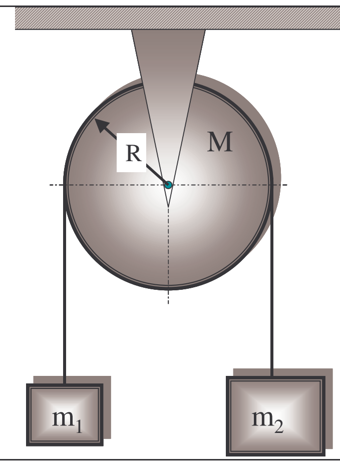
PROBLEMA N° 1

El dibujo que se muestra a la derecha es un sistema formado por una polea, dos bloques y una cuerda. Por la polea en forma de disco de masa M y radio R, pasa una cuerda (de masa despreciable e inextensible) sin resbalar. En los extremos de la cuerda están atados los dos bloque de masa m_1 y m_2 tal como se muestra. No hay fricción entre el eje que sostiene la polea y la polea.
Determinar la aceleración de la polea y de cada una de las masas: sí los valores de cada una de las variables son los siguientes,
M= 0,4 Kg ; R = 6 cm ; m_1= 0,8 Kg ; m_2= 1,6 Kg ; g = 9,8 m/s^2



SOLUCIÓN

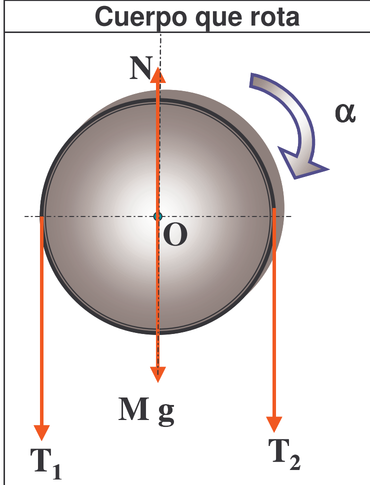
DATOS:
Radio de la Polea: R
Masa de la Polea: M
Masa del bloque 1: m_1
Masa del bloque 2: m_2

CONSIDERACIONES IMPORTANTES:
- No hay fuerza de roce entre la polea y el eje
- La polea es considerada como un disco
- Los bloques de masas m1 y m2 se consideran masas puntuales
- Las cuerdas son de masa despreciable e inextensibles
- Asumir signo positivo en el sentido de las aceleraciones de los cuerpos

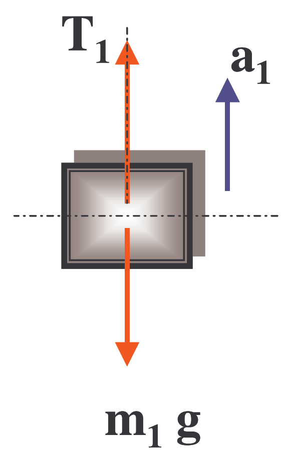
Principios o Leyes aplicables:
Segunda ley de Newton: en rotación y traslación
Ecuaciones de cinemática de la partícula

Diagramas de cuerpo libre

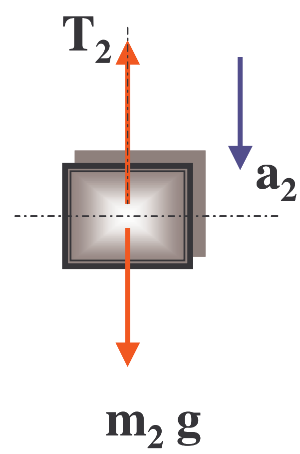
Cuerpo que rota



Cuerpo que se traslada



Cuerpo que se traslada



PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES

CUERPO QUE ROTA (polea)

$$\sum \tau = I\alpha$$

$$\tau_N + \tau_{Mg} + \tau_{T1} + \tau_{T2} = I\alpha$$

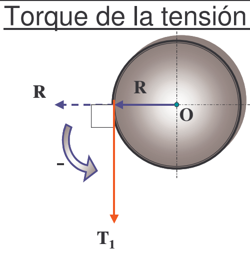
Momento de Inercia
El momento de inercia de un disco con respecto a un eje que pasa por su centro de masa es:

$$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$$

$$-RT_1 + RT_2 = \frac{1}{2}MR^2\alpha \quad \text{(Ec.1)}$$

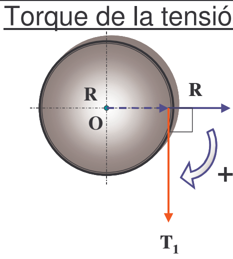
Cálculo de torques:
Las fuerzas N y el peso no hacen torque porque las líneas de acción de estas fuerzas pasan por el eje de rotación.

Torque de la tensión 1:



$$\tau_{T_1} = \vec{r} \times \vec{T}_1 = |\vec{r}||\vec{T}_1| \operatorname{sen}\left(_{\vec{r}}\theta_{\vec{T}_1}\right) = -RT_1$$

Torque de la tensión 2:



$$\tau_{T_2} = \vec{r} \times \vec{T}_2 = |\vec{r}||\vec{T}_2| \operatorname{sen}\left(_{\vec{r}}\theta_{\vec{T}_2}\right) = RT_2$$

CUERPO QUE SE TRASLADA (BLOQUES)

m_1: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ Ecuación 2: $T_1 - m_1 g = m_1 a_1$ (Ec.2)

m_2: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ Ecuación 3: $m_2 g - T_2 = m_2 a_2$ (Ec.3)

Debido a que la cuerda no desliza y las ecuaciones de movimiento circular, se deduce que: $a_1 = a_2 = a = a_t = \alpha R$

Al despejar **las tensiones** de las ecuaciones 2 y 3: $T_1 = m_1 g + m_1 R\alpha \qquad T_2 = m_2 g - m_2 R\alpha$

Y sustituirlas en la Ec. 1 , la aceleración angular es: $$\alpha = \frac{-Rm_1 g + Rm_2 g}{m_1 R^2 + m_2 R^2 + \frac{1}{2}MR^2} = 50.25\,\text{rad/s}^2$$

Entonces: a = 3.02 m/s^2