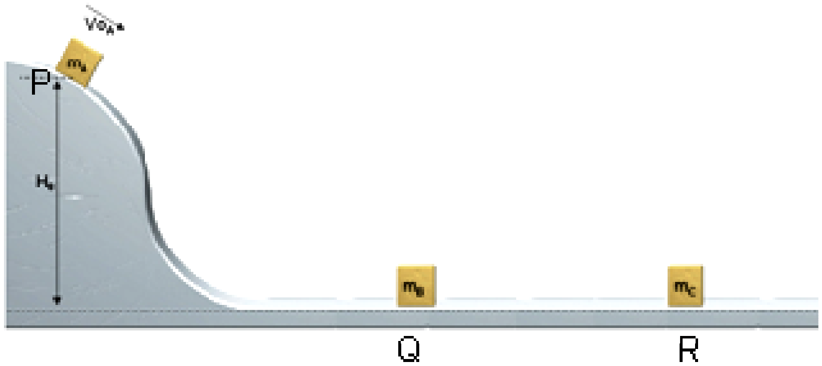
PROBLEMA Un bloque de masa m_A comienza su descenso por una pista curva (Punto P). En la parte inferior de la pista se encuentra en reposo el bloque de masa m_B (Punto Q) y a cierta distancia de este bloque se encuentra en reposo otro bloque de masa m_C (punto R), tal y como se muestra en la figura. La rapidez del bloque al iniciar su descenso por la pista es $v_A = 3\,m/s$. La pista QR es una superficie rugosa cuyo coeficiente de roce cinético es $\mu_k = 0,2$.



$m_A = 8\,kg$
$m_B = 7\,kg$
$m_C = 7\,kg$
$g = 9,8\,m/s^2$
$H_0 = 1,5\,m$
$\overline{QR} = 3\,m$

SI TODA LA PISTA PQ ES LISA Y LOS BLOQUES A Y B EXPERIMENTAN UN CHOQUE INELÁSTICO, CON UN COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN $\varepsilon = 0,85$, ENTONCES PARA ESTA SITUACIÓN PLANTEADA PODEMOS AFIRMAR QUE:

1. Justo después del choque la rapidez del bloque de masa m_B es:

SOLUCION:

De la situación planteada observamos que el choque entre los bloques A y B ocurre en el punto Q, por lo tanto es necesario conocer **las velocidades de los bloques** cuando se encuentran **en este lugar** de la pista y **justo antes de que ocurra el choque**.

Analizamos que sucede con el bloque A:
Observamos que el bloque A parte con una rapidez inicial desde el borde de una pista curva, esta velocidad del bloque no es la misma con la que llega al final de la pista.
Además observamos que mientras el bloque de masa m_A viaja por la pista PQ, el peso es la única fuerza que realiza trabajo sobre el bloque y esta fuerza es conservativa por lo tanto la energía mecánica se conserva, es decir $E_P = E_Q$.

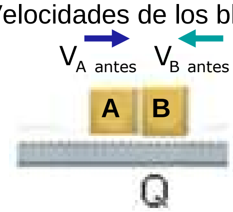
Cálculo de la velocidad del bloque A en el punto Q (velocidad de A justo antes del choque).

Aplicando el teorema de conservación de la energía entre el punto P y el punto Q (Justo antes del choque), tenemos:

$$K_P + Ug_P = K_Q \Rightarrow \frac{1}{2} m_A (V_P)^2 + m_A g h_{PI} = \frac{1}{2} m_A (V_Q)^2 \Rightarrow V_Q = \sqrt{(V_P)^2 + gh_P}$$

$$V_Q = V_{\substack{justo\\antes}} = \sqrt{(3)^2 + 9,8 \times 1,5} \Rightarrow \qquad V_Q = V_{\substack{justo\\antes}} = 4,87\,m/s$$

Velocidades de los bloques justo antes del choque:



Cuando revisamos los vectores velocidad tenemos: $\vec{V}_{A\ antes} = 4,87\ \hat{i}\ m/s$ y $\vec{V}_{B\ antes} = 0\ \hat{i}\ m/s$

Ahora analizamos lo que sucede durante el choque, en el encabezado de la pregunta se indica que el choque es de tipo inelástico además se indica el coeficiente de restitución:

Durante el choque es válido el principio de conservación de la cantidad de movimiento ya que durante el choque la suma de fuerzas externas es despreciable comparadas con las fuerzas producidas por el impacto.

$$\sum \vec{p}_{\substack{\text{justo}\\ \text{antes}}} = \sum \vec{p}_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}$$

$$m_A \vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{antes}}}} + m_B \vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{antes}}}} = m_A \vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} + m_B \vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}$$

$$8 \times (4,87) + 7 \times (0) = 8\vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} + 7\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}$$

$$38,96 = 8\vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} + 7\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}$$

De esta ecuación no podemos determinar la velocidad del bloque B justo después del choque pues no conocemos con la del bloque A.

A partir de la ecuación del coeficiente de restitución tenemos:

$$\varepsilon = -\frac{\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} - \vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}}{\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{antes}}}} - \vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{antes}}}}}$$

$$0,85 = -\frac{\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} - \vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}}{0 - 4,87}$$

$$-4,14 = -\left(\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} - \vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}\right)$$

$$4,14 = \vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} - \vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}$$

Con esta ecuación y con la anterior podemos determinar las velocidades de los bloques A y B justo después del choque.

Despejando velocidad de B justo después del choque se tiene: $\vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} = \vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} - 4,14$ y sustituyendo en la primera ecuación se obtiene :

$$38,96 = 8\vec{v}_{A_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} + 7\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}$$

$$38,96 = 8(\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} - 4,14) + 7\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}$$

$$38,96 + 8 \times 4,14 = 15\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}}$$

$$\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} = \frac{72,08}{15}$$

Luego, el valor de la velocidad experimentada por el bloque B justo después del choque es:

$$\vec{v}_{B_{\substack{\text{justo}\\ \text{despues}}}} = 4,81\ \hat{i}\ m/s$$

DESPUÉS DE LA COLISIÓN DE LOS BLOQUES A Y B, SE PRODUCE EL CHOQUE DE LOS BLOQUES B Y C DE TAL MANERA

2. Que si los bloques quedan unidos y en movimiento, entonces la velocidad con la que B y C se mueven después del choque es:

SOLUCION:

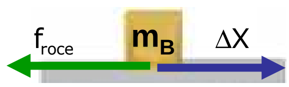
De igual forma como lo hicimos en la pregunta anterior, para analizar el choque que ocurre entre los bloques B y C es necesario que previamente conozcamos **las velocidades de los bloques justo antes de que ocurra el choque.**

Analizamos lo que sucede con el bloque B

Mientras el bloque B se mueve por la superficie QR, la velocidad del bloque cambia debido a que ésta superficie es rugosa, por lo tanto la energía mecánica cambia debido al trabajo realizado por la fuerza de roce sobre el bloque B mientras este se desplaza por la superficie QR. Es decir que se cumple el teorema que dice:

$$W_{\substack{no \\ conserv}} = \Delta E \quad \Rightarrow \quad W_{\substack{no \\ conserv\ \ QR}} = E_R - E_Q$$

Trabajo hecho por la fuerza de roce:



$$W_{f_{roce}} = |f_{roce}| \times |\Delta \vec{x}| \times \text{Cos}\,\theta$$
$$W_{f_{roce}} = \mu_C \times m_B \times g \times \times \text{Cos}\,\theta$$
$$W_{f_{roce}} = 0{,}2 \times 7 \times 9{,}8 \times 3 \times \text{Cos}\,180$$
$$W_{f_{roce}} = -41{,}16 \text{ J.}$$

