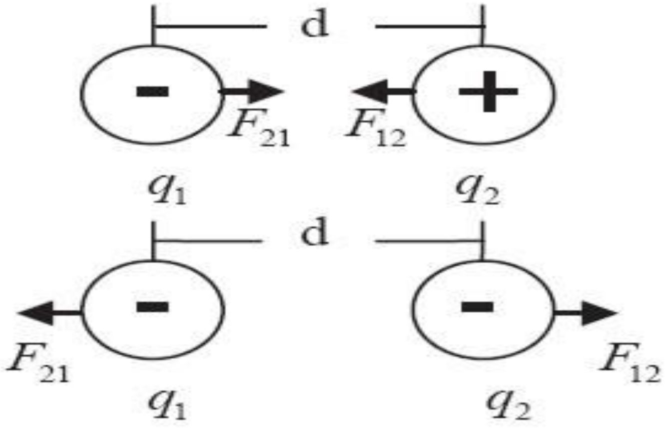
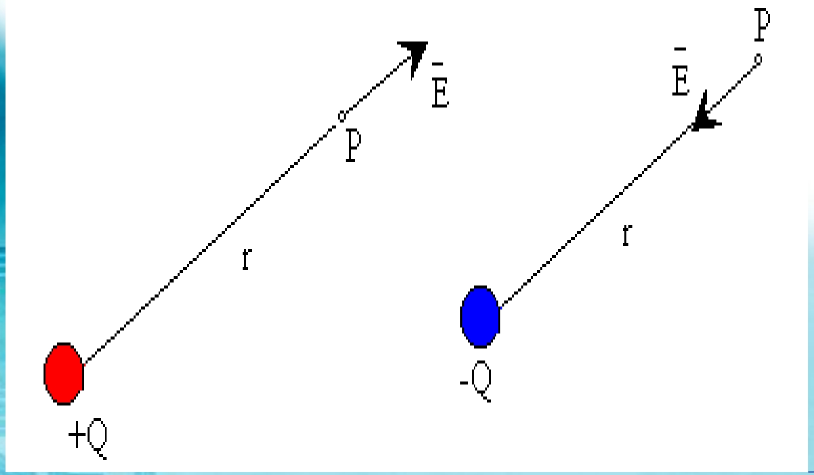
CAMPO ELECTRICO

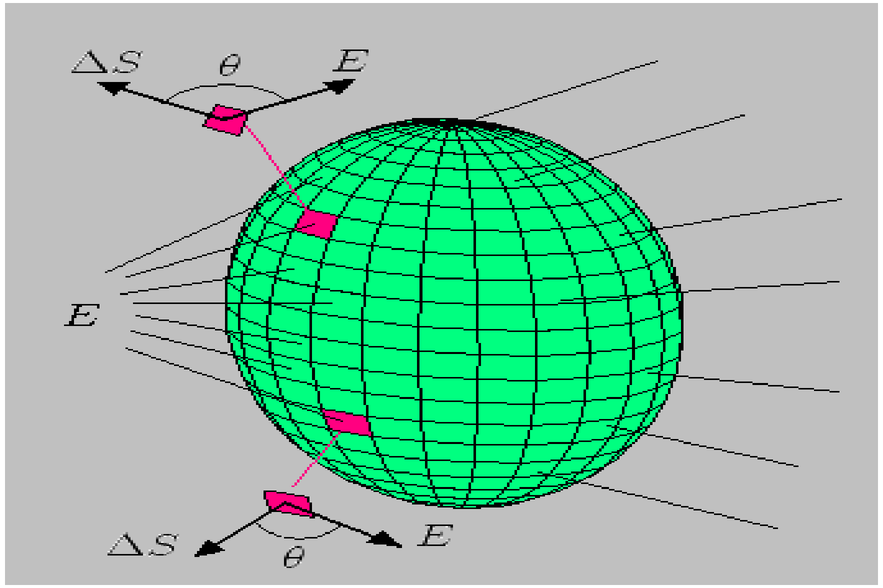
LEY DE COULOMB



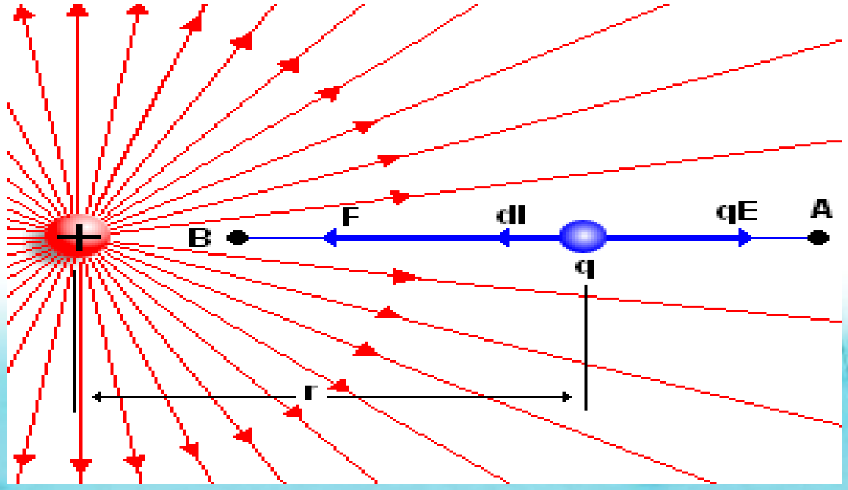
INTENSIDAD DE CAMPO ELECTRICO



LEY (TEOREMA) DE GAUSS



ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA



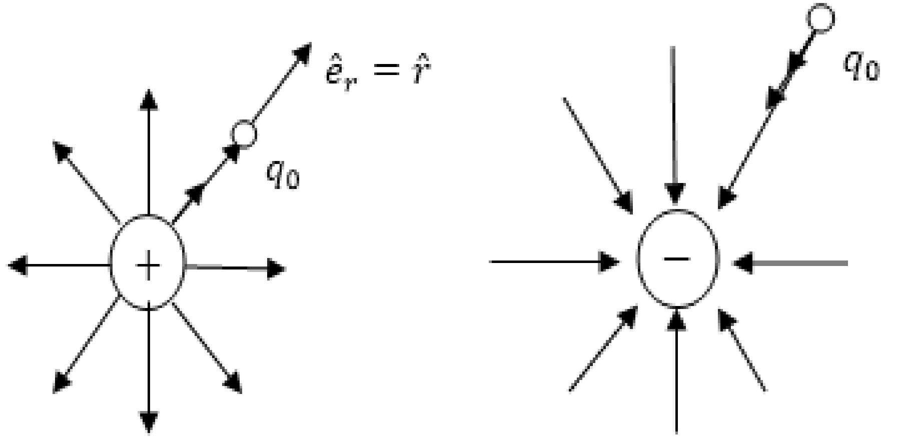
LEY DE GAUSS (Introducción)

- ✓ *Está basada en un concepto de simetría, aplicada a superficies cerradas; para aplicarla la superficie debe ser simétrica.*

- ✓ *Para aplicar la ley de Gauss es necesario establecer los conceptos de líneas de campo eléctrico o líneas de fuerza eléctrica y sus propiedades, así como el flujo del campo eléctrico o flujo eléctrico* (Φ_E).

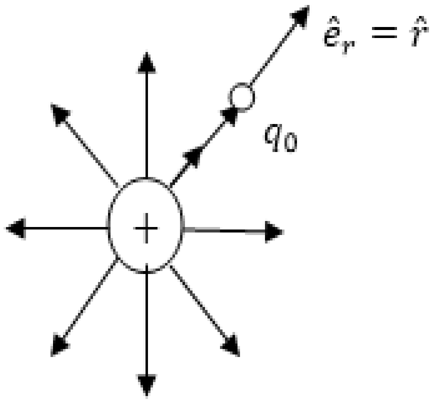
- ✓ *Las líneas de campo son líneas de fuerza eléctrica (imaginarias) que genera la carga Q sobre la carga de prueba q0*

- ✓ *Son radiales a la carga y representan gráficamente la dirección de repulsión o dirección de atracción de la carga Q sobre q0*

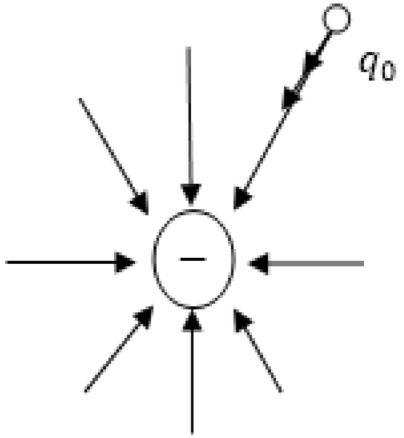


(a) Líneas de fuerza (carga ⊕)   (b) Líneas de fuerza (carga ⊖)

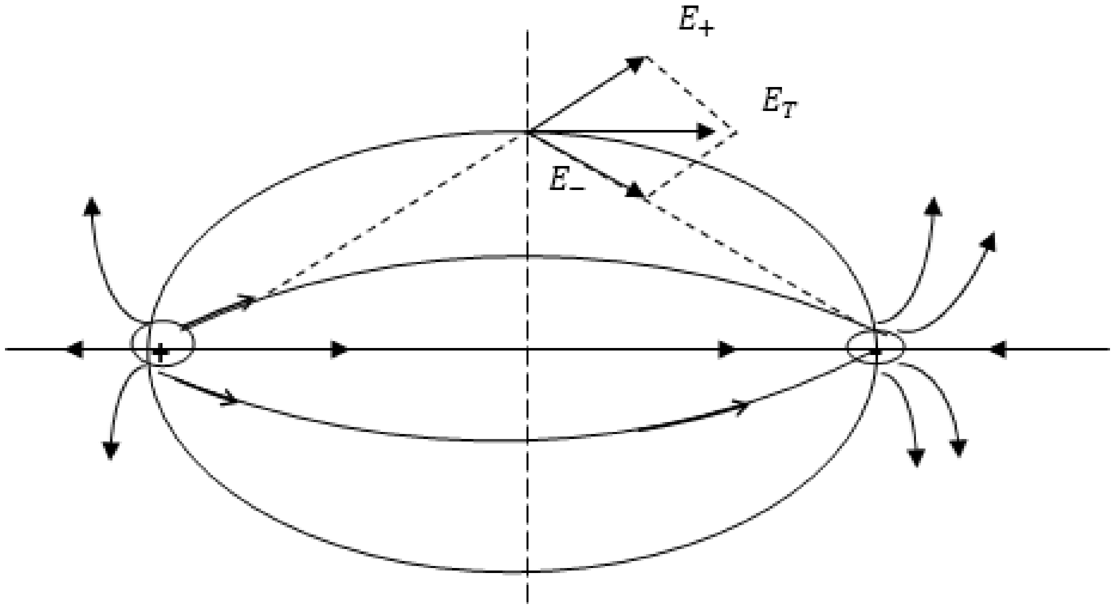
LEY DE GAUSS (Introducción)



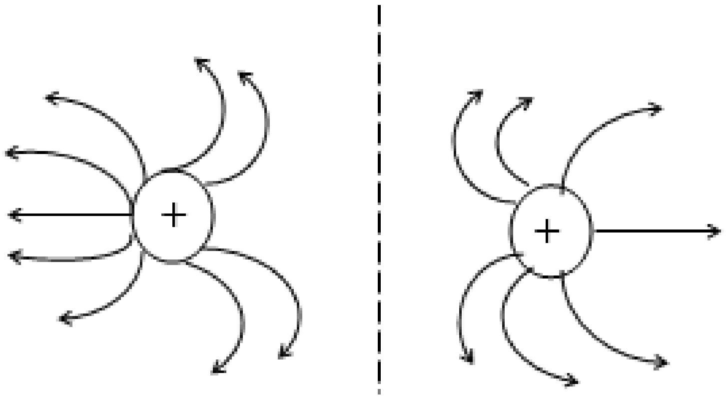
(a) Líneas de fuerza (carga ⊕)



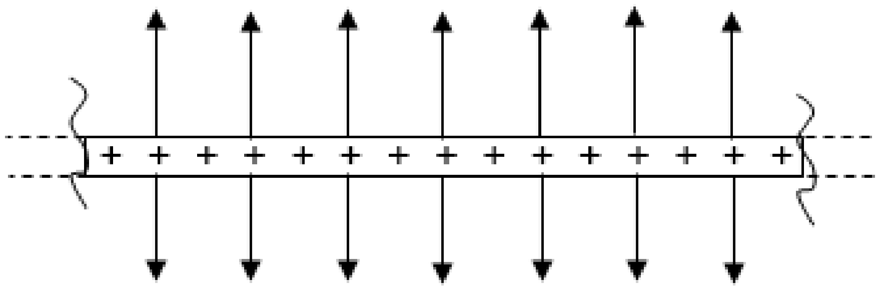
(b) Líneas de fuerza (carga ⊖



Dipolo Eléctrico.

