UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

TEMA I. MATEMÁTICA II

(0826201)

INTEGRALES INMEDIATAS

1. **DEFINICIÓN DE LA INTEGRAL INDEFINIDA**
2. **PROPIEDADES DE LA INTEGRAL INDEFINIDA**
3. **DEFINICION DE LA INTEGRAL INMEDIATA**
4. **TABLA DE INTEGRALES INMEDIATA**
5. **EJERCICIOS RESUELTOS**
6. **ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA**

OBJETIVO: **CALCULAR INTEGRALES INDEFINIDAS EMPLEANDO UNA TABLA DE INTEGRALES INMEDIATAS.**

1. INTEGRAL INDEFINIDA

DEFINICION:

Dada una función f, si F es una función tal que F´(x) = f(x). Entonces F se llama antiderivada de f. Así, una antiderivada de f es simplemente una función cuya derivada es f. F´(x) = f(x), ó dF = f(x) dx.

Si la función $f(x)$ admite una primitiva $F(x)$, entonces también admite infinitas primitivas de la forma $F(x)+C$, siendo C una constante.

Por ejemplo, como la derivada de x^4es $4x^3$, x^4 es una antiderivada de $4x^3$, sin embargo, no es la única, veamos por qué.

Si tenemos que derivar la siguiente función con respecto a x;

$$\frac{d(\boldsymbol{x^4+1})}{dx} = 4x^3$$

Ahora, si tenemos esta otra función y la derivamos con respecto a x;

$$\frac{d(\boldsymbol{x^4-7})}{dx} = 4x^3$$

Tanto(x^4+1) como (x^4-7)son también antiderivadas de $4x^3$.

Es claro que como la derivada de una constante es cero, x^4 + C es también una antiderivada de $4x^3$ para *cualquier* constante C. Así, $4x^3$ tiene un número infinito de antiderivadas. Lo más importante, es que *todas* las antiderivadas de $4x^3$deben ser funciones de la forma x^4 + C, debido a que dos antiderivadas cualesquiera de una función difieren sólo en una constante.

Como la expresión x^4 + C describe todas las antiderivadas de $4x^3$, podemos referirnos a ella como la *antiderivada más general* de $4x^3$., denotada por:

$$\int 4x^3 dx$$

Que se lee "*integral indefinida* de $4x^3$ respecto a x". Escribimos entonces:

$$\int 4x^3 dx = (x^4 + C)$$

El símbolo $\int$ se llama **símbolo de integración,** $4x^3$ es el **integrando,** la dx es parte de la notación de integral e indica la variable implicada. Aquí, x es la **variable de integración** y C la **constante de integración.**

En forma más general, la **integral indefinida** de cualquier función f con respecto a x es el conjunto formado por todas sus antiderivadas, y se denota por:

Antiderivada de f

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

Símbolo de integración

integrando

constante de integración

Indica la variable de integración " X "

En resumen **Integrar** significa encontrar $\int f(x)\, dx = F(x) + C$, si y sólo si F´(x) = f(x).

2. PROPIEDADES DE LA INTEGRAL INDEFINIDA

I.- $\left(\int f(x)\,dx\right)' = f(x)$

II.- $\int A\, f(x)\,dx = A \int f(x)\,dx$, donde A es una constante.

III.- $\int [f_1(x) \pm f_2(x)]\,dx = \int f_1(x)\,dx \pm \int f_2(x)\,dx$

IV.- Si $\int f(x)\,dx = F(x) + C$ y $t = g(x)$, entonces, $\int f(t)\,dt = F(t) + C$.

3. INTEGRALES INMEDIATAS

DEFINICION:

Las integrales inmediatas son aquellas que de forma directa se le conoce su primitiva o antiderivada. Así como las derivadas las podemos encontrar dispuestas en tablas, existen tablas de integrales inmediatas fundamentales.

La tabla de integrales inmediatas fundamentales representan a las funciones que se consideran ya tienen un resultado. En consecuencia, la función que no se encuentre en la tabla no se puede considerar como inmediata lo cual va a requerir de un método de integración.

TABLA DE INTEGRALES INMEDIATAS A UTILIZAR

1. $\int dx = x + C$
2. $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$
3. $\int \frac{dx}{x} = \text{Ln}\left| x \right| + C$
4. $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\text{Ln}(a)} + C, \quad a > 0, \ a \neq 1$
5. $\int e^x \, dx = e^x + C$
6. $\int \text{sen}(x) \, dx = -\cos(x) + C$
7. $\int \cos(x) \, dx = \text{sen}(x) + C$
8. $\int \sec^2(x) \, dx = \text{tg}(x) + C$
9. $\int \csc^2(x) \, dx = -\text{ctg}(x) + C$
10. $\int \sec(x) \, \text{tg}(x) \, dx = \sec(x) + C$
11. $\int \csc(x) \, \text{ctg}(x) \, dx = -\csc(x) + C$
12. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \text{arctg}\left(\frac{x}{a}\right) + C$
13. $\int tg(x) dx = -Ln|\cos(x)| + C$
14. $\int ctg(x) dx = Ln|\text{sen}(x)| + C$
15. $\int \sec(x) \, dx = \text{Ln}\left| \sec(x) + \text{tg}(x) \right| + C$
16. $\int \csc(x) \, dx = \text{Ln}\left| \csc(x) - c\,\text{tg}(x) \right| + C$

NOTA: Esta tabla se encuentra disponible en el aula virtual, la cual incluye las fórmulas de las derivadas. (REVISAR LA TABLA DE INTEGRALES INMEDIATAS).

