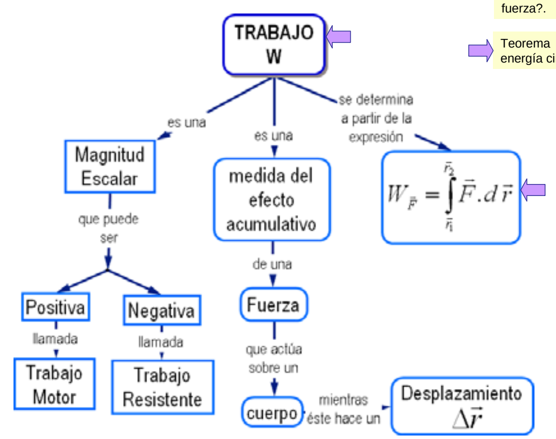
TRABAJO Y ENERGÍA

Material diseñado y elaborado
por Ing. Neyra Tellez
para el curso de Física I de la UNET.

Noviembre, 2009

¿Cómo determinar el trabajo hecho por una fuerza?.

Teorema de trabajo y energía cinética.

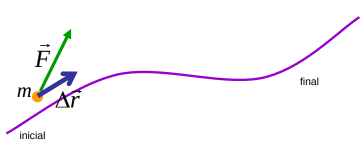


Definición de Trabajo

Trabajo (W): es una medida del efecto acumulativo de una fuerza que actúa sobre un cuerpo mientras éste se desplaza.

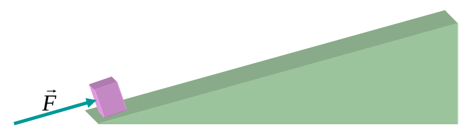
Cuando hablamos de Trabajo sobre un determinado cuerpo, tenemos que especificar que fuerza esta realizando el trabajo. **Para determinar el trabajo realizado por una fuerza que actúa sobre un cuerpo mientras éste se desplaza a lo largo de una trayectoria desde una posición inicial hasta una final, lo hacemos a partir de la expresión:**

$$W_{\vec{F}} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}.d\,\vec{r}$$

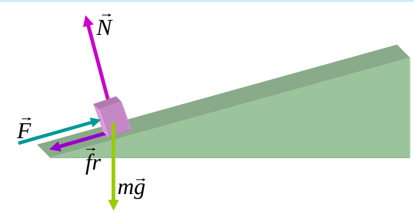


Nota: Para que exista el trabajo se requiere entonces una fuerza, un desplazamiento y que los vectores fuerza y desplazamiento no sean perpendiculares entre sí. Observe el siguiente ejemplo.

Consideremos un bloque de masa m sobre el que actúa una fuerza F. El bloque está ubicado sobre un plano inclinado rugoso que forma un ángulo con la horizontal.

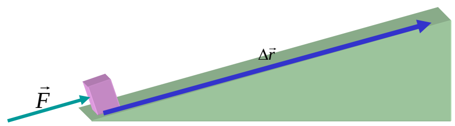


Si representamos todas las fuerzas externas que actúan sobre el bloque:

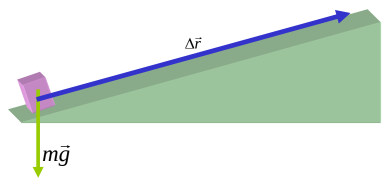


Sí ahora estudiamos el efecto de cada una de las fuerzas externas sobre el bloque mientras éste de desplaza, tenemos:

Observamos que la fuerza F, actúa sobre el bloque mientras éste se desplaza desde parte inferior hasta la parte superior del plano inclinado, por lo tanto podemos afirmar que esta fuerza esta realizando un trabajo sobre el bloque.

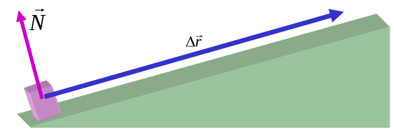


También observamos que mientras el bloque se desplaza desde parte inferior hasta la parte superior del plano inclinado sobre el bloque está actuando la fuerza debida al peso (mg), por lo que esta fuerza realiza un trabajo sobre el bloque.

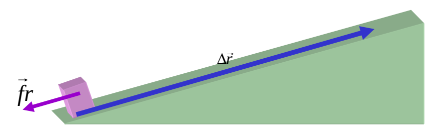


5

Sobre el bloque también actúa la fuerza Normal (N), y mientras el bloque se desplaza está actuando esta fuerza. En este caso esta fuerza no realiza trabajo porque los vectores fuerza y desplazamiento son perpendiculares (su producto punto o escalar es cero).



