

Tarea N2: Analizar Límites , continuidad y derivadas parciales

Valor: 30 puntos

Fecha de Asignación: Jueves 25/01/2024

Fecha límite de Entrega: Lunes 29/01/2024 Hora: 12:00 pm

Instrucciones:

Realizar los siguientes problemas a mano y en Geogebra cuando se indique, tomar foto o adjuntar imágenes si son de GeoGebra, convertir a formato pdf con un archivo que va a llamar nombre_apellido.pdf. En cada hoja debe ir nombre, apellido y cédula de identidad. **Revisar las clases 1, 2, 3 y 4 FV de la tercera unidad para responder los siguientes problemas.**

Problemas:

1. **(Valor 8 ptos.)** Considere la función $f(x, y) = \arcsen(x^2 - 2y - 1)$
 - a. Indique si en el dominio de f están los siguientes puntos $(0,0.5), (2,2), (0, -1), (3,4), (1,5)$. Justifique su respuesta.
 - b. Describa y dibuje el dominio de la función f .
 - c. Dibuje el mapa de contorno de la función, mostrando varias curvas de nivel.
 - d. Realice la gráfica de f en GeoGebra, indique cual es el rango de la función y si es continua en todo su dominio.
2. **(Valor 6 ptos.)** Estime el valor de los límites dados. Si observa que existe el límite, demuéstrello usando coordenadas polares o la definición formal de límite como se explica en las láminas de la 15-19 de la clase 2 FV. Si no existe el límite, basta demostrarlo usando trayectorias como se muestra en los ejemplos 1, 2 y 3 de la clase 2 FV.

- a.
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sen(xy)}{x^2+y^2}$$
- b.
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3y+xy^3-3x^2-3y^2}{x^2+y^2}$$
- c.
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-3x^2-3y^2}-1}{x^2+y^2}$$

3. (Valor 8 ptos.) Determinar donde son continuas las siguientes funciones. Justifique su respuesta.

a. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{6x^2y^3}{(x^2+y^2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$

b. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin^2 y}{x^2+2y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$

4. (Valor 8 ptos.) Considere

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

- Utilice las reglas de derivación para hallar $f_x(x, y)$ y $f_y(x, y)$ cuando $(x, y) \neq (0,0)$
- Usando la definición de derivadas parciales, hallar $f_x(0,0)$ y $f_y(0,0)$
- Explique porqué f_x y f_y no son continuas en $(0,0)$
- ¿Es f diferenciable en $(0,0)$?, justifique su respuesta