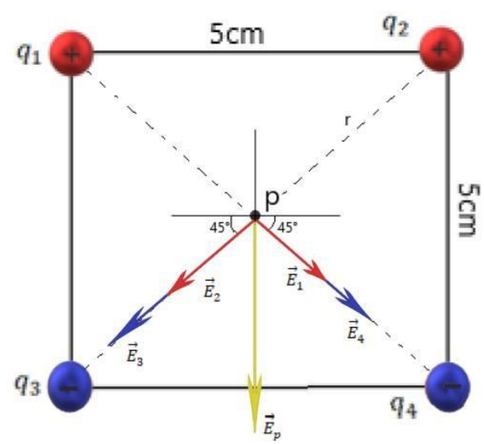
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TACHIRA.
VICERRECTORADO ACADEMICO.
DECANATO DE DOCENCIA.
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA Y FISICA.
NUCLEO DE FISICA. FISICA II (0846302T).

PROBLEMAS RESUELTOS DE CAMPO ELECTRICO.

1. **Cuatro cargas puntuales de igual magnitud cuyo valor de $2\mu C$ se colocan en los vértices de un cuadrado cuyo valor mide 5cm, calcule:**
   - La magnitud y dirección del campo eléctrico en un punto p, situado en el centro del cuadrado
   - Calcule la fuerza que experimenta una carga de -$3\mu C$ situada en el punto p.

Solución: En primer lugar, se debe leer el enunciado del problema y describir en un bosquejo o esquema la distribución discreta de las cargas, en este caso un cuadrado donde se ubican las cuatro cargas puntuales, dos positivas y dos negativas.

El bosquejo o esquema del cuadrado es el siguiente:



- **La magnitud y dirección del campo eléctrico E en el punto p, situado en el centro del cuadrado.**

En primer lugar, es necesario determinar las distancias de cada una de las cargas **q** ubicadas en los vértices del cuadrado al centro del mismo donde se ubica el punto **P**

Calculo distancia r desde las esquinas al centro del cuadrado

Aplicando teorema de Pitágoras se obtiene que:

$$r = \sqrt{2.5^2 + 2.5^2} = 3.5553\ cm$$

La magnitud de las cargas q, es la misma, por lo tanto:

$$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q = 2\mu C$$

Aplicando la expresión campo eléctrico de una distribución discreta de cargas se obtiene:

$$\vec{E}_1 = \frac{KQ}{r^2}(\cos 45(\,i) + sen\,45(-j)) = \frac{(9x10^9)(2x10^{-6})}{(3{,}55x10^{-2})^2}(\cos 45(\,i) + sen\,45(-j))$$

$$\vec{E}_1 = 14{,}38\text{x}10^6(\cos 45(\,i) - sen\,45(j)) = 10{,}17x10^6\ i - 10{,}17x10^6\ j\ {}^{N}/_{C}$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_1 = 10{,}17x10^6\ i - 10{,}17x10^6\ j\ {}^{N}/_{C}}$$

Por lo tanto, calculando los campos E1 y E4 se obtiene:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_1 = \mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{i} - \mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{j}\ \boldsymbol{N/C}$$
$$\vec{\boldsymbol{E}}_4 = \mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{i} - \mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{j}\ \boldsymbol{N/C}$$

También, calculando los campos E2 y E3 se obtiene:

$$\vec{E}_2 = \frac{KQ}{r^2}(\cos 45(-i) + sen\ 45(-j)) = \frac{(9x10^9)(2x10^{-6})}{(3{,}55x10^{-2})^2}(\cos 45(-i) + sen\ 45(-j))$$

$$\vec{E}_2 = 14{,}38\text{x}10^6(-\cos 45(i) - sen\ 45(j))$$

$$\vec{\boldsymbol{E}}_2 = -\mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{i} - \mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{j}\ \boldsymbol{N/C}$$
$$\vec{\boldsymbol{E}}_3 = -\mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{i} - \mathbf{10,17x10^6}\ \boldsymbol{j}\ \boldsymbol{N/C}$$