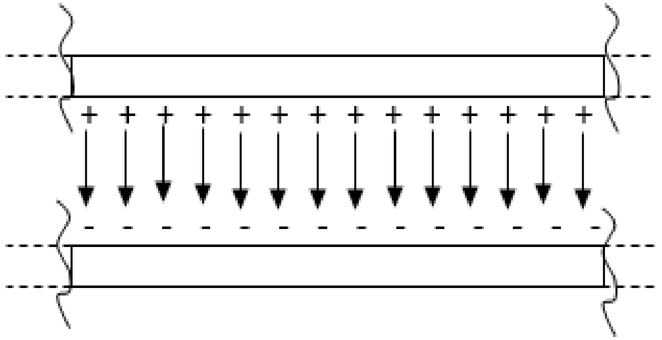


Líneas de fuerza para dos cargas iguales.

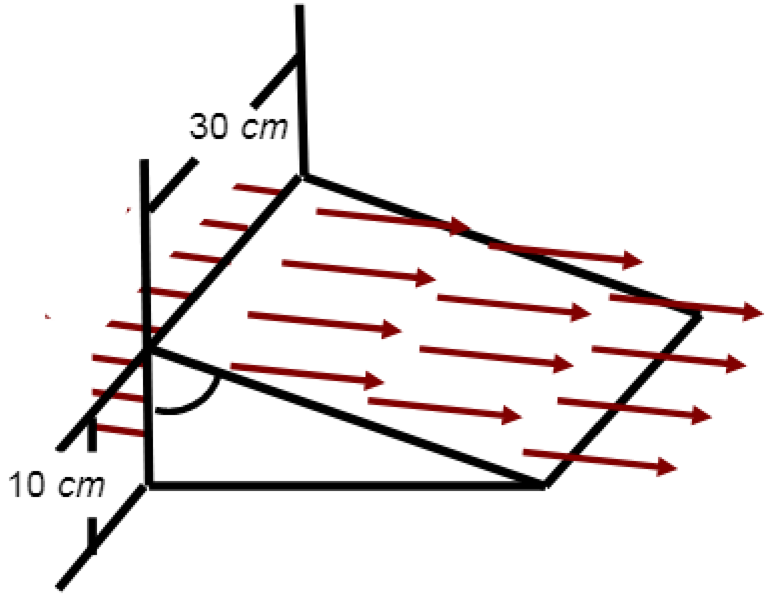


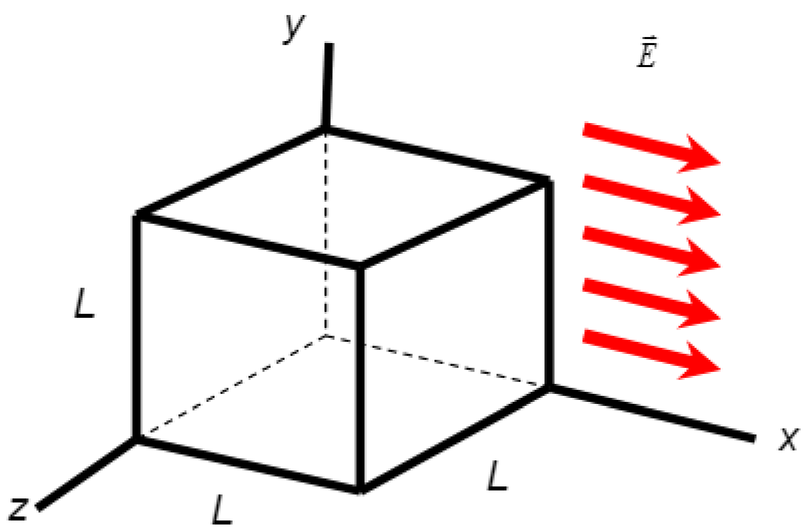
(c) Líneas de fuerza para placa cargada.

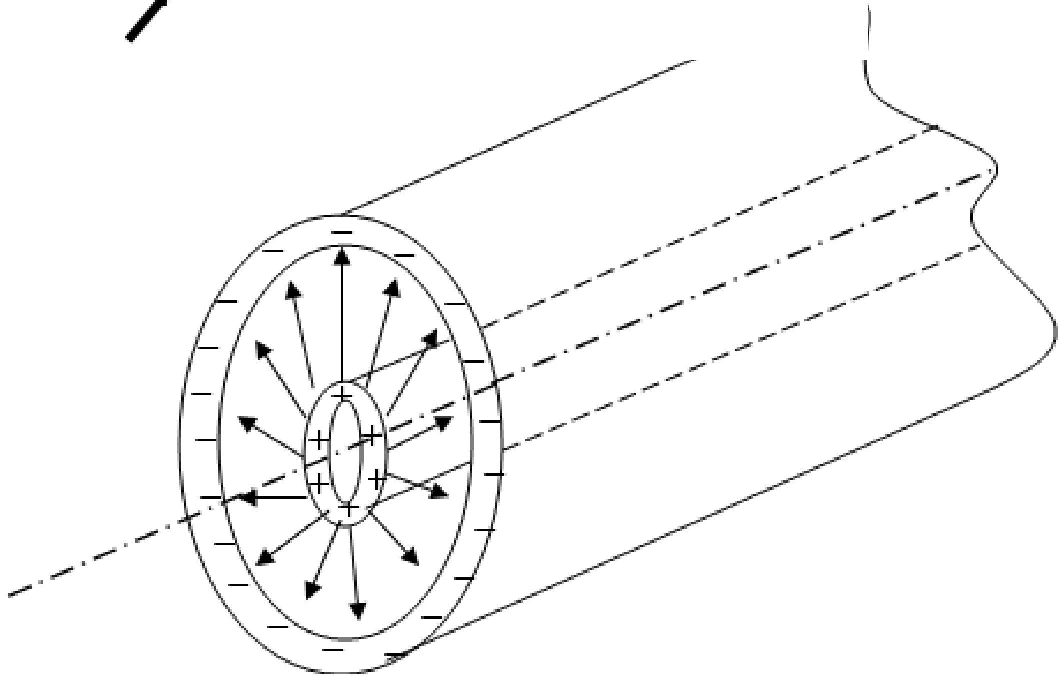
LEY DE GAUSS (Introducción)



(d) Dos placas paralelas con la misma densidad de carga y signo contrario.





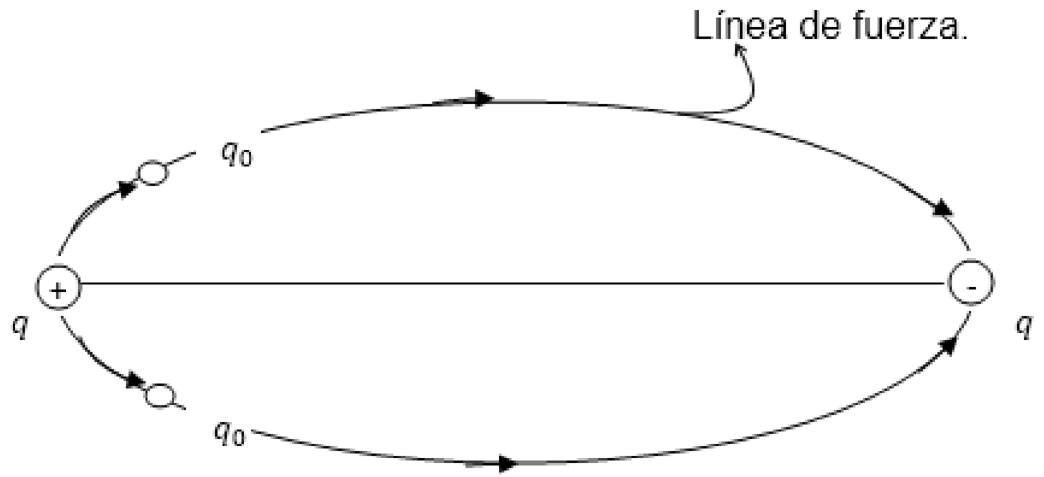


(e) Cascarones cilíndricos concéntricos con la misma carga total de signos contrarios.

LEY DE GAUSS (Introducción)

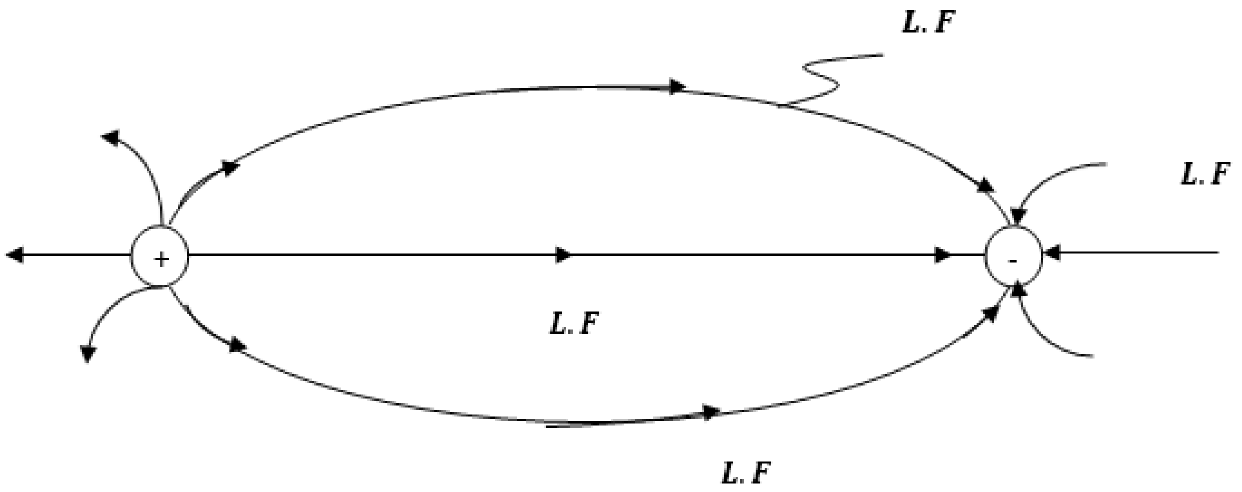
LINEAS DE FUERZA ELECTRICA

✓ Las líneas de fuerza eléctrica describen la trayectoria que realiza la carga de prueba q_0 colocada libremente en el campo eléctrico, son abstractas (imaginarias).



✓ Al analizar los diagramas de las figuras anteriores $(a, b, c, d\ y\ e)$ para diferentes distribuciones de carga se obtienen las siguientes propiedades:

1. Las líneas de fuerza se originan y comienzan en las cargas positivas y terminan en la carga negativa.

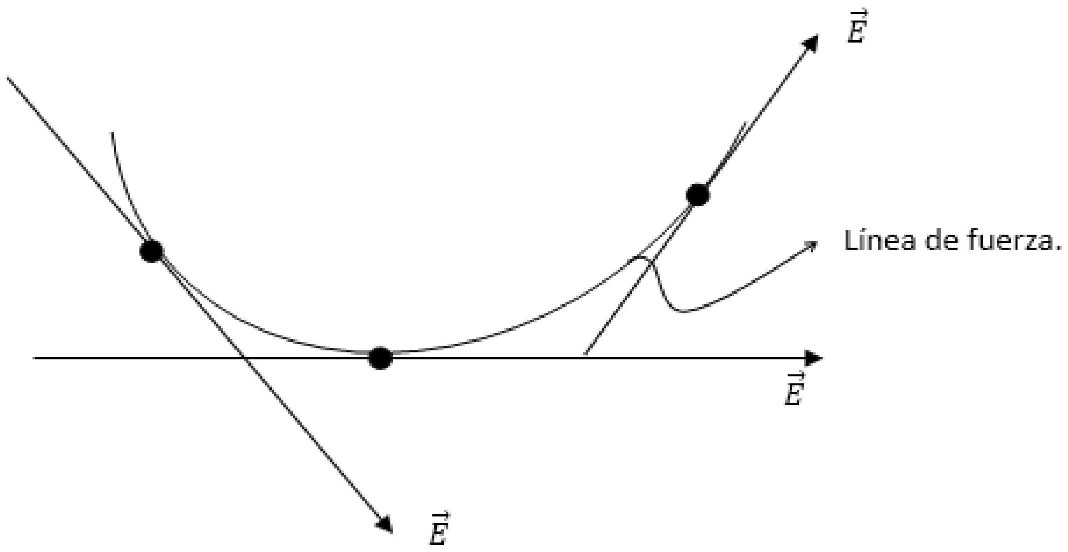


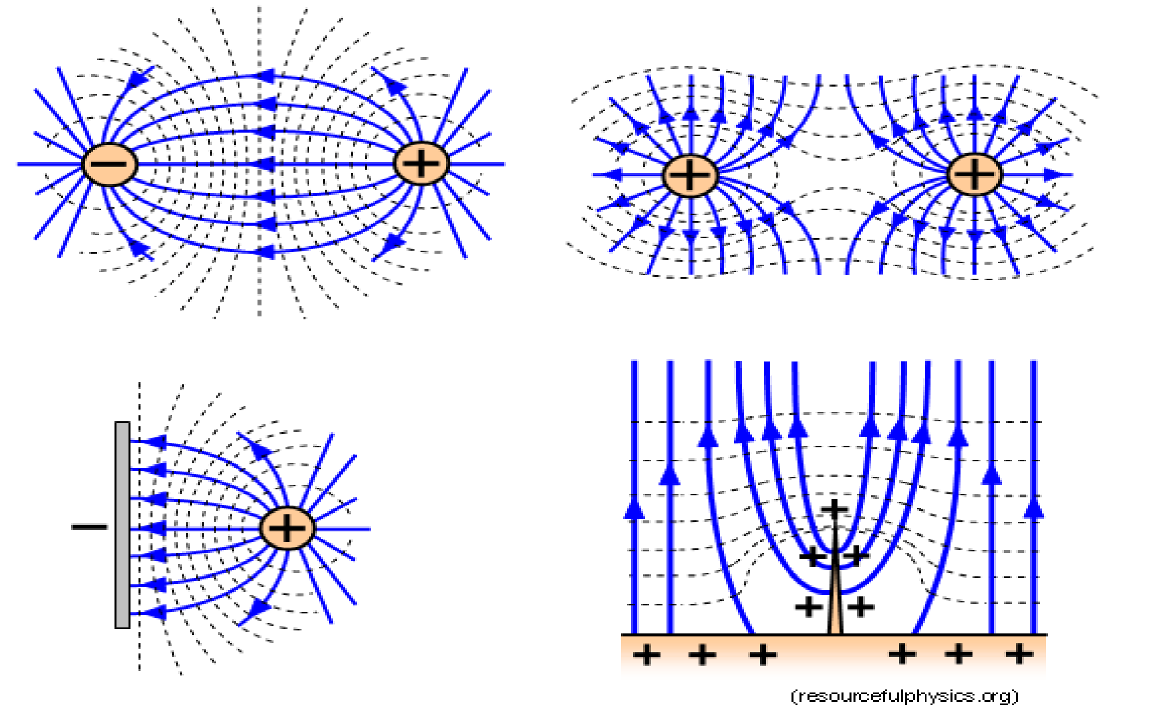
LEY DE GAUSS (Introducción)

LINEAS DE FUERZA ELECTRICA

2. Supongamos que existe una línea de fuerza.

Las líneas de fuerza son tangentes en todos los puntos del campo eléctrico.