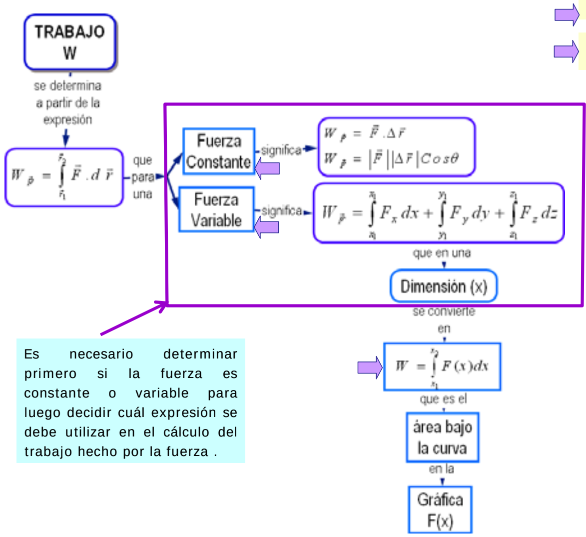
La fuerza de roce actúa sobre el bloque mientras éste se desplaza por lo que podemos afirmar que esta fuerza también esta realizando un trabajo sobre el bloque.



6

Definición de trabajo.

Teorema de trabajo y energía cinética.



Es necesario determinar primero si la fuerza es constante o variable para luego decidir cuál expresión se debe utilizar en el cálculo del trabajo hecho por la fuerza .

7

Fuerza Constante

La fuerza que actúa sobre el cuerpo puede ser constante o puede ser variable.

✓ **Una fuerza es constante** si su magnitud, dirección y sentido no experimentan ningún cambio.

Ejemplos

Fuerza F_1: $\vec{F}_1 = 30\,\hat{i} - 20\,\hat{j}\;\; N.$

El peso: $m\vec{g} = 0\,\hat{i} - 98\,\hat{j}\;\; N.$

8

Trabajo hecho por una Fuerza Constante

Cuando se trata de una fuerza constante, el trabajo realizado por dicha fuerza es: $W_{\vec{F}} = \vec{F} \bullet \Delta\vec{r}$

El producto punto se define como: $\vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\,Cos\ \theta$

El trabajo realizado por una fuerza constante es: $W_{\vec{F}} = \vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\,Cos\ \theta$

Si conocemos la fuerza y el desplazamiento de manera vectorial:

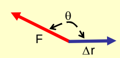
$$W_{\vec{F}} = \vec{F} \bullet \Delta\vec{r}$$

$$W_{\vec{F}} = (\vec{F}_x\hat{i} + \vec{F}_y\hat{j} + \vec{F}_z\hat{k}) \bullet (\Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k})$$

$$W_{\vec{F}} = (\vec{F}_x \bullet \Delta x) + (\vec{F}_y \bullet \Delta y) + (\vec{F}_z \bullet \Delta z)$$

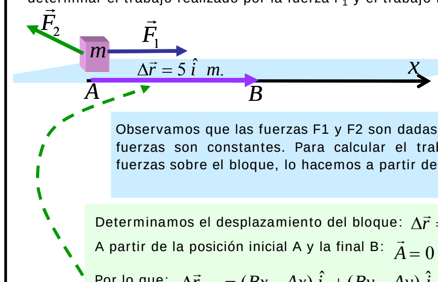
Si conocemos los módulos de la fuerza y del desplazamiento:

$$W_{\vec{F}} = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\,Cos\ \theta$$



Siendo θ el ángulo más pequeño que forman el desplazamiento y la fuerza cuando estos vectores están unidos por sus orígenes.

Ejemplo 1: La figura muestra un bloque de masa 2kg, sobre el que actúan las fuerzas F_1 y F_2, mientras el bloque se desplaza desde la posición A hasta la posición B en la dirección de x, determinar el trabajo realizado por la fuerza F_1 y el trabajo realizado por la fuerza F_2.