Por lo tanto, el campo eléctrico en el punto P es:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{\boldsymbol{E}}_4$$

$$\vec{E}_1 = 10{,}17x10^6\ i - 10{,}17x10^6\ j\ N/C$$
$$\vec{E}_2 = -10{,}17x10^6\ i - 10{,}17x10^6\ j\ N/C$$
$$\vec{E}_3 = -10{,}17x10^6\ i - 10{,}17x10^6\ j\ N/C$$
$$\vec{E}_4 = 10{,}17x10^6\ i - 10{,}17x10^6\ j\ N/C$$

$$\vec{\boldsymbol{E}}_p = \mathbf{0}\boldsymbol{i} - \mathbf{40,68x10^6}\ \boldsymbol{j}\ \boldsymbol{N/C}$$

$$|\vec{E}_p| = 40{,}68x10^6\ N/C$$

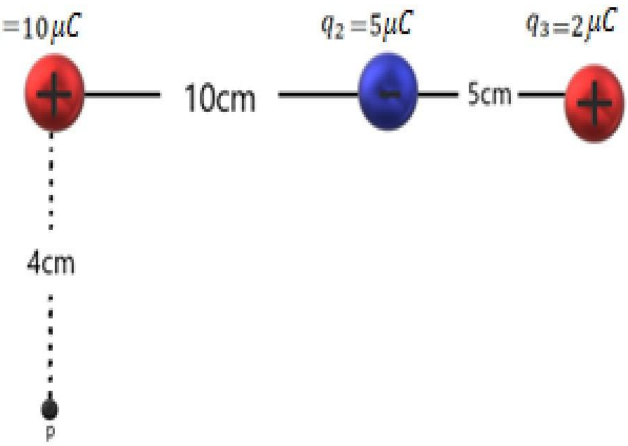
$$direccion\ = -90º = 270º$$

Calcule la fuerza que experimenta una carga de -3μC situada en el punto p.

$$\vec{F} = q\vec{E} = (-3x10^{-6})(0i - 40{,}68x10^6\ j) = 0i - 122{,}02j\ N$$

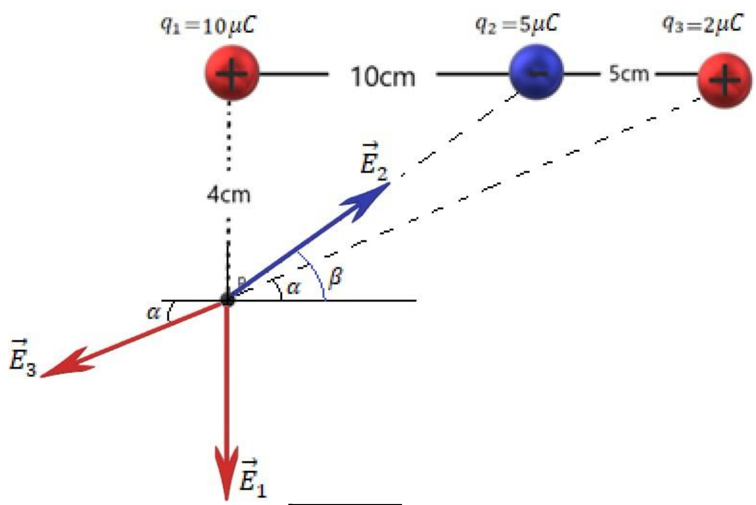
$$\vec{F} = 0i - 122{,}02j\ N$$

2. Calcule el campo eléctrico en el punto p, indique magnitud y dirección.



Solución: En primer lugar, se debe leer el enunciado del problema y describir en un bosquejo o esquema la distribución discreta de las cargas, en este caso tres cargas en línea que ejercen campo sobre el punto P abajo, cada una de las cargas ejerce campo con su respectiva línea de acción.