3. La intensidad del campo eléctrico es directamente proporcional al número de líneas de fuerza por unidad de área.

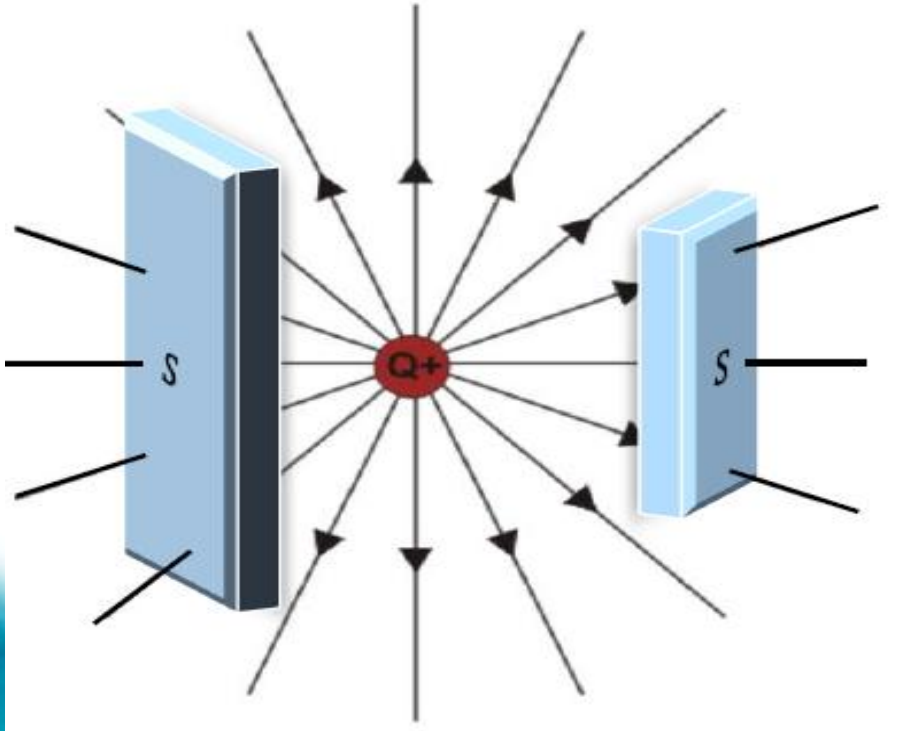
4. Las líneas de fuerza no se cruzan ni se cortan, es decir, por un punto de campo eléctrico solo puede pasar una sola línea de fuerza.

5. Las líneas de fuerza son abiertas.

LEY DE GAUSS (FLUJO ELECTRICO SOBRE SUPERFICIES SIMETRICAS Y CERRADAS)

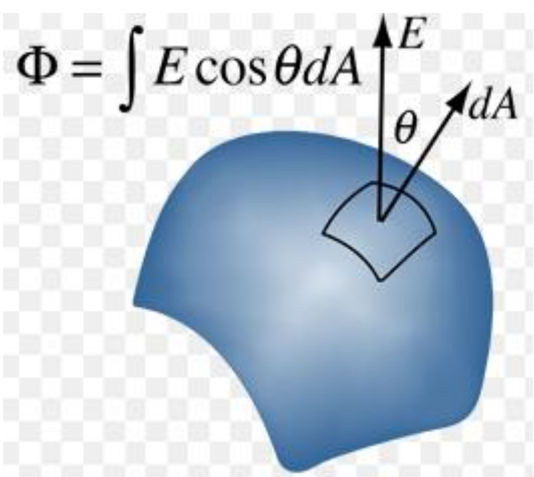
Flujo Eléctrico $\left(\boldsymbol{\phi}_{(\boldsymbol{E})}\right)$

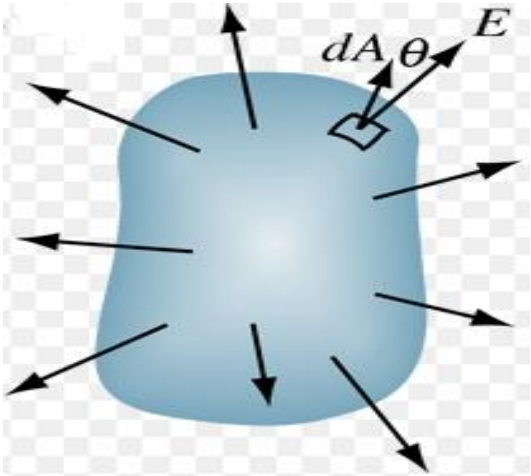
FLUJO ELÉCTRICO CARGAS FUERA DE LA SUPERFICIE



$$\phi_E = \int d\phi_E = \int \vec{E}.\overrightarrow{dA}$$

FLUJO ELÉCTRICO CARGAS ADENTRO DE LA SUPERFICIE



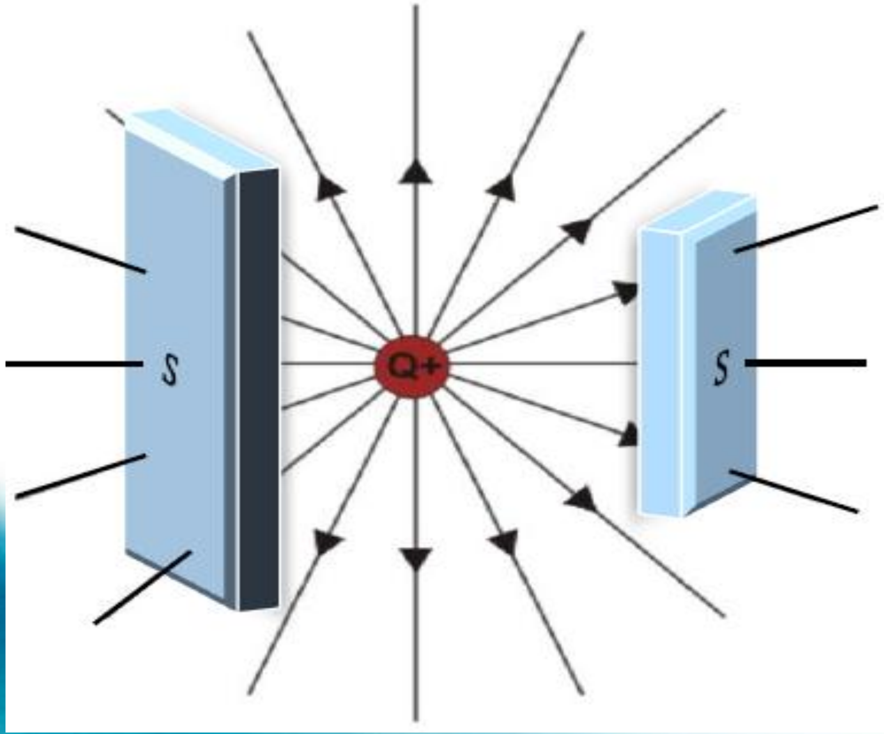


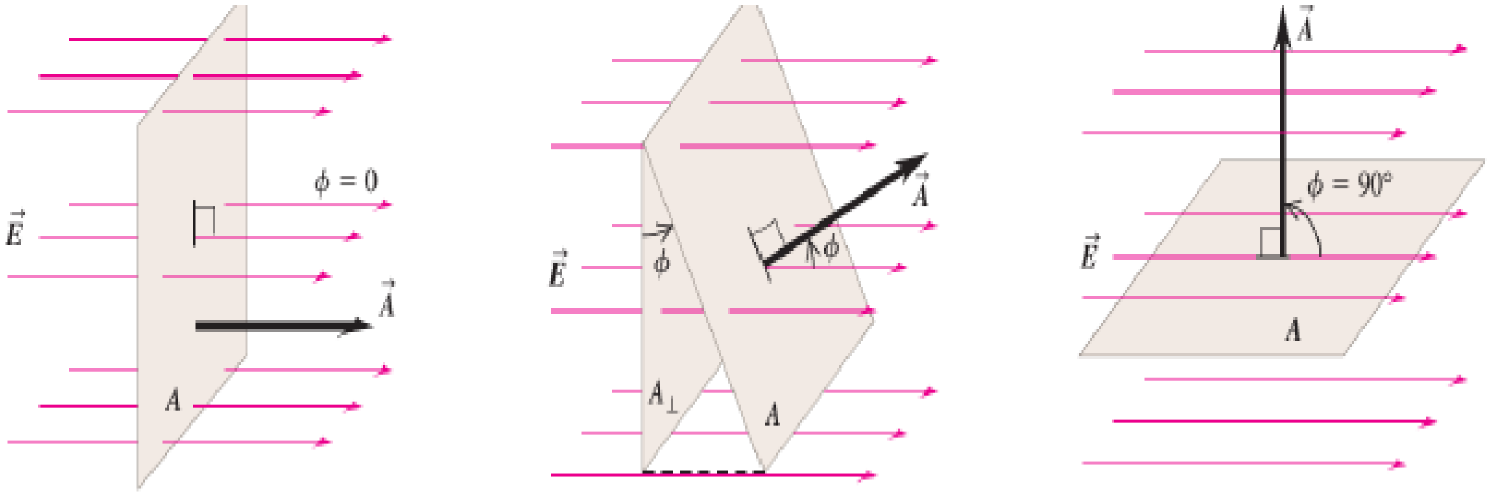
$$\phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

LEY DE GAUSS (FLUJO ELECTRICO SOBRE SUPERFICIES SIMETRICAS Y CERRADAS)

Flujo Eléctrico $\left(\boldsymbol{\phi_{(E)}}\right)$

FLUJO ELÉCTRICO CARGAS FUERA DE LA SUPERFICIE





$$\phi_E = \vec{E}.\vec{A} = E.A.\cos(\alpha) \qquad \vec{A} = A.\hat{n} \qquad \phi_E = \vec{E}.A.\hat{n}$$

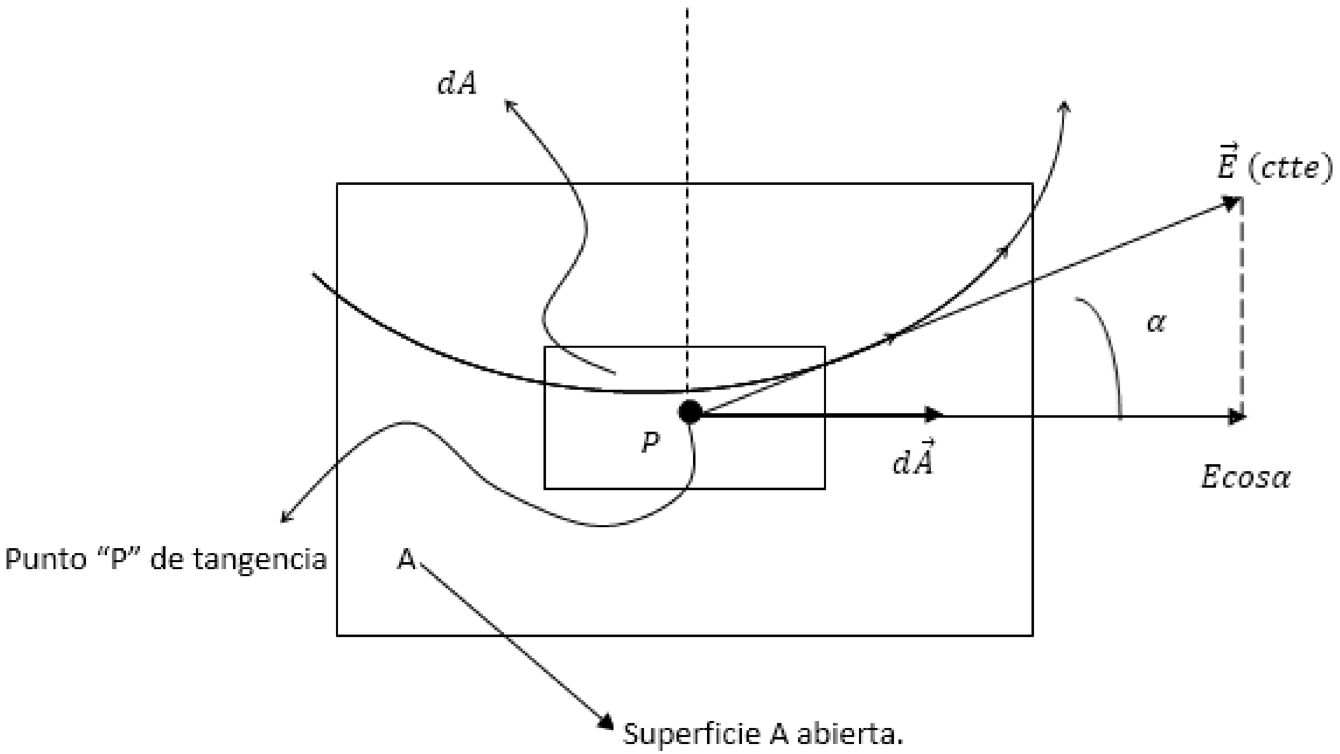
Donde $\hat{n}$ es un vector perpendicular al área y en la dirección "hacia afuera" del área.