Datos: $m = 2kg.$

$\vec{F}_1 = 80\,\hat{i}\ N.\ ;\ \vec{F}_2 = -30\hat{i} + 10\hat{j}\ N.$

$\vec{A} = (0,0)\ ;\ \vec{B} = (5,0)$

Observamos que las fuerzas F1 y F2 son dadas en forma vectorial, y que además estas fuerzas son constantes. Para calcular el trabajo realizado por cada una de estas fuerzas sobre el bloque, lo hacemos a partir de la expresión. $W_{\vec{F}\ _{A-B}} = \vec{F}.\,\Delta\vec{r}$

Determinamos el desplazamiento del bloque: $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{x}\ \hat{i}\ + \Delta\vec{y}\ \hat{j}$

A partir de la posición inicial A y la final B: $\vec{A} = 0\,\hat{i}\ + 0\,\hat{j}\ ;\ \vec{B} = 5\,\hat{i}\ + 0\,\hat{j}$

Por lo que: $\Delta\vec{r}_{A-B} = (Bx - Ax)\,\hat{i}\ + (By - Ay)\,\hat{j} \Rightarrow \Delta\vec{r}_{A-B} = 5\,\hat{i}\ + 0\,\hat{j}\ \ m.$

Calculamos el trabajo realizado por F1:

$$W_{\vec{F}_1} = \vec{F}_1 \bullet \Delta\vec{r}_{A-B}$$

Resolvemos el producto punto:

$$W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}5m} = (80\hat{i}) \bullet (5\hat{i}) \Rightarrow W_{\vec{F}_1} = 40\underbrace{\hat{i} \bullet \hat{i}}_{=1}$$

$$W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}5m} = 400\ Joule$$

Ahora calculamos el trabajo realizado por F2:

$$W_{\vec{F}_2} = \vec{F}_2 \bullet \Delta\vec{r}_{A-B}$$

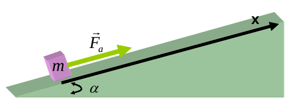
Resolviendo el producto punto:

$$W_{\vec{F}_2\ 0\text{-}5m} = (-30\hat{i} + 10\hat{j}) \bullet (5\hat{i})$$

$$W_{\vec{F}_2\ 0\text{-}5m} = -30 \times 5\underbrace{\hat{i} \bullet \hat{i}}_{=1} + 10 \times 5\underbrace{\hat{j} \bullet \hat{i}}_{=0}$$

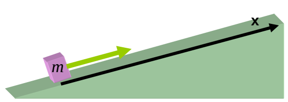
$$W_{\vec{F}_2\ 0\text{-}5m} = -150\ Joule$$

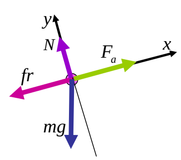
Ejemplo 2: Un bloque de masa 2kg, comienza a moverse a lo largo del plano inclinado θ por la acción de una fuerza Fa, tal y como se muestra en la figura. Entre el bloque y el plano inclinado existe roce. Considere la información anexa para determinar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas externas sobre el bloque durante los primeros 4m del recorrido.



Datos: $m = 2kg.\ ;\ |\vec{F}_a| = 80\ N.\ ;\ \mu_k = 0{,}1\ ;\ \alpha = 30^{o}$

Para determinar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas externas, lo primero que hacemos es realizar un diagrama de cuerpo libre del bloque.



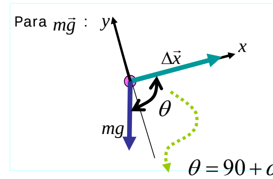


Revisamos que tipo de fuerzas son, en este caso las fuerzas son constantes, como conocemos (o podemos determinar) las magnitudes de las fuerzas externas y el desplazamiento experimentado por el bloque, el trabajo de cada fuerza lo podemos obtener a partir de la expresión. $W_{\vec{F}\ _{0\text{-}4m}} = \vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\,Cos\ \theta$

Continuación

Para determinar el trabajo realizado por el peso, dibujamos el vector fuerza y el vector desplazamiento de tal modo que ambos vectores estén unidos por sus orígenes.

Para $m\vec{g}$:



Determinamos el ángulo que existe entre el vector fuerza y el vector desplazamiento (θ).

Ahora calculamos el trabajo realizado por mg:

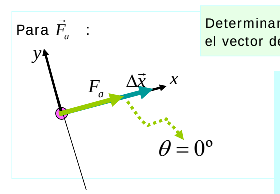
$$W_{m\vec{g}\ _{0\text{-}4m}} = |m\vec{g}|\,|\Delta\vec{r}|\cos\ \theta$$

$$W_{m\vec{g}\ _{0\text{-}4m}} = |2 \times -9{,}8|\,|4|\cos\,(90^{o} + 30^{o})$$

$$W_{m\vec{g}\ _{0\text{-}4m}} = -39{,}2\ \ J.$$

Para determinar el trabajo realizado por Fa, dibujamos el vector fuerza y el vector desplazamiento de tal modo que ambos vectores estén unidos por sus orígenes.

