

# Teoría de conjuntos

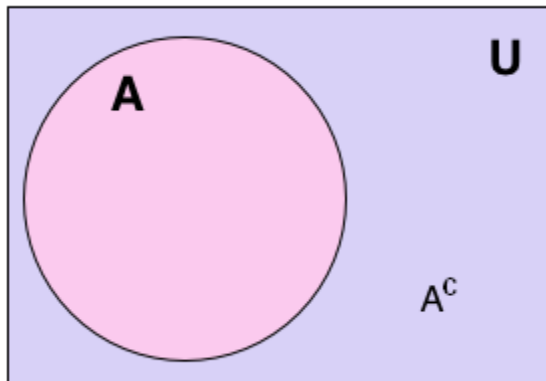


Diagrama de Venn que muestra un conjunto  $A$  contenido en otro conjunto  $U$  y su diferencia  $A^c$

La **teoría de conjuntos** es una división de las matemáticas que estudia los conjuntos. El primer estudio formal sobre el tema fue realizado por el matemático alemán Georg Cantor, Gottlob Frege y Julius Wilhelm Richard Dedekind en el Siglo XIX y más tarde reformulada por Zermelo.

El concepto de conjunto es intuitivo y se podría definir como una "colección de objetos"; así, se puede hablar de un conjunto de personas, ciudades, gafas, lapiceros o del conjunto de objetos que hay en un momento dado encima de una mesa. Un conjunto está bien definido si se sabe si un determinado elemento pertenece o no al conjunto. El conjunto de los bolígrafos azules está bien definido, porque a la vista de un bolígrafo se puede saber si es azul o no. El conjunto de las personas altas no está bien definido, porque a la vista de una persona, no siempre se podrá decir si es alta o no, o puede haber distintas personas, que opinen si esa persona es alta o no lo es. En el siglo XIX, según Frege, los elementos de un conjunto se definían sólo por tal o cual propiedad. Actualmente la teoría de conjuntos está bien definida por el sistema ZFC. Sin embargo, sigue siendo célebre la definición que publicó Cantor

Se entiende por **conjunto** a la agrupación en un todo de objetos bien diferenciados de nuestra intuición o nuestra mente.  
Georg Cantor

## Notación

Usualmente los conjuntos se representan con una letra mayúscula:  $A$ ,  $B$ ,  $K$ ,...

Llamaremos *elemento*, a cada uno de los objetos que forman parte de un conjunto, estos elementos tienen carácter individual, tienen cualidades que nos permiten diferenciarlos, y cada uno de ellos es único, no habiendo elementos duplicados o repetidos. Los representaremos con una letra minúscula:  $a$ ,  $b$ ,  $k$ ,...

De esta manera, si  $A$  es un conjunto, y  $a, b, c, d, e$  todos sus elementos, es común escribir:

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

para definir a tal conjunto  $A$ . Esta notación empleada para definir al conjunto  $A$  se llama *notación por extensión*

Para representar que un elemento  $x$  pertenece a un conjunto  $A$ , escribimos  $x \in A$  (léase " $x$  en  $A$ ", " $x$  pertenece a  $A$ " o bien " $x$  es un elemento de  $A$ "). La negación de  $x \in A$  se escribe  $x \notin A$  (léase  $x$  no pertenece a  $A$ ).

El conjunto universal, que siempre representaremos con la letra  $U$  (u mayúscula), es el conjunto de todas las cosas sobre las que estemos tratando. Así, si hablamos de números enteros entonces  $U$  es el conjunto de los números enteros, si hablamos de ciudades,  $U$  es el conjunto de todas las ciudades, este conjunto universal puede mencionarse explícitamente, o en la mayoría de los casos se da por supuesto dado el contexto que estemos tratando, pero siempre es necesario demostrar la existencia de dicho conjunto previamente.