$$\phi_E = \int d\phi_E = \int \vec{E}.\overrightarrow{dA}$$

LEY DE GAUSS (FLUJO ELECTRICO SOBRE SUPERFICIES SIMETRICAS Y CERRADAS)

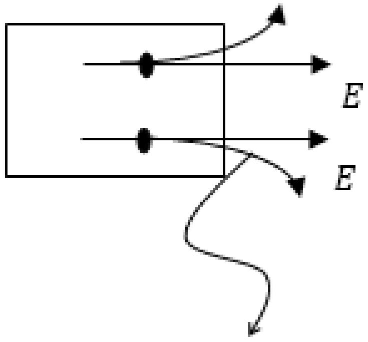
Flujo Eléctrico $\left(\phi_{(E)}\right)$

Supongamos:



$$\phi_E = \int d\phi_E = \int \vec{E}.\overrightarrow{dA}$$

FLUJO ELÉCTRICO CARGAS FUERA DE LA SUPERFICIE



$$Ecos\alpha \rightarrow Es\ una\ línea\ de\ fuerza$$
$$que\ es\ perpendicular\ (\perp)\ al\ punto\ P$$

$$dA \rightarrow d\phi_E \rightarrow d\phi_E = \vec{E}.\overrightarrow{dA}$$
$$el\ dA\ trae\ como\ consecuencia\ un\ d\phi_E$$

$$d\phi_E = \vec{E}.\overrightarrow{dA} \rightarrow \int d\phi_E = \int \vec{E}.\overrightarrow{dA}$$

LEY DE GAUSS (FLUJO ELECTRICO SOBRE SUPERFICIES SIMETRICAS Y CERRADAS)

FLUJO ELÉCTRICO $(\boldsymbol{\phi_{(E)}})$

Se representa por la letra $\phi_{(E)}$ y se define como el N° total de líneas de fuerza eléctrica o campo eléctrico E que atraviesan perpendicularmente una superficie o área A. (Ejm flujo de líneas de agua a través de una regadera).

$$Caudal\ (Q) = \frac{d\forall}{dt} = Area \times Velocidad.$$

$$\phi_E = \vec{E}.\vec{A} \qquad\qquad \phi_E = E.A.cos\alpha$$

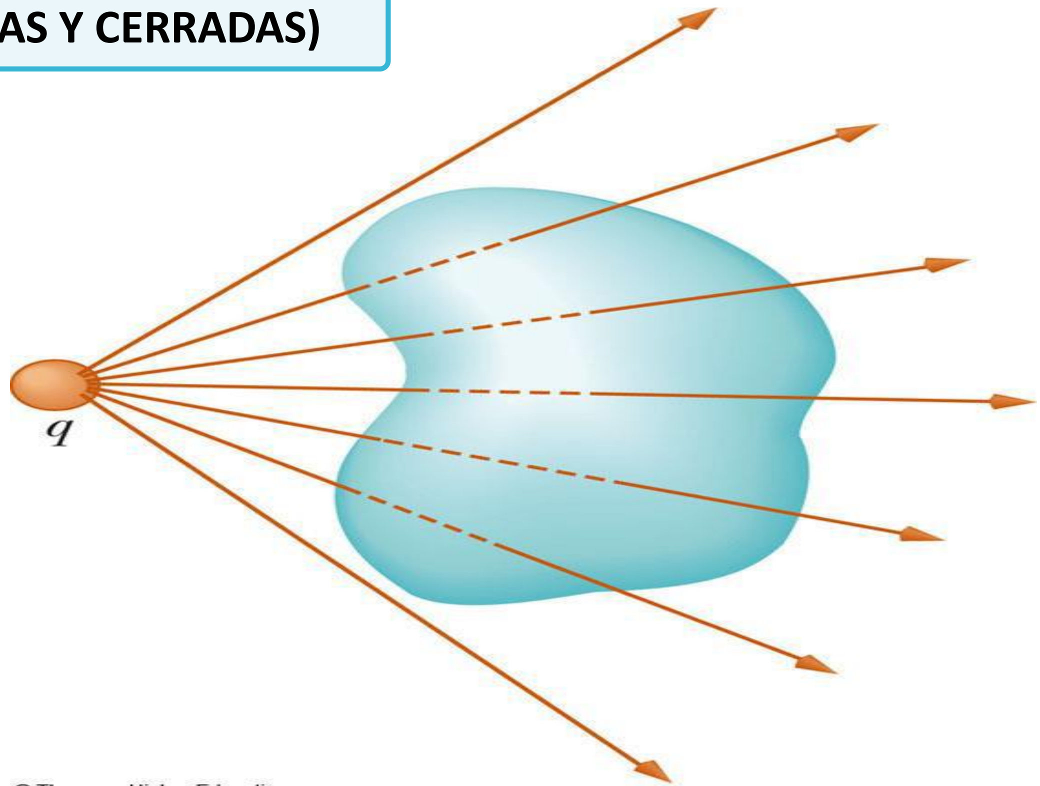
El vector $d\vec{A}\ \perp dA$ apunta hacia afuera y es perpendicular a la superficie abierta. El dA trae como consecuencia un $d\phi_E$

$$Ecos\alpha\ es\ una\ línea\ de\ fuerza \perp al\ punto\ P.$$

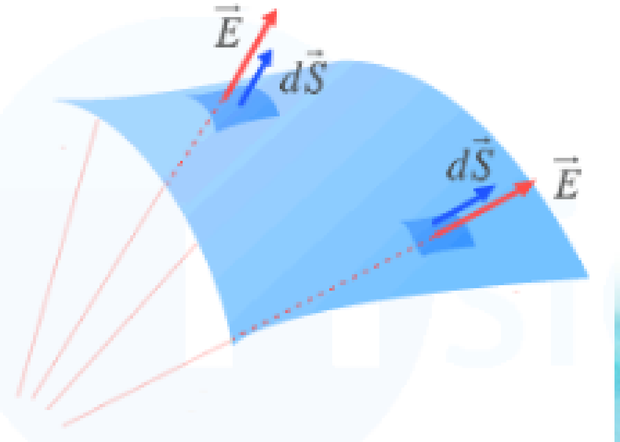
$$N°\ L.fuerza\ \ \perp dA = dA.E\ cos\alpha$$
$$d\phi_E = E.dA.cos\alpha$$

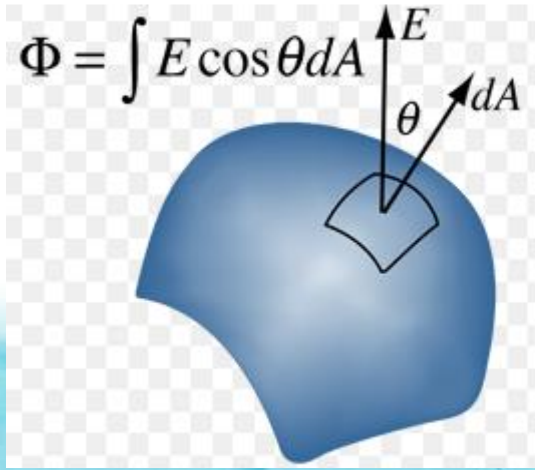
Para la sumatoria de todos los elementos infinitesimales de área dA el flujo eléctrico ϕ_E

$$\phi_E = \int d\phi_E = \int \vec{E}.\overrightarrow{dA}$$



© Thomson Higher Education





CASOS FLUJO ELÉCTRICO $\left(\phi_{(E)}\right)$

Existen casos en los que el flujo de las líneas de campo eléctrico E no coinciden con el elemento infinitesimal de área $dA = dS$, por lo tanto

$$d\phi_E = E.dA.cos\alpha$$

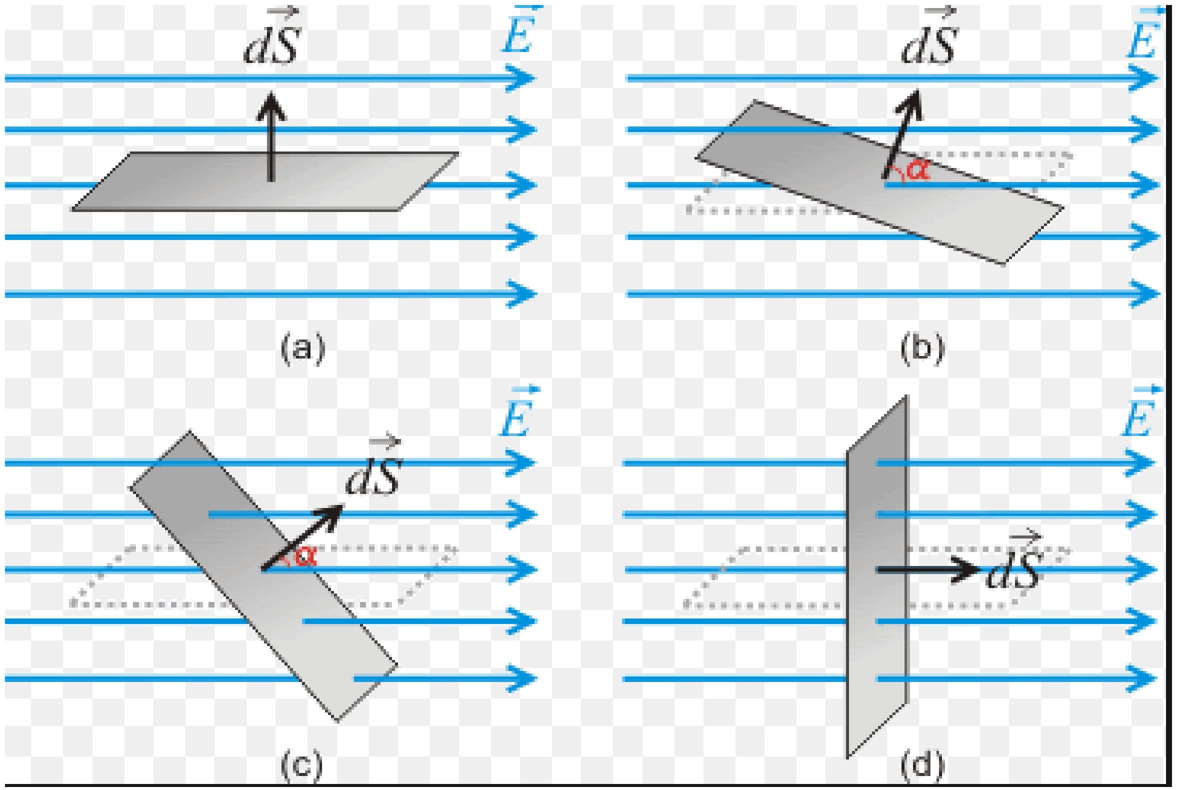
Estos casos son:

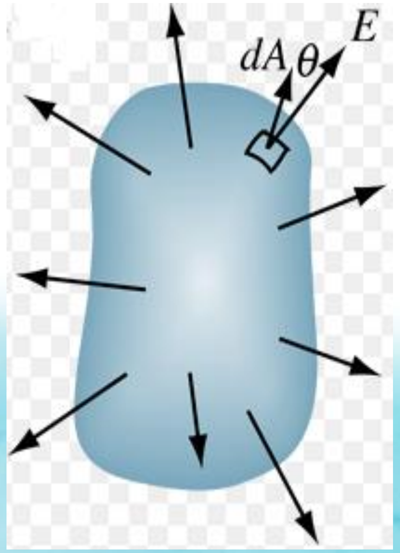
(a) El E y $dA = dS$ forman $\alpha = 90º$ por lo tanto $d\phi_E$ =0