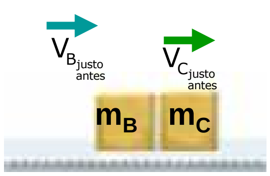
Cálculo de la velocidad de la rapidez del bloque B, antes del choque

$$W_{fr} = E_R - E_Q$$
$$W_{fr} = \frac{1}{2} m_B \left(v_R\right)^2 - \frac{1}{2} m_B \left(v_Q\right)^2$$
$$-41{,}16 = \frac{1}{2} \times 7 \times \left(v_R\right)^2 - \frac{1}{2} \times 7 \times \left(4{,}81\right)^2$$
$$80{,}98 - 41{,}16 = 3{,}5 \times \left(v_R\right)^2 \quad \Rightarrow \quad v_R = V_{B_{\substack{justo \\ antes}}} = \sqrt{\frac{39{,}82}{3{,}5}}$$

Luego, el valor de la rapidez experimentada por el bloque B justo antes del choque con el bloque C, es:

$$V_{B_{\substack{justo \\ antes}}} = 3{,}37 \ \ m/s$$

Velocidades de los bloques justo antes del choque:



Cuando revisamos los vectores velocidad tenemos: $\vec{V}_{B\ antes} = 4{,}37\ \hat{i}\ m/s$ y $\vec{V}_{C\ antes} = 0\ \hat{i}\ m/s$

Ahora analizamos lo que sucede durante el choque, en la pregunta se indica que los bloques B y C después del choque viajan ambos, es decir que entre ellos ocurre un choque plástico.

Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\sum \vec{p}_{\substack{justo \\ antes}} = \sum \vec{p}_{\substack{justo \\ despues}}$$
$$m_B \vec{v}_{B_{\substack{justo \\ antes}}} + m_C \vec{v}_{C_{\substack{justo \\ antes}}} = (m_B + m_C)\vec{v}_{\substack{justo \\ despues}}$$
$$7 \times (3{,}37) + 7 \times (0) = (7 + 7)\vec{v}_{\substack{justo \\ despues}}$$
$$\vec{v}_{\substack{justo \\ despues}} = \frac{23{,}59}{14}$$

La velocidad de los bloques después del choque, es:

$$\vec{V}_{\substack{justo \\ después}} = \vec{V}_{CM} = 1{,}69\ \ \hat{i}\ m/s$$

3. Y la cantidad de energía que se pierde durante el choque es:

SOLUCION:

Para determinar la energía que se pierde, calculamos la cantidad de energía antes del choque y la energía después del choque para luego calcular la variación de energía que es: $\Delta K = K_{\substack{\text{justo}\\\text{después}}} - K_{\substack{\text{justo}\\\text{antes}}}$

Cálculo de la energía Cinética total antes del choque:

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{antes}}} = \sum \frac{1}{2} m_i (v_i)^2$$

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{antes}}} = \frac{1}{2} m_B (v_{\substack{\text{B justo}\\\text{antes}}})^2 + \frac{1}{2} m_C (v_{\substack{\text{C justo}\\\text{antes}}})^2$$

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{antes}}} = \frac{1}{2} 7 \times (3,37)^2 + \frac{1}{2} 7 \times (0)^2$$

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{antes}}} = 38,92 \text{ J}$$

Cálculo de la energía Cinética total después del choque:

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{después}}} = K_{\substack{\text{Asociada}\\\text{CM}}}$$

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{después}}} = \frac{1}{2} M (v_{CM})^2$$

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{después}}} = \frac{1}{2} \times 14 \times (1,69)^2$$

$$K_{\substack{\text{justo}\\\text{después}}} = 10 \text{ J}$$

Por lo tanto la energía que se pierde durante el choque es:

$$\Delta K = K_{\substack{\text{justo}\\\text{después}}} - K_{\substack{\text{justo}\\\text{antes}}}$$

$$\Delta K = 10 - 38,92$$

$$\Delta K = -28,92 \text{ J}.$$