El bosquejo o esquema de la situación es el siguiente:



$$r_2 = \sqrt{10^2+4^2} = 2\sqrt{29}\ cm$$

$$r_3 = \sqrt{15^2+4^2} = \sqrt{241}\ cm$$

$$sen\ \alpha = \frac{4}{\sqrt{241}} \qquad cos\ \alpha = \frac{15}{\sqrt{241}}$$

$$sen\ \beta = \frac{4}{2\sqrt{29}} \qquad cos\ \beta = \frac{10}{2\sqrt{29}}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{KQ}{r^2}(-j) = \frac{(9x10^9)(10x10^{-6})}{(4x10^{-2})^2}(-j) = 0i - 56{,}18x10^6 j\ {}^{N}/_{C}$$

$$\boldsymbol{\vec{E}_1 = 0i - 56{,}18x10^6 j\ {}^{N}/_{C}}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{KQ}{r^2}(\cos\beta\ i + sen\ \beta\ j) = 8{,}87x10^9\left(\frac{10}{2\sqrt{29}}\ i + \frac{4}{2\sqrt{29}} j\right) = 3{,}60x10^6 i + 1{,}43x10^6 j$$

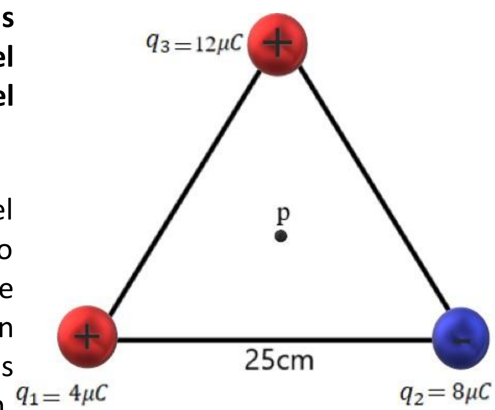
$$\boldsymbol{\vec{E}_2 = 3{,}60x10^6 i + 1{,}43x10^6 j\ {}^{N}/_{C}}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{KQ}{r^2}(\cos\alpha\,(-i) + sen\,\alpha\,(-j)) = 745{,}86x10^3\left(\frac{15}{\sqrt{241}}(-i) + \left(-\frac{4}{\sqrt{241}}\right)(-j)\right)$$
$$\boldsymbol{\vec{E}_3 = -720x10^3\,i - 192{,}18\,x\,10^3\,j\ \ {}^{N}/_{C}}$$

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$
$$\vec{E}_p = (\boldsymbol{0i - 56{,}18x10^6 j}) + (\boldsymbol{3{,}60x10^6 i + 1{,}43x10^6 j}\ ) + (\boldsymbol{-720x10^3\,i - 192{,}18\,x\,10^3\,j})$$
$$\vec{E}_p = (\boldsymbol{2{,}87x10^6 i - 54{,}93x10^6 j})\,{}^{\boldsymbol{N}}/_{\boldsymbol{C}}$$

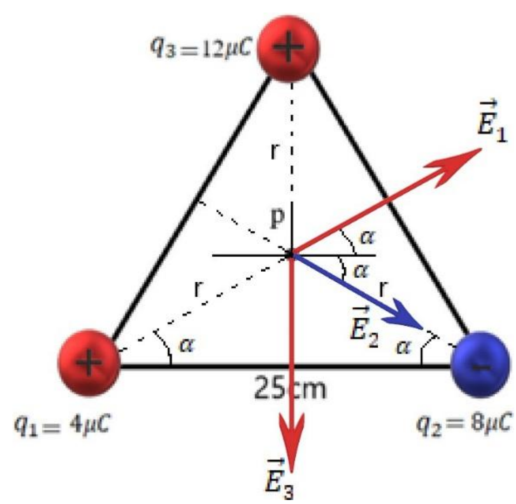
$$|\vec{E}_p| = 55\,x10^6\ {}^{N}/_{C}$$
$$direccion\ \ tan^{-1}\left(\frac{\boldsymbol{-54{,}93x10^6}}{\boldsymbol{2{,}87x10^6}}\right) = -87º = 273º$$

3. **Tres cargas puntuales están ubicadas en las esquinas de un triángulo equilátero. Calcule el campo eléctrico en un punto p en el centro del triángulo (magnitud y dirección).**



Solución: En primer lugar, se debe leer el enunciado del problema y describir en un bosquejo o esquema la distribución discreta de las cargas, en este caso tres cargas en un triángulo equilátero que ejercen campo sobre el punto P en el centro, cada una de las cargas ejerce campo con su respectiva línea de acción.