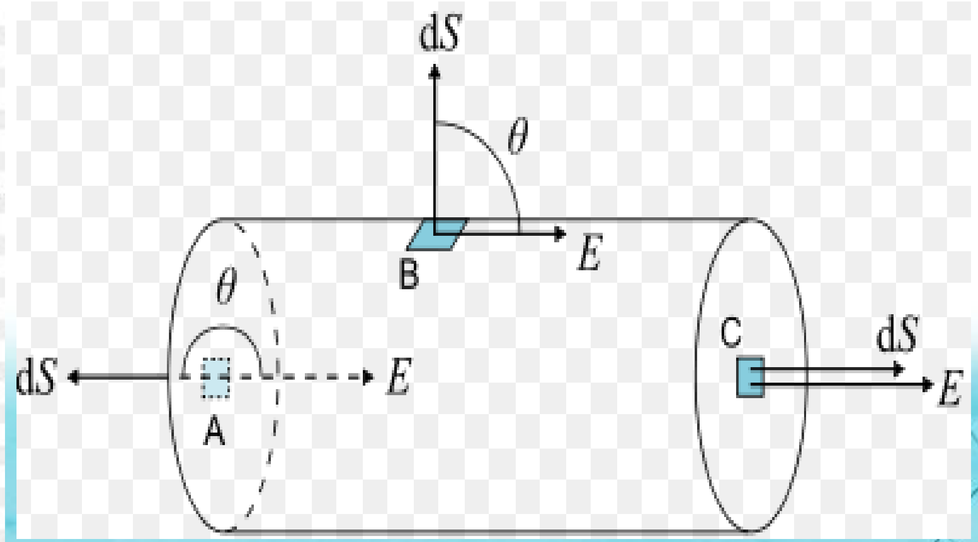
(b) El E y $dA = dS$ forman $\alpha < 90º$ por lo tanto $d\phi_E > 0$

(c) El E y $dA = dS$ forman $\alpha > 90º$ por lo tanto $d\phi_E < 0$

(d) El E y $dA = dS$ forman $\alpha = 0º$ por lo tanto $d\phi_E$ *es máximo*







FLUJO ELÉCTRICO $\left(\phi_{(E)}\right)$ DE CARGAS POSISTIVAS Y NEGATIVAS

Si el flujo eléctrico es **provocado por cargas positivas**, entonces

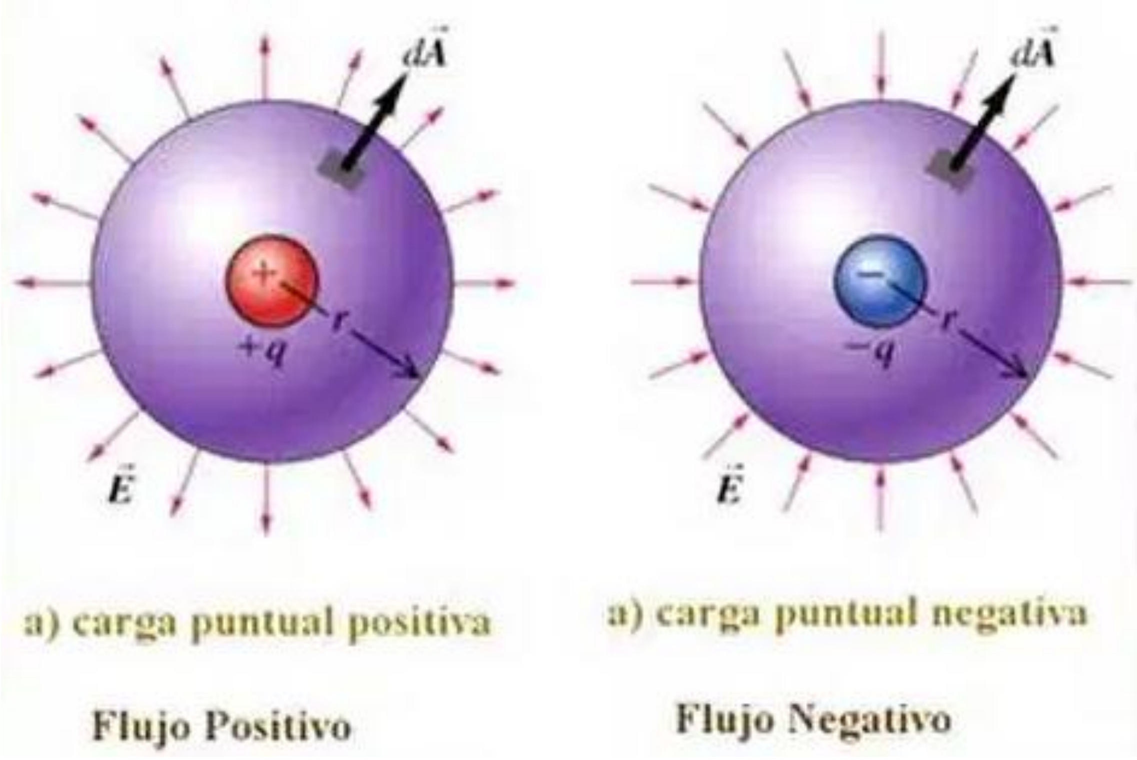
$$\phi_E = \vec{E}.\vec{A} > 0$$

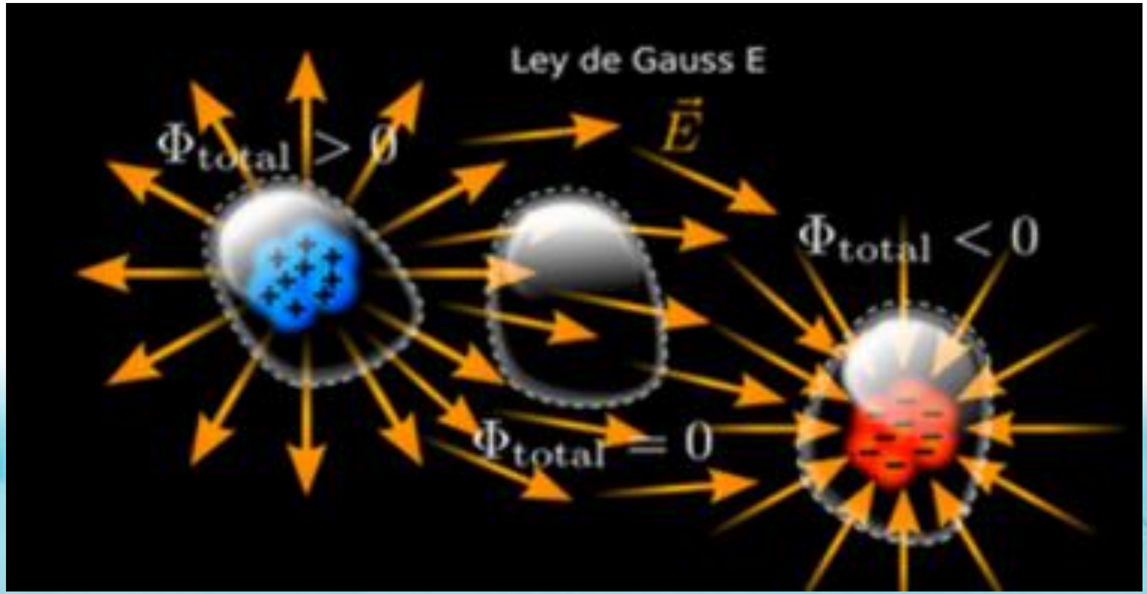
Si el flujo eléctrico es **provocado por cargas Negativas**, entonces

$$\phi_E = \vec{E}.\vec{A} < 0$$

Si la carga eléctrica o agente externo se encuentra fuera de la superficie que recibe el flujo eléctrico, entonces:

$$\phi_E = \vec{E}.\vec{A} - \vec{E}.\vec{A} = 0$$





Flujo Eléctrico $\left(\phi_{(E)}\right)$

LEY DE GAUSS

Consideremos una carga puntual "+q" y una Superficie cerrada concéntrica que encierra a la misma, a la que llamaremos ***superficie gaussiana.***

Si:

$$\left.\begin{array}{ll} E(r) = k.\dfrac{q}{r^2} & E\ \alpha\ q \\ \\ \phi_E = \displaystyle\int \vec{E}.d\vec{A} & \phi_E\ \alpha\ E \end{array}\right\}\ \phi_E\ \alpha\ q$$

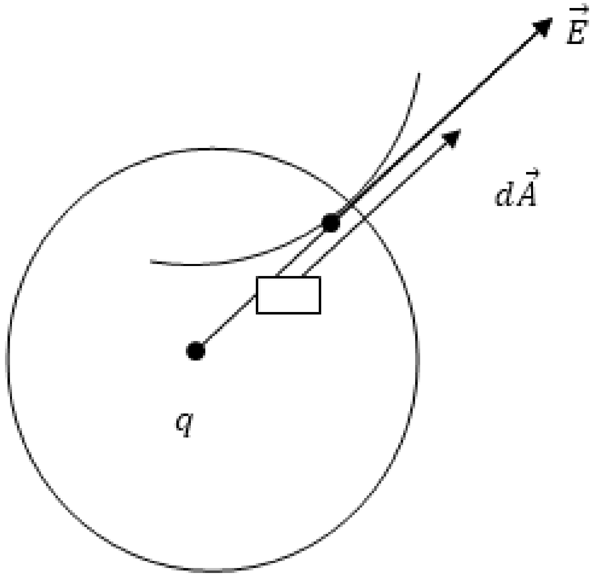
Por lo tanto:

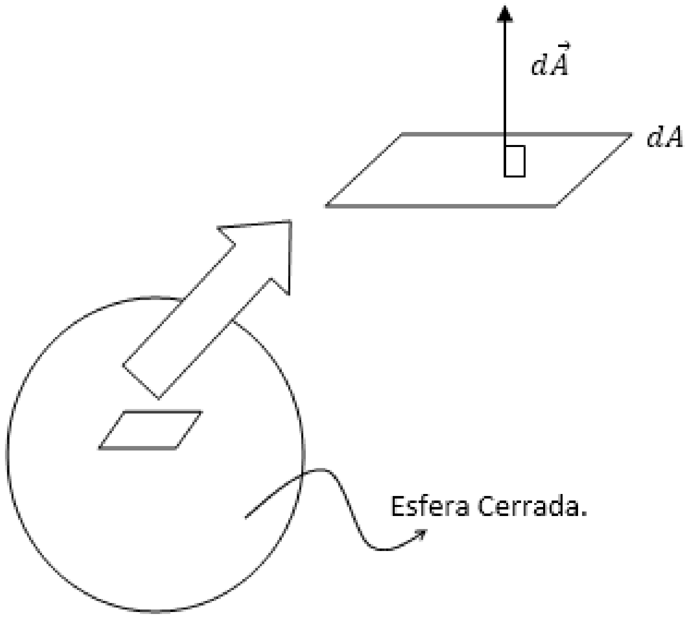
$$\phi_E = ctte.q \qquad ctte = \frac{1}{\varepsilon_0} \qquad \phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

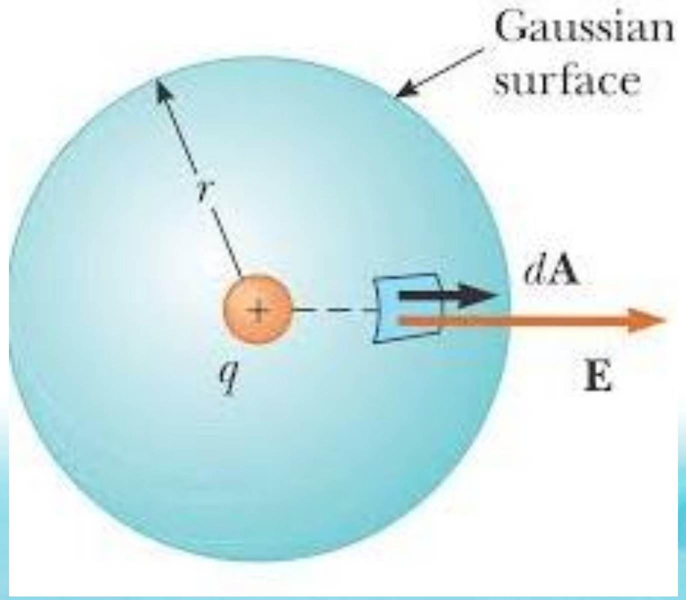
Entonces la Ley de Gauss es:

$$\phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0} \quad q_n = carga\ encerrada$$

FLUJO ELÉCTRICO CARGAS ADENTRO DE LA SUPERFICIE







Flujo Eléctrico $\left(\boldsymbol{\phi}_{(\boldsymbol{E})}\right)$

LEY DE GAUSS

*Consideremos una carga puntual "+q" y una Superficie cerrada concéntrica que encierra a la misma, a la que llamaremos **superficie gaussiana.***

Si:

$$\left.\begin{aligned} &E(r) = k.\frac{q}{r^2} \qquad E\ \alpha\ q \\[2em] &\phi_E = \int \vec{E}.d\vec{A} \qquad \phi_E\ \alpha\ E \end{aligned}\right\} \quad \phi_E\ \alpha\ q$$