Existe además, un único conjunto que no tiene elementos al que se le llama *conjunto vacío* y que se denota por  $\emptyset$ . Es decir

$$\emptyset = \{\}$$

La característica importante de este conjunto es que satisface todos los elementos posibles que no están contenidos en él, es decir

$$\forall x \quad x \notin \emptyset$$

Por otro lado, si todos los elementos  $x$  de un conjunto  $A$  satisfacen alguna propiedad, misma que pueda ser expresada como una proposición  $p(x)$ , con la indeterminada  $x$ , usamos la *notación por comprensión*, y se puede definir:

$$A = \{x \in U : p(x)\}$$

Lo anterior se lee " $A$  es el conjunto de elementos  $x$ , que cumplen la propiedad  $p(x)$ ". El símbolo ":" se lee "que cumplen la propiedad" o "tales que"; este símbolo puede ser remplazado por una barra  $|$ .

Por ejemplo, el conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  puede definirse por:

$$A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 4\}$$

donde el símbolo  $\mathbb{N}$  representa al conjunto de los números naturales.

El uso de algún conjunto  $U$  es muy importante, ya que de no hacerlo se podría caer en contradicciones como ejemplo:

$$M = \{x : x \notin M\}$$

Es decir,  $M$  es el conjunto donde cada elemento  $x$  satisface la propiedad  $x \notin M$ . Al principio uno podría creer que ningún conjunto puede estar contenido en sí mismo y que por lo tanto  $M$  no contiene elemento alguno; sin embargo, en vista de que  $M$  es un conjunto, cabe hacer la pregunta " $M \subset M$ ?" Si la respuesta es negativa ( $M \not\subset M$ ) entonces  $M$  cumple la propiedad  $x \notin M$  y por lo tanto  $M \subset M$ . Si por el contrario la respuesta es afirmativa ( $M \subset M$ ), entonces  $M$  no cumple con la propiedad  $x \notin M$  y por esta razón  $M \not\subset M$ . Esta paradoja es muy famosa y se conoce como la *paradoja del barbero* esta es una de las tantas incongruencias que tenía la teoría de Cantor. Igualdad entre conjuntos. Subconjuntos y Superconjuntos

### Igualdad de conjuntos

Dos conjuntos  $A$  y  $B$  se dicen *iguales*, lo que se escribe  $A = B$  si constan de los mismos elementos. Es decir, si y solo si todo elemento de  $A$  está también contenido en  $B$  y todo elemento de  $B$  está contenido en  $A$ . En símbolos:

$$\forall x, x \in A \iff x \in B$$

### Subconjuntos y Superconjuntos

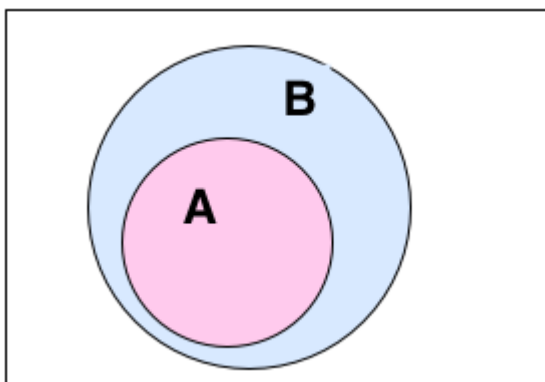


Diagrama de Venn que muestra  $A \subseteq B$

Un conjunto  $A$  se dice que es *subconjunto* de otro  $B$ , si cada elemento de  $A$  es también elemento de  $B$ , es decir, cuando se verifique:

$$x \in A \Rightarrow x \in B,$$

sea cual sea el elemento  $x$ . En tal caso, se escribe  $A \subseteq B$ .

Cabe señalar que, por definición, no se excluye la posibilidad de que si  $A \subseteq B$ , se cumpla  $A = B$ . Si  $B$  tiene por lo menos un elemento que no pertenezca al conjunto  $A$ , pero si todo elemento de  $A$  es elemento de  $B$ , entonces decimos que  $A$  es un

*subconjunto propio* de  $B$ , lo que se representa por  $A \subset B$ . En otras palabras,  $A \subset B$  si y sólo si  $A \subseteq B$ , y  $B \setminus A \neq \emptyset$ . Así, el conjunto vacío es subconjunto propio de todo conjunto (excepto de sí mismo), y todo conjunto  $A$  es *subconjunto impropio* de sí mismo.