El bosquejo o esquema de la situación es el siguiente:



Como tenemos un triángulo equilátero (lados iguales) entonces los tres ángulos internos también son iguales, por lo tanto el ángulo alfa α tiene un valor de:

$$\alpha = 30$$

$$\cos 30 = \frac{12{,}5}{r} \qquad r = \frac{12{,}5}{\cos 30} = 14{,}43\ cm$$

$$\vec{E}_1 = \frac{KQ}{r^2}(\cos\alpha\,(i) + sen\,\alpha\,(j)) = \frac{(9x10^9)(4x10^{-6})}{(14{,}43\,x10^{-2})^2}(\cos 30\,(i) + sen\,30\,(j))$$
$$\vec{E}_1 = 1{,}73\,x10^6\,(\cos 30\,(i) + sen\,30\,(j))\ {}^{N}/_{C}$$
$$\vec{E}_1 = 1{,}50x10^6\,i + 862{,}60\,x10^3\,j\ {}^{N}/_{C}$$

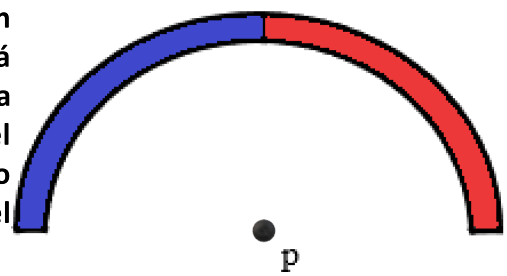
$$\vec{E}_2 = \frac{KQ}{r^2}(\cos\alpha\,(i) + sen\,\alpha\,(-j)) = \frac{(9x10^9)(8x10^{-6})}{(14{,}43\;x10^{-2})^2}(\cos 30\,(i) + sen\,30\,(-j))$$
$$\vec{E}_2 = 3{,}45\;x10^6\;(\cos 30\,(i) - sen\,30\,(j))\;{}^{N}/_{C}$$
$$\vec{E}_2 = 2{,}98x10^6\;i - 1{,}73\;x10^6\;j\;{}^{N}/_{C}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{KQ}{r^2}(-j) = \frac{(9x10^9)(12x10^{-6})}{(14{,}43\;x10^{-2})^2}(-j) = 0i - 5{,}18x10^6 j$$
$$\vec{E}_3 = 0i - 5{,}18x10^6 j\;{}^{N}/_{C}$$

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$
$$\vec{E}_p = (1{,}50x10^6\;i + 862{,}60\;x10^3\;j) + (2{,}98x10^6\;i - 1{,}73\;x10^6\;j) + (0i - 5{,}18x10^6 j)$$
$$\boldsymbol{\vec{E}_p = 4{,}48x10^6\;i - 6{,}04x10^6\;j\;{}^{N}/_{C}}$$

$$\boldsymbol{|\vec{E}_p| = 7{,}52\;x10^6\;{}^{N}/_{C}}$$
$$\boldsymbol{direccion\;tan^{-1}\left(\frac{-6{,}04x10^6}{4{,}48x10^6}\right) = -53{,}40º = 306{,}60º}$$

4. Una varilla de vidrio esta doblada en un semicírculo de radio R, una carga +Q está distribuida uniformemente a lo largo de la derecha y una carga -Q a la izquierda del semicírculo. Determine la intensidad de campo eléctrico en el punto p en el centro del semicírculo.