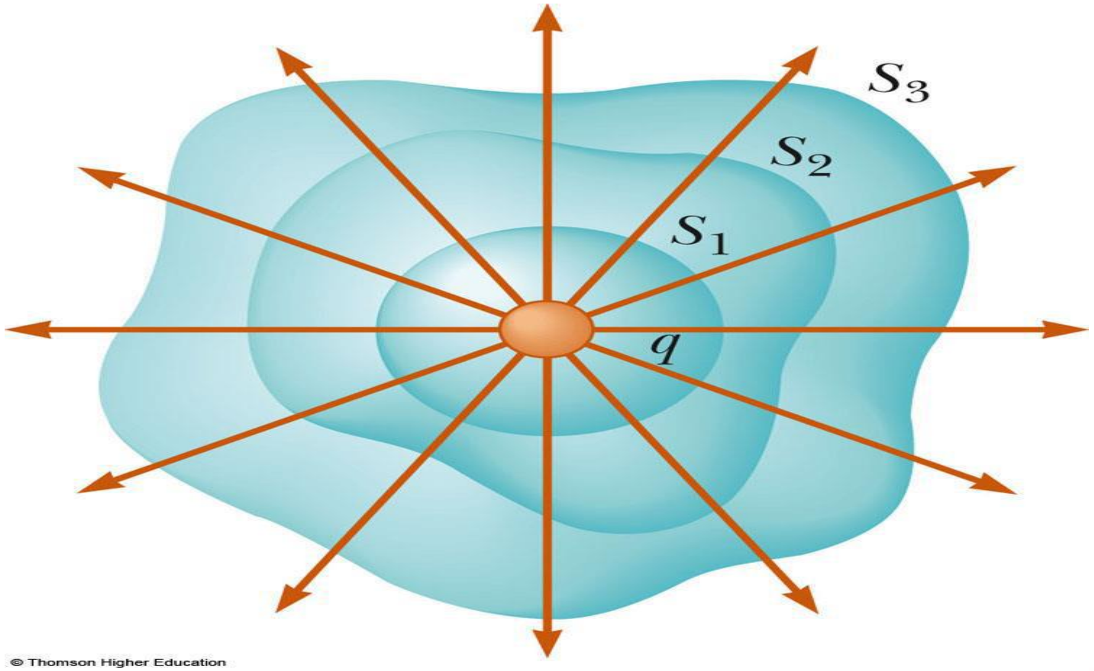
Por lo tanto:

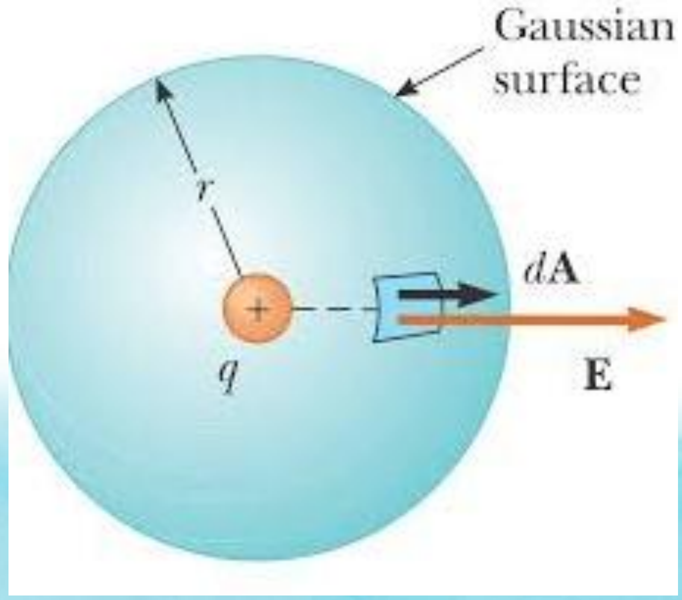
$$\phi_E = ctte.q \qquad ctte = \frac{1}{\varepsilon_0} \qquad \phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

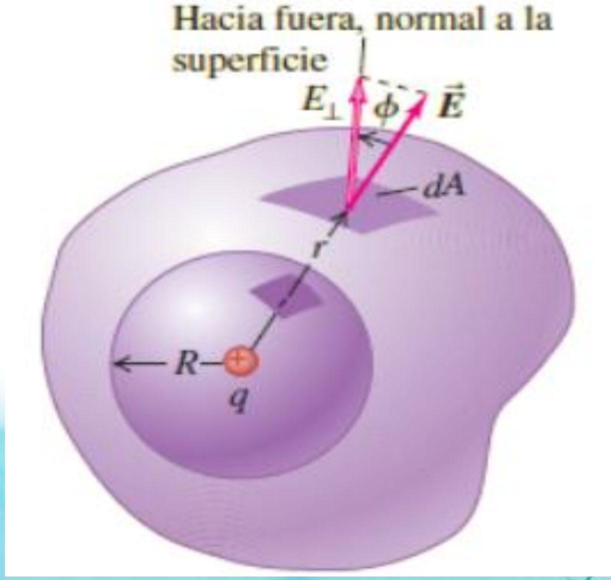
Entonces la Ley de Gauss es:

$$\phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0} \qquad q_n = carga\ encerrada$$

FLUJO ELÉCTRICO CARGAS ADENTRO DE LA SUPERFICIE







Definición de la Ley de Gauss

$$\left(\phi_{(E)} = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}\right)$$

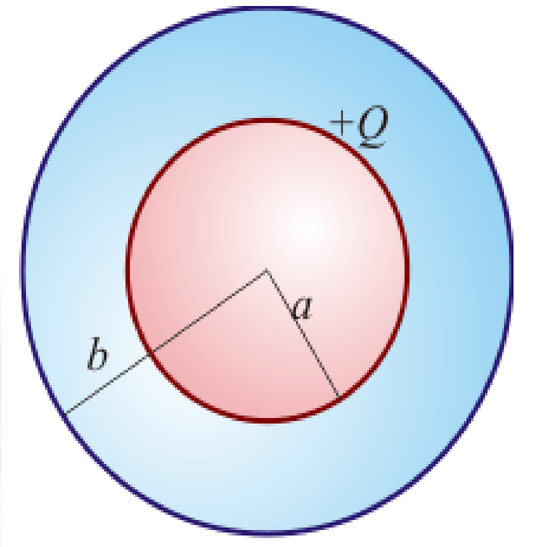
ENUNCIADO DE LA LEY DE GAUSS:

"El flujo eléctrico que pasa a través de cualquier superficie cerrada (Gaussiana) es equivalente a la carga neta encerrada por esa superficie, entre la constante de permitividad del vacío ε_0

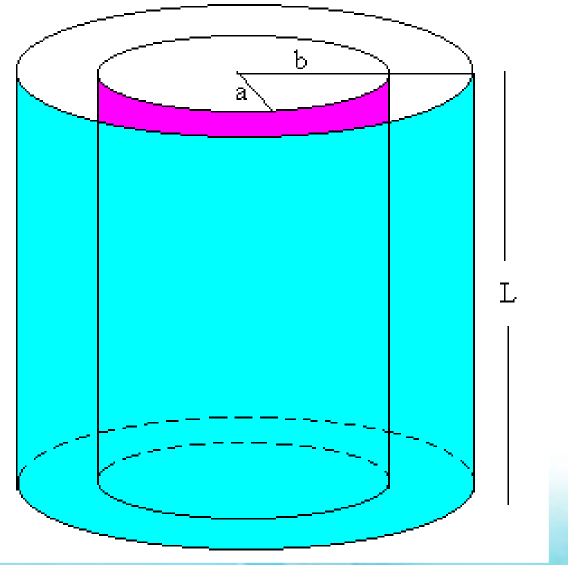
PERMITE:

- ✓ Determinar el flujo eléctrico que produce una carga Q encerrada por una superficie gaussiana de radio "r".
- ✓ Calcular de forma simple el campo eléctrico debido a distribuciones de carga con alto grado de simetría, particularmente distribuciones de carga con simetría esférica, cilíndrica o plana.
- ✓ Determinar el campo eléctrico E por regiones "r" de la superficie gaussiana.

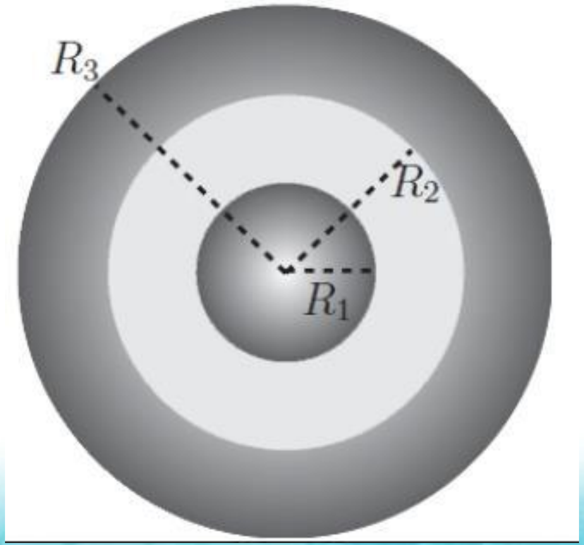
PARA SER APLICADA A:



CASCARONES ESFERICOS



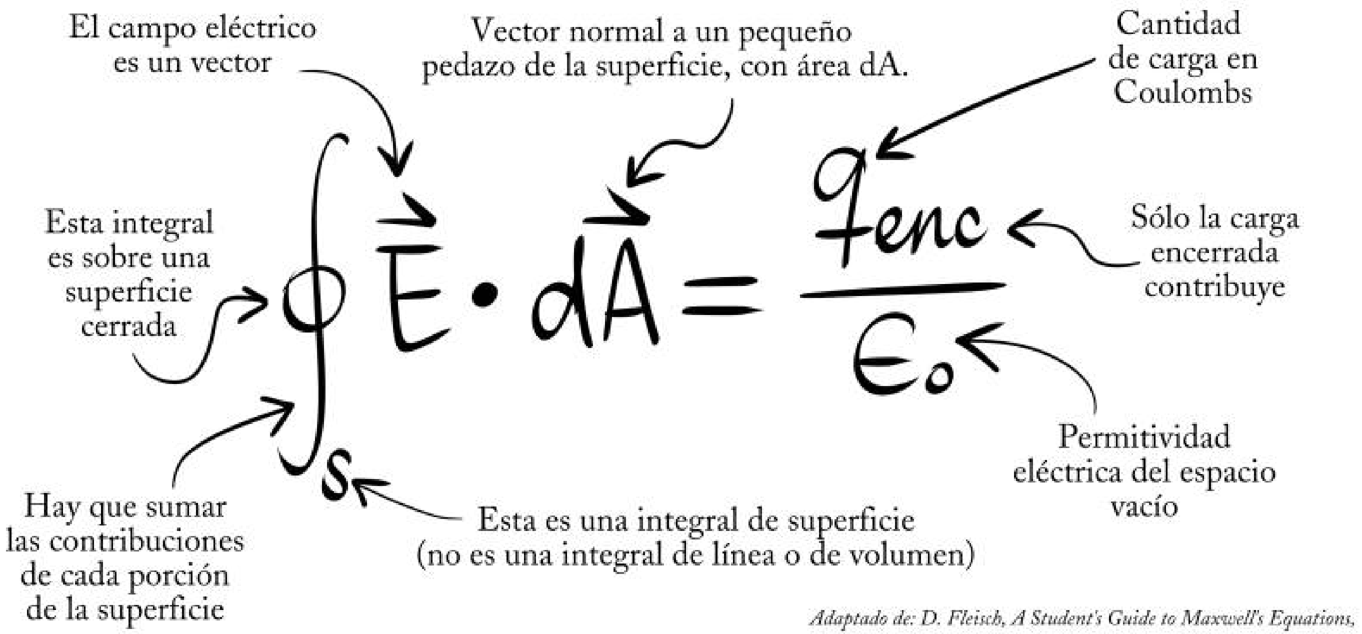
CASCARONES CILINDRICOS



CARGA CON ESFERA HUECA

Definición de la Ley de Gauss

$$\left(\boldsymbol{\phi}_{(\boldsymbol{E})} = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}\right)$$



Adaptado de: D. Fleisch, A Student's Guide to Maxwell's Equations, Cambridge University Press, 2008.

CONSIDERACIONES:

- ✓ *Hay flujo eléctrico solamente si hay carga neta encerrada por la superficie gaussiana (Superficie cerrada).*
- ✓ *La carga externa no contribuye a crear flujo eléctrico, no se toma en cuenta, solamente es la que se encuentra encerrada.*
- ✓ *La ley de gauss se aplica solo a superficies cerradas*
- ✓ *La superficie cerrada debe ser simétrica a la distribución de la carga, de tal forma que los valores de E y α sean CONSTANTES para cualquier punto sobre la superficie gaussiana.*

EJEMPLOS: APLICACIÓN DE LA LEY DE GAUSS

$$\boldsymbol{\phi}_{(\boldsymbol{E})} = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$A_{esfera} = 4\pi R^2$$

EJEMPLO 1: CALCULAR EL CAMPO ELÉCTRICO DE UNA CARGA POSITIVA PUNTUAL.