Si  $A$  es un subconjunto de  $B$ , decimos también que  $B$  es un *superconjunto* de  $A$ , lo que se escribe  $B \supseteq A$ . Así pues

$$B \supseteq A \Leftrightarrow A \subseteq B,$$

y también que:

$$B \supset A \Leftrightarrow A \subset B,$$

significando  $B \supset A$  que  $B$  es *superconjunto propio* de  $A$ .

Por el principio de identidad, es siempre cierto  $x \in A \Rightarrow x \in A$ , para todo elemento  $x$ , por lo que todo conjunto es subconjunto (y también superconjunto) de sí mismo.

# Operaciones de conjuntos

Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos.

## Unión

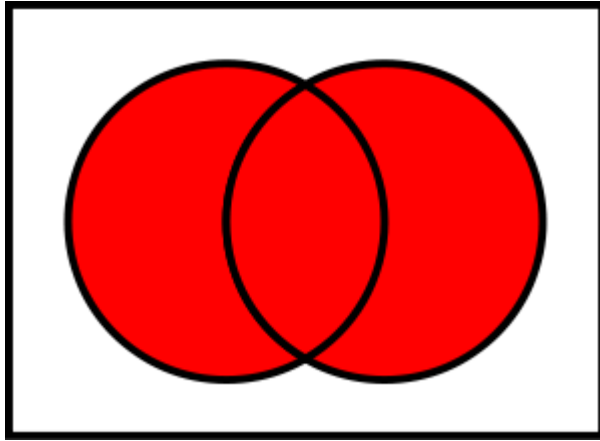


Diagrama de Venn que ilustra  $A \cup B$

Para cada par de conjuntos  $A$  y  $B$  existe un conjunto **Unión** de los dos, que se denota como  $A \cup B$  el cual contiene todos los elementos de  $A$  y de  $B$ . De manera más general, para cada conjunto  $S$  existe otro conjunto

denotado como  $\bigcup S$  de manera que sus elementos son todos los  $x \in X$

tales que  $X \in S$ . De esta manera  $A \cup B$  es el caso especial donde  $S = \{A, B\}$ .

Es claro que el hecho de que un elemento  $x$  pertenezca a  $A \cup B$  es condición necesaria y suficiente para afirmar que  $x$  es un elemento de  $A$  o al menos de  $B$ . Es decir

$$x \in (A \cup B) \iff (x \in A) \vee (x \in B)$$

Ejemplos: si tenemos los conjuntos

$$\begin{aligned} A &= \{\triangle, \bigcirc, 6\} \\ B &= \{\star, 6, \dagger, \square\} \\ C &= \{\square, 14, \star, \clubsuit\} \\ S &= \{A, B, C\} \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{\triangle, \bigcirc, 6, \star, \dagger, \square\} \\ A \cup C &= \{\triangle, \bigcirc, 6, \square, 14, \star, \clubsuit\} \\ \bigcup S &= \{\triangle, \bigcirc, 6, \star, \dagger, \square, 14, \clubsuit\} \\ A \cup \emptyset &= A \\ A \cup A &= A \end{aligned}$$

## Intersección

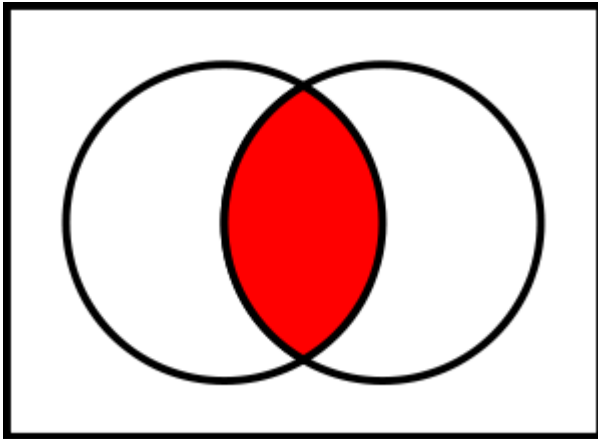


Diagrama de Venn que ilustra  $A \cap B$

Los elementos comunes a  $A$  y  $B$  forman un conjunto denominado *intersección de  $A$  y  $B$* , representado por  $A \cap B$ . Es decir,  $A \cap B$  es el conjunto que contiene a todos los elementos de  $A$  que al mismo tiempo están en  $B$ :

