

CONCEPTOS PREVIOS

Material diseñado y elaborado
por Ing. Neyra Tellez
para el curso de Física I de la UNET.
Septiembre, 2009



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº1

Una magnitud (cantidad) empleada para describir cuantitativamente un fenómeno físico es lo que se conoce como **Magnitud Física**, y ésta puede ser expresada mediante un número y una unidad de medición.

Ejemplo:
Temperatura, Presión, Desplazamiento, Tiempo, Velocidad.

Una magnitud física puede ser medida o puede ser determinada a partir de otras magnitudes físicas medidas.

Ejemplo:
Tiempo (magnitud física medida)
Velocidad (magnitud física determinada a partir de otras magnitudes)



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº2

Medir una cierta magnitud física consiste en compararla con otra que se tiene como patrón, es decir, que la comparamos con un estándar que se tiene como referencia. Este estándar define una unidad de la cantidad.

Las unidades de las magnitudes físicas se agrupan en un Sistema de Unidades, el que usaremos a lo largo de este curso es el SISTEMA INTERNACIONAL.

En este sistema cuando nos referimos a:

- TIEMPO utilizamos el segundo (s) como unidad de medida.
- LONGITUD hacemos uso del metro (m) como unidad de medida
- y el estándar de MASA usado en este sistema es el kilogramo (kg)



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº3

Tipos de Magnitudes Físicas

Las magnitudes físicas pueden ser de dos tipos:

- ❖ Magnitudes Escalares
- ❖ Magnitudes Vectoriales



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

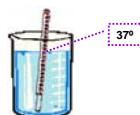
Diap. Nº4

Magnitud Escalar

Es una cantidad algebraica ordinaria, precedida de una unidad, sin dirección y sentido asociado.

Ejemplo:

$$\text{Temperatura: } T = \underbrace{37}_{\text{cantidad}} \underbrace{^{\circ}\text{C}}_{\text{unidad}}$$



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº5

Magnitud Vectorial

Existe la necesidad de explicar fenómenos físicos que no pueden ser descritos con un solo valor (módulo), para definirlos correctamente es necesario definir un punto de aplicación u origen, una magnitud o módulo, una dirección y un sentido.

A este tipo de magnitudes se les denomina **magnitud vectorial** y es aquella cantidad que tiene asociada un módulo, una dirección, un sentido y un punto de aplicación, es decir que ésta magnitud es un vector.

Ejemplo: La Fuerza es una magnitud vectorial.



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº6

Magnitud Vectorial

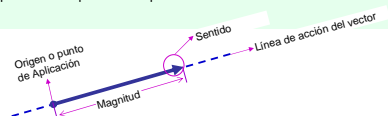
Gráficamente se representa como un segmento de recta con dirección y sentido, dibujado como una "flecha".

Su largo (tamaño del vector) representa la magnitud o módulo.

Su pendiente representa la dirección, es decir determina la recta en el espacio en que se ubica el vector.

Y la "punta de flecha" indica su sentido, determina hacia qué lado de la recta de acción apunta el vector.

El origen representa el punto de aplicación



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº7

Magnitud Vectorial

Frecuentemente, las cantidades vectoriales se expresan en términos de unitarios. Un vector unitario es un vector sin dimensiones que tiene magnitud igual a uno. Sirven para especificar una dirección determinada. Se usan los símbolos \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} para representar vectores unitarios que apuntan en las direcciones x , y y z positivas, respectivamente.



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

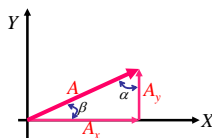
Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº8

Magnitud Vectorial

Todo vector puede descomponerse como la suma de otros dos vectores, llamados las componentes vectoriales del vector original.

Sobre el eje X la componente vectorial es A_x y sobre el eje Y la componente vectorial es A_y . Las componentes vectoriales A_x y A_y son perpendiculares entre sí. Para determinar su valor lo hacemos mediante las ecuaciones trigonométricas



Expresión Matemática:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

Módulo o magnitud :

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

El ángulo formado entre el vector A y el eje horizontal es β , y el ángulo α es el que se forma entre el eje vertical y el vector A .