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$q_n = q$$

$$\oint E.dA.cos\alpha = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$\alpha = 0$$

$$\oint E.dA.cos0 = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$E\oint dA = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

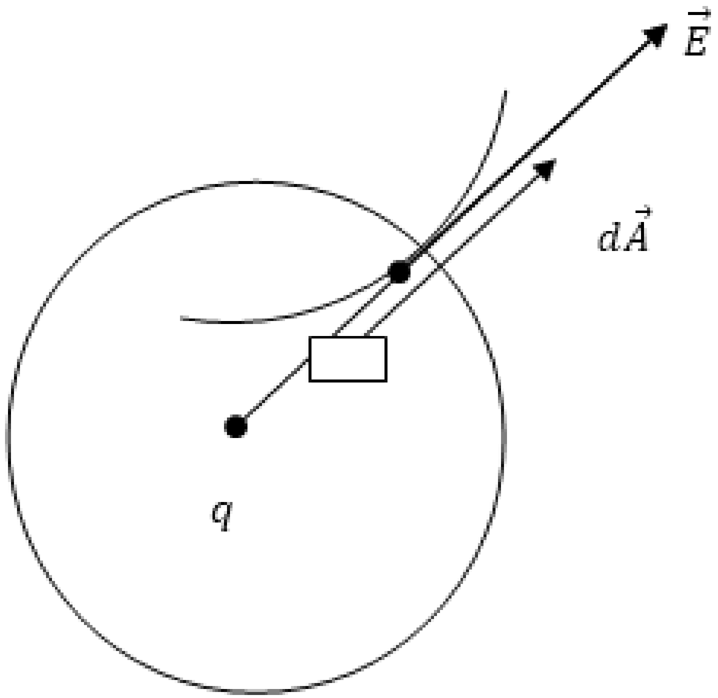
$$E.A_{s.g} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

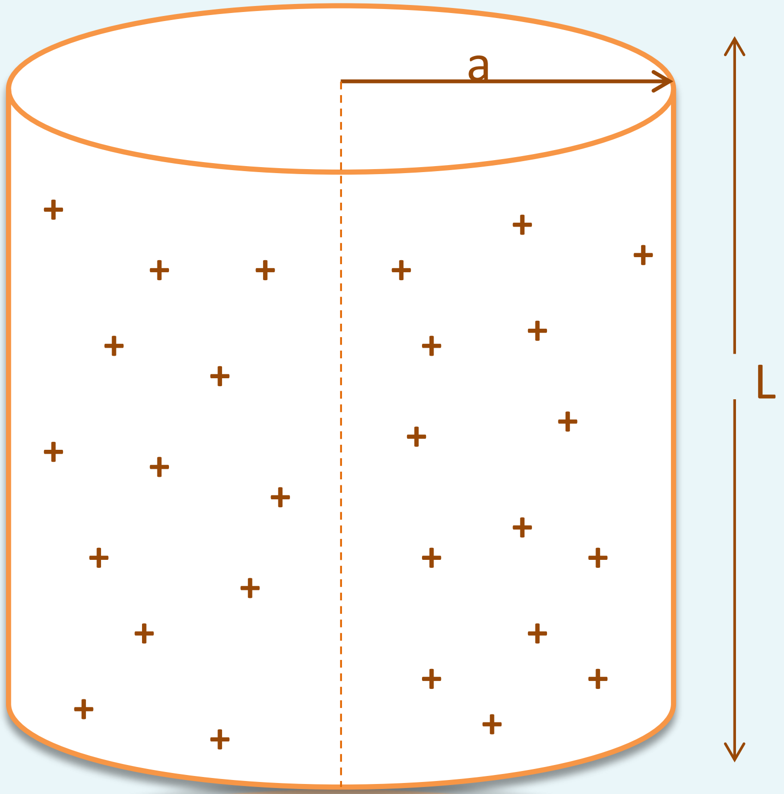
$$A_{s.g} = 4\pi r^2$$

$$E.4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi r^2\,\varepsilon_0}$$

$A_{s.g}$ Area de la superficie gaussiana





$$E(r) = ? \begin{cases} r < a \\ r > a \end{cases}$$

EJEMPLO 2: CALCULAR EL CAMPO ELÉCTRICO DE UN CILINDRO CON SUPERFICIES GAUSSIANAS (CILINDRO MACIZO NO CONDUCTOR)

$$\boldsymbol{\phi}_{(\boldsymbol{E})} = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$A_{\substack{cuerpo \\ cilindro}} = 2\pi RL$$

$$A_{Circulo} = \pi R^2$$

Para $r < a$ **Densidad de carga** $\rho = \frac{q}{V}$ $q = \rho . V$

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0}$$

$$\underset{cara1}{\oint} \vec{E}.d\vec{A} + \underset{cuerpo}{\oint} \vec{E}.d\vec{A} + \underset{cara2}{\oint} \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$

$$\int \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0} \;;$$

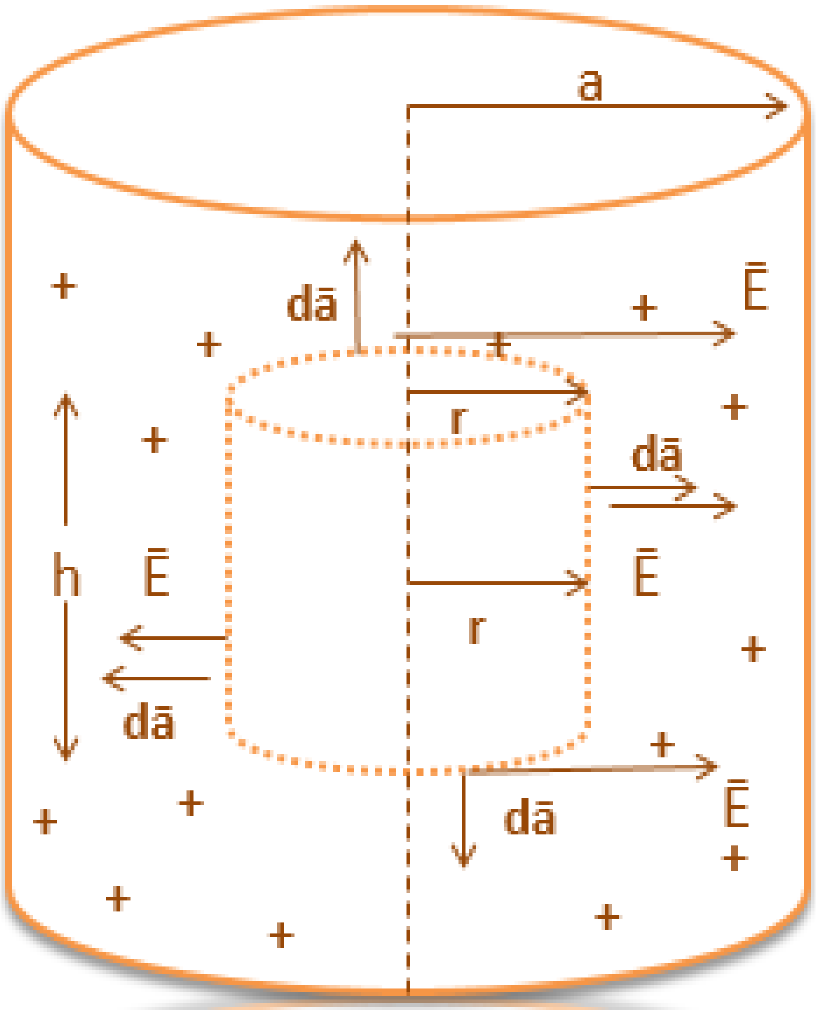
$$q_{ENCERRADA} = \rho . V_{donde\ está\ la\ carga.}$$

$$E.A_{sup.Gauss} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi rh) = \frac{\rho . V}{\varepsilon_0}$$

$$E.2\pi rh = \frac{\rho\pi r^2 h}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \rightarrow Para\ r < a$$



Para $r > a$ **Densidad de carga** $\rho = \dfrac{q}{V}$

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0}$$

$$\underset{cara1}{\oint} \vec{E}.d\vec{A} + \underset{cuerpo}{\oint} \vec{E}.d\vec{A} + \underset{cara2}{\oint} \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$

$$\int \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0} \; ;$$

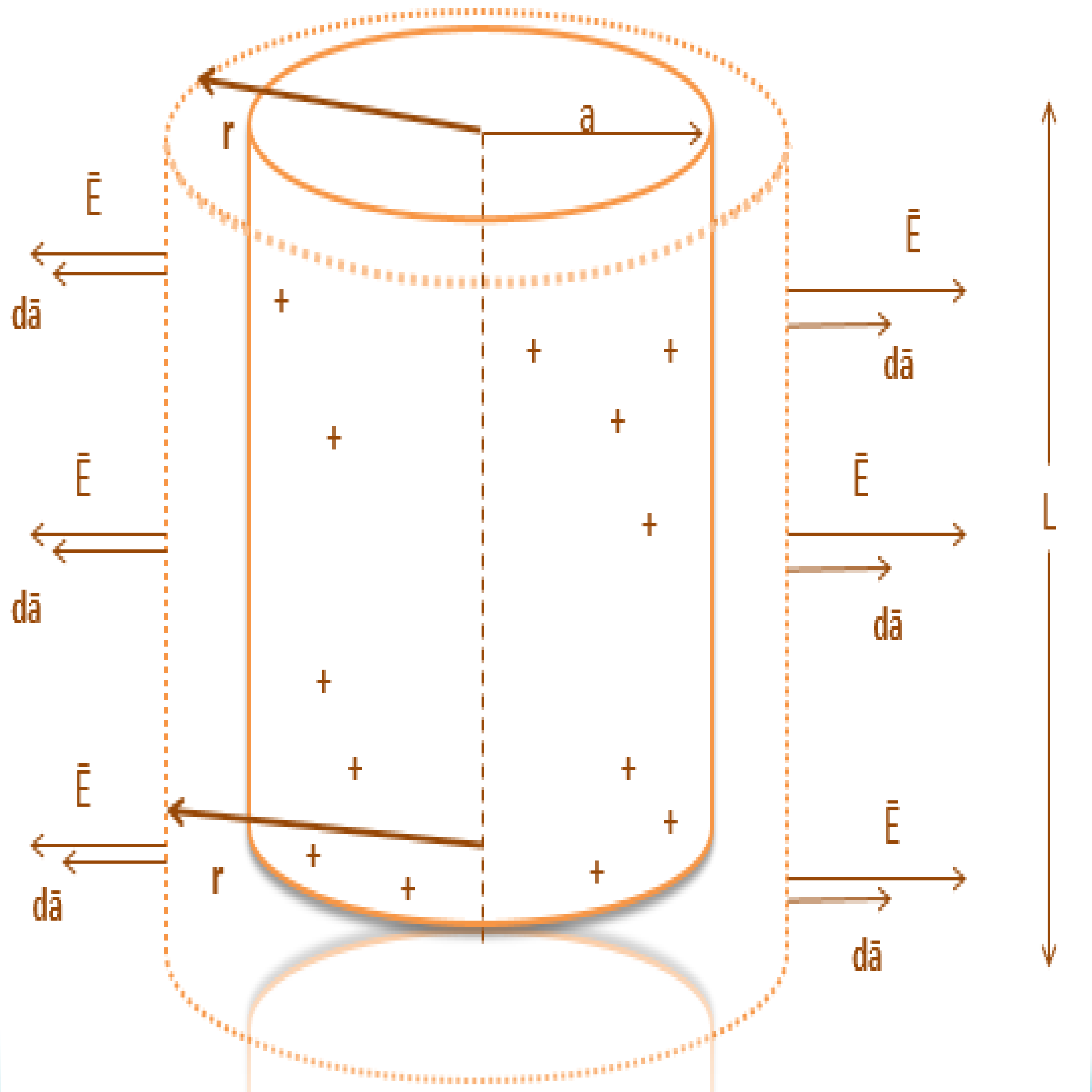
$$q_{ENCERRADA} = \rho.V_{donde\ está\ la\ carga.}$$

$$E.A_{sup.Gauss} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi rh) = \frac{\rho.V}{\varepsilon_0}$$

$$E2\pi rL = \frac{\rho\pi a^2 L}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho a^2}{2r\varepsilon_0} \rightarrow Para\ r > a$$



EJEMPLOS APLICACIÓN DE LA LEY DE GAUSS
CAMPO DE UNA ESFERA CONDUCTORA CON CARGA

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$Region\ r < R$

$\boldsymbol{E = 0\ (por\ ser\ conductor)}$

$Region\ r > R$

$$\oint E.dA.cos\alpha = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$\oint E.dA.\cos(0) = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$q_n = q$$

$$E\oint dA = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$E.A_{s.g} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$A_{s.g} = 4\pi r^2$$