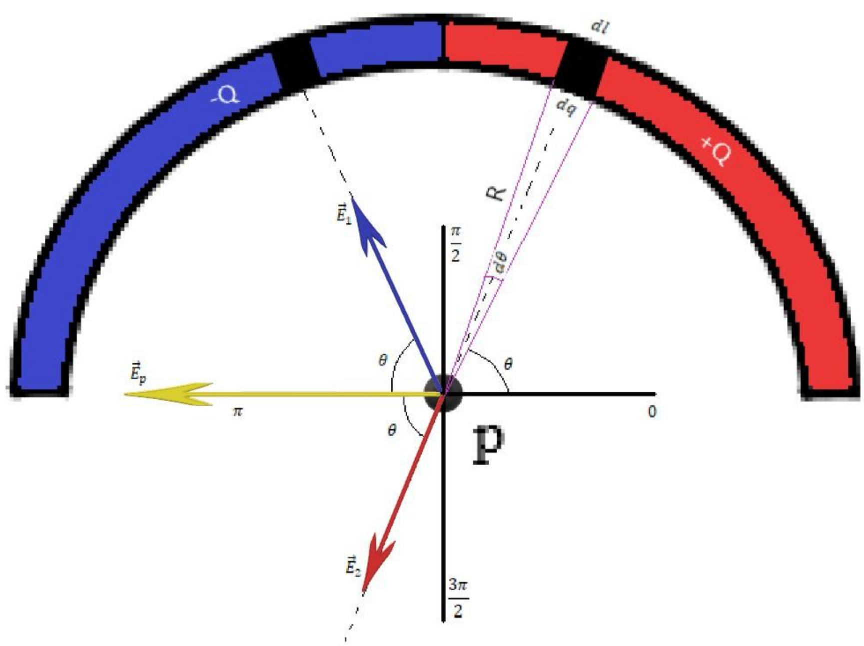


Solución: En este caso se tiene una distribución continua de cargas, de densidad lineal λ, por lo tanto el campo eléctrico en el punto P se calcula aplicando campo eléctrico para distribuciones continuas, de la siguiente manera:

$$d\vec{E} = K\frac{dq}{r^2}\;\hat{r}$$

Donde

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \qquad dq = \lambda . dl$$
$$l = R.\theta \qquad dl = R.d\theta$$



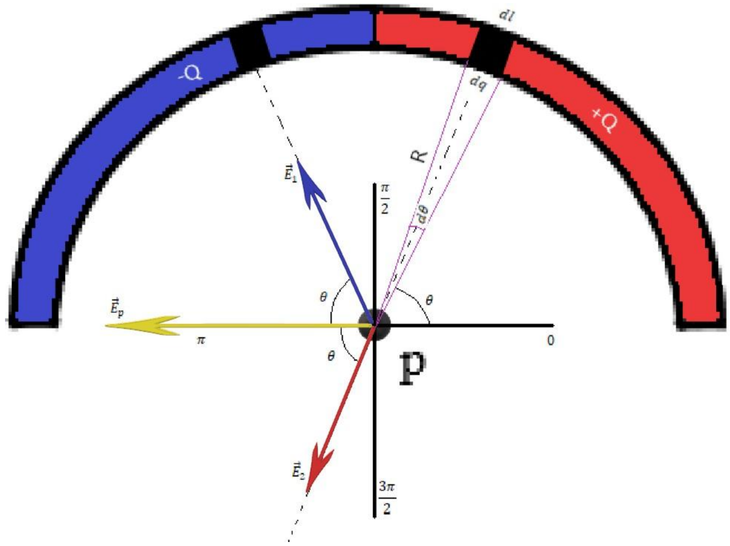
$$d\vec{E} = K\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

Donde

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \qquad dq = \lambda.dl \quad dl = R.d\theta$$

$$d\vec{E} = K\frac{dq}{r^2}\,\hat{r} = K\frac{\lambda.dl}{r^2}\hat{r} = K\frac{\lambda.R.d\theta}{r^2}\hat{r}$$

$$d\vec{E} = K\frac{\lambda.R.d\theta}{r^2}\hat{r}$$



El campo resultante en el punto P solo tendrá componente en el eje X, debido a que por simetría se anulan las componentes en el eje Y, por lo tanto:

$$\hat{r} = -cos\theta\ i + 0\ j = -cos\theta\ i$$

$$d\vec{E} = K\frac{\lambda.R.d\theta}{r^2}\hat{r} = K\frac{\lambda.R.d\theta}{r^2}\ (-cos\theta)\ i$$

$$r\ es\ la\ distancia\ desde\ la\ distribucion\ de\ la\ carga\ hasta\ el\ punto\ P, es\ decir, el\ radio\ R$$