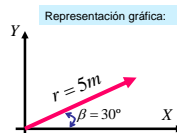
Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº9

Ejemplo

Considere un vector r , de magnitud 5m y que forma un ángulo $\beta=30^\circ$ con la horizontal (eje X). Para la situación planteada realice la representación gráfica del vector y determine la expresión matemática que representa dicho vector:



Expresión Matemática:

$$\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} \text{ m}$$

Cuyas componentes r_x y r_y las determinamos por trigonometría como:

Cálculo de la componente en la dirección del eje X :

$$\cos \beta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{r_x}{|\vec{r}|} \Rightarrow r_x = |\vec{r}| \cos \beta$$

$$r_x = 5 \times \cos 30^\circ \Rightarrow r_x = 4,33 \text{ m}$$

Cálculo de la componente en la dirección del eje y :

$$\sin \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{r_y}{|\vec{r}|} \Rightarrow r_y = |\vec{r}| \sin \beta$$

$$r_y = 5 \times \sin 30^\circ \Rightarrow r_y = 2,5 \text{ m}$$

Luego el vector se escribe como:

$$\vec{r} = 4,33 \hat{i} + 2,5 \hat{j} \text{ m}$$



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº10

Operaciones con Magnitudes Vectoriales

Como las magnitudes vectoriales son vectores podemos realizar entre ellas las siguientes operaciones matemáticas:

- ❖ Suma de vectores
- ❖ Resta de vectores
- ❖ Multiplicación de un vector por un escalar
- ❖ Multiplicación de vectores, que puede ser de dos tipos:
 - ✓ Producto punto o producto escalar
 - ✓ Producto cruz o producto vectorial



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº11

Suma de vectores

La suma de vectores se puede realizar de forma gráfica o de forma algebraica. El resultado de ésta operación es un nuevo vector.

En el caso de la **suma gráfica** de vectores, consideraremos los vectores A y B ,



Ubicamos los vectores de tal manera que el extremo final de uno (\vec{A}) coincida con el extremo origen del otro vector (\vec{B}). Es decir que consiste en disponer gráficamente un vector a continuación de otro.




Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I


Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº12

2 Luego se traza un segmento de recta que une el inicio del vector **B** con extremo del vector **A**. Es decir que se forma un triángulo.



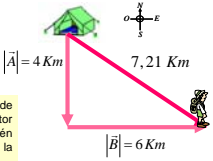
3 El vector suma tiene su origen en el origen del vector "A" y su extremo en el extremo del vector "B". Es decir que si la suma es A+B, entonces el vector suma tiene el origen en A y el extremo en B, vamos de A hacia B



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº13

Ejemplo Un excursionista, respecto a su campamento, se mueve 4 Km hacia el sur y luego hacia el este. ¿A qué distancia y en qué dirección del campamento se encuentra el excursionista?

Como el excursionista se movió hacia el sur y luego hacia el este, podemos realizar una representación gráfica de éstos movimientos a partir de vectores (A y B).



Observamos que desde el campamento hasta el lugar donde finalmente quedó el excursionista, podemos trazar un vector que es igual a la suma de los vectores A y B. También observamos que la magnitud de este vector suma (C) es la distancia que separa al excursionista del campamento.

Para determinar la magnitud del vector C, podemos hacerlo de dos formas:

A Si el dibujo se realiza a escala simplemente con medir la longitud de éste vector y realizar la respectiva multiplicación por la escala utilizada.

B Al calcular la hipotenusa del triángulo formado por los vectores.

Si medimos la longitud del vector en éste caso es 7,21 Km

$$|\vec{C}| = \sqrt{(4)^2 + (6)^2}$$

$$|\vec{C}| = 7,21 \text{ Km}$$

Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº14

Suma de vectores

Para realizar la suma matemática o algebraica de vectores, lo único que tenemos que hacer es sumar las respectivas componentes de los vectores A y B, y de esta manera obtener las componentes del vector suma. Es decir:

Dados dos vectores por sus coordenadas:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad \text{y} \quad \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

El resultado de la suma es:

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j}$$

Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº15

Ejemplo Dado el vector $\vec{r} = 9\hat{i} + 10\hat{j}$ y el vector $\vec{p} = -10\hat{i} + 8\hat{j}$. Obtenga el módulo del vector que resulta de la suma de los vectores $\vec{r} + \vec{p}$.