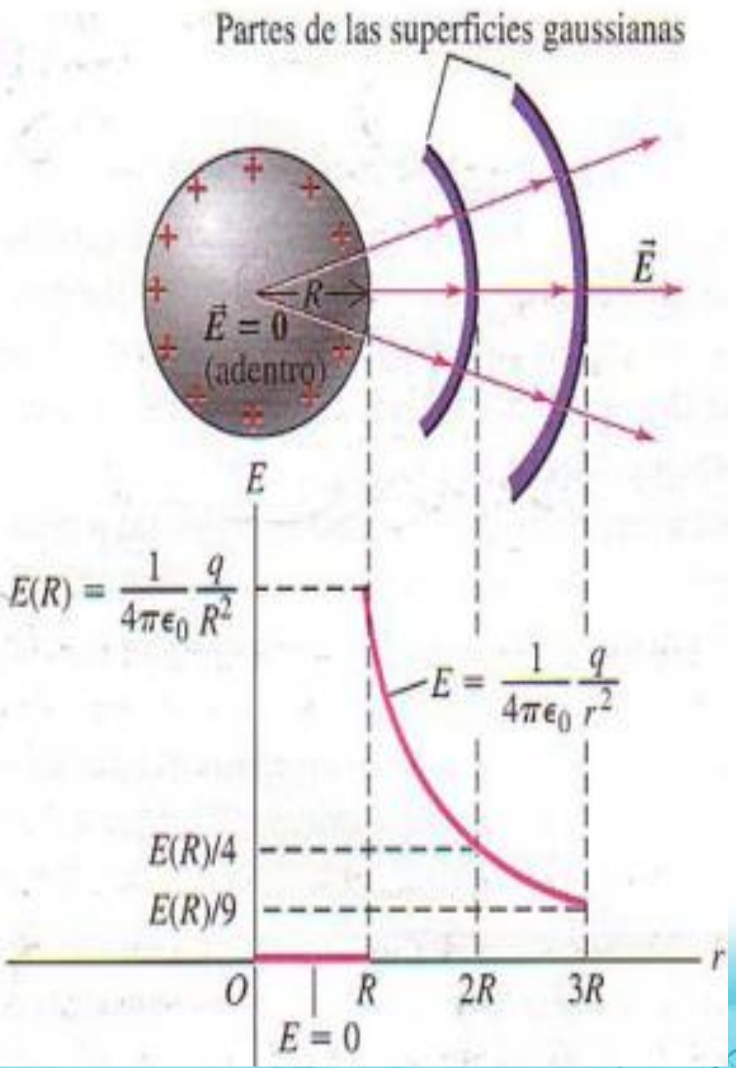
$$E.4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi r^2\ \varepsilon_0}$$

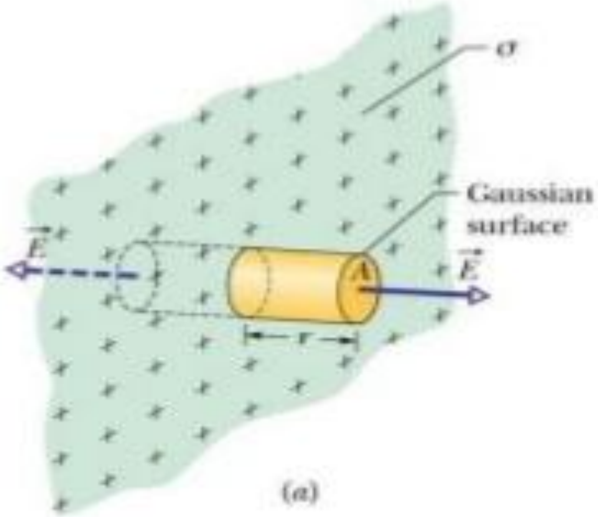
Aplicaciones de la ley de Gauss

Ejemplo: Campo de una esfera conductora con carga

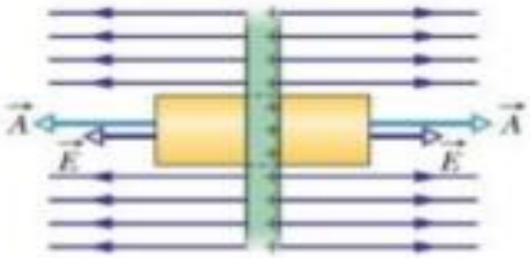
Se coloca una carga positiva q en una esfera conductora sólida de radio R. Hallar el campo eléctrico en cualquier punto adentro o afuera de la esfera.



Ley de Gauss – Simetría Plana



(a)



(b)

La única dirección especificada por la situación física es la dirección perpendicular al plano. Por tanto, ésta tiene que ser la dirección de E.

Puntos que quedan en planos paralelos están equidistantes al plano y tienen que tener el mismo E.

La superficie Gaussiana que usamos tiene tapas que son dos de esos planos paralelos. El flujo a través de los lados de esta superficie Gaussiana es cero. Los flujos a través de las dos tapas son iguales.

$$\epsilon_0 (EA + EA) = \sigma A,$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

E es Uniforme – Independiente de la Posición!!

EJEMPLOS APLICACIÓN DE LA LEY DE GAUSS
EJEMPLO 3:CAMPO DE UN PLANO CARGADO

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{q_{ENC}}{A} \rightarrow q_{ENC} = \sigma.A \qquad \Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A}$$

$$\int \vec{E}.d\vec{A} + \int \vec{E}.d\vec{A} + \int \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0}$$

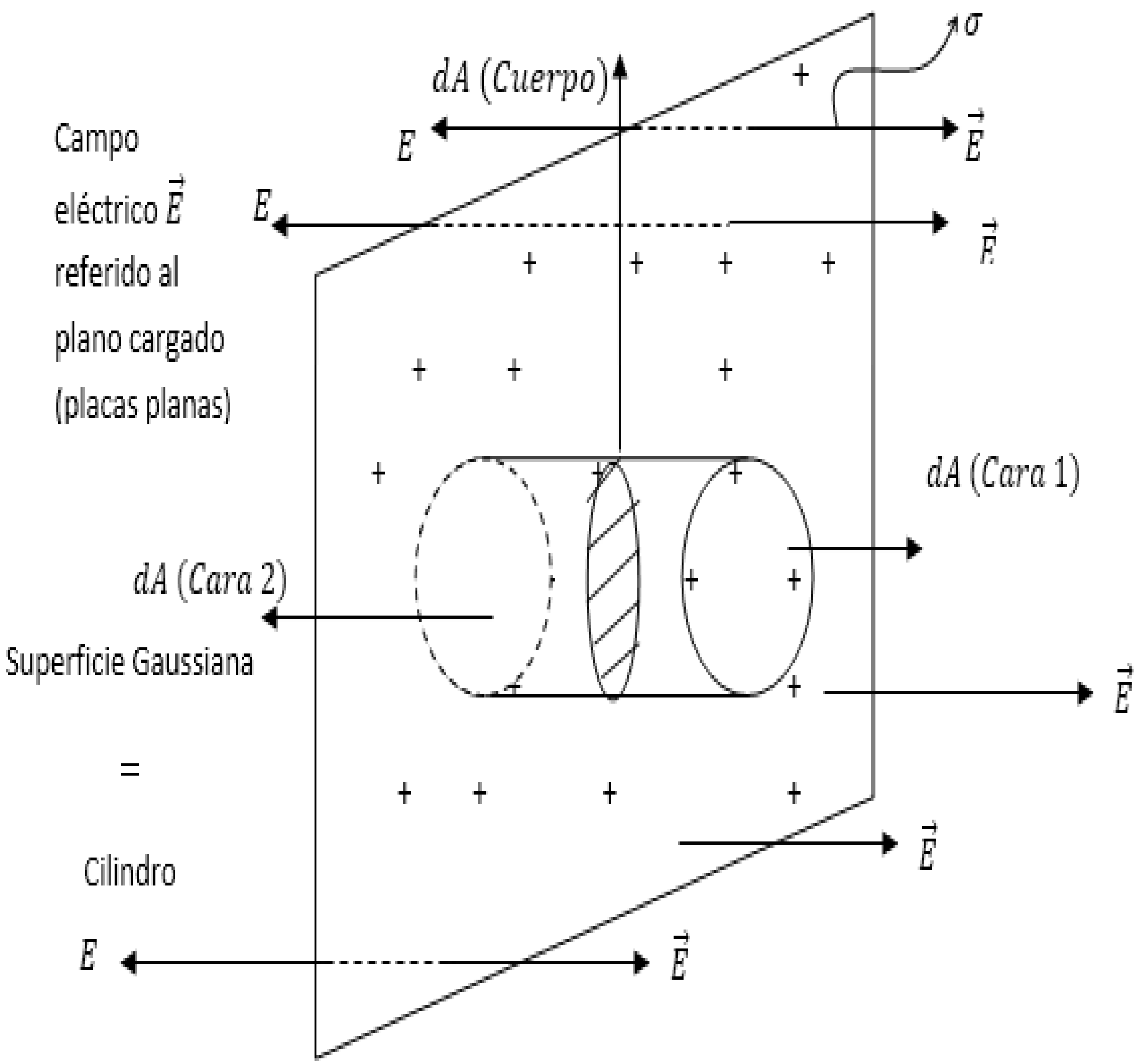
$$\int E.dA.cos0° + \int E.dA\,cos0° = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0}$$

$$A_{cara\,1} = A_{cara\,2}$$

$$EA_{cara\,1} + EA_{cara\,2} = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0} \qquad 2EA = \frac{q_{ENCERRADA}}{\varepsilon_0}$$

$$2EA = \frac{\sigma.A}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

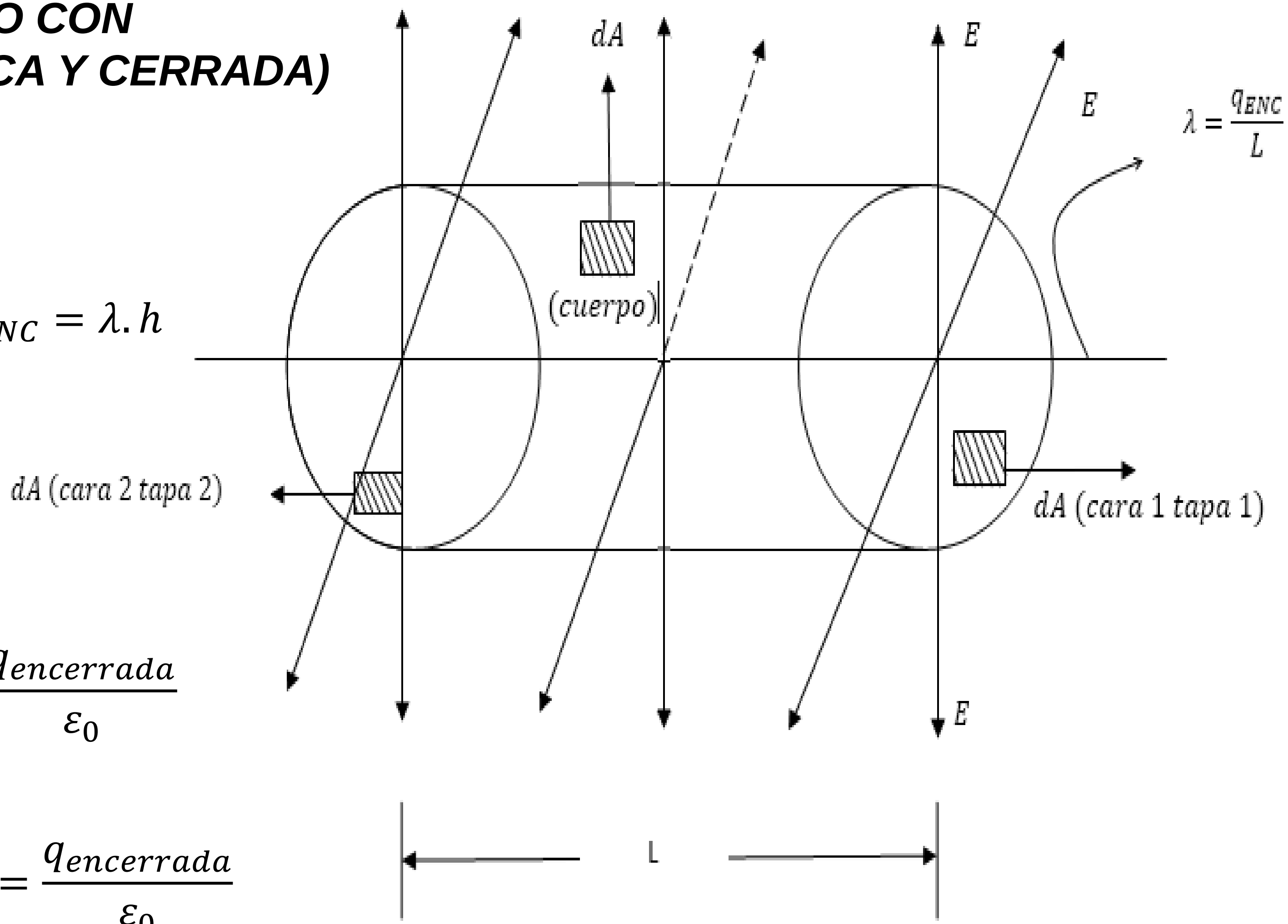


EJEMPLOS APLICACIÓN DE LA LEY DE GAUSS
EJEMPLO 4: CAMPO DE UN CILINDRO CON DENSIDAD DE CARGA LINEAL (SUP. SIMÉTRICA Y CERRADA)

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0} \qquad \lambda = \frac{q_{ENC}}{h} \qquad q_{ENC} = \lambda.h$$

$$\oint_{cara1} \vec{E}.d\vec{A} + \oint_{cuerpo} \vec{E}.d\vec{A} + \oint_{cara2} \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$



$$\int_{cuerpo} E.dA.\cos 0° = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0} \qquad E.A = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$

$$\int E.dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0} \qquad E.2\pi rh = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$

$$E\int dA = \frac{q_{encerrada}}{\varepsilon_0} \qquad E.2\pi rh = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \longrightarrow E.2\pi r = \frac{\lambda}{\varepsilon_0} \longrightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}$$