$$A \cap B = \{x \in A : x \in B\}.$$

Si dos conjuntos  $A$  y  $B$  son tales que  $A \cap B = \emptyset$ , entonces  $A$  y  $B$  se dice que son *conjuntos disjuntos*.

Es claro que el hecho de que  $x \in A \cap B$  es condición necesaria y suficiente para afirmar que  $x \in A$  y  $x \in B$ . Es decir

$$x \in (A \cap B) \iff (x \in A) \wedge (x \in B)$$

Ejemplos: si tenemos los conjuntos

$$\begin{aligned} A &= \{2, 4, 6\} \\ B &= \{4, 6, 8, 10\} \\ C &= \{10, 14, 16, 26\} \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{4, 6\} \\ A \cap C &= \emptyset \\ A \cap \emptyset &= \emptyset \\ A \cap A &= A \end{aligned}$$

## Particiones

Dado un conjunto  $A$  y una serie de subconjuntos  $A_i$ , se dice que  $A_i$  son particiones de  $A$  cuando la unión de todas es el conjunto  $A$ , y la intersección de todas es el conjunto vacío. Es decir, que los subconjuntos  $A_i$ , forman parte del conjunto mas grande denotado  $A$ .

## Diferencia

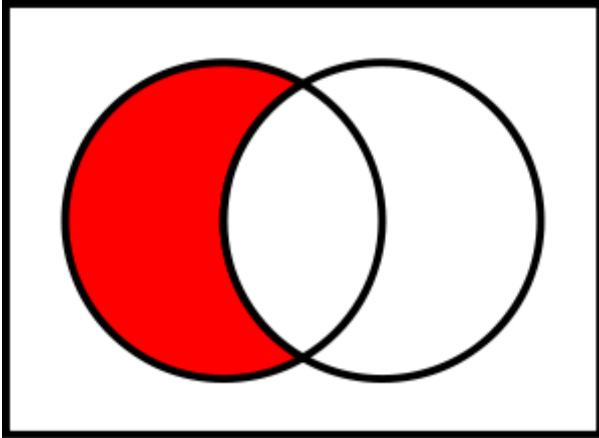


Diagrama de Venn que muestra  $A - B$

Los elementos de un conjunto  $A$  que no se encuentran en otro conjunto  $B$ , forman otro conjunto llamado *diferencia de A y B*, representado por  $A \setminus B$ . Es decir:

$$A \setminus B = \{x \in A : x \notin B\}.$$

o dicho de otra manera:

$$x \in (A \setminus B) \iff (x \in A) \wedge (x \notin B)$$

Algunas personas prefieren denotar la diferencia de  $A$  y  $B$  como  $A - B$ .

Una propiedad interesante de la diferencia es que

$$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$$

eso es porque

$$\begin{aligned} x \in A \cap B &\iff (x \in A) \wedge (x \in B) \\ &\iff (x \in A) \wedge (x \notin A \setminus B) \\ &\iff x \in A \setminus (A \setminus B) \end{aligned}$$

Ejemplos: Sin importar cual conjunto  $A$  elija usted, siempre se cumple

$$\begin{aligned} A \setminus \emptyset &= A \\ \emptyset \setminus A &= \emptyset \\ \{0, 1, 2, 3\} \setminus \{3, 2\} &= \{0, 1\} \end{aligned}$$

## Complemento

El complemento de un conjunto  $A$ , es el conjunto de los elementos que pertenecen a algún conjunto  $U$  pero no pertenecen a  $A$ , que lo representaremos por  $A^c$ . Es decir

$$A^c = U \setminus A$$

El conjunto complemento siempre lo es respecto al conjunto universal que estamos tratando, esto es, si hablamos de números enteros, y definimos el conjunto de los números pares, el conjunto complemento de los números pares, es el formado por los números no pares. Si estamos hablando de personas, y definimos el conjunto de las personas rubias, el conjunto complementario es el de las personas no rubias.