Para $\vec{F}_a$:



Determinamos el ángulo que existe entre el vector fuerza y el vector desplazamiento (θ).

Ahora calculamos el trabajo realizado por Fa:

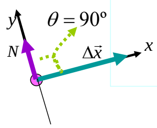
$$W_{\vec{F}a\ \ 0\text{-}4m} = |\vec{F}a|\,|\Delta\vec{r}|\cos\ \theta$$

$$W_{\vec{F}a\ \ 0\text{-}4m} = |80|\,|4|\cos\,(0^{o})$$

$$W_{\vec{F}a\ \ 0\text{-}4m} = 320\ J.$$

Continuación

Cálculo del trabajo realizado por la fuerza normal, N:



El trabajo realizado por la fuerza normal N, es:

$$W_{\vec{N}\ \text{0-4m}} = \left|\vec{N}\right| \left|\Delta\vec{r}\right| \cos\theta$$

$$W_{\vec{N}\ \text{0-4m}} = \left|16{,}97\right| \left|4\right| \cos(90^o)$$

$$W_{\vec{N}\ \text{0-4m}} = 0\ J.$$

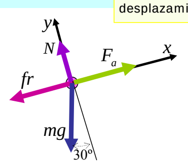
Nota: observe que ninguna fuerza que sea perpendicular (θ=90) al desplazamiento podrá realizar trabajo, porque a pesar que existe fuerza y desplazamiento el Cos90º=0.

Cálculo de la fuerza Normal:

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

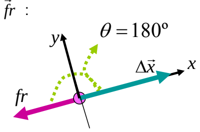
$$N - mg\,Cos\,\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\,Cos\,\alpha$$

$$N = 2\times 9{,}8\times Cos\,30 \Rightarrow N = 16{,}97\ N.$$



Para determinar el trabajo realizado por la fuerza de roce, fr, dibujamos los vectores fuerza desplazamiento de tal modo que ambos vectores estén unidos por sus orígenes.

Para $\vec{fr}$:



El trabajo realizado por la fuerza de roce es fr :

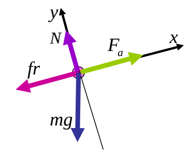
$$W_{fr\ \text{0-4m}} = \left|\vec{fr}\right| \left|\Delta\vec{r}\right| \cos\theta$$

$$W_{fr\ \text{0-4m}} = \left|\mu N\right| \left|\Delta\vec{r}\right| \cos(180^o)$$

$$W_{fr\ \text{0-4m}} = \left|0{,}1\times 16{,}97\right| \left|4\right| \cos(180^o)$$

$$W_{fr\ \text{0-4m}} = -\,6{,}79\ J.$$

Continuación



Finalmente el trabajo hecho por cada fuerza mientras el bloque se desplaza 4m:

$$W_{m\vec{g}\ \text{0-4m}} = -39{,}2\ \text{J.}$$

$$W_{\vec{F}a\ \text{0-4m}} = 320\ \text{J.}$$

$$W_{\vec{N}\ \text{0-4m}} = 0\text{J.}$$

$$W_{\vec{f}r_c\ \text{0-4m}} = -\,6{,}79\ \text{J.}$$

Fuerza Variable

La fuerza que actúa sobre el cuerpo puede ser constante o puede ser variable.

✓ **Una fuerza es variable** si su magnitud, dirección y sentido experimentan algún cambio, es decir que dependen de otras variables, como por ejemplo de la posición, del tiempo, etc. En este caso estudiaremos las fuerzas que varían en función de la posición.

Ejemplo:

Fuerza F_1: $\vec{F}_1 = 60\hat{i} + 10\,x\,\hat{j}\quad N.$

Fuerza elástica: $\vec{F}_e = -10\,x\,\hat{i}\quad N.$

Trabajo hecho por una Fuerza Variable

Cuado se trata de una fuerza variable, el trabajo realizado por dicha fuerza se obtiene a partir de:

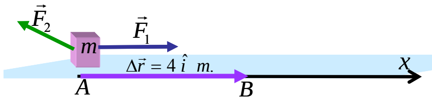
$$W_{\vec{F}} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\,.\,d\vec{r}$$

Sí $\vec{F} = F_x\,\hat{i} + F_y\,\hat{j} + F_z\,\hat{k}$ y $d\,\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j} + dz\,\hat{k}$

El trabajo es:

$$W_{\vec{F}} = \int_{x_1}^{x_1} F_x\,dx + \int_{y_1}^{y_1} F_y\,dy + \int_{z_1}^{z_1} F_z\,dz$$

Ejemplo 3: La figura muestra un bloque de masa 2kg, sobre el que actúan las fuerzas F_1 y F_2, mientras el boque se desplaza por una superficie lisa desde la posición r_1 hasta la posición r_2 en la dirección de x. Determinar el trabajo realizado por la fuerza F_1 y el trabajo realizado por la fuerza F_2.