Observamos que se nos están indicando los vectores de manera algebraica por lo tanto al sumar las respectivas componentes de los vectores \vec{r} y \vec{p} , obtenemos las componentes del vector suma

Cálculo de las componentes del vector $\vec{r} + \vec{p}$:

$$\vec{q} = \vec{r} + \vec{p} = (r_x + p_x)\hat{i} + (r_y + p_y)\hat{j}$$

$$\vec{q} = (9 - 10)\hat{i} + (10 + 8)\hat{j}$$

$$\vec{q} = -1\hat{i} + 18\hat{j}$$

Ahora, podemos calcular la magnitud del vector suma a partir de sus componentes

Cálculo del módulo del vector suma:

$$|\vec{q}| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$$

$$|\vec{q}| = \sqrt{(-1)^2 + (18)^2}$$

$$|\vec{q}| = 18,03$$

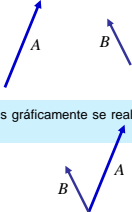
Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº16

Resta de vectores

Al igual que la suma de vectores, la resta de vectores se puede realizar de forma gráfica o de forma algebraica. El resultado de la resta de vectores es un nuevo vector.


En el caso de la resta de vectores de forma gráfica, consideraremos los vectores A y B,

1 La resta de vectores gráficamente se realiza ubicando los dos vectores unidos por sus orígenes.



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº17

2 Luego se traza un segmento de recta que une el inicio del vector **B** con extremo del vector **A**. Es decir que se forma un triángulo.




3 El origen y extremo del vector resta dependerá de:

Si la resta de los vectores es $\vec{A} - \vec{B}$

Entonces el vector resta tiene su origen en **B** y el extremo en **A**

Si la resta de los vectores es $\vec{B} - \vec{A}$

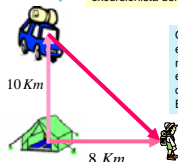
Entonces el vector resta tiene su origen en **A** y el extremo en **B**



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº18

Ejemplo

La gráfica muestra la ubicación de un excursionista y su auto, respecto de la ubicación del campamento del excursionista. Determine qué distancia separa al excursionista del auto.



Observamos que al trazar el vector que va desde el excursionista hasta el auto este vector es el resultado de la resta del vector posición del auto menos el vector posición del excursionista. Al determinar la magnitud de este vector obtenemos la distancia que separa al excursionista del auto. Es decir que lo podemos expresar como:

$$\vec{C} = \text{Posición}_{\text{Excursionista}} - \text{Posición}_{\text{Auto}}$$

Para determinar la magnitud del vector C, podemos hacerlo de dos formas:

A

Si el dibujo se realiza a escala simplemente con medir la longitud de éste vector y realizar la respectiva multiplicación por la escala utilizada.

Si medimos la longitud del vector en éste caso es 12,81 Km la distancia que separa al auto del excursionista

B

Al calcular la hipotenusa del triángulo formado por los vectores.

$$|\vec{C}| = \sqrt{(10)^2 + (8)^2}$$

$$|\vec{C}| = 12,81 \text{ Km}$$



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº19

Resta de vectores

Para realizar la resta matemática o algebraica de vectores, lo único que tenemos que hacer es realizar la resta de las respectivas componentes de los vectores A y B, y de esta manera obtener las componentes del vector resta. Es decir:

Dados dos vectores por sus coordenadas:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad \text{y} \quad \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

El resultado de la resta es:

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j}$$



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº20

Ejemplo

Dado el vector $\vec{r} = 9\hat{i} + 10\hat{j}$ y el vector $\vec{p} = -10\hat{i} + 8\hat{j}$. Obtenga los vectores que resultan de la resta de los vectores $\vec{r} - \vec{p}$ y $\vec{p} - \vec{r}$.