4. EJERCICIOS RESUELTOS

A continuación, se presentan ejemplos donde pueden observar cómo se utiliza la tabla de integrales inmediatas.

EJEMPLO 1.1:

Encontrar $\int 1dx$

Solución: Por la fórmula 1, $\int 1dx = x + c$

EJEMPLO 1.2:

Encontrar $\int \mathbf{x^7 dx}$

Solución: Por la fórmula 2 con n = 7,

$$\int x^7 dx = \frac{x^{7+1}}{7+1} + c$$

$$\int x^7 dx = \frac{x^8}{8} + c$$

EJEMPLO 1.3:

Encontrar $\int \frac{-3}{5} e^x dx$

Solución:
Aplicando la propiedad de la constante,

$$\int \frac{-3}{5} e^x dx = \frac{-3}{5} \int e^x dx$$

Aplicando la fórmula 5,

$$\int \frac{-3}{5} e^x dx = \frac{-3}{5} e^x + c$$

EJEMPLO 1.4:

Encontrar $\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt$

Solución: Aquí, t es la variable de integración. Rescribimos el integrando de manera que podamos usar una fórmula básica. Por propiedades de potencia tenemos:

$$\frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{1}{t^{1/2}} = t^{-1/2}$$

Entonces la integral se puede escribir $\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt = \int t^{-1/2} dt$

Al aplicar la fórmula 2 obtenemos: $\int t^{-1/2} dt = \frac{t^{-1/2+1}}{\frac{-1}{2}+1} + c$

$$\int t^{-1/2} dt = \frac{t^{1/2}}{\frac{1}{2}} + c$$

$$\int t^{-1/2} dt = 2t^{1/2} + c$$

EJEMPLO 1.5:

Encontrar $\int (\mathbf{3x^2 + 2x + 1})\,\boldsymbol{dx}$

Solución:
Aplicamos la propiedad de la suma,

$$\int (3x^2 + 2x + 1)dx = \int 3x^2 dx + \int 2x dx + \int 1 dx$$

Aplicamos la propiedad de la constante,

$$\int (3x^2 + 2x + 1)dx = 3\int x^2 dx + 2\int x dx + \int 1 dx$$

Se aplica la formula 1 y 2

$$\int (3x^2 + 2x + 1)dx = 3\frac{x^3}{3} + 2\frac{x^2}{2} + x + C$$

Simplificamos el resultado,

$$\int (3x^2 + 2x + 1)dx = x^3 + x^2 + x + C$$

EJEMPLO 1.6:

Encontrar $\int \frac{(\mathbf{x^2+1})(\mathbf{x^2-2})}{\sqrt[3]{\mathbf{x^2}}}\,\boldsymbol{dx}$

Solución:

$$\int \frac{(x^2+1)(x^2-2)}{\sqrt[3]{x^2}}dx = \int \frac{x^4-x^2-2}{x^{2/3}}dx$$

Aplicamos la propiedad de la integral,

$$\int \frac{x^4-x^2-2}{x^{2/3}}dx = \int \frac{x^4}{x^{2/3}}dx - \int \frac{x^2}{x^{2/3}}dx - 2\int \frac{1}{x^{2/3}}dx$$

Aplicamos propiedades de potencia

$$\int \frac{x^4}{x^{2/3}}dx - \int \frac{x^2}{x^{2/3}}dx - 2\int \frac{1}{x^{2/3}}dx = \int x^{10/3}dx - \int x^{4/3}dx - 2\int x^{-2/3}dx$$

Aplicamos la fórmula 2 en cada una de las integrales

$$\int x^{10/3}dx - \int x^{4/3}dx - 2\int x^{-2/3}dx = \frac{x^{13/3}}{13/3} - \frac{x^{7/3}}{7/3} - 2\frac{x^{1/3}}{1/3} + C$$

$$\int x^{10/3}dx - \int x^{4/3}dx - 2\int x^{-2/3}dx = \frac{3x^{13/3}}{13} - \frac{3x^{7/3}}{7} - 6x^{1/3} + C$$

ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA
REVISAR EL SIGUIENTE ENLACES

https://www.youtube.com/watch?v=d7Y9Om4KCUM&list=RDCMUCanMxWvOoiwtjLYm08Bo8QQ&index=6

ACTIVIDAD

Realizar del Libro 801 ejercicios resueltos los ejercicios propuestos en el capítulo 1 Del 32 al 123.pag 12.