Datos: $m = 2kg.$

$\vec{F}_1 = (80x^2 - 5x)\,\hat{i}\ N.\ ;\ \vec{F}_2 = -30x\hat{i} + 10\hat{j}\ N.$

$\vec{r}_1 = (0,0)\ ;\ \vec{r}_2 = (4,0)$

Las fuerzas F1 y F2, son del tipo de fuerzas variables, por lo que el trabajo realizado por ellas lo determinamos a partir de la integral:

$$W_{\vec{F}} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}.\,d\vec{r}$$

Para resolver la integral revisamos la posición inicial y final del bloque:

$$\vec{A} = \underbrace{0}_{x_1}\,\hat{i} + \underbrace{0}_{y_1}\,\hat{j}\ ;\ \vec{B} = \underbrace{4}_{x_2}\,\hat{i} + \underbrace{0}_{y_2}\,\hat{j}$$

El trabajo realizado por la fuerza F_1 desde r_1 a r_2 es:

$$W_{\vec{F}_1} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_1.\,d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} F_x.\,dx$$

$$W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}4m} = \int_0^4 (40x^2 - 5x)\,dx$$

$$W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}4m} = \frac{40}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2\Big|_0^4$$

$$W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}4m} = 813{,}33\ \ J.$$

Calculamos el trabajo realizado por F_2 de r_1 a r_2:

$$W_{\vec{F}_2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_2.\,d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} F_x.\,dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y\ dy$$

$$W_{\vec{F}_2\ 0\text{-}4m} = \int_0^4 (-30x)\,dx + \int_0^0 10\ dy$$

$$W_{\vec{F}_2\ 0\text{-}4m} = -\frac{30}{2}x^2\Big|_0^4 + 10y\Big|_0^0$$

$$W_{\vec{F}_2\ 0\text{-}4m} = -240\ J.$$

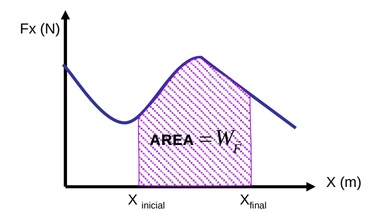
Trabajo hecho por una Fuerza Variable, a partir de la Gráfica F(x)

En general, el trabajo realizado por una fuerza se obtiene a partir de:

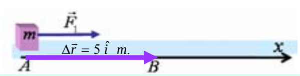
$$W_{\vec{F}} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}.\,d\vec{r}$$

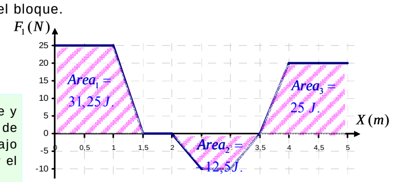
Y en una dirección (eje X) el trabajo realizado por una fuerza es: $W_{\vec{F}} = \int_{x_1}^{x_1} F_x\,dx$

Y al hacer una interpretación gráfica de esta integral es igual al área bajo la curva Fx (x) entre límites $x_{inicial}$ y x_{final}, entonces el **trabajo realizado por la fuerza es igual al área limitada por la curva y el eje x.**



Ejemplo 4: La figura muestra un bloque de masa 2kg, que se desplaza por una superficie lisa desde la posición r_1(0,0)m hasta la posición r_2 (5,0)m, mientras sobre él actúa la fuerza F1 que se representa en el gráfico F1(x). Para la situación planteada determinar el trabajo realizado por la fuerza F_1 durante todo el desplazamiento del bloque.





Observamos que la fuerza F1 es una fuerza variable y que contamos con una gráfica de fuerza en función de la posición, en este caso para determinar el trabajo realizado por esta fuerza sólo tenemos que calcular el área bajo la curva.