Observamos que se nos están indicando los vectores de manera algebraica por lo tanto al restar las respectivas componentes de los vectores \vec{r} y \vec{p} , obtenemos las componentes del vector resta:

$$\begin{aligned} \vec{q} &= \vec{r} - \vec{p} = (r_x - p_x)\hat{i} + (r_y - p_y)\hat{j} \\ \vec{q} &= (9 - (-10))\hat{i} + (10 - 8)\hat{j} \\ \vec{q} &= 19\hat{i} + 2\hat{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{s} &= \vec{p} - \vec{r} = (p_x - r_x)\hat{i} + (p_y - r_y)\hat{j} \\ \vec{s} &= (-10 - 9)\hat{i} + (8 - 10)\hat{j} \\ \vec{s} &= -19\hat{i} - 2\hat{j} \end{aligned}$$

Si comparamos los vectores resultantes, observamos que tienen igual dirección y magnitud pero tienen sentidos opuestos



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº21

Multiplicación de un vector por un escalar

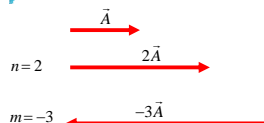
El producto de multiplicar un escalar por un vector da como resultado otro vector:

Si conocemos la representación gráfica del vector, tomamos tantas veces el módulo de vector como marque el escalar, manteniendo su dirección y sentido.

En el caso en que el escalar es negativo, el sentido del vector cambia.

Ejemplo

Sea el vector \vec{A} y los escalares n y m :



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº22

Multiplicación de un vector por un escalar

Si conocemos la representación matemática de un vector \vec{A} y un escalar n , el producto del vector por el escalar es el producto de cada una de las coordenadas del vector por el escalar.

Es decir que partiendo del vector $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$ y del escalar n , obtenemos un vector que resulta de la multiplicación del vector \vec{A} por el escalar n , que es:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= n\vec{A} \\ \vec{B} &= n(A_x \hat{i} + A_y \hat{j}) \\ \vec{B} &= nA_x \hat{i} + nA_y \hat{j} \end{aligned}$$

Ejemplo

Sea el vector $\vec{A} = 6\hat{i} - 4\hat{j}$ y el escalar $n=0,5$. Determinar el vector que resulta de la multiplicación $n\vec{A}$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= n\vec{A} \\ \vec{B} &= 0,5 \times (6\hat{i} - 4\hat{j}) \Rightarrow \vec{B} = 0,5 \times 6\hat{i} - 0,5 \times 4\hat{j} \end{aligned}$$



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº23

Multiplicación de vectores

La multiplicación de vectores puede ser de dos formas:

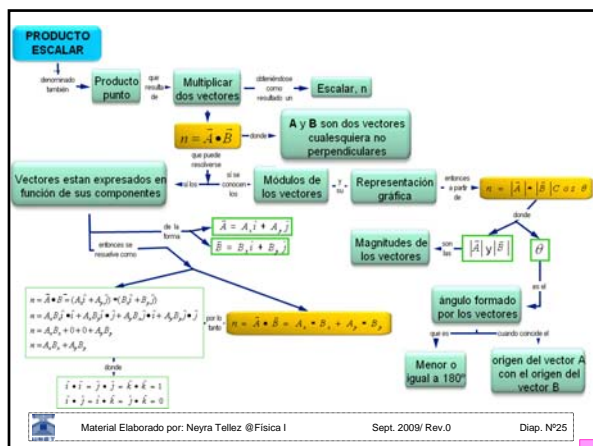
- ✓ Producto punto, cuyo resultado es un escalar
- ✓ Producto cruz, cuyo resultado es un vector



Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I

Sept. 2009/ Rev.0

Diap. Nº24



Multiplicación de vectores

Si los vectores A y B se expresan en función de sus componentes, de la forma $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ y $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ entonces, se puede determinar el producto punto de estos vectores como:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \cdot \hat{k} + A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \hat{j} \cdot \hat{k} + A_z B_x \hat{k} \cdot \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \cdot \hat{j} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x * 1 + A_x B_y * 0 + A_x B_z * 0 + A_y B_x * 0 + A_y B_y * 1 + A_y B_z * 0 + A_z B_x * 0 + A_z B_y * 0 + A_z B_z * 1$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Es decir que el producto escalar de dos vectores es igual a la suma de los productos de las componentes cartesianas correspondientes.

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

Material Elaborado por: Neyra Tellez @ Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº26

Ejemplo

Dado el vector $\vec{F} = 90\hat{i} - 10\hat{j}$ y el vector $\Delta\vec{r} = 5\hat{i}$. Determine $\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$.