Por lo tanto: $r = R \qquad r^2 = R^2$

$$d\vec{E} = K\frac{\lambda.R.d\theta}{r^2}\ (-cos\theta)\ i \qquad \vec{E} = \int K\frac{\lambda.R.d\theta}{R^2}\ (-cos\theta)\ i$$

Entonces el campo en el punto P que realiza toda la distribución de la carga es:

$$\vec{E}_p = \vec{E}_{p+} + \vec{E}_{p-} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} K\frac{\lambda.R.d\theta}{R^2}\ (-cos\theta)\ i + \int_0^{\frac{\pi}{2}} K\frac{\lambda.R.d\theta}{R^2}\ (-cos\theta)\ i$$

$$\vec{E}_p = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} K\frac{\lambda.R.d\theta}{R^2}\ (-cos\theta) i = \frac{2K\lambda}{R}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (-cos\theta)\ d\theta\ \ i$$

$$\vec{E}_p = \frac{2K\lambda}{R}\ sen\ \theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}\ \ (-i)$$

$$\vec{E}_p = \frac{2K\lambda}{R}\left[sen\left(\frac{\pi}{2}\right) - sen(0)\right](-i) = -\frac{2K\lambda}{R}\ i\ \ {}^{\boldsymbol{N}}/_{\boldsymbol{C}}$$

$$\vec{E}_p = -\frac{2K\lambda}{R}\ i\ {}^{\boldsymbol{N}}/_{\boldsymbol{C}}$$

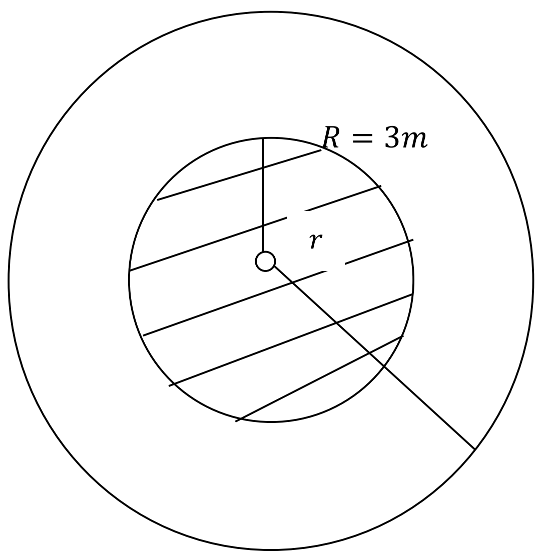
Después de integrar,

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{Q}{\pi R}$$

$$\vec{E}_p = -\frac{2K\lambda}{R}\ i = -\frac{2KQ}{R.\pi R}\ i = -\frac{2KQ}{\pi R^2}\ i$$

$$\vec{E}_p = -\frac{2KQ}{\pi R^2}\ i\ {}^{\boldsymbol{N}}/_{\boldsymbol{C}}$$

5. **Dada una distribución superficial de carga ubicada en un disco circular de radio R=3m. Si la densidad superficial de carga varía con el radio de la forma $\boldsymbol{\sigma(r) = 3r^{+3}}$. Determínese el valor correspondiente a la carga total adquirida por el disco.**



$$Q = ? \qquad R = 3m$$

$$dq = \sigma(\mathrm{r})\mathrm{dA} \qquad q = Q = \int \sigma(\mathrm{r})\mathrm{dA}$$

$$A = \pi r^2 \qquad dA = 2\pi r dr$$

$$q = Q = \int 3r^3 2\pi r dr$$

$$q = Q = 6\pi \int_0^{R=3m} r^4 dr = 6\pi \left.\frac{r^5}{5}\right|_0^3 = 6\pi\frac{3^5}{5} = 6\pi\frac{243}{5} \cong 916\ coul$$