Cálculo de las áreas bajo la curva:

Área 1: $Area_1 =$ área de un trapecio

$$Area_1 = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

$$Area_1 = \frac{(1{,}5+1)\times 25}{2}$$

$$Area_1 = 31{,}25\,J.$$

Área 2:

$Area_2 =$ área de un trapecio

$$Area_2 = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

$$Area_2 = \frac{(1{,}5+1)\times(-10)}{2}$$

$$Area_2 = -12{,}5\ J.$$

Área 3:

$Area_3 =$ área de un trapecio

$$Area_3 = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

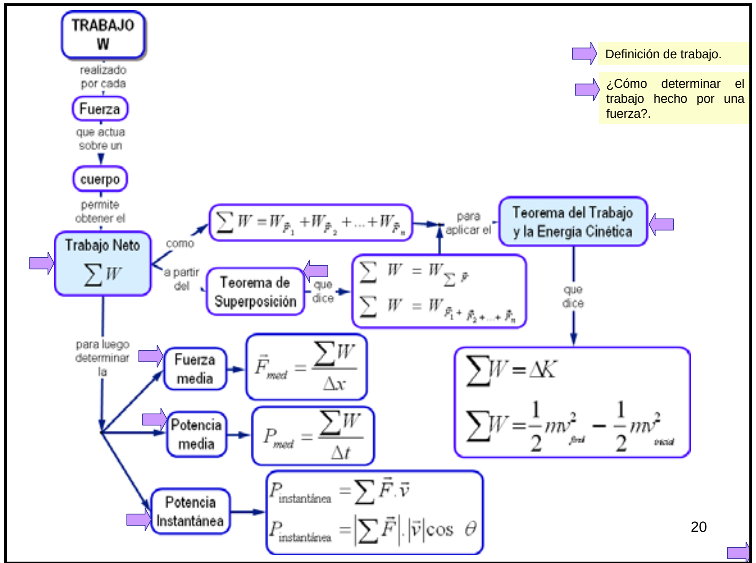
$$Area_3 = \frac{(1{,}5+1)\times 20}{2}$$

$$Area_3 = 25\,J.$$

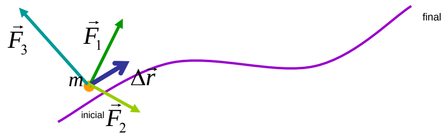
Calculamos el trabajo realizado por F_1 ($W_{\vec{F}_1(0\text{-}5)}$):

$$W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}5m} = \text{Area bajo la curva} = Area_1 + Area_2 + Area_3$$

$$W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}5m} = 31{,}25 - 12{,}5 + 25 \Rightarrow W_{\vec{F}_1\ 0\text{-}5m} = 43{,}75\ \ J.$$

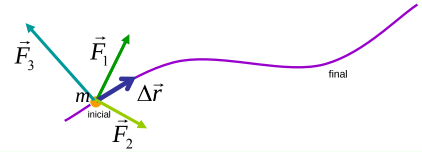


Trabajo Neto



Sí sobre un determinado cuerpo, actúan n fuerzas, mientras éste se desplaza, entonces el trabajo total realizado sobre el cuerpo es igual a la suma de cada uno de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas:

$$\sum W = W_{\vec F_1} + W_{\vec F_2} + W_{\vec F_3} + \ldots + W_{\vec F_n}$$



Como: $\sum W = W_{\vec F_1} + W_{\vec F_2} + W_{\vec F_3} + \ldots + W_{\vec F_n}$

Calculando el trabajo de cada una de las fuerzas, se obtiene que:

$$\sum W = \int \vec F_1 \bullet d\vec r + \int \vec F_2 \bullet d\vec r + \int \vec F_3 \bullet d\vec r + \ldots + \int \vec F_n \bullet d\vec r$$

$$\sum W = \int (\vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 + \ldots + \vec F_n) \bullet d\vec r$$

$$\sum W = \int \sum \vec F \bullet d\vec r$$

Es decir que el trabajo neto es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante:

$$\sum W = W_{\sum \vec F}$$

TEOREMA DE SUPERPOSICION

Del teorema de Superposición tenemos que: $\sum W = W_{\sum \vec F}$

Es decir: $\sum W = \int \sum \vec F \bullet d\vec r$

Recordamos que la Segunda Ley de Newton nos dice que sí la masa es constante, entonces la fuerza resultante es:

$$\sum W = \int m\vec a \bullet d\vec r \Rightarrow \sum W = \int m \frac{d\vec v}{dt} \bullet d\vec r \Rightarrow \sum W = \int m\, d\vec v \underbrace{\frac{d\vec r}{dt}}_{\vec v}$$