Observamos que se nos están indicando los vectores de manera algebraica por lo tanto, resolvemos el producto punto como la suma del producto de las componentes de los vectores:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Cálculo del producto punto o escalar:

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (90\hat{i} - 10\hat{j}) \cdot (5\hat{i})$$

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = 90 * 5 + (-10 * 0)$$

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = 450$$

Observamos que el resultado es un escalar, es decir un número que carece de dirección y sentido.

Material Elaborado por: Neyra Tellez @ Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº27

Multiplicación de vectores

Si los vectores A y B se representan gráficamente:

1 Para realizar el producto escalar de los vectores gráficamente se ubican los dos vectores unidos por sus orígenes.

2 Luego se determina el ángulo que forman los vectores A y B. Este ángulo está comprendido entre los 0° y 180° .

Material Elaborado por: Neyra Tellez @ Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº28

Multiplicación de vectores

3 Se determina la magnitud de cada uno de los vectores y se calcula el producto escalar a partir de:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

Material Elaborado por: Neyra Tellez @ Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº29

Ejemplo

Determine el ángulo formado por los siguientes vectores: $\vec{r} = 4\hat{i} + 2\hat{j}$ y $\vec{p} = -6\hat{i}$

Una manera de determinar el ángulo formado por los vectores es a partir de la definición de producto punto:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

Necesitamos previamente determinar el producto punto de los vectores y las magnitudes de los mismos

Cálculo del producto punto:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = r_x p_x + r_y p_y + r_z p_z$$

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = 4 * (-6) + 2 * 0$$

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = -24 + 0$$

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = -24$$

Cálculo de las magnitudes de los vectores:

$$|\vec{r}| = \sqrt{(r_x)^2 + (r_y)^2} \Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{(4)^2 + (2)^2}$$

$$|\vec{r}| = 4,47$$

$$|\vec{p}| = 6$$

Cálculo del ángulo formado por los vectores:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = |\vec{r}| |\vec{p}| \cos \theta$$

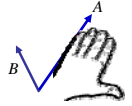
$$-24 = 4,47 * 6 * \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{-24}{26,86}$$

$$\theta = 153,32^\circ$$

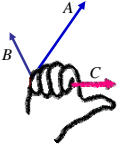
Material Elaborado por: Neyra Tellez @ Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº30

Multiplicación de vectores

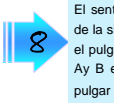
6 Para ello ubicamos los dedos de la mano derecha sobre el vector A. Los vectores A y B deben estar unidos por sus orígenes.



7 Cerramos la mano desde A hacia B, de manera que el pulgar derecho queda extendido.



8 El sentido viene dado por la aplicación de la siguiente convención de signos, si el pulgar entra al plano de los vectores A y B el signo de C es negativo, si el pulgar sale el signo de C es positivo.

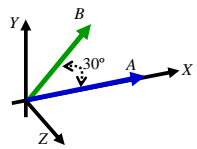


Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº37

Ejemplo

La magnitud del vector A es de 6 y está ubicado sobre el eje +X. la magnitud del vector B es de 5, está ubicado sobre el plano XY y forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcule el vector $A \times B$

De la información suministrada podemos hacer una representación gráfica de los vectores, y podemos predecir que el vector resultante $A \times B$, estará en la dirección de Z, pues los vectores A y B están ubicados en el plano XY. Conocemos las magnitudes de A y B, y el ángulo formado por estos vectores, porque al dibujarlos quedan unidos por sus orígenes, luego podemos determinar el módulo del vector $A \times B$:



$$|\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \text{Sen } \theta$$

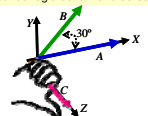
1 Cálculo del módulo del vector $A \times B$:

$$|\vec{C}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \text{Sen } \theta$$

$$|\vec{C}| = 6 * 5 \text{ Sen } 30^\circ$$

$$|\vec{C}| = 15$$

2 Dirección y sentido del vector $A \times B$, aplicando regla de la mano derecha:



3 Luego, $A \times B$ es:

$$\vec{C} = 15 \hat{k}$$

Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº38

Ahora revisemos el Tema 1 del curso

Material Elaborado por: Neyra Tellez @Física I Sept. 2009/ Rev.0 Diap. Nº39