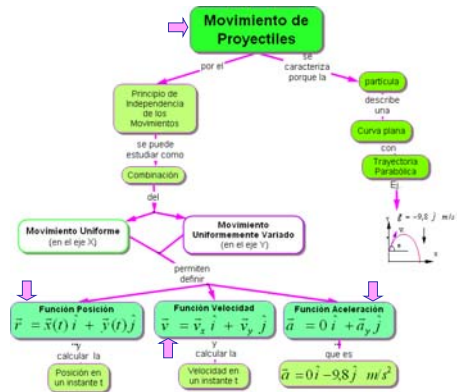




TEMA 2 MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Material diseñado y elaborado
por Ing. Neyra Tellez
para el curso de Física I de la UNET.
Octubre, 2009

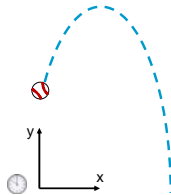
1



2

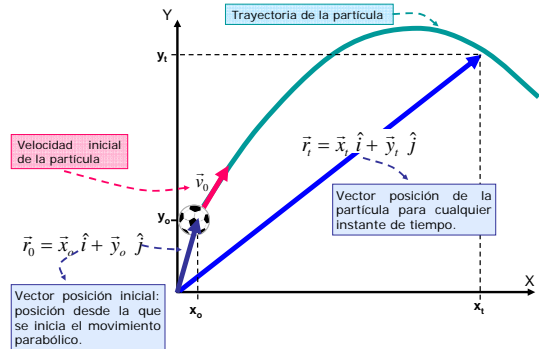
El movimiento parabólico es un **movimiento bidimensional** (la partícula se mueve en el eje x y al mismo tiempo lo hace en el eje y) y se caracteriza porque la partícula describe una trayectoria que es una parábola.

Ejemplo:



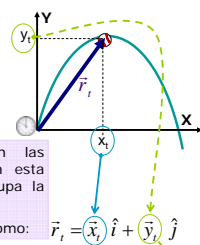
3

Vector Posición (\vec{r}): Es el vector dibujado desde el origen del sistema de coordenadas hasta el lugar donde se encuentra la partícula



4

Vector Posición (\vec{r}): permite ubicar la posición de la partícula respecto a un sistema de coordenadas para un determinado instante de tiempo.



Como el movimiento ocurre en las direcciones X-Y, el vector posición está formado por las posiciones que ocupa la partícula en X y Y.

El vector posición queda expresado como:

$$\vec{r}_t = \vec{x}_t \hat{i} + \vec{y}_t \hat{j}$$

Se obtiene analizando el movimiento en el eje X

Se obtiene analizando el movimiento en el eje Y

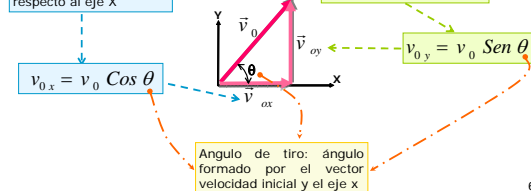
5

Vector Velocidad Inicial (\vec{v}_0): Es la Velocidad de la partícula con la que inicia su movimiento parabólico, es decir la velocidad en el instante de tiempo $t=0s$, y se denota como:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} \hat{i} + \vec{v}_{0y} \hat{j}$$

Velocidad con la que inicia movimiento con respecto al eje X

Velocidad con la que inicia movimiento con respecto al eje Y



6

Vector Velocidad (\vec{v}): Es el vector tangente a la trayectoria que describe la partícula. Este vector tiene dos componentes, una componente en el eje X y otra, en el eje Y. El vector velocidad a medida que transcurre el tiempo esta cambiando en magnitud, dirección y sentido.

$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j}$

$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$

Vector velocidad en el instante $t=0s$

Vector velocidad para cualquier instante de tiempo.

Trayectoria de la partícula

7

En el movimiento de proyectiles el **Vector Velocidad (\vec{v})** se expresa como el producto de la combinación de los movimientos en el eje X y en el eje Y.

El Movimiento respecto al eje X, es un Movimiento Rectilíneo Uniforme, es decir que el Vector velocidad con respecto a X es constante en cualquier instante de tiempo.

El Movimiento respecto al eje Y, es un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, es decir que el Vector velocidad en esta dirección cambia a medida que transcurre el tiempo.

8

Vector Aceleración (\vec{a}): En el movimiento de proyectiles el vector aceleración es un vector constante en la dirección del eje Y, es decir que este movimiento es un movimiento rectilíneo uniformemente variado.

$\vec{a} = -9,8 \hat{j} \text{ m/s}^2$

$\vec{a} = -9,8 \hat{j} \text{ m/s}^2$

$\vec{a} = -9,8 \hat{j} \text{ m/s}^2$

9

Movimiento de Proyectiles

que por el Principio de Independencia de los Movimientos se puede estudiar como:

- Movimiento Uniforme (en el eje X):**
 - caracterizado porque su velocidad es constante: $\vec{v}_x = v_{0x} \hat{i}$
 - se puede calcular la posición en X: $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x} t$
 - se puede calcular el alcance.
- Movimiento Uniformemente Variado (en el eje Y):**
 - caracterizado porque su aceleración es constante: $\vec{a} = 0 \hat{i} - 9,8 \hat{j} \text{ m/s}^2$
 - se puede calcular la posición en Y: $\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y} t + \frac{1}{2} \vec{a}_y t^2$
 - se puede calcular el tiempo máximo.
 - se puede calcular la altura máxima (o más).

La combinación de ambos movimientos da lugar a la **Posición** $\vec{r} = \vec{x} \hat{i} + \vec{y} \hat{j}$ y la **Velocidad** $\vec{v} = \vec{v}_x \hat{i} + \vec{v}_y \hat{j}$.

10

El movimiento de proyectiles resulta de la combinación de dos movimientos ,uno en el eje X y otro en el eje Y, estudiaremos por separado cada uno de estos movimientos.

Movimiento en el eje X:
Con respecto al eje X, la partícula experimenta un movimiento rectilíneo uniforme.

Función Posición: $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_{0x} t$

Función Velocidad: $\vec{v}_x = \vec{v}_{0x} = \text{constante}$
 $v_{0x} = v_0 \cos \theta$

Función Aceleración: $\vec{a}_x = 0 \text{ m/s}^2$

11

El movimiento de proyectiles resulta de la combinación de dos movimientos ,uno en el eje X y otro en el eje Y, estudiaremos por separado cada uno de estos movimientos.

Movimiento en el eje Y:
La partícula experimenta con respecto al eje Y un movimiento rectilíneo uniformemente Variado.

Función Posición: $\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y} t + \frac{1}{2} \vec{a}_y t^2$

Función Velocidad: $\vec{v}_y = \vec{v}_{0y} + \vec{a}_y t$
 $v_{0y} = v_0 \sin \theta$

Función Aceleración: $\vec{a}_y = \text{constante} = -9,8 \text{ m/s}^2$

12

Para cualquier instante de tiempo:

Vector Posición:

$$\vec{r} = \vec{x} \hat{i} + \vec{y} \hat{j}$$

$\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_{0x} t$
 $\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_{0y} t + \frac{1}{2} \vec{a}_y (t)^2$

13

Para cualquier instante de tiempo:

Vector Velocidad:

$$\vec{v} = \vec{v}_x \hat{i} + \vec{v}_y \hat{j}$$

$\vec{v}_x = \vec{v}_{0x} = v_0 \cos \theta = \text{constante}$
 $\vec{v}_y = \vec{v}_{0y} + \vec{a}_y t$
 $v_{0y} = v_0 \sin \theta$

14

Tiempo máximo (t_{\max}): Tiempo que tarda la partícula en alcanzar la altura máxima, ocurre cuando la velocidad respecto al eje y es cero ($\vec{v}_y = 0$).

De la función velocidad respecto a Y, podemos obtener el valor del tiempo máximo:

$$\vec{v}_y = \vec{v}_{0y} + \vec{a}_y t \Rightarrow 0 = \vec{v}_{0y} + \vec{a}_y t_{\max}$$

$$t_{\max} = \frac{-\vec{v}_{0y}}{\vec{a}_y}$$

15

Altura máxima (y_{\max}): altura alcanzada por la partícula mientras el tiempo transcurrido es igual al tiempo máximo (t_{\max}).

Y se determina a partir de la función posición con respecto al eje Y:

$$\vec{y}_{\max} = \vec{y}_o + \vec{v}_{0y} t_{\max} + \frac{1}{2} \vec{a}_y (t_{\max})^2$$

16

Tiempo de vuelo (t_{vuelo}): Tiempo que tarda la partícula en realizar su movimiento parabólico, ocurre cuando la partícula alcanza su posición final, se puede determinar a partir de la función posición en Y:

Si $\vec{y} = \vec{y}_{\text{final}}$ $\vec{y}_f = \vec{y}_o + \vec{v}_{0y} t_{\text{vuelo}} + \frac{1}{2} \vec{a}_y (t_{\text{vuelo}})^2$

17

Velocidad final (\vec{v}_f): velocidad experimentada por la partícula justo cuando el tiempo transcurrido es igual al tiempo de vuelo, como es la suma del vector velocidad en X y el vector velocidad en Y, se calcula este último vector a partir de la función velocidad con respecto a Y:

$$\vec{v}_{y_{\text{final}}} = \vec{v}_{0y} + \vec{a}_y t_{\text{vuelo}}$$

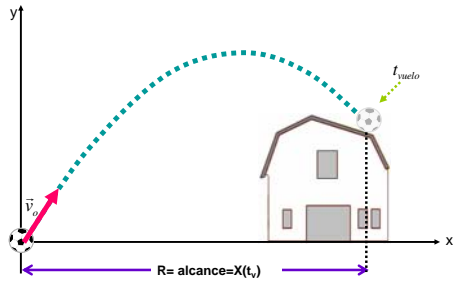
Y respecto a X: La velocidad final es igual a la inicial: $\vec{v}_x = \vec{v}_{0x}$

Y el vector velocidad final es:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_x \hat{i} + \vec{v}_{y_{\text{final}}} \hat{j}$$

18

Alcance (R): Desplazamiento que experimenta la partícula respecto al eje X durante su movimiento, se obtiene a partir de la función posición en X y ocurre cuando el tiempo transcurrido es igual al tiempo de vuelo, es decir: $R = \vec{v}_{0x} t_{\text{vuelo}}$



19



Ahora revisemos el problema resuelto y resolvamos los problemas propuestos usando los procedimientos sugeridos en el material *Acerca de las Habilidades Cognitivas*

20