Entonces el trabajo neto es:

$$\sum W = \int_{v_{inicial}}^{v_{final}} m\vec v d\vec v \Rightarrow \sum W = \frac{1}{2} m v^2_{final} - \frac{1}{2} m v^2_{inicial}$$

$$\sum W = \frac{1}{2} m v^2_{final} - \frac{1}{2} m v^2_{inicial}$$

$$\sum W = K_{final} - K_{inicial}$$

$$\sum W = \Delta K$$

Se conoce como el TEOREMA DE TRABAJO Y ENERGIA CINETICA

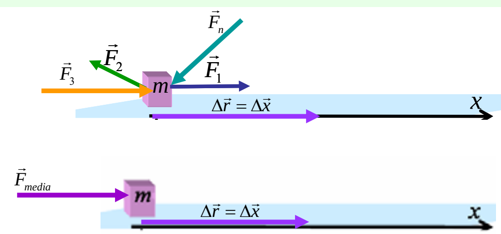
Donde: $\frac{1}{2} m v^2 = K$

Se conoce como ENERGIA CINETICA, energía asociada al movimiento.

Fuerza Media

Sí sobre un cuerpo actúan n Fuerzas (constantes y/o variables), entonces estas fuerzas pueden ser sustituidas por una fuerza constante que actuando en el mismo desplazamiento, realiza el mismo trabajo, a esta fuerza se le conoce como **fuerza media,** y se determina a partir de la expresión.

$$\vec F_{med} = \frac{\sum W}{\Delta x}$$



Potencia

La rapidez con la que se efectúa un trabajo se conoce como **Potencia,** es una cantidad escalar.

La **potencia media** es la cantidad de trabajo realizado durante un intervalo de tiempo dividido entre ese tiempo, es decir:

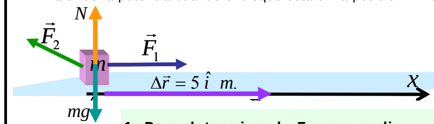
$$P_{med} = \frac{\sum W}{\Delta t}$$

Sí una fuerza F actúa sobre una partícula que se mueve con una velocidad v, la rapidez con la que una fuerza realiza un trabajo se conoce como potencia instantánea, y se determina a partir de:

$$P_{\text{instantánea}} = \sum \vec{F} \bullet \vec{v}$$

$$P_{\text{instantánea}} = \left|\sum \vec{F}\right| |\vec{v}| \cos\ \theta$$

Ejemplo 5: La figura muestra un bloque de masa 3kg que inicialmente se encuentra en reposo, sobre el bloque actúa una fuerza constante F_1 y fuerza variable $F_2 = F_2(x)$. El bloque se desplaza 5m por una superficie lisa. Para la situación planteada determinar 1. el valor de la fuerza media que actúa sobre el bloque mientras este se mueve por el plano horizontal entre 0 y 5m. 2 el valor de la potencia entre los 0 y 1,5 segundos y 3. El valor de la potencia cuando el bloque está en la posición X= 5m.



Datos: $m = 3kg.$

$v_0 = 0\ m/s$; $\vec{F}_1 = 80\ \hat{i}\ N.$; $\vec{F}_2 = -10x\hat{i} + 10\hat{j}\ N.$

1. Para determinar la Fuerza media que actúa sobre el bloque y el valor de la potencia media, primero debemos calcular el trabajo total realizado sobre el bloque.

Realizamos un diagrama de cuerpo libre y revisamos que tipo de fuerzas son, vemos que el peso la normal y F1 son fuerzas constantes, el trabajo de cada fuerza lo podemos obtener a partir de la expresión. $W_{\vec{F}} = \vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = |\vec{F}||\Delta\vec{r}| Cos\ \theta$

El trabajo realizado por el peso del bloque, es:

$$W_{m\vec{g}} = |m\vec{g}|\,|\Delta\vec{r}|\cos\theta$$

$$W_{m\vec{g}\ \text{0-5m}} = |m\vec{g}|\,|\Delta\vec{r}|\cos(90^o) \Rightarrow W_{m\vec{g}\ \text{0-5m}} = 0\ J.$$

El trabajo realizado por la fuerza normal N, es:

$$W_{\vec{N}} = |\vec{N}||\Delta\vec{r}|\cos\theta$$

$$W_{\vec{N}\ \text{0-5m}} = |\vec{N}|\,|\Delta\vec{r}|\cos(90^o) \Rightarrow W_{\vec{N}\ \text{0-5m}} = 0\ J.$$

