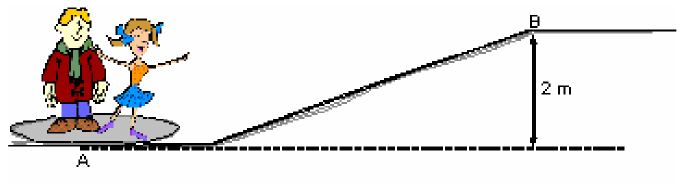
PROBLEMA Juanito de masa 80 Kg y Marisabel de masa 50 Kg montados en una tabla de esquiar de 20 Kg comienzan a subir por una colina de hielo con una rapidez de 8 m/s, llegan a la parte superior de una colina de 2 m de altura (Pto B) y continúan deslizándose por el plano horizontal BC. Asuma que todas las superficies son lisas. Longitud de la colina 8m



1. En relación con la Energía Mecánica Total (E) y la Cantidad de Movimiento del Sistema ($\sum \vec{p}_i$) formado por la tabla, Juanito y Marisabel entre los puntos A y B se puede afirmar que:

2.

a) $\vec{p}_A = \vec{p}_B$, $E_A = E_B$ b) $\vec{p}_A \langle \vec{p}_B$, $E_A = E_B$ c) $\vec{p}_A = \vec{p}_B$, $E_A \rangle E_B$ d) $\vec{p}_A \langle \vec{p}_B$, $E_A \langle E_B$ e) $\vec{p}_A \rangle \vec{p}_B$, $E_A = E_B$

SOLUCION:

Para la situación planteada la energía mecánica se conserva porque las fuerzas externas que realizan trabajo sobre el sistema son fuerzas conservativas, por lo tanto entre los puntos A y B la energía mecánica va a permanecer constante.

Por el teorema de conservación de la energía: $E_A = E_B$

Ahora revisemos que sucede con la cantidad de movimiento del sistema entre los puntos A y B.

Recordamos que la cantidad de movimiento total del sistema es: $\sum \vec{p}_i = \underbrace{M}_{\text{Masa Total del Sistema}} \times \underbrace{\vec{V}_{CM}}_{\text{Veloc del C.M. en un instante de tiempo}}$

En el punto A, la cantidad de movimiento total del sistema es: $\sum \vec{p}_i \,_A = M \times \vec{V}_{CM}\,_A$

Y la cantidad de Movimiento total del sistema **en el punto B** es: $\sum \vec{p}_i \,_B = M \times \vec{V}_{CM}\,_B$

Mientras el sistema se mueve por la superficie inclinada la aceleración del sistema es distinta de cero, por lo que $\vec{V}_{CM}\,_A \neq \vec{V}_{CM}\,_B$, lo que significa que la cantidad de movimiento total del sistema cambia, Y como la velocidad y la aceleración del centro de masas tienen signos contrarios podemos afirmar que $\vec{V}_{CM}\,_A \rangle \vec{V}_{CM}\,_B$.

Finalmente, la opción correcta es : $\sum \vec{p}_i \,_A \rangle \sum \vec{p}_i \,_B$, $E_A = E_B$

3. Y el módulo de la velocidad del centro de masas cuando lleguen al plano BC será:

SOLUCION:

Para determinar la velocidad del centro de masa cuando llegan al plano BC lo podemos hacer a partir del principio de conservación de la energía mecánica ya que la fuerza que está realizando trabajo sobre el sistema es conservativa (Fuerza gravitatoria). Por lo tanto:

$$E_A = E_B$$

$$K_A = K_B + Ug_B$$

$$\frac{1}{2}M\left(V_{CM\ A}\right)^2 = \frac{1}{2}M\left(V_{CM\ B}\right)^2 + M\times g\times y$$

$$V_{CM\ B} = \sqrt{\left(V_{CM\ A}\right)^2 - 2g\times y}$$

$$V_{CM\ B} = \sqrt{(8)^2 - 2\times 9{,}8\times 2}$$

$$V_{CM\ B} = 4{,}98\ \textbf{m/s}$$

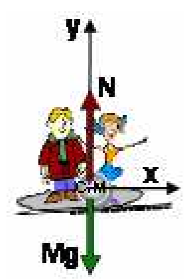
4. Si mucho después de llegar al plano BC, Juanito salta hacia atrás con una rapidez de 1 m/s, entonces se puede afirmar que la velocidad de Marisabel y la tabla será de:

SOLUCION:

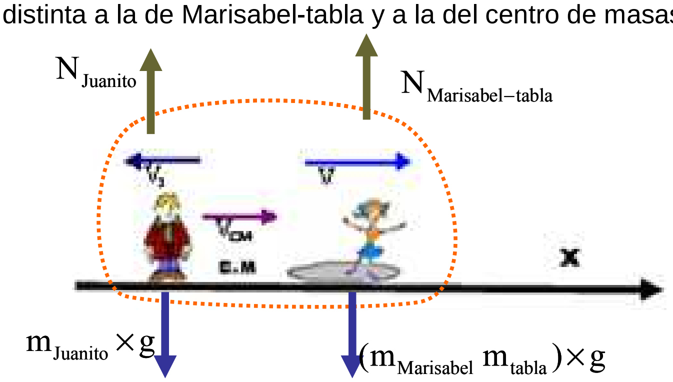
Para determinar la velocidad de Marisabel y tabla una vez que Juanito salte de la tabla, primero estudiamos el movimiento del centro de masa:

Justo antes de saltar Juanito:
Marisabel, Juanito, tabla y centro de masas todos se mueven con velocidad constante de

$$\vec{V}_{CM} = 4{,}98\ \hat{i}\ m/s$$



Justo después de saltar Juanito:
Una vez que Juanito salta de la patineta éste se mueve con una velocidad distinta a la de Marisabel-tabla y a la del centro de masas.



Durante el salto de Juanito:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\sum \vec{p}_i}{dt} \Rightarrow 0 = \frac{d\sum \vec{p}_i}{dt} \ \text{(Principio de conservación de la Cantidad de Movimiento)}$$

Por lo tanto:

$$\left(\sum \vec{p}_i\right)_{\substack{\text{Justo Antes}\\ \text{del salto}}} = \left(\sum \vec{p}_i\right)_{\substack{\text{Justo después}\\ \text{del salto}}}$$

$$M\times \vec{V}_{CM} = m_J\times \vec{v}_J + \left(m_M + m_T\right)\times \vec{v}_{M-T}$$

Despejando la velocidad de Marisabel y tabla se obtiene:

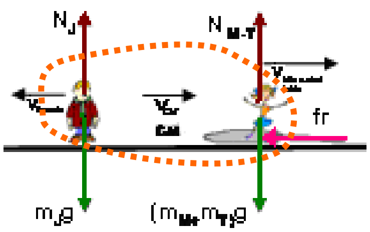
$$\vec{v}_{M-T} = \frac{M\times \vec{V}_{CM} - m_J\times \vec{v}_J}{\left(m_M + m_T\right)} \Rightarrow \vec{v}_{M-T} = \frac{(80+50+20)\times 4{,}98 - 80\times(-1)}{(50+20)} \Rightarrow \vec{v}_{M-T} = 9{,}53\ \hat{i}\,m/s$$

5. AHORA ASUMA QUE AL FINAL DEL PLANO BC HAY UNA SUPERFICIE RUGOSA. Entonces se puede afirmar que a partir del momento en que Marisabel y la tabla entren a la superficie rugosa:

a	Juanito acelera y Centro de Masas, la tabla y Marisabel frenan.	b	Todos frenan	c	Juanito y Centro de Masas continúan con velocidad constante y Marisabel y la tabla frenan.	d	El Centro de Masas acelera hacia Juanito	e	El Centro de Masas comienza a moverse en la dirección de Juanito.

SOLUCION:

Para saber que sucede una vez que Marisabel y tabla entran a la superficie rugosa realizamos un cuerpo libre del sistema:



- Del DCL para Juanito y aplicar segunda Ley de Newton, tenemos:

$$\sum \vec{F}_{ext_x} = m_J \times \vec{a}_J$$

$$0 = \vec{a}_J$$

Es decir que para la situación planteada, Juanito se mueve con velocidad constante.

- Ahora si observamos el DCL de Marisabel-tabla, al aplicar Segunda Ley de Newton, observamos que sobre estas partículas la suma de fuerzas externas es distinta de cero.

$$\sum \vec{F}_{ext_x} = (m_M + m_T)\vec{a}_{M-T}$$

$$-\frac{fr}{(m_M + m_T)} = \vec{a}_{M-T}$$

De aquí podemos determinar la aceleración de Marisabel -tabla

Lo que significa que estas partículas experimentan una aceleración. Al revisar el movimiento de estas partículas, vemos que justo antes de entrar a la superficie rugosa su velocidad es distinta de cero y al revisar los vectores de velocidad y aceleración tienen signo contrario por lo tanto estas partículas comienzan a frenar una vez que llegan a esta superficie.

- Y finalmente, si estudiamos el centro de masas:

$$\sum \vec{F}_{ext_x} = M\vec{a}_{CM}$$

$$\vec{a}_{CM} = -\frac{fr}{M}$$

De aquí podemos determinar la aceleración del Centro de masas

Observamos que el centro de masa experimenta una aceleración en la dirección y sentido de la fuerza neta aplicada. Al revisar los vectores de velocidad y aceleración del centro de masa vemos que tienen signo contrario por lo tanto el centro de masa comienza a frenar una vez que Marisabel y tabla llegan a esta superficie.

En conclusión: A partir del momento en el que maraisabel y tabla comienzan a moverse sobre la superficie rugosa el centro de masas acelera en sentido contrario al sistema de coordenadas (eje + x), es decir acelera en el sentido de la fuerza de roce (hacia Juanito), es importante resaltar que el centro de masas se venía moviendo hacia la derecha, de aquí también se concluye que a partir de este momento la velocidad del centro de masas comienza a disminuir.

Opción correcta: d