En vista de que  $A \subseteq U$  y  $B \subseteq U$ , entonces

$$x \in (A \setminus B) \iff x \in (A \cap B^c),$$

de manera que

$$A \setminus B = A \cap B^c$$

Pero también

$$\begin{aligned} x \in (A \cap B^c) &\iff x \in A \wedge x \in B^c \\ &\iff x \in B^c \wedge x \in A \\ &\iff x \in B^c \wedge x \notin A^c \\ &\iff x \in (B^c \setminus A^c) \end{aligned}$$

de modo que

$$A \setminus B = (B^c \setminus A^c)$$

## Diferencia simétrica

Los elementos de dos conjuntos,  $A$  y  $B$  a excepción de aquellos que se encuentran en el área de intersección de dichos conjuntos se define la diferencia simétrica.

$$B \Delta A = (B \setminus A) \cup (A \setminus B)$$



# Álgebra de conjuntos

Sean  $A, B$ , y  $C$  conjuntos cualesquiera y  $U$  un conjunto tal que  $A \subseteq U, B \subseteq U$  y  $C \subseteq U$  entonces:

- $A \cap A = A$
- $A \cup A = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \cup \emptyset = A$  Elemento neutro de la unión
- $A \cap U = A$  Elemento neutro de la intersección
- $A \cup U = U$
- $A \cap B = B \cap A$  Propiedad conmutativa de la intersección
- $A \cup B = B \cup A$  Propiedad conmutativa de la unión
- $(A^c)^c = A$  Propiedad de Involución.
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$  Propiedad asociativa de la intersección
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$  Propiedad asociativa de la unión
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  Propiedad distributiva de la intersección
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  Propiedad distributiva de la unión
- $A \subseteq B \iff A \cap B = A$
- $A \subseteq B \iff A \cup B = B$
- $A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c$
- $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$
- $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$
- $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$
- $C \setminus (B \setminus A) = (A \cap C) \cup (C \setminus B)$
- $(B \setminus A) \cap C = (B \cap C) \setminus A = B \cap (C \setminus A)$
- $(B \setminus A) \cup C = (B \cup C) \setminus (A \setminus C)$
- $A \subseteq B \iff A \setminus B = \emptyset$
- $A \cap B = \emptyset \iff B \setminus A = B$
- $A \setminus A = \emptyset$
- $\emptyset \setminus A = \emptyset$
- $A \setminus \emptyset = A$
- $A \setminus B = A \cap B^c$
- $(B \setminus A)^c = A \cup B^c$
- $U \setminus A = A^c$
- $A \setminus U = \emptyset$

## Producto cartesiano de conjuntos o producto cruz

*Artículo principal: Producto cartesiano*

Un par ordenado de números  $(x, y)$  es tal si los pares  $(x, y)$  y  $(y, x)$  son uno mismo si y sólo si  $x = y$ .

Dados dos conjuntos  $A$  y  $B$ , definimos al *conjunto producto* ( o *producto cartesiano*) de  $A$  y  $B$  (en ese orden), representado por  $A \times B$ , como el conjunto

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

Ejemplo

Sean  $S = \{1, 2, 3\}$  y  $R = \{a, b, c\}$ . Así,

$$S \times R = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (3, a), (3, b), (3, c)\}$$

Ya que el producto cartesiano está formado de pares ordenados (donde el orden de los componentes importa), resulta

$$A \times B = B \times A \quad \Leftrightarrow \quad A = B$$

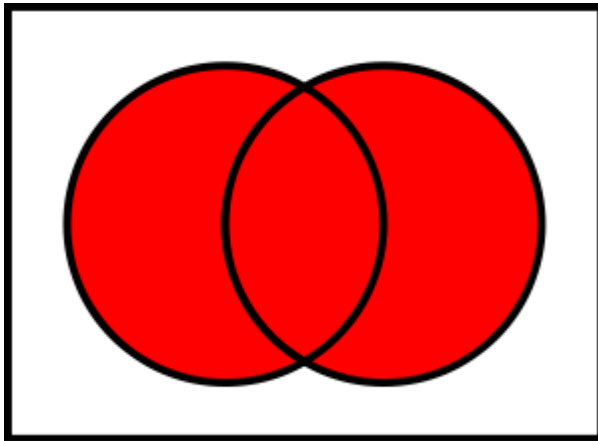


Diagrama de Venn que ilustra  $A \cup B$

Para cada par de conjuntos  $A$  y  $B$  existe un conjunto Unión de los dos, que se denota como  $A \cup B$  el cual contiene todos los elementos de  $A$  y de  $B$ . De manera más general, para cada conjunto  $S$  existe otro conjunto denotado como  $\bigcup S$  de manera que sus elementos son todos los  $x \in X$  tales que  $X \in S$ . De esta manera  $A \cup B$  es el caso especial donde  $S = \{A, B\}$ .

Es claro que el hecho de que un elemento  $x$  pertenezca a  $A \cup B$  es condición necesaria y suficiente para afirmar que  $x$  es un elemento de  $A$  o al menos de  $B$ . Es decir

$$x \in (A \cup B) \iff (x \in A) \vee (x \in B)$$

Ejemplos: si tenemos los conjuntos

$$\begin{aligned} A &= \{\triangle, \bigcirc, 6\} \\ B &= \{\star, 6, \dagger, \square\} \\ C &= \{\square, 14, \star, \clubsuit\} \\ S &= \{A, B, C\} \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{\triangle, \bigcirc, 6, \star, \dagger, \square\} \\ A \cup C &= \{\triangle, \bigcirc, 6, \square, 14, \star, \clubsuit\} \\ \bigcup S &= \{\triangle, \bigcirc, 6, \star, \dagger, \square, 14, \clubsuit\} \\ A \cup \emptyset &= A \\ A \cup A &= A \end{aligned}$$

**[editar] Intersección**

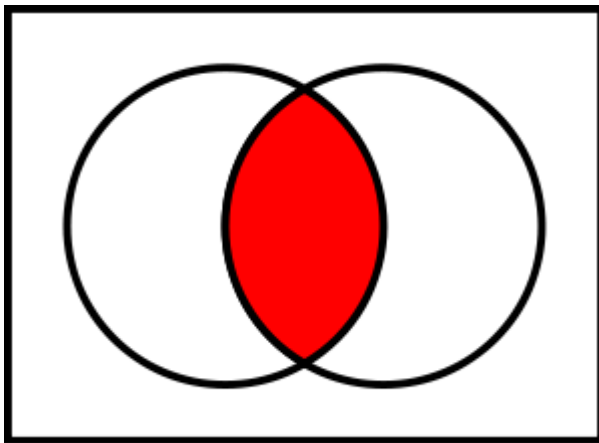


Diagrama de Venn que ilustra  $A \cap B$

Los elementos comunes a  $A$  y  $B$  forman un conjunto denominado *intersección de  $A$  y  $B$* , representado por  $A \cap B$ . Es decir,  $A \cap B$  es el conjunto que contiene a todos los elementos de  $A$  que al mismo tiempo están en  $B$ :

$$A \cap B = \{x \in A : x \in B\}.$$

Si dos conjuntos  $A$  y  $B$  son tales que  $A \cap B = \emptyset$ , entonces  $A$  y  $B$  se dice que son *conjuntos disjuntos*.

Es claro que el hecho de que  $x \in A \cap B$  es condición necesaria y suficiente para afirmar que  $x \in A$  y  $x \in B$ . Es decir

$$x \in (A \cap B) \iff (x \in A) \wedge (x \in B)$$

Ejemplos: si tenemos los conjuntos

$$\begin{aligned} A &= \{2, 4, 6\} \\ B &= \{4, 6, 8, 10\} \\ C &= \{10, 14, 16, 26\} \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{4, 6\} \\ A \cap C &= \emptyset \\ A \cap \emptyset &= \emptyset \\ A \cap A &= A \end{aligned}$$

## [editar] Particiones

Dado un conjunto  $A$  y una serie de subconjuntos  $A_i$ , se dice que  $A_i$  son particiones de  $A$  cuando la unión de todas es el conjunto  $A$ , y la intersección de todas es el conjunto vacío. Es decir, que los subconjuntos  $A_i$ , forman parte del conjunto mas grande denotado  $A$ .

## [editar] Diferencia

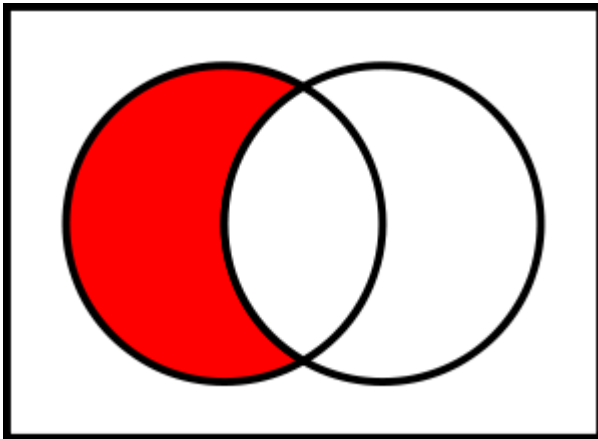


Diagrama de Venn que muestra  $A - B$

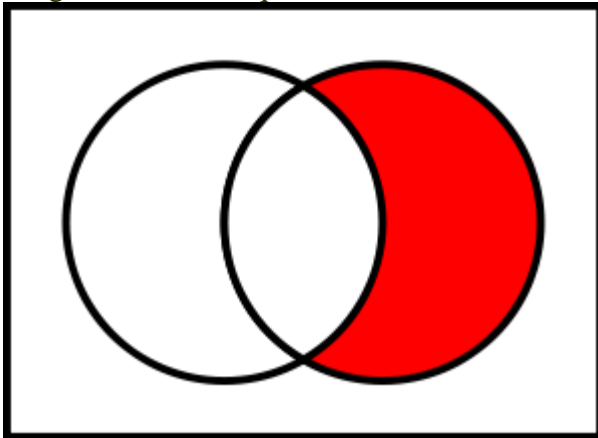


Diagrama de Venn que muestra  $B - A$

Los elementos de un conjunto  $A$  que no se encuentran en otro conjunto  $B$ , forman otro conjunto llamado *diferencia de  $A$  y  $B$* , representado por  $A \setminus B$ . Es decir:

$$A \setminus B = \{x \in A : x \notin B\}.$$

o dicho de otra manera:

$$x \in (A \setminus B) \iff (x \in A) \wedge (x \notin B)$$

Algunas personas prefieren denotar la diferencia de  $A$  y  $B$  como  $A - B$ .

Una propiedad interesante de la diferencia es que

$$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$$

eso es porque

$$\begin{aligned}
 x \in A \cap B &\iff (x \in A) \wedge (x \in B) \\
 &\iff (x \in A) \wedge (x \notin A \setminus B) \\
 &\iff x \in A \setminus (A \setminus B)
 \end{aligned}$$

Ejemplos: Sin importar cual conjunto  $A$  elija usted, siempre se cumple

$$\begin{aligned}
 A \setminus \emptyset &= A \\
 \emptyset \setminus A &= \emptyset \\
 \{0, 1, 2, 3\} \setminus \{3, 2\} &= \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

### [editar] Complemento

El complemento de un conjunto  $A$ , es el conjunto de los elementos que pertenecen a algún conjunto  $U$  pero no pertenecen a  $A$ , que lo representaremos por  $A^c$ . Es decir

$$A^c = U \setminus A$$

El conjunto complemento siempre lo es respecto al conjunto universal que estamos tratando, esto es, si hablamos de números enteros, y definimos el conjunto de los números pares, el conjunto complemento de los números pares, es el formado por los números no pares. Si estamos hablando de personas, y definimos el conjunto de las personas rubias, el conjunto complementario es el de las personas no rubias.

En vista de que  $A \subseteq U$  y  $B \subseteq U$ , entonces

$$x \in (A \setminus B) \iff x \in (A \cap B^c),$$

de manera que

$$A \setminus B = A \cap B^c$$

Pero también

$$\begin{aligned}
 x \in (A \cap B^c) &\iff x \in A \wedge x \in B^c \\
 &\iff x \in B^c \wedge x \in A \\
 &\iff x \in B^c \wedge x \notin A^c \\
 &\iff x \in (B^c \setminus A^c)
 \end{aligned}$$

de modo que

$$A \setminus B = (B^c \setminus A^c)$$

### [editar] Diferencia simétrica

Los elementos de dos conjuntos,  $A$  y  $B$  a excepción de aquellos que se encuentran en el área de intersección de dichos conjuntos se define la diferencia simétrica.

$$B \Delta A = (B \setminus A) \cup (A \setminus B)$$

## [editar] Álgebra de conjuntos

Sean  $A$ ,  $B$ , y  $C$  conjuntos cualesquiera y  $U$  un conjunto tal que  $A \subseteq U$ ,  $B \subseteq U$  y  $C \subseteq U$  entonces:

- $A \cap A = A$
- $A \cup A = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \cup \emptyset = A$  Elemento neutro de la unión
- $A \cap U = A$  Elemento neutro de la intersección
- $A \cup U = U$
- $A \cap B = B \cap A$  Propiedad conmutativa de la intersección
- $A \cup B = B \cup A$  Propiedad conmutativa de la unión
- $(A^c)^c = A$  Propiedad de Involución.
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$  Propiedad asociativa de la intersección
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$  Propiedad asociativa de la unión
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  Propiedad distributiva de la intersección
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  Propiedad distributiva de la unión
- $A \subseteq B \iff A \cap B = A$
- $A \subseteq B \iff A \cup B = B$
- $A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c$
- $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$
- $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$
- $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$
- $C \setminus (B \setminus A) = (A \cap C) \cup (C \setminus B)$
- $(B \setminus A) \cap C = (B \cap C) \setminus A = B \cap (C \setminus A)$
- $(B \setminus A) \cup C = (B \cup C) \setminus (A \setminus C)$
- $A \subseteq B \iff A \setminus B = \emptyset$
- $A \cap B = \emptyset \iff B \setminus A = B$
- $A \setminus A = \emptyset$
- $\emptyset \setminus A = \emptyset$
- $A \setminus \emptyset = A$
- $A \setminus B = A \cap B^c$
- $(B \setminus A)^c = A \cup B^c$
- $U \setminus A = A^c$

- $A \setminus U = \emptyset$

## [editar] Producto cartesiano de conjuntos o producto cruz

*Artículo principal: Producto cartesiano*

Un par ordenado de números  $(x,y)$  es tal si los pares  $(x,y)$  y  $(y,x)$  son uno mismo si y sólo si  $x = y$ .

Dados dos conjuntos  $A$  y  $B$ , definimos al *conjunto producto* ( o *producto cartesiano*) de  $A$  y  $B$  (en ese orden), representado por  $A \times B$  , como el conjunto

$$A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \quad \wedge \quad y \in B\}$$

Ejemplo

Sean  $S = \{1, 2, 3\}$  y  $R = \{a, b, c\}$  . Así,

$$S \times R = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (3, a), (3, b), (3, c)\}$$

Ya que el producto cartesiano está formado de pares ordenados (donde el orden de los componentes importa), resulta

$$A \times B = B \times A \quad \Leftrightarrow \quad A = B$$