Calculamos el trabajo realizado por F1:

$$W_{\vec{F}_1} = \vec{F}_1 \bullet \Delta\vec{r}_{A-B}$$

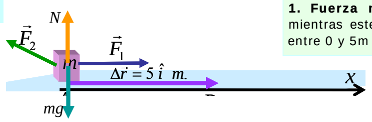
Resolvemos el producto punto:

$$W_{\vec{F}_1\ \text{0-5m}} = (80\hat{i}) \bullet (5\hat{i})$$

$$W_{\vec{F}_1\ \text{0-5m}} = 400\underbrace{\hat{i} \bullet \hat{i}}_{=1}$$

$$W_{\vec{F}_1\ \text{0-5m}} = 400\ Joule$$

Continuación



1. Fuerza media que actúa sobre el bloque mientras este se mueve por el plano horizontal entre 0 y 5m

La fuerza F2, es del tipo de fuerza variable, por lo que el trabajo realizado por esta fuerza lo determinamos a partir de la integral: $W_{\vec{F}} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \bullet d\vec{r}$

Calculamos el trabajo realizado por F_2:

$$W_{\vec{F}_2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_2 \bullet d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\ dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y\ dy \Rightarrow W_{\vec{F}_2\ \text{0-5m}} = \int_0^5 (-10x)\,dx + \int_0^0 10\ dy$$

$$W_{\vec{F}_2\ \text{0-5m}} = -\frac{10}{2}x^2\Big|_0^5 + 10y\Big|_0^0 \Rightarrow W_{\vec{F}_2\ \text{0-5m}} = -125\ J.$$

Ahora determinamos el trabajo neto, para luego **determinar el valor de la Fuerza Media**.

Calculamos el trabajo neto.

$$\sum W_{\text{0-5m}} = W_{\vec{F}_1} + W_{\vec{F}_2} + W_{mg} + W_N$$

$$\sum W_{\text{0-5m}} = 400 - 125$$

$$\sum W_{\text{0-5m}} = 275\ J.$$

Y el valor de la Fuerza Media es:

$$\vec{F}_{med} = \frac{\sum W_{\text{0-5m}}}{\Delta x} \Rightarrow \vec{F}_{med} = \frac{275}{5}$$

$$\vec{F}_{med} = 55\ N.$$

Continuación

2. El valor de la potencia entre los 0 y 1,5 segundos

El valor de potencia que nos piden que calculemos es el de la **Potencia Media**.

La Potencia Media, es:

$$P_{med} = \frac{\sum W}{\Delta t} \Rightarrow P_{med} = \frac{275}{1,5 - 0}$$

$$P_{med} = 183,33\ Wattios$$

3. El valor de la potencia cuando el bloque está en la posición X= 5m

En este caso nos piden la **Potencia Instantánea.**

La Potencia instantánea, es:

$$P_{\text{instantánea}} = \sum \vec{F} \bullet \vec{v}$$

Para resolver esta ecuación necesitamos calcular **(a) el valor de la fuerza resultante** en la posición X= 5m y **(b) la velocidad** en la posición X= 5m.

a. El valor de la Fuerza resultante es:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{1\ \text{X=5m}} + \vec{F}_{2\ \text{X=5m}} + \vec{N}_{\text{X=5m}} + m\vec{g}_{\ \text{X=5m}}$$

$$\sum \vec{F} = (80 - 10 \times x)i + (N + 10 - mg)j$$

$$\sum \vec{F}_{X=5m} = (80 - 10 \times 5)\hat{i} + (19,4 + 10 - 29,4)\hat{j}$$

$$\sum \vec{F}_{X=5m} = 30\hat{i} + 0\hat{j}\ \text{N}.$$

b. El valor de la velocidad lo podemos obtener a partir del teorema de trabajo y energía cinética:

$$\sum W_{5-0} = \Delta K \Rightarrow \sum W_{5-0} = K_{x=5m} - K_{x=0}$$

$$\sum W_{5-0} = \frac{1}{2}mv^2_{x=5m} - 0$$

$$275 = \frac{1}{2}3 \times v^2_{x=5m} \Rightarrow v_{x=5m} = 13,54\ m/s$$

El movimiento ocurre en dirección del eje X, por lo tanto la velocidad es: $\vec{v}_{x=5m} = 13,54\hat{i}\ m/s$

Ahora podemos determinar el valor de la potencia en X=5m: $P_{x=5m} = \sum \vec{F} \bullet \vec{v} \Rightarrow P_{x=5m} = (30\hat{i}) \bullet (13,54\hat{i})$

$$P_{x=5m} = 406,2\ watt$$

Ahora revisemos el problema resuelto y resolvamos los problemas propuestos usando los procedimientos sugeridos en el material *Acerca de las Habilidades Cognitivas*

29