

Tutorial 2:

Rectas y planos en el espacio, superficies cilíndricas y cuadráticas y funciones vectoriales.

1. Hallar las ecuaciones simétricas y paramétricas de la recta que pasa por el punto $(-2, 2, 4)$ y es perpendicular al plano $2x - y + 5z = 12$
2. Encuentre la ecuación del plano que pasa por la recta de intersección de los planos $x - z = 1$, $y + 2z = 3$ y es perpendicular al plano $x + y - 2z = 1$.
3. Identifique y bosqueje la gráfica de cada superficie. Determine las trazas con los planos coordenados:
 - a. $x = 3$
 - b. $y = z^2$
 - c. $x^2 = y^2 + 4z^2$
 - d. $-4x^2 + y^2 - 4z^2 = 0$
4. Considere la función vectorial $\vec{r}(t) = \frac{t^2-t}{t-1}\mathbf{i} + \sqrt{t+8}\mathbf{j} + \frac{\sin(\pi t)}{\ln(t)}\mathbf{k}$. Hallar
 - a. Dominio de la función vectorial.
 - b. $\lim_{t \rightarrow 1} \vec{r}(t)$
 - c. Donde es continua la función vectorial
5. Demuestre que la curva con ecuaciones paramétricas $x = \sin t$, $y = \cos t$, $z = \sin^2 t$ es la intersección de las superficies $z = x^2$, $x^2 + y^2 = 1$. A partir de este hecho grafique la curva.
6. Determine los puntos en que la gráfica de $\vec{r}(t) = t\mathbf{i} + (2t - t^2)\mathbf{k}$ corta al paraboloide $z = x^2 + y^2$.
7. Considere las superficies de las ecuaciones $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y $z = x + 1$
 - a. Identifique las superficies y haga un bosquejo de cada una
 - b. Encuentre la función vectorial que describa la curva C de la intersección de las superficies dadas para $y \geq 0$
 - c. Dibuje la curva C y verifique que el punto $(1, \sqrt{3}, 2)$ está en la curva.
8. Considere $\vec{r}(t) = \langle 2t, t^2, \frac{1}{3}t^3 \rangle$ y los puntos $P(0, 0, 0)$ y $Q(2, 1, \frac{1}{3})$. Determine:
 - a. Longitud de arco de la función vectorial desde el punto P al punto Q
 - b. Las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a la curva en el punto P.
 - c. La curvatura en el punto Q
 - d. El plano normal a la gráfica de la función vectorial en el punto Q.
9. Se dispara un proyectil con una rapidez inicial de 200 m/seg y ángulo de elevación de 60 grados. Encuentre:
 - a. La función vectorial de posición y las ecuaciones paramétricas de la trayectoria del proyectil
 - b. El alcance del proyectil
 - c. La altura máxima alcanzada
 - d. La rapidez del impacto.