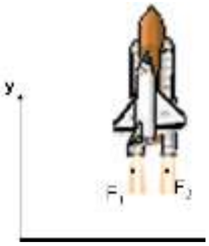
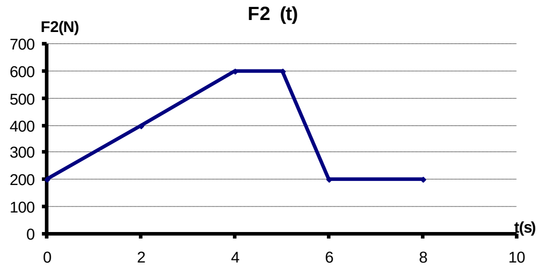
PROBLEMA RESUELTO

Un cohete de masa M, inicialmente en reposo se dispara desde una plataforma lanzamiento. Los motores del cohete desarrollan dos fuerzas variables $\vec{F}_1 \ y \ \vec{F}_2$. La grafica $\vec{F}_2 = \vec{F}_2(t)$ muestra la variación de F2 con respecto al tiempo y $\vec{F}_1 = (60000t + 220000)\,\hat{j}\ N$.





Datos:

$M = 10000\,kg$

$\vec{g} = -9{,}8\,\hat{j}\ m/s^2$

$\vec{F}_1 = (60000t + 220000)\,\hat{j}\ N$

PARA LA SITUACIÓN PLANTEADA, DETERMINAR:

1. El impulso ejercido por los motores durante los primeros 6 s, es:

Los motores desarrollan las fuerzas $\vec{F}_1 \ y \ \vec{F}_2$, por lo tanto es necesario calcular el impulso realizado por cada una de estas fuerzas:

D.C.L

Cálculo del impulso de $\vec{F}_1$:

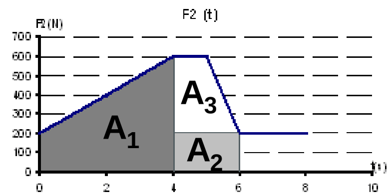
$$\vec{I}_{\vec{F}_1} = \int_0^6 \vec{F}_1 dt \Rightarrow \vec{I}_{\vec{F}_1} = \int_0^6 (60000t + 220000)\,dt$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_1} = \frac{60000}{2} t^2 \Big|_0^6 + 220000t\Big|_0^6 \qquad \hat{j}\ \ Ns$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_1} = 30000 \times (6)^2 + 220000 \times (6) \qquad \hat{j}\ \ Ns$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_1} = 2{,}4 \times 10^6 \quad \hat{j}\ \ Ns$$

Cálculo del impulso de $\vec{F}_2$:



En este caso el impulso realizado por esta fuerza se determina a partir del área bajo la curva en el gráfico de $\vec{F}_2 = \vec{F}_2(t)$.

$$\vec{I}_{\vec{F}_2} = \text{Area bajo la curva}$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_2} = A_1 + A_2 + A_3 \Rightarrow \vec{I}_{\vec{F}_2} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_1} = \frac{(600+200)}{2} \times 4 + 2 \times 200 + \frac{(2+1)}{2} \times 400$$

$$\vec{I}_{\vec{F}_1} = 2{,}6 \times 10^3 \quad \hat{j}\ \ Ns$$

2. El valor de la fuerza media que actúa sobre el trasbordador durante los 6s, es:

El valor de la fuerza media se determina a partir de la ecuación:

$$\vec{F}_{media} = \frac{\sum \vec{I}\ \}\ \text{Impulso realizado por todas las fuerzas externas}}{\Delta t}$$

Sustituyendo los valores de impulso neto y variación del tiempo se tiene que:

$$\vec{F}_{media} = \frac{1{,}81 \times 10^6}{6-0} \Rightarrow \vec{F}_{media} = 3{,}02 \quad \hat{j}\ \ N$$

Cálculo del impulso neto:

$$\sum \vec{I} = \vec{I}_{\vec{F}_1} + \vec{I}_{\vec{F}_2} + \vec{I}_{m\vec{g}}$$

Necesitamos determinar el valor del impulso realizado por $m\vec{g}$:

$$\vec{I}_{m\vec{g}} = m\vec{g} \times \Delta t \Rightarrow \vec{I}_{m\vec{g}} = 10000 \times -9{,}8 \times (6-0)\ \hat{j}\ \ Ns$$

$$\vec{I}_{m\vec{g}} = -5{,}88 \times 10^5 \quad \hat{j}\ \ Ns$$

Luego el impulso neto es:

$$\sum \vec{I} = 2{,}4 \times 10^6 + 2{,}6 \times 10^3 - 5{,}88 \times 10^5\ \hat{j}\ Ns$$

$$\sum \vec{I} = 1{,}81 \times 10^6 \quad \hat{j}\ Ns$$

3. La velocidad del trasbordador a los 6s de su lanzamiento es:

En la pregunta anterior logramos determinar el valor del impulso neto, ahora haciendo uso del teorema de impulso y cantidad de movimiento que explica:

$$\sum \vec{I} = \Delta \vec{p}$$

Es decir:

$$\sum \vec{I} = \Delta \vec{p}$$

$$1{,}81 \times 10^6 = m(\vec{v}_6 - \vec{v}_0)$$

Sustituyendo el valor de la masa y la velocidad inicial se tiene:

$$1{,}81 \times 10^6 = 10000(\vec{v}_6 - 0)$$

$$\vec{v}_6 = \frac{1{,}81 \times 10^6}{10000}$$

$$\vec{v}_6 = 181 \quad \hat{j}\ \ m/s$$