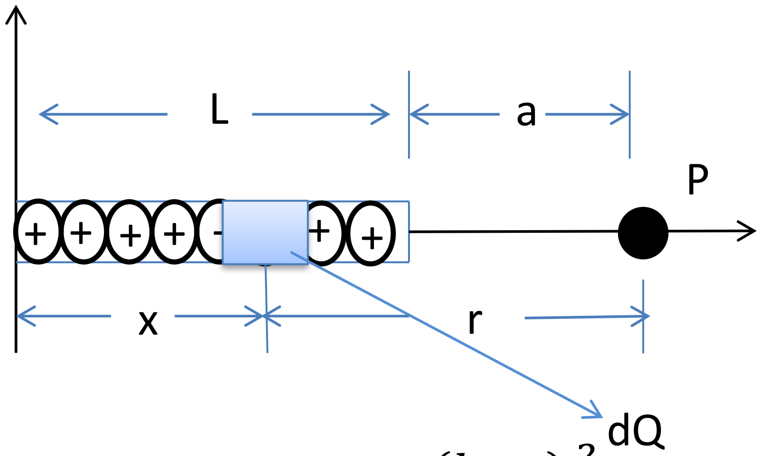
$$E_{total} = \int_0^L \frac{kdQ}{r^2} \qquad dQ = \lambda(x)dx$$

$$E_{total} = \int_0^L \frac{k\,\lambda(x)dx}{r^2}$$

Cambio de variables
L+a-X=U
X= L+a-U

dx= -du
a+L=k

$$\int_0^L \rightarrow \int_{a+l}^{a}$$



$$E_{total} = -\int_{a+l}^{a} \frac{(k-u)^2}{u^2} du$$

$$E_{total} = -\int_{a+l}^{a} \left(\frac{k^2}{u^2} - \frac{2k\cancel{u}}{u^{\cancel{2}}} + \frac{\cancel{u^2}}{\cancel{u^2}}\right) du$$

$$E_{total} = \int_{a+l}^{a} \frac{k^2 du}{u^2} + 2\int_{a+l}^{a} \frac{kdu}{u} - \int_{a+l}^{a} du$$

$$E_{total} = \frac{k^2}{u} + 2k \ln|u| - u \,\Big|_{a+l}^{a}$$

$$E_{total} = \left(\frac{k^2}{a} - \frac{k^2}{a+l}\right) + 2k \ln|a| - 2k \ln|a+l| + l$$

$$E_{total} = \frac{k^2}{a} + \frac{k^2}{a+l} + 2k(\ln|a| - \ln|a+l|) + l$$

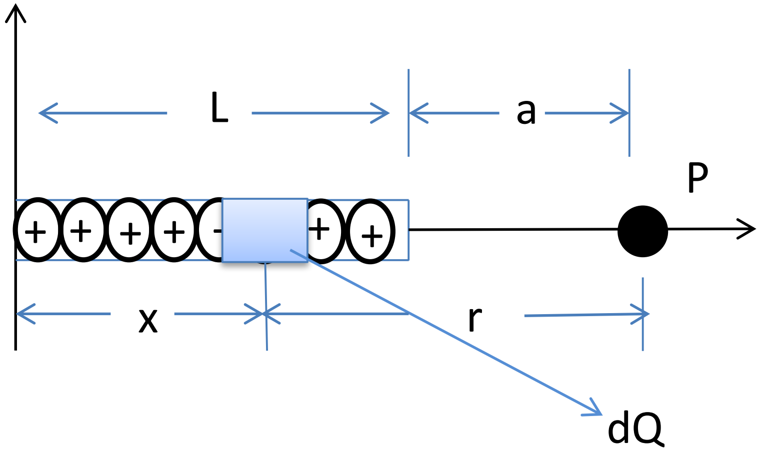
$$E_{total} = \frac{k^2}{a} - \frac{k^2}{a+l} + 2k \ln\left|\frac{a}{a+l}\right| + l$$

$$E_{total} = k^2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) + 2k \ln\left|\frac{a}{a+l}\right| + l$$

$$E_{total} = k^2\left(\frac{a-a+l}{(a+l)(a)}\right) + 2k \ln\left|\frac{a}{a+l}\right| + l$$

$$E_{total} = (a+l)^2\left(\frac{l}{(a+l)(a)}\right) + 2(a+l)\ \ln\left|\frac{a}{a+l}\right| + l$$

$$E_{total} = (a+l)\left(\frac{l}{a}\right) + 2(a+l)\ln\left|\frac{a}{a+l}\right| + l$$



$$E_{total} = \frac{k\lambda_o}{l}\left[(a+l)\left(\frac{l}{a}\right) + 2\,(a+l)\ln\left|\frac{a}{a+l}\right| + l\right]\hat